

自抗扰控制器稳定域与鲁棒稳定域计算及工程应用

吴振龙, 何 婷, 李东海[†], 薛亚丽

(清华大学 电力系统国家重点实验室, 北京 100084)

摘要: 为提高自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)技术在工程应用中的整定效率和降低参数整定带来的可能风险, 本文从工程实际应用出发, 提出了一种基于 D -分割法的 n 阶ADRC参数稳定域的求解方法和基于 M_s 约束的鲁棒稳定域求解方法, 并给出了各自的计算步骤. 通过数字仿真和水箱实验台实验验证了计算方法的有效性. 基于上述工作, 将基于该方法整定的ADRC应用于实际火电机组二次风控制系统中, 获得比原有比例-积分(proportional-integral, PI)控制器在大负荷变化范围内具有更快响应速度和更强鲁棒性的效果, 这为ADRC的大规模工业化应用提供了一种简单有效的参数稳定域和鲁棒稳定域的计算方法, 具有实际的工程意义.

关键词: 自抗扰控制; 稳定域; 鲁棒稳定域; 二次风系统

引用格式: 吴振龙, 何婷, 李东海, 等. 自抗扰控制器稳定域与鲁棒稳定域计算及工程应用. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1635 – 1647

中图分类号: TP273 文献标识码: A

The calculation of stability and robustness regions for active disturbance rejection controller and its engineering application

WU Zhen-long, HE Ting, LI Dong-hai[†], XUE Ya-li

(State Key Lab of Power System, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In order to improve the tuning efficiency of active disturbance rejection control (ADRC) in engineering application and reduce the possible risk of parameter tuning, a calculation method of stability regions based on D -partition and robustness regions based on M_s -constrained are proposed and both calculation steps are provided from the view of the practical engineering application. Digital simulations and an experiment on a water tank verify the effectiveness of the proposed calculation method. Based on the above work, ADRC whose parameters are tuned by the proposed method is applied to the secondary air control system of a boiler unit and the system obtains a quicker response speed and a stronger robustness than the original Proportional-Integral (PI) controller in a large load change range, and this offers simple but effective calculation methods of stability and robustness regions for the large-scale industrial application and the calculation methods have a practical engineering significance.

Key words: active disturbance rejection control; stability regions; robustness regions; secondary air system

Citation: WU Zhenlong, HE Ting, LI Donghai, et al. The calculation of stability and robustness regions for active disturbance rejection controller and its engineering application. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1635 – 1647

1 引言(Introduction)

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)技术是中科院韩京清研究员提出的一种不依赖精确数学模型的新型非线性控制技术^[1]. 其在保留了比例-积分-微分(proportional-integral-derivative, PID)控制技术优点的基础上, 通过将模型内部不确定性和外部扰动都归结为一个“总扰动”, 采用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)对“总扰动”进行实时估计, 并通过反馈控制器进行补偿, 达到快

速消除扰动的目的^[2]. 线性ADRC是在非线性ADRC的基础上, 为简化参数整定和结构设计提出的^[3]. 一般工程应用大部分是线性ADRC, 因此本文讨论的是线性ADRC. ADRC与其他控制技术不同的地方在于: 1) ADRC的结构独特但实现简单, 在工业控制平台上很容易实现, 特别是在火电机组的分散控制系统平台(distributed control system, DCS)上组态实现. 2) 作为ADRC的核心, ESO不同于其他的状态观测器如未知输入观测器(unknown input observer, UIO)、扰动观测

收稿日期: 2018-04-24; 录用日期: 2018-10-29.

[†]通信作者. E-mail: lidongh@mails.tsinghua.edu.cn; Tel.: +86 10-62782772.

本文责任编辑: 黄一.

国家重点研发计划项目(2016YFB0901405), 国家自然科学基金项目(51876096), 电力系统国家重点实验室项目资助.

Supported by the National Key Research and Development Program of China (2016YFB0901405), the National Natural Science Foundation of China (51876096) and the State Key Lab of Power Systems.

器(disturbance observer, DOB)等,这是因为ESO的设计不依赖于精确的模型信息而UIO、DOB等观测器对于模型的依赖性较强. 3) 相比于一些基于模型的控制技术, ADRC具有计算量小等优点. 正是由于ADRC所具有的上述优点, ADRC在运动控制^[4]、化工过程控制^[5]、火电机组控制^[6]、飞行器控制^[7]以及新能源控制^[8]等领域具有广泛的应用.

然而ADRC在大规模工程应用中面临着参数整定的问题,目前参数整定依赖经验和反复调试,这为ADRC的大规模工程应用带来很大的挑战. 如果可以为现场工程师提供一个参数稳定域,对于ADRC的推广和现场参数优化具有重要意义. ADRC的稳定性在许多论文中有分析^[9-12],文[13]针对二阶ADRC提出了一种简单的参数稳定域的计算方法,文[14]提出一种针对一阶ADRC的遍历方法求解参数稳定域的方法,文[15]针对一阶时滞系统,通过采用双轨迹求解的方法得到ADRC的参数稳定域. 但如何求解 n 阶ADRC的参数稳定域,目前的研究比较缺乏. 此外,鲁棒稳定域可以保证控制器的参数选取有一定的稳定裕度,这对于ADRC的现场应用推广具有积极的促进作用. ADRC的鲁棒稳定性理论分析已经有相关的论文发表^[16-18],如何基于给定的鲁棒指标约束求解ADRC鲁棒稳定域目前尚无相关论文发表.

本文将ADRC等价于二自由度形式的PID结构,并通过分析二者之间的区别说明ADRC的独特结构. 从工程实际应用的角度出发,提出了基于 D -分割法^[19]的 n 阶ADRC稳定域的求解方法和基于最大灵敏度函数(maximum sensitivity function, M_s)约束的鲁棒稳定域求解方法. 通过仿真研究、水箱实验台验证该方法,并将基于该方法整定参数的ADRC成功应用于大型火电机组二次风控制回路中,取得比原有控制方案更好的控制效果. 本文的主要创新点总结如下:

1) 针对 n 阶ADRC,提出了基于 D -分割法的稳定域求解方法和基于 M_s 约束的鲁棒稳定域求解方法,并通过数字仿真和水箱实验台验证了方法的有效性.

2) 提出的方法为ADRC应用于大型火电机组二次风控制系统提供了参数选择域,使得ADRC获得比原有比例-积分(proportional-integral, PI)控制器更快的响应速度和更强的鲁棒性的效果,说明了该方法的工程意义.

全文内容安排如下: 第2节介绍了ADRC的基本原理和二自由度的等价形式; 参数稳定域和鲁棒稳定域的计算方法及各自计算步骤在第3节中进行介绍; 第4节通过数字仿真说明该方法的计算步骤和有效性,并在水箱实验台上进一步验证该方法的有效性. 第5节通过在大型火电机组二次风控制回路的应用进一步说明了提出的计算方法对于现场实际应用的指导意义.

2 自抗扰控制理论及等价形式(ADRC theory and its equivalent form)

2.1 ADRC的基本原理(Fundamentals of ADRC)

一般地,考虑一个 n 阶、非线性、时变的动态系统具有如下的形式:

$$y^{(n)}(t) = bu(t) + g(y^{(n-1)}(t), y^{(n-2)}(t), \dots, y(t), w(t)), \quad (1)$$

其中 $y(t)$, $u(t)$, $w(t)$ 和 b 分别是动态系统的输出、输入、外部扰动和高频增益. 实际中动态系统的高频增益精确值可能未知,可定义 b_0 为高频增益的估计值,并定义 $f = g(y^{(n-1)}(t), y^{(n-2)}(t), \dots, y(t), w(t)) + (b - b_0)u$ 为系统未知动态、时变、非线性以及外部扰动的综合特性,称之为“总扰动”. 因此,式(1)的模型可以整理为

$$y^{(n)}(t) = b_0u(t) + f(y^{(n-1)}(t), y^{(n-2)}(t), \dots, y(t), w(t)). \quad (2)$$

为了能够准确的估计总扰动 f ,将 f 扩张为新的系统状态即扩张状态,并假设 f 是可微的即 $\dot{f} = h$. 式(2)中的系统可以采用状态空间进行描述:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Eh, \\ y = C^T x, \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n \ x_{n+1}]^T = [y \ \dot{y} \ \dots \ y^{(n-1)} \ f]^T, \\ h = \dot{f}, \ C^T = [1 \ 0 \ \dots \ 0]_{(n+1) \times (n+1)},$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ \vdots & & \ddots & & \\ 0 & & & 1 & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1},$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1}.$$

针对式(3)所示的系统,以 y 和 u 作为输入的ESO设计如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 + \beta_1(y - z_1), \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = z_n + \beta_{n-1}(y - z_1), \\ \dot{z}_n = z_{n+1} + \beta_n(y - z_1) + b_0u, \\ \dot{z}_{n+1} = \beta_{n+1}(y - z_1), \end{cases} \quad (4)$$

或者采用如下的形式进行描述:

$$\dot{z} = A_e z + B_e y + C_e u, \quad (5)$$

其中:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n+1} \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1},$$

$$A_e = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & & & \\ -\beta_2 & 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \\ -\beta_n & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -\beta_{n+1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)},$$

$$B_e = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n+1} \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1}, \quad C_e = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1}.$$

当观测器增益矩阵 B_e 整定合适时, z_1, z_2, \dots, z_n 分别跟踪 $y(t)$ 及其各阶导数(直至 $n-1$ 导数)和 z_{n+1} 跟踪总扰动 f .

选择如下控制率对估计的总扰动 f 进行补偿:

$$u(t) = \frac{-z_{n+1}(t) + u_0(t)}{b_0}, \quad (6)$$

其中 $u_0(t)$ 将在后面进行分析. 根据式(6)的控制率, 式(2)中的系统变为

$$y^{(n)}(t) = f - z_{n+1}(t) + u_0(t) \approx u_0(t), \quad (7)$$

那么, 式(7)意味着式(2)中的模型通过ESO对总扰动 f 估计和补偿后成为了积分串联型对象.

针对补偿后的积分串联型对象采用如下的状态反馈控制率进行控制:

$$u_0(t) = k_1(r(t) - z_1(t)) + k_2(\dot{r}(t) - z_2(t)) + \dots + k_n(r^{(n-1)}(t) - z_n(t)), \quad (8)$$

其中 $r(t)$ 是参考信号. 结合式(6)和式(8), 最终的控制率可以表述为

$$u(t) = \frac{k_1(r(t) - z_1(t))}{b_0} + \frac{k_2(\dot{r}(t) - z_2(t))}{b_0} + \dots + \frac{k_n(r^{(n-1)}(t) - z_n(t))}{b_0} - \frac{z_{n+1}(t)}{b_0} =: K(\bar{r}(t) - z(t)), \quad (9)$$

其中: $\bar{r}(t) = [r(t) \ \dot{r}(t) \ \dots \ r^{(n-1)}(t) \ 0]^T_{1 \times (n+1)}$ 和 $K = \frac{1}{b_0} [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n \ 1]_{1 \times (n+1)}$, 后者是状态反馈的增益矩阵.

综上所述, ADRC的结构可以采用图1所示的结构进行描述, ADRC的状态空间表达形式如下:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_e z(t) + B_e y(t) + C_e u(t), \\ u(t) = K(\bar{r}(t) - z(t)). \end{cases} \quad (10)$$

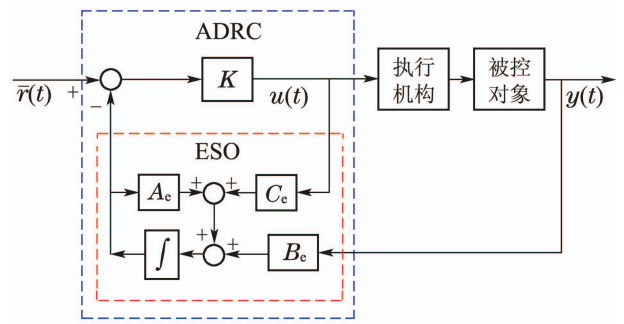


图 1 ADRC的结构
Fig. 1 The structure of ADRC

ADRC需要整定的参数有: K, B_e 和 b_0 . 为了简化参数整定的难度, K, B_e 可以通过文[3]中提出的参数带宽法, 分别由控制器带宽 ω_c 和观测器带宽 ω_o 来确定, 它们之间的关系可以用式(11)进行描述:

$$\begin{cases} k_i = \frac{n!}{(i-1)!(n+1-i)!} \omega_c^{n+1-i}, \quad i=1, 2, \dots, n, \\ \beta_j = \frac{(n+1)!}{j!(n+1-j)!} \omega_o^j, \quad j=1, 2, \dots, n+1. \end{cases} \quad (11)$$

这样ADRC需要整定的参数减少为 b_0 , 控制器带宽 ω_c 和观测器带宽 ω_o . 本文中稳定域和鲁棒稳定域的分析 and 计算也是基于上述3个参数进行的.

2.2 基于二自由度的ADRC等价形式 (Equivalent form of ADRC via TDOF structure)

对式(10)中的 n 阶ADRC进行拉普拉斯变换, 通过推导可以得到如图2所示的二自由度等价结构, 其中 $G_c(s)$ 是闭环系统的反馈控制器, $G_f(s)$ 是闭环系统的前馈控制器, $G_p(s)$ 为被控对象^[20].

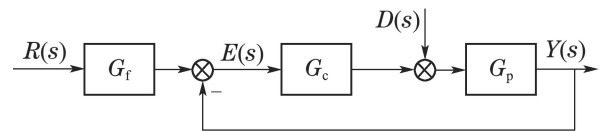


图 2 ADRC的等价形式
Fig. 2 The equivalent structure of ADRC

为了更好的描述下面的计算, 本文定义 $\beta_0 = 1$ 和 $k_{n+1} = 1$, 那么可以得到闭环系统的反馈控制器 $G_c(s)$ 和前馈控制器 $G_f(s)$ 的表达形式为

$$G_c(s) = K(Is - A_e + C_e K)^{-1} B_e = \frac{1}{b_0} [k_1 \ k_2 \ \cdots \ k_n \ 1]_{1 \times (n+1)} \cdot \begin{bmatrix} s + \beta_1 & 1 & & & \\ \beta_2 & s & 1 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \\ \beta_n + k_1 & k_2 & \cdots & s + k_n & 2 \\ \beta_{n+1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{n+1} \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1} = \frac{\sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) s^{n+1-j})}{b_0 s \sum_{j=0}^n ((\sum_{i=0}^j \beta_i k_{n+i+1-j}) s^{n-j})} \cdot G_f = (1 - K(Is - A_e + C_e K)^{-1} C_e) \cdot \frac{k_1 + k_2 s + \cdots + k_n s^{n-1}}{b_0} G_c^{-1}(s) = \frac{k_1 \sum_{i=0}^{n+1} \beta_i s^{n+1-i}}{\sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) s^{n+1-j})} \quad (12)$$

将式(12)进一步整理, 可以分成两部分:

$$G_c(s) = \frac{\sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) s^{n+1-j})}{b_0 s \sum_{j=0}^n ((\sum_{i=0}^j \beta_i k_{n+i+1-j}) s^{n-j})} = \frac{\sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) s^{n+1-j})}{b_0 s} \times \frac{1}{\sum_{j=0}^n ((\sum_{i=0}^j \beta_i k_{n+i+1-j}) s^{n-j})} \quad (14)$$

其中: $\sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) s^{n+1-j})$ 的阶次是 n , $b_0 s$ 的阶次是1, 所以 $\sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) s^{n+1-j}) / b_0 s$ 可以看成是“积分+比例+微分+二阶微分+...+($n-1$)阶微分”或者称之为“广义PID”. $1 / \sum_{j=0}^n ((\sum_{i=0}^j \beta_i k_{n+i+1-j}) s^{n-j})$ 可以看成是一个 n 阶的滤波器, 反馈控制器可以看成是“广义PID + n 阶滤波器”.

从式(13)可知, $k_1 \sum_{i=0}^{n+1} \beta_i s^{n+1-i}$ 的阶次是 $n+1$,

$\sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) s^{n+1-j})$ 的阶次是 n , 即前馈控制器 $G_f(s)$ 的分子阶次是大于分母阶次. 需要说明的是ADRC在形式上等于二自由度PID的结构, 但是二者还是有明显区别的. 首先是反馈控制器包含的滤波器能够避免脉冲尖峰的出现^[21]; 其次等价形式的前馈控制是不可物理实现的(分子阶次大于分母阶次), 带来相位的超前, 这与传统的前馈控制器^[22]是明显不同的.

注1 一阶ADRC与二阶ADRC在工业应用中是最广泛的, 式(12)–(13)可以进一步具体化, 即一阶ADRC与二阶ADRC的反馈控制器分别是“PI+低通滤波器”和“PID+带通滤波器”. 一阶ADRC的反馈控制器和前馈控制器分别为

$$G_c(s) = \frac{(\beta_2 + k_1 \beta_1) s + k_1 \beta_2}{(s + \beta_1 + k_1) b_0 s} \quad (15)$$

$$G_f(s) = \frac{k_1 (s^2 + \beta_1 s + \beta_2)}{(\beta_2 + k_1 \beta_1) s + k_1 \beta_2} \quad (16)$$

同样地, 二阶ADRC的反馈控制器和前馈控制器分别为

$$G_c(s) = \frac{(\beta_3 + k_2 \beta_2 + k_1 \beta_1) s^2 + (k_2 \beta_3 + k_1 \beta_2) s + \beta_3 k_1}{(s^2 + (\beta_1 + k_2) s + (\beta_2 + k_2 \beta_1 + k_1)) b_0 s} \quad (17)$$

$$G_f(s) = \frac{k_1 (s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3)}{(\beta_3 + k_2 \beta_2 + k_1 \beta_1) s^2 + (k_2 \beta_3 + k_1 \beta_2) s + \beta_3 k_1} \quad (18)$$

3 自抗扰控制器的稳定域与鲁棒稳定域的计算方法 (The calculation method of stability regions and robustness regions for ADRC)

基于ADRC的等价形式, 本节提出了基于 D -分割法的稳定域和基于 M_s 约束的鲁棒稳定域计算方法. 为方便后面的分析, 被控对象的传递函数可以描述为

$$G_p(s) = \frac{m_0 s^m + m_1 s^{m-1} + \cdots + m_{m-1} s + m_m}{s^n + n_1 s^{n-1} + \cdots + n_{n-1} s + n_n} e^{-\tau s} = \frac{\sum_{i=0}^m m_i s^{m-i}}{\sum_{j=0}^n n_j s^{n-j}} e^{-\tau s} \quad (19)$$

其中: $m < n$, m 和 n 分别是被控对象的分子阶次和分母阶次; m_i 和 n_j 均为正实数, 并有 $m_m \neq 0$ 和 $n_0 = 1$; τ 是纯滞后时间. 被控对象的频域响应可以表述为

$$G_p(j\omega) = r(\omega) e^{i\theta(\omega)} = a(\omega) + jb(\omega) \quad (20)$$

其中 $a(\omega)$ 和 $b(\omega)$ 分别是被控对象的实部和虚部. 类似地, ADRC的反馈控制器的频域响应可以表述为

$$G_c(j\omega) = r_c(\omega) e^{i\theta_c(\omega)} = a_c(\omega) + jb_c(\omega) \quad (21)$$

其中 $a_c(\omega)$ 和 $b_c(\omega)$ 分别是反馈控制器的实部和虚部.

n 阶ADRC需要整定的参数有 ω_o , ω_c 和 b_0 , 其中 b_0 反映总扰动补偿作用力的大小, 当 b_0 满足 $b/b_0 \in (0, 2)$ 时可以保证ESO的稳定性和收敛性^[23]. 下一节中将会分析 b_0 在这个范围选取对稳定域与鲁棒稳定域的影响. 相关前提条件需要说明^[24]:

1) 为了保证ESO的稳定性, 则有 $\beta_j > 0$, 即 $\omega_o > 0$.

2) 前馈控制器不影响闭环系统的稳定性, 因此稳定域与鲁棒稳定域的计算是根据式(12)中的反馈控制器和式(19)中的被控对象进行的.

3.1 ADRC的稳定域计算 (The calculation of stability regions for ADRC)

图2中闭环系统的特征方程可以描述如下^[22]:

$$1 + G_c(s)G_p(s) = 0. \quad (22)$$

将式(12)和式(19)代入式(22)可以得到

$$1 + \frac{\sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) s^{n+1-j})}{b_0 s \sum_{j=0}^n ((\sum_{i=0}^j \beta_i k_{n+i+1-j}) s^{n-j})} \cdot \frac{\sum_{i=0}^m m_i s^{m-i}}{\sum_{j=0}^n n_j s^{n-j}} e^{-\tau s} = 0, \quad (23)$$

即

$$G(s) = b_0 s \sum_{j=0}^n ((\sum_{i=0}^j \beta_i k_{n+i+1-j}) s^{n-j}) \sum_{j=0}^n n_j s^{n-j} + \sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) s^{n+1-j}) \cdot \sum_{i=0}^m m_i s^{m-i} e^{-\tau s} = 0. \quad (24)$$

接下来 D -分割法将应用于 n 阶ADRC稳定域的求解. 根据 D -分割法原理, 控制器的稳定域边界包含有 $\omega \in (0, -\infty) \cup (0, +\infty)$ 时的非奇异边界 ∂D_ω 和 $\omega=0, \omega=\pm\infty$ 时的奇异边界 ∂D_0 和 ∂D_∞ ^[19]. ADRC的稳定域是由以下几部分组成:

1) $\omega = 0$ 时的奇异值边界 ∂D_0 为

$$\partial D_0 : G(j0) = k_1 \beta_{n+1} m_m = 0. \quad (25)$$

已知 $m_m \neq 0$ 和 $\beta_j > 0$, 可以得到ADRC的奇异值边界 ∂D_0 为 $k_1 = 0$, 也就是控制器带宽 $\omega_c = 0$. 需要说明的是纯滞后对ADRC的 $\omega = 0$ 奇异值边界 ∂D_0 没有影响($e^0 = 1$).

2) $\omega = \pm\infty$ 时的奇异值边界 ∂D_∞ 为

$$\partial D_\infty : G(\pm j\infty) = b_0 n_0 = 0. \quad (26)$$

由于 b_0 是被控对象的高频增益的估计值, 有 $b_0 \neq 0$. 式(26)没有ADRC的其他参数, 因此忽略 $\omega = \pm\infty$ 时的奇异值边界 ∂D_∞ .

3) $\omega \in (0, -\infty) \cup (0, +\infty)$ 时的非奇异值边界 ∂D_ω 为

$$\partial D_\omega : G(\pm j\omega) = b_0(j\omega) \sum_{j=0}^n ((\sum_{i=0}^j \beta_i k_{n+i+1-j})(j\omega)^{n-j}) \cdot$$

$$\sum_{j=0}^n n_j(j\omega)^{n-j} + \sum_{j=1}^{n+1} ((\sum_{i=j}^{n+1} \beta_i k_{i+1-j}) \cdot (j\omega)^{n+1-j}) \sum_{i=0}^m m_i(j\omega)^{m-i} e^{-\tau j\omega} = 0, \quad (27)$$

其中:

$$k_i = \frac{n!}{(i-1)!(n+1-i)!} \omega_c^{n+1-i}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$\beta_j = \frac{(n+1)!}{j!(n+1-j)!} \omega_o^j, \quad j = 1, 2, \dots, n+1.$$

式(27)的非奇异边界可以整理为

$$\partial D_\omega : 1 + (a_c(\omega) + jb_c(\omega))(a(\omega) + jb(\omega)) = 0. \quad (28)$$

令式(28)中的实部和虚部分别为零, 可以得到ADRC的非奇异值边界 ∂D_ω 如下:

$$\partial D_\omega : \begin{cases} 1 + a_c(\omega)a(\omega) - b_c(\omega)b(\omega) = 0, \\ a_c(\omega)b(\omega) + a(\omega)b_c(\omega) = 0, \end{cases} \quad (29)$$

综合式(26)和式(29)以及前提假设(1)可以得到ADRC稳定域边界由式(30)组成:

$$\begin{cases} \partial D_0 : \omega_c = 0, \\ \partial D_\omega : \begin{cases} 1 + a_c(\omega)a(\omega) - b_c(\omega)b(\omega) = 0, \\ a_c(\omega)b(\omega) + a(\omega)b_c(\omega) = 0, \end{cases} \\ \omega_o = 0. \end{cases} \quad (30)$$

注 2 对于一阶ADRC和二阶ADRC的稳定域边界可以在式(30)的基础上, 采用带宽参数进行描述:

一阶ADRC的稳定域边界如下:

$$\begin{cases} \partial D_0 : \omega_c = 0, \\ \partial D_\omega : \begin{cases} \omega_c(\omega_o^2 - \omega^2)a(\omega) - (\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o)b(\omega)\omega - b_0\omega^2 = 0, \\ \omega_c(\omega_o^2 - \omega^2)b(\omega) + (\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o)a(\omega)\omega + 2b_0\omega_o\omega = 0, \end{cases} \\ \omega_o = 0. \end{cases} \quad (31)$$

类似地, 二阶ADRC的稳定域边界如下:

$$\begin{cases} \partial D_0 : \omega_c = 0, \\ \partial D_\omega : \begin{cases} [\omega_c^2\omega_o^3 - (\omega_o^3 + 6\omega_c\omega_o^2 + 3\omega_c^2\omega_o)\omega^2]a(\omega) - [-\omega_c^2\omega^2 + (2\omega_c\omega_o^3 + 3\omega_c^2\omega_o^2)]b(\omega)\omega - (3\omega_o + 2\omega_c)b_0\omega^2 = 0, \\ [\omega_c^2\omega_o^3 - (\omega_o^3 + 6\omega_c\omega_o^2 + 3\omega_c^2\omega_o)\omega^2]b(\omega) + [-\omega_c^2\omega^2 + (2\omega_c\omega_o^3 + 3\omega_c^2\omega_o^2)]a(\omega)\omega + (-\omega^2 + 3\omega_o^2 + 3\omega_c^2\omega_o)b_0\omega = 0, \end{cases} \\ \omega_o = 0. \end{cases} \quad (32)$$

由此, ADRC稳定域的计算步骤总结如下:

i) 确定式(19)中的被控对象和被控对象的高频增

益的估计值 b_0 .

ii) 通过遍历 $\omega \in (-\infty + \infty)$ 求解式(30)(31)或者式(32), 得到ADRC稳定域的非奇异边界 ∂D_ω .

iii) 结合ADRC的奇异边界 ∂D_0 以及边界 $\omega_o = 0$, 可以得到ADRC的稳定域边界, 组成 b_0 固定时ADRC的稳定域.

iv) 通过设定 b_0 的一系列值, 重复计算ii)和iii)可以计算得到ADRC的全部稳定域.

3.2 ADRC的鲁棒稳定域计算(The calculation of robustness regions for ADRC)

一个好的控制器, 需要兼顾闭环系统的动态性能和鲁棒性能. 一般的, 控制器参数的优化应在满足鲁棒约束条件下进行, 这同样适用于ADRC的参数优化. 经典的鲁棒性指标 M_s 指标可以通过图3进行表示^[25]. M_s 约束可以描述为开环系统的Nyquist曲线上的点到 $(-1, 0j)$ 的最近距离的倒数, 即图3中A点到 $(-1, 0)$ 距离的倒数即为 M_s . 本文中ADRC的鲁棒稳定域是基于 M_s 鲁棒约束进行计算.

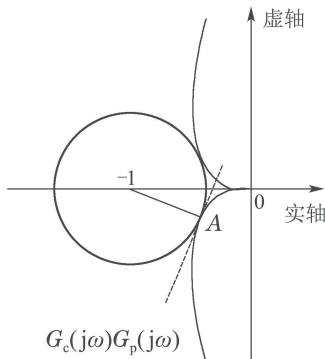


图3 灵敏度约束的几何表示

Fig. 3 Geometric representation of sensitivity constraints

最大灵敏度值 M_s 可以通过式(33)进行描述^[22]:

$$M_s = \max_{0 \leq \omega < \infty} \left| \frac{1}{1 + G_c(j\omega)G_p(j\omega)} \right|. \quad (33)$$

M_s 的值越小, 意味着闭环系统的鲁棒性越好. M_s 的合理值一般在1.2 ~ 2.0之间^[22]. 闭环系统基于 M_s 约束的鲁棒稳定域定义如下:

$$|1 + G_c(j\omega)G_p(j\omega)|^2 \geq \frac{1}{M_s^2}, \quad \forall \omega \in [0, \infty). \quad (34)$$

对于ADRC而言, 鲁棒稳定域的边界应该包含两部分, 一部分鲁棒稳定域边界 ∂F_a 是要求鲁棒稳定域必须在稳定域边界内, 由稳定域的奇异值边界和 $\omega_o = 0$ 组成. 另一部分鲁棒稳定域边界 ∂F_b 可以通过接下来的推导得到.

将式(20)和式(21)代入式(34)中, 可以得到

$$|1 + (a_c(\omega) + jb_c(\omega))(a(\omega) + jb(\omega))|^2 \geq \frac{1}{M_s^2}, \quad \forall \omega \in [0, \infty). \quad (35)$$

式(35)的边界解集可以通过式(36)得到

$$(1 + a_c(\omega)a(\omega) - b_c(\omega)b(\omega))^2 + (a_c(\omega)b(\omega) + a(\omega)b_c(\omega))^2 - \frac{1}{M_s^2} = 0. \quad (36)$$

令

$$f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s) = (1 + a_c(\omega)a(\omega) - b_c(\omega)b(\omega))^2 + (a_c(\omega)b(\omega) + a(\omega)b_c(\omega))^2 - \frac{1}{M_s^2},$$

$f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s)$ 描述的是一系列的方程族, 满足式(36)的解集构成了ADRC鲁棒稳定域的边界:

$$\partial F_b : \begin{cases} f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s) = 0, \\ \frac{\partial f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s)}{\partial \omega} = 0. \end{cases} \quad (37)$$

n 阶ADRC基于 M_s 约束的鲁棒稳定域边界可以由 ∂F_a 和 ∂F_b 两部分组成:

$$\begin{cases} \partial F_a : \begin{cases} \omega_c = 0, \\ \omega_o = 0, \end{cases} \\ \partial F_b : \begin{cases} f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s) = (1 + a_c(\omega)a(\omega) - b_c(\omega)b(\omega))^2 + (a_c(\omega)b(\omega) + a(\omega)b_c(\omega))^2 - \frac{1}{M_s^2} = 0, \\ \frac{\partial f(\omega_c, \omega_o, \omega)}{\partial \omega} = 0. \end{cases} \end{cases} \quad (38)$$

需要说明的是式(38)中的理论解求解十分困难, 但借助数学软件进行数值求解是比较容易的.

注3 类似注2, 一阶ADRC和二阶ADRC的 $f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s)$ 具体形式如下:

一阶ADRC的 $f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s)$ 形式为

$$f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s) = \frac{1}{\omega^2 + T^2} ((T + K_p a + \frac{K_i}{\omega} b)^2 + (\omega + K_p b - \frac{K_i}{\omega} a)^2) - \frac{1}{M_s^2}, \quad (39)$$

其中: $T = 2\omega_o + \omega_c$, $K_p = \frac{\omega_o^2 + 2\omega_o\omega_c}{b_0}$ 和 $K_i = \frac{\omega_o^2\omega_c}{b_0}$.

下面给出求解的过程:

根据式(15), 可以得到

$$G_c(s) = \frac{(\beta_2 + k_1\beta_1)s + k_1\beta_2}{(s + \beta_1 + k_1)b_0s} = \frac{1}{s + T} (K_p + \frac{K_i}{s}). \quad (40)$$

根据式(20)和式(40)可以得到

$$|1 + G_c(j\omega)G_p(j\omega)|^2 = |1 + \frac{1}{j\omega + T} (K_p + \frac{K_i}{j\omega})(jb + a)|^2 =$$

$$\begin{aligned}
 & \left| 1 + \frac{T}{\omega^2 + T^2} \left(K_p a + \frac{K_i}{\omega} b \right) + \frac{\omega}{\omega^2 + T^2} \left(K_p b - \frac{K_i}{\omega} a \right) + \right. \\
 & \left. j \frac{T}{\omega^2 + T^2} \left(K_p b - \frac{K_i}{\omega} a \right) - j \frac{\omega}{\omega^2 + T^2} \left(K_p a + \frac{K_i}{\omega} b \right) \right|^2 = \\
 & \left(1 + \frac{T}{\omega^2 + T^2} \left(K_p a + \frac{K_i}{\omega} b \right) + \frac{\omega}{\omega^2 + T^2} \left(K_p b - \frac{K_i}{\omega} a \right) \right)^2 + \\
 & \left(\frac{T}{\omega^2 + T^2} \left(K_p b - \frac{K_i}{\omega} a \right) - \frac{\omega}{\omega^2 + T^2} \left(K_p a + \frac{K_i}{\omega} b \right) \right)^2 = \\
 & 1 + \frac{1}{\omega^2 + T^2} \left(K_p^2 (a^2 + b^2) + \left(\frac{K_i}{\omega} \right)^2 (a^2 + b^2) \right) + \\
 & 2 \frac{T}{\omega^2 + T^2} \left(K_p a + \frac{K_i}{\omega} b \right) + 2 \frac{\omega}{\omega^2 + T^2} \left(K_p b - \frac{K_i}{\omega} a \right) = \\
 & \frac{1}{\omega^2 + T^2} \left[\omega^2 + T^2 + \left(K_p^2 (a^2 + b^2) + \left(\frac{K_i}{\omega} \right)^2 (a^2 + b^2) \right) + \right. \\
 & \left. 2T \left(K_p a + \frac{K_i}{\omega} b \right) + 2\omega \left(K_p b - \frac{K_i}{\omega} a \right) \right] = \\
 & \frac{1}{\omega^2 + T^2} \left(\left(T + K_p a + \frac{K_i}{\omega} b \right)^2 + \left(\omega + K_p b - \frac{K_i}{\omega} a \right)^2 \right).
 \end{aligned}$$

结合 $f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s)$ 的定义, 可以得到式(39).

类似地, 可以得到二阶ADRC的 $f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s)$ 形式为

$$\begin{aligned}
 f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s) &= \\
 & \frac{1}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1 \omega)^2} \\
 & \left((T_2 - \omega^2 + K_p a + \frac{K_i - K_d \omega^2}{\omega} b)^2 + \right. \\
 & \left. (T_1 \omega + K_p b - \frac{K_i - K_d \omega^2}{\omega} a)^2 \right) - \frac{1}{M_s^2}, \quad (41)
 \end{aligned}$$

其中:

$$T_1 = 3\omega_o + 2\omega_c, \quad T_2 = 3\omega_o^2 + 6\omega_c \omega_o + \omega_c^2,$$

$$K_p = \frac{2\omega_c \omega_o^3 + 3\omega_c^2 \omega_o^2}{b_0}, \quad K_i = \frac{\omega_o^3 \omega_c^2}{b_0},$$

$$K_d = \frac{\omega_o^3 + 6\omega_c \omega_o^2 + 3\omega_c^2 \omega_o}{b_0},$$

详细推导过程见附录.

由此, ADRC鲁棒稳定域的计算步骤可总结如下:

i) 确定式(19)中的被控对象、被控对象的高频增益的估计值 b_0 和 M_s 的大小.

ii) 通过遍历 $\omega \in (-\infty + \infty)$ 求解式(37)(39)或者式(41), 得到ADRC鲁棒稳定域的 ∂F_b 边界.

iii) 结合ADRC鲁棒稳定域的 ∂F_a 边界值, 可以得到ADRC的鲁棒稳定域边界, 组成了固定 b_0 和 M_s 时的ADRC的鲁棒稳定域.

iv) 通过设定 b_0 的一系列值, 重复计算ii)和iii)可以计算得到 M_s 约束的ADRC全部鲁棒稳定域.

ADRC的稳定域和鲁棒稳定域能够为控制器参数的整定提供参数域, 能够方便工程师在实际应用时的

参数选取或者为基于启发式优化算法提供优化的搜索空间. ADRC的稳定域和鲁棒稳定域也客观反映出控制器参数的可调范围大小, 具有实际应用的价值.

4 数值仿真和水箱实验台验证(Numerical simulation and an experiment on water tank)

4.1 二阶ADRC的数值仿真(The simulation example for 2nd ADRC)

考虑二阶惯性加纯延迟对象(second-order-plus-dead-time, SOPDT)如下:

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} e^{-0.1s}. \quad (42)$$

上述传递函数采用时域描述为 $\ddot{y}(t) = u(t - 0.1) - 2\dot{y}(t) - y(t)$, 高频增益的真实值 $b = 1$, 在这里选择 $b_0 = 1$, 设置鲁棒约束 M_s 的值为2.0. 针对该被控对象设计二阶ADRC, 根据上节的方法可以计算得到ADRC的稳定域和鲁棒稳定域如图4所示.

从图4可知, 鲁棒稳定域的 ∂F_b 边界在稳定域的非奇异 ∂D_ω 边界内, 基于 M_s 约束的鲁棒稳定域将稳定域的边界大大缩小, 但这使得闭环系统具有了一定的鲁棒性, 能够抵抗一定的模型不确定性. 此外, 可知 ∂D_ω 和 ∂F_b 随着控制器带宽 ω_c 的增大逐渐与水平轴水平, 这意味着当观测器带宽 ω_o 小于某一个值时, 控制器带宽 ω_c 可以很大. 实际上这是由于ESO的观测能力在 ω_o 小于某一个值时受到了很大的限制, 使得ESO输出值比真实值慢很多, 那么 ω_c 非常大的情况下仍然能够保证闭环的稳定, 即这样的参数也是位于稳定域内的. 由于在这个区域内选择的参数无法充分发挥ESO的观测能力, 因此不推荐在该区域内选择参数.

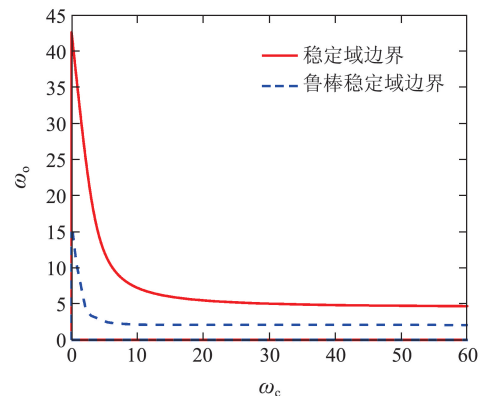


图 4 针对 SOPDT 的二阶 ADRC 的稳定域和鲁棒稳定域
Fig. 4 The stability and robustness regions of 2nd ADRC for SOPDT plant

为验证图5中稳定域和鲁棒稳定域内参数能否保证闭环稳定和满足 M_s 鲁棒约束, 在稳定域内随机选取若干个参数点如图5(a)所示, 并将选取的参数点作为ADRC的参数, 得到闭环响应曲线如图5(b)所示. 在鲁棒稳定域内随机选取若干个参数点如图6(a)所示, 并将选取的参数点作为ADRC的参数, 得到开环系统

的Nyquist曲线如图6(b)所示。

从如图6(b)可知,随机选取的参数点均可以保证闭环系统的稳定性,说明提出的稳定域计算方法是有效的。从图6(b)可知,随机选取的若干个参数点作为ADRC的参数均可以保证开环系统的Nyquist曲线都在以(-1, 0)为圆心,以半径为 $1/M_s = 1/2.0$ 的圆(图6(b)的红色圆)外,需要说明的是当选择的部分参数点靠近鲁棒稳定域 ∂F_b 边界时,对应的Nyquist曲线也与图6(b)中 M_s 约束的红色圆也很接近,进一步验证了鲁棒稳定域计算方法是有效的。

大,即鲁棒稳定域也在增大,这与二阶ADRC稳定域变化趋势是相同的。

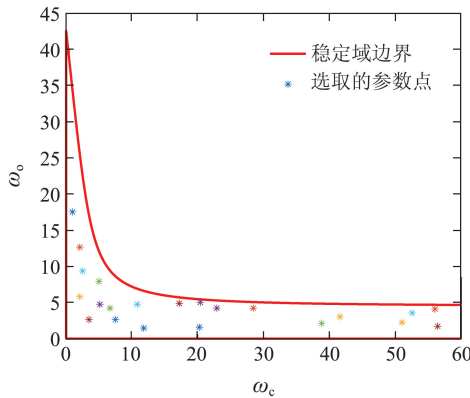


图 5(a) 在稳定域内选取的点

Fig. 5(a) The selected parameters in stability regions

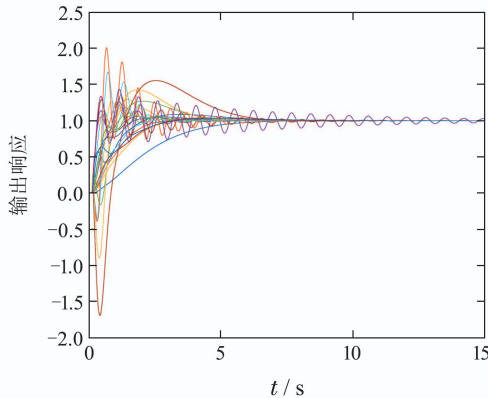


图 5(b) 对应选取点的闭环阶跃响应

Fig. 5(b) The step responses of the closed system with the selected parameters

选择不同 b_0 计算得到稳定域的三维视图如图7所示, b_0 的区间设置为 $[0.5, 5]$,从图可知 b_0 的值越大,ADRC稳定域也越大。这给作者在确定 b_0 时有一个很好的建议:如果高频增益未知,可以适当选择较大的 b_0 保证有更大的参数选择空间。值得注意的是,并不是 b_0 越大控制效果越好。类似地,选择不同 b_0 值时可以得到二阶ADRC鲁棒稳定域的 ∂F_b 边界如图8所示, b_0 的区间为 $[0.5, 3]$,且鲁棒稳定域的 ∂F_b 边界是在 $b_0 = 0.5, 1, 2, 3$ 时分别计算得到的。可知随着 b_0 的增大,二阶ADRC鲁棒稳定域的 ∂F_b 边界在不断向外扩

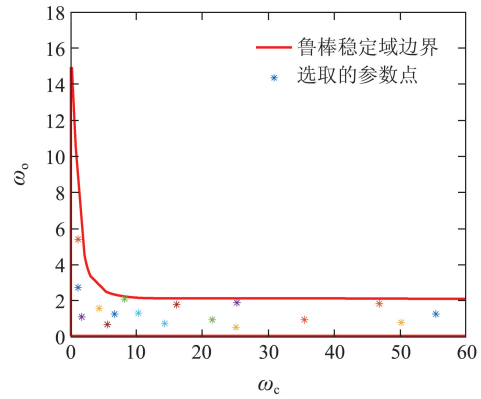


图 6(a) 在鲁棒稳定域内选取的点

Fig. 6(a) The selected parameters in robustness regions

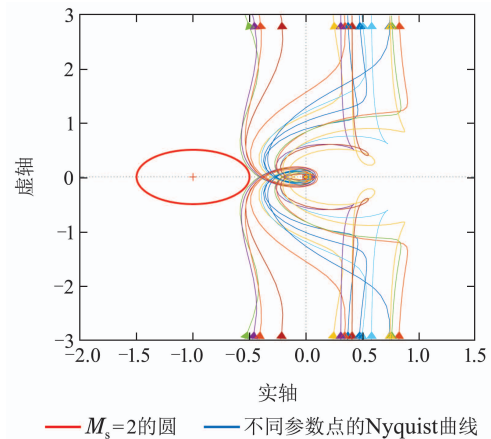


图 6(b) 对应选取点的开环系统的Nyquist曲线

Fig. 6(b) The Nyquist curves of the open system with the selected parameters

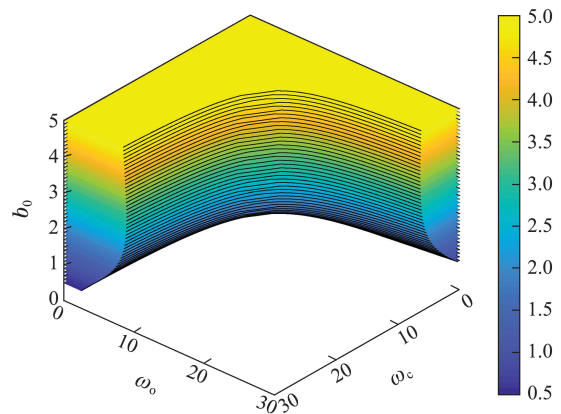


图 7 不同 b_0 时的二阶ADRC的稳定域

Fig. 7 The stability regions of 2nd ADRC with gridded b_0

在上述分析的基础上,通过大量仿真总结出ADRC稳定域或鲁棒稳定域内参数选取方法:即选取的参数应该落在稳定域或鲁棒稳定域内并且需要落在 $\omega_o = 3\omega_c$ 与 $\omega_o = 10\omega_c$ 所包围的区域内。该区域内的参数能够保证闭环系统具有比较理想的动态特性,

针对式(42)中的例子, 选择 $b_0=1$, 设置鲁棒约束 M_s 的值为2.0, 可以得到推荐的参数选择域如图9中黑色阴影部分所示. 选取鲁棒稳定域 ∂F_b 边界与 $\omega_o = 3\omega_c$ 和 $\omega_o = 10\omega_c$ 包围组成的推荐参数选择域内的参数点1到参数点3集合为 $\{\omega_c = 3, \omega_o = 10\}$ (在鲁棒稳定域外)、 $\{\omega_c = 1.5, \omega_o = 7\}$ (靠近鲁棒稳定域内侧)和 $\{\omega_c = 1, \omega_o = 3\}$ (在鲁棒稳定域内部)作为ADRC的参数, 相应的响应曲线如图10所示, 可知在该推荐域内的参数能够保证比较理想的控制效果.

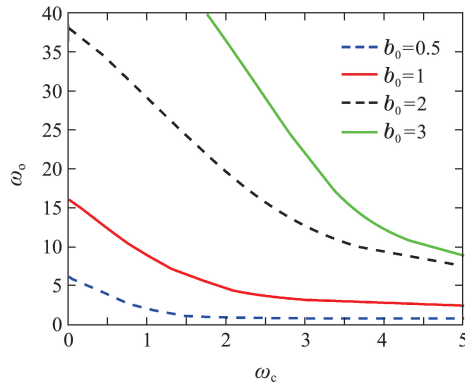


图 8 不同 b_0 时的二阶ADRC的 ∂F_b 边界
Fig. 8 The boundaries of ∂F_b part of 2nd ADRC with gridded b_0

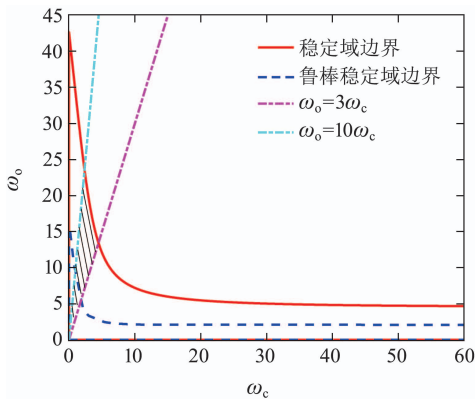


图 9 推荐选取的ADRC参数范围
Fig. 9 The recommended range of ADRC parameters

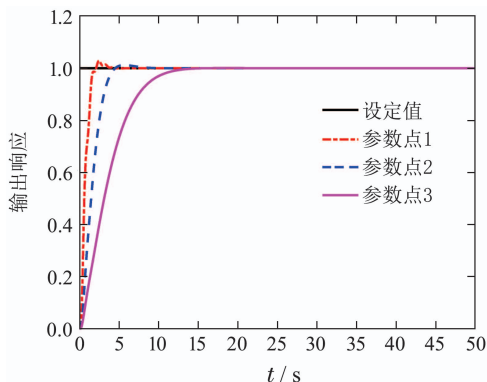


图 10 选取3个参数点下的控制效果
Fig. 10 The control performance with the selected parameters points

4.2 水箱实验台验证 (An experiment on water tank)

本小节中将在Feedback公司生产的水箱实验台验证提出的计算方法. 水箱试验台包括主要设备有: 计算机、监视器、UCI控制器、水泵和水箱等设备. 其中水箱的水位是被控量, 水泵的电压是控制量. 需要说明的是为了保护水泵, 实验过程中水泵的电压限制在0~5 V.

为了得到稳态工作点下的系统模型, 在某稳态工况点下进行了开环实验, 辨识模型为

$$G_p(s) = \frac{22}{105s + 1} e^{-s}. \quad (43)$$

式(43)所描述的模型采用时域描述如下:

$$\dot{y}(t) = \frac{22}{105} u(t-1) - \frac{1}{105} y(t).$$

在实验中设计一阶ADRC, 高频增益的真实值 $b = 22/105 \approx 0.21$, 实验中选择 $b_0 = 0.5$ 和鲁棒约束 $M_s = 1.8$. 基于提出的计算方法可以得到稳定域和鲁棒稳定域如图11所示, 并在图中选择3个参数点 $\{\omega_c = 0.15, \omega_o = 0.9\}$, $\{\omega_c = 3.5, \omega_o = 0.6\}$ 和 $\{\omega_c = 0.8, \omega_o = 2\}$ 作为ADRC的参数: 参数点1位于鲁棒稳定域内, 且靠近 ∂F_b 边界, 且在推荐的参数域内; 参数点2在鲁棒稳定域外, 在推荐的参数域外, 但靠近 ∂F_b 边界; 参数点3位于鲁棒稳定域外, 且靠近稳定域 ∂D_ω 边界.

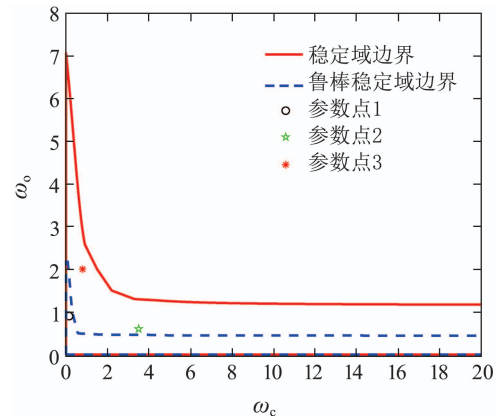
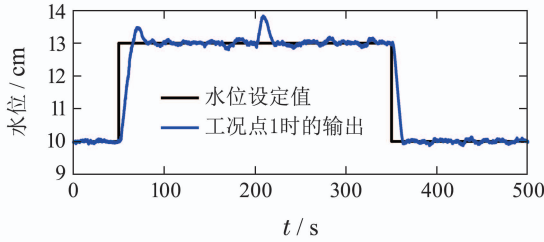


图 11 ADRC的稳定域、鲁棒稳定域和选定的3个参数点
Fig. 11 The stability and robustness regions of ADRC and the selected three parameter points

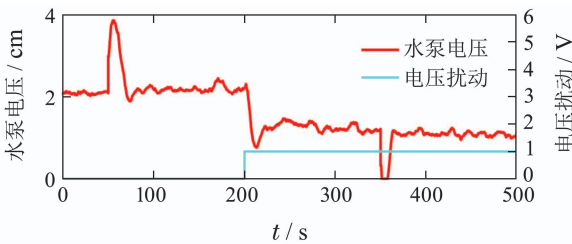
将选定的3个参数点作为ADRC的参数分别进行试验, 水位设定值分别在50 s和350 s进行阶跃变化, 水泵电压的扰动加在200 s. 3个参数点下得到的响应曲线和控制变量的变化曲线如图12~14所示.

从图12(a)可知, 采用参数点1时的系统具有很好的跟踪性能, 尽管水位设定值上升时具有一个明显的超调但能够在30 s左右达到稳态, 水位设定值下降时能够实现无超调地达到稳态. 图12(a)和图12(b)可知

水泵电流扰动加在系统后,系统能够很快达到稳态,具有较强的抗干扰能力.可见参数点1的参数能够保证ADRC具有较强的鲁棒性,闭环系统具有较强的抗干扰能力和设定值跟踪能力.



(a) 水位跟踪设定值的情况

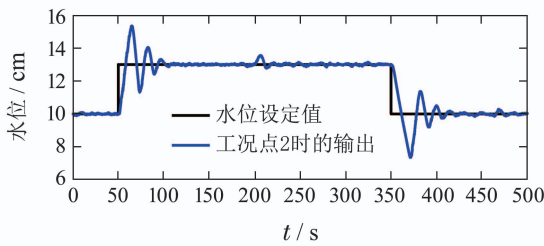


(b) 水泵电压化信号和电压扰动信号

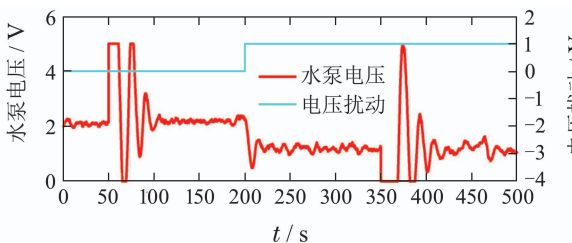
图 12 参数点1时的控制性能

Fig. 12 The control performance with the parameters point 1

从图13(a)可知水位设定值变化时,参数点2对应的ADRC参数会使得系统具有比较明显的震荡过程,尽管在水泵电流扰动发生后水位波动范围比参数点1的小.从图13(b)可知水泵电流的波动达到了上限.



(a) 水位跟踪设定值的情况



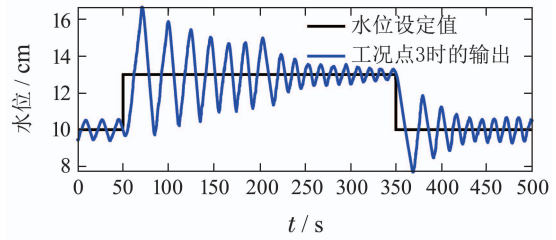
(b) 水泵电压化信号和电压扰动信号

图 13 参数点2时的控制性能

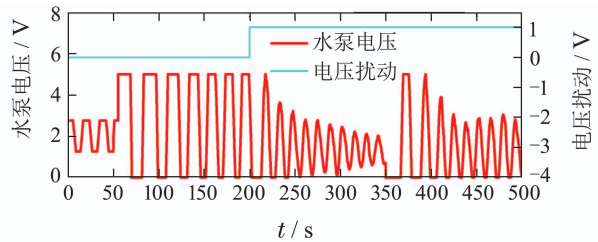
Fig. 13 The control performance with the parameters point 2

由于参数点3靠近稳定域 ∂D_{ω} 边界,使得整个系统在水位设定值变化时具有很严重的震荡如图14(a)所示,对应的水泵电流在0~5 V的范围内剧烈波动如

图14(b)所示.特别是水位设定值下降时,由于被控对象的非线性特性和模型的不确定性,实际水位几乎是等幅波动的.



(a) 水位跟踪设定值的情况



(b) 水泵电压化信号和电压扰动信号

图 14 参数点3时的控制性能

Fig. 14 The control performance with the parameters point 3

通过水箱实验台实验可知,在ADRC稳定域内的参数能够保证闭环系统的稳定,靠近稳定域边界的参数会使得闭环系统具有严重的震荡,且闭环系统对模型的不确定性容忍能力较弱.在ADRC鲁棒稳定域内的参数不仅能够保证闭环的稳定,还可以保证闭环系统能够容忍一定的模型不确定性.

5 火电机组二次风控制系统的应用实例(The application to the secondary air control system of a boiler unit)

在数字仿真和水箱实验验证的基础上,将所提出的方法应用于大型火电机组的二次风控制系统的ADRC参数整定中.二次风系统是火电机组风烟系统中(包括一次风系统、二次风系统和流化风系统)的重要组成部分,其基本工作原理是通过两台二次风机将通过空气预热器的二次风从锅炉上侧或者中部鼓入炉膛,与炉膛内的煤混合燃烧,提供煤燃烧需要的氧气,并影响炉膛内的燃烧状况和床温分布.二次风系统对于机组的经济性燃烧和氮氧化物的生成有重要影响.它具有响应快、调节时间短和鲁棒性强的二次风控制系统有助于提高机组适应大范围负荷变化的能力.本次现场试验是在山西省大同市同达电厂300 MW循环流化床机组(circle fluidized bed, CFB)上进行.该机组设计工况下的关键参数如下:额定功率为300 MW,床温为900°C,过热蒸汽温度为541°C,主蒸汽压力为17.5 MPa,锅炉最大连续蒸发量条件下的二次风总量为84.6 m³/s和风机转速为1242.5 r/min.采

用的DCS为浙大中控技术有限公司生产. 该机组二次风控制系统的被调量是二次风量占额定工况下二次风量的百分比(简称为二次风量), 单位是%; 控制量是两台二次风机的频率, 单位是Hz.

为得到二次风系统的模型, 在200 MW稳定负荷时进行了开环阶跃响应试验, 基于开环实验数据辨识出二次风系统的模型为

$$G = \frac{k_1}{(T_1s + 1)^2} e^{-\tau_1 s} = \frac{1.967}{(14s + 1)^2} e^{-6s}. \quad (44)$$

为方便现场DCS组态、无扰切换和相关保护工作的实现, 尽管辨识的对象是SOPDT对象, 试验过程中仍采用一阶ADRC进行控制. 式(44)所描述的模型可以采用时域描述如下:

$$\dot{y}(t) = \frac{1.967}{28} u(t - 6) - \frac{1}{28} y(t) - 7\ddot{y}(t),$$

高频增益的真实值 $b = 1.967/28 \approx 0.07$, 为保证较大的稳定域和鲁棒稳定域, 选择 $b_0 = 1$ 和较小的鲁棒约束 $M_s = 1.5$. 可以得到ADRC的稳定域和鲁棒稳定域如图15所示, 在鲁棒稳定域 ∂F_b 边界上并且在推荐的参数域内选取参数点 $\{\omega_c = 0.058, \omega_o = 0.6\}$ 作为ADRC参数. 将使用该选定参数的ADRC投入二次风系统, 并与现场经过专家调试、长期投入的PI(参数分别为 $k_p = 1/3, k_i = 1/120$)二次风系统进行对比试验, 试验结果如图16和图17所示.

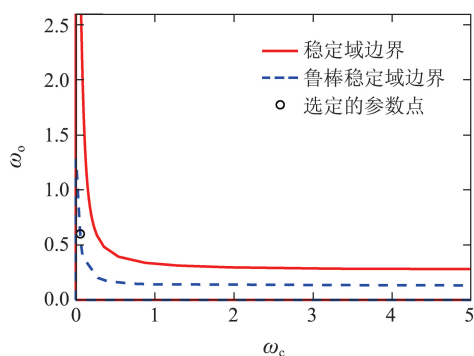


图 15 ADRC的稳定域、鲁棒稳定域和选定的参数点
Fig. 15 The stability and robustness regions of ADRC and the selected parameter point

图 16 和图 17 的时间长度均为 16 min, 图 16(a) 和图 17(a)所示为试验过程中的负荷波动的情况, ADRC 和 PI 的负荷波动范围分别为 [231.1, 242.5] MW 和 [230.7 238.9] MW, ADRC 的负荷波动范围比 PI 的大 39%. 对应图 16(b) 和图 17(b) 中二次风量的变化, 计算每次设定值阶跃后的调节时间如表 1 所示, 需要说明的是二次风量设定值是由床温、自动发电量控制 (automatic generation control, AGC) 负荷指令共同决定的, 由于床温和 AGC 负荷的实时变化, 使得试验过程中无法为 ADRC 和 PI 设定相同的二次风量设定值曲线. 由于二次风系统的模型会随着负荷的变化而变化,

不同二次风量设定值下的控制效果也能够说明控制器对模型不确定性的容忍能力. 从图 16(b) 可知投入 ADRC 的二次风系统在设定值变化时能够很快跟踪到设定值, 尽管在第 1 次设定值变化时有一定的超调量; 图 17(b) 说明投入 PI 的系统的响应速度较慢, 并且较长的时间后设定值与实际值仍有静差. 从表 1 可知投入 ADRC 能够大幅减少调节时间, 明显提升二次风系统的控制品质. 从图 16(c) 和图 17(c) 可知 ADRC 的控制量比较平滑, 能够有效减少风机的磨损, 这对于机组的长期安全运行具有重要的意义.

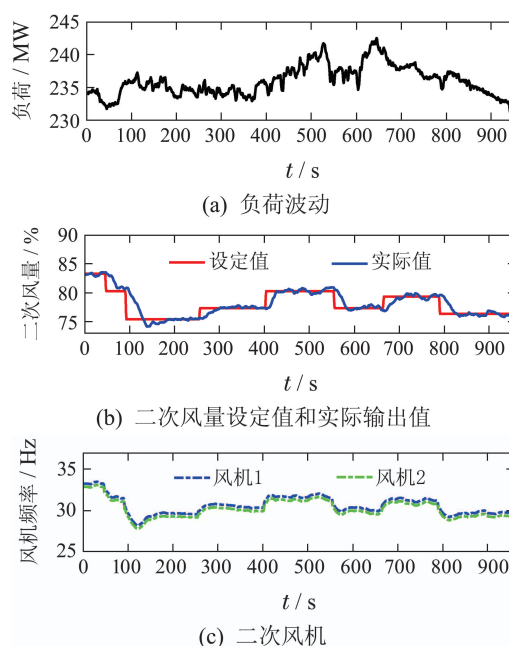


图 16 ADRC现场应用的结果

Fig. 16 The field test result of ADRC

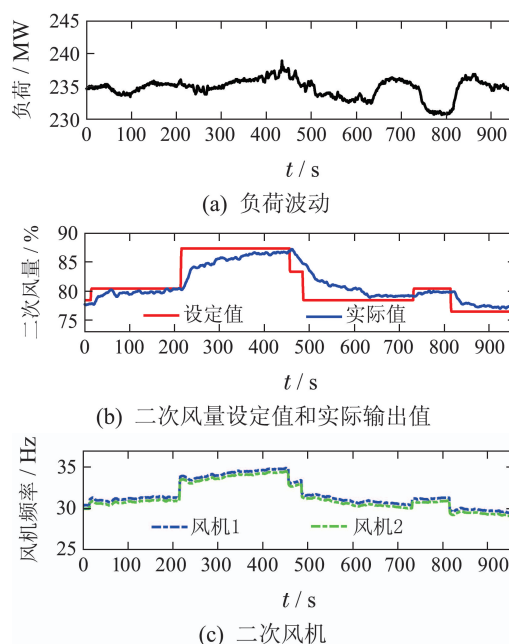


图 17 原有PI的应用结果

Fig. 17 The field test result of PI

表1 ADRC和PI的调节时间

Table 1 The settling time of ADRC and PI

ADRC		PI	
设定值变化幅值/%	调节时间/s	设定值变化幅值/%	调节时间/s
$\Delta r = 3 + 5$	144	$\Delta r = 2$	169
$\Delta r = 2$	48	$\Delta r = 7$	> 242
$\Delta r = 3$	44	$\Delta r = 4 + 5$	> 275
$\Delta r = 3$	52	$\Delta r = 2$	> 83
$\Delta r = 2$	83	$\Delta r = 3$	> 143
$\Delta r = 3$	65		

综上所述, 基于提出的ADRC稳定域和鲁棒稳定域的计算方法, 在满足鲁棒性约束的 ∂F_b 边界上选取的参数点, 能够保证二次风系统具有更快的响应速度, 并且系统能够容忍一定的模型不确定性, 满足机组长期安全运行的要求。

6 结论(Conclusions)

ADRC作为一种新型的不依赖精确数学模型的控制技术, 得到越来越多的现场应用。为提高ADRC参数整定的效率, 降低参数整定可能出现的风险, 本文将ADRC在形式上与二自由形式的PID进行等价, 并讨论了二者之间的不同; 基于等价二自由度PID形式提出了基于D-分割法的n阶ADRC参数稳定域的求解方法和基于 M_s 约束的鲁棒稳定域求解方法, 并给出各自计算的步骤。通过数字仿真和水箱实验台实验, 说明了提出的稳定域的求解方法能够保证闭环系统的稳定性, 提出的鲁棒稳定域的求解方法能够保证系统满足一定的 M_s 约束。最后通过ADRC在火电机组二次风系统中的应用, 说明了提出的计算方法为保证系统具有好的控制品质和强的鲁棒性的参数选取提供了有效手段, 具有很实际的工程意义, 为ADRC在工业控制中的大规模应用提供支撑。

参考文献(References):

- [1] HAN Jingqing. Active disturbance rejection controller and its applications [J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19 – 23. (韩京清. 自抗扰控制器及其应用 [J]. 控制与决策, 1998, 13(1): 19 – 23.)
- [2] HAN J. From PID to active disturbance rejection control [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [3] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Denver, Colorado: IEEE, 2003, 6: 4989 – 4996.
- [4] YE Y, YUE Z, GU B. ADRC control of a 6-DOF parallel manipulator for telescope secondary mirror [J]. *Journal of Instrumentation*, 2017, 12(3): T03006.
- [5] LI D, LI Z, GAO Z, et al. Active disturbance rejection-based high-precision temperature control of a semibatch emulsion polymerization reactor [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2014, 53(8): 3210 – 3221.
- [6] WU Z, HE T, SUN L, et al. The facilitation of a sustainable power system: a practice from data-driven enhanced boiler control [J]. *Sustainability*, 2018, 10(4): 1112.
- [7] WANG Lu, SU Jianbo. Attitude tracking of aircraft based on disturbance rejection control [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1609 – 1616. (王璐, 苏剑波. 基于干扰抑制控制的飞行器姿态跟踪 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1609 – 1616.)
- [8] SHI R, HE T, PENG J, et al. System design and control for waste heat recovery of automotive engines based on organic rankine cycle [J]. *Energy*, 2016, 102: 276 – 286.
- [9] QI X, LI J, XIA Y, et al. On the robust stability of active disturbance rejection control for SISO systems [J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2017, 36(1): 65 – 81.
- [10] ZHENG Q, GAOL L Q, GAO Z. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics [C] // *Proceedings of the Decision and Control Conference*. New Orleans, LA: IEEE, 2007: 3501 – 3506.
- [11] CHEN Zengqiang, SUN Mingwei, YANG Ruiguang. On the stability of linear active disturbance rejection control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 574 – 580. (陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究 [J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 574 – 580.)
- [12] ZHOU W, SHAO S, GAO Z. A stability study of the active disturbance rejection control problem by a singular perturbation approach [J]. *Applied Mathematical Sciences*, 2009, 3(10): 491 – 508.
- [13] SUN L, HUA Q, SHEN J, et al. Multi-objective optimization for advanced superheater steam temperature control in a 300 MW power plant [J]. *Applied Energy*, 2017, 208: 592 – 606.
- [14] WU Z, XUE Y, PAN L, et al. Active disturbance rejection control based simplified decoupling for two-input-two-output processes [C] // *Proceedings of the Chinese Control Conference (CCC)*. Dalian, China: IEEE, 2017: 399 – 404.
- [15] LI Dazi, YU Wenlong, Jin Qibing. Stability region analysis of linear active disturbance rejection controllers for first order systems with time delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(9): 1244 – 1249. (李大字, 于文龙, 靳其兵. 一阶时滞系统线性自抗扰控制器参数稳定域分析 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 1244 – 1249.)
- [16] ALONGE F, CIRRINCIONE M, D'IPPOLITO F, et al. Robust active disturbance rejection control of induction motor systems based on additional sliding mode component [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(7): 5608 – 5621.
- [17] CHEN Shangshang, HE Yingzi, LIU Helong. On robust stability of linear active disturbance rejection control system [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 33(5): 662 – 668. (陈上上, 何英姿, 刘贺龙. 线性自抗扰控制系统的鲁棒稳定性 [J]. 控制理论与应用, 2016, 33(05): 662 – 668.)
- [18] XUE W, HUANG Y. On performance analysis of ADRC for a class of MIMO lower-triangular nonlinear uncertain systems [J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 955 – 962.
- [19] SHAFIEI Z, SHENTON A T. Tuning of PID-type controllers for stable and unstable systems with time delay [J]. *Automatica*, 1994, 30(10): 1609 – 1615.
- [20] TAN W, FU C. Linear active disturbance-rejection control: analysis and tuning via IMC [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(4): 2350 – 2359.
- [21] NANDONG J. Heuristic-based multi-scale control procedure of simultaneous multi-loop PID tuning for multivariable processes [J]. *Journal of Process Control*, 2015, 35: 101 – 112.
- [22] ÅSTROM K J, HAGGLUND T. *Advanced PID Control* [M]. North Carolina: ISA — The Instrumentation, Systems and Automation Society, 2006.

- [23] XUE W, HUANG Y. Performance analysis of active disturbance rejection tracking control for a class of uncertain LTI systems [J]. *ISA Transactions*, 2015, 58: 133 – 154.
- [24] SUN L, LI D, HU K, et al. On tuning and practical implementation of active disturbance rejection controller: a case study from a regenerative heater in a 1000 MW power plant [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2016, 55(23): 6686 – 6695.
- [25] ÅSTROM K J, PANAGOPOULOS H, HAGGLUND T. Design of PI controllers based on non-convex optimization [J]. *Automatica*, 1998, 34(5): 585 – 601.

附录(Appendix)

在这里给出式(41)的推导过程:
根据式(17)可以得到

$$G_c = \frac{(\beta_3 + k_d\beta_2 + k_p\beta_1)s^2 + (k_d\beta_3 + k_p\beta_2)s + \beta_3k_p}{(s^2 + (\beta_1 + k_d)s + (\beta_2 + k_d\beta_1 + k_p))b_0s} = \frac{1}{(s^2 + T_1s + T_2)}(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s), \quad (A1)$$

其中:

$$\begin{aligned} T_1 &= 3\omega_o + 2\omega_c, T_2 = 3\omega_o^2 + 6\omega_c\omega_o + \omega_c^2, \\ K_p &= \frac{2\omega_c\omega_o^3 + 3\omega_c^2\omega_o^2}{b_0}, K_i = \frac{\omega_o^3\omega_c^2}{b_0}, \\ K_d &= \frac{\omega_o^3 + 6\omega_c\omega_o^2 + 3\omega_c^2\omega_o}{b_0}. \end{aligned}$$

根据式(20)和式(A1)可以得到

$$\begin{aligned} |1 + G_c(j\omega)G_p(j\omega)|^2 &= \\ |1 + \frac{1}{jT_1\omega + T_2 - \omega^2}(K_p + \frac{K_i}{j\omega} + K_d j\omega)(jb + a)|^2 &= \\ |1 + \frac{T_2 - \omega^2 - jT_1\omega}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p a + \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} b + \\ j(K_p b - \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} a))|^2 &= (1 + \frac{T_2 - \omega^2}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2} \\ (K_p a + \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} b) + \frac{T_1\omega}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2} \\ (K_p b - \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} a))^2 + \\ (\frac{T_2 - \omega^2}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p b - \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} a) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{T_1\omega}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p a + \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} b))^2 &= \\ 1 + \frac{1}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p a + \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} b))^2 + \\ \frac{1}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p b - \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} a))^2 + \\ 2\frac{T_2 - \omega^2}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p a + \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} b) + \\ 2\frac{T_1\omega}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p b - \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} a) = \\ 1 + \frac{1}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p^2(a^2 + b^2) + \\ (\frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega})^2(a^2 + b^2)) + \\ 2\frac{T_2 - \omega^2}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p a + \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} b) + \\ 2\frac{T_1\omega}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}(K_p b - \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} a) = \\ \frac{1}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}[(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2 + \\ (K_p^2(a^2 + b^2) + (\frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega})^2(a^2 + b^2)) + \\ 2T(K_p a + \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} b) + 2\omega(K_p b - \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} a)] = \\ \frac{1}{(T_2 - \omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}((T_2 - \omega^2 + K_p a + \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} b)^2 + \\ (T_1\omega + K_p b - \frac{K_i - K_d\omega^2}{\omega} a)^2). \end{aligned}$$

结合 $f(\omega_c, \omega_o, \omega, M_s)$ 的定义, 可以得到式(41)的定义.

作者简介:

吴振龙 (1992-), 男, 博士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制、复杂能源系统控制, E-mail: WZLsongshanshan@163.com;

何婷 (1992-), 女, 博士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制及热力系统中应用, E-mail: he-t14@mails.tsinghua.edu.cn;

李东海 (1963-), 男, 博士生导师, 目前研究方向为自抗扰控制、PID控制、非线性控制、复杂能源系统控制, E-mail: lidongh@mail.tsinghua.edu.cn;

薛亚丽 (1975-), 女, 硕士生导师, 目前研究方向为能源动力系统建模、仿真及控制优化, E-mail: xueyali@mail.tsinghua.edu.cn.