

机器人减速器传动误差建模与优化

刘瞰东^{1,2,3}, 陆 蒙¹, 邵桂芳^{1,3}, 王若宇^{2†}

(1. 厦门大学 航空航天学院, 福建 厦门 361005; 2. 厦门大学嘉庚学院, 福建 漳州 363105;

3. 厦门市大数据智能分析与决策重点实验室, 福建 厦门 361005)

摘要: 为提高工业机器人旋转矢量(RV)减速器的传动精度, 合理分配各零件的加工和装配公差, 本文提出一种基于等价模型的RV减速器传动误差建模与优化方法. 该方法根据RV减速器的传动结构, 构建17自由度的等价误差模型, 利用传统经验参数进行求解, 获得减速器仿真传动误差; 同时, 将仿真传动误差与实际测量传动误差进行对比, 运用最小二乘法建立经验参数辨识模型; 在此基础上通过粒子群算法优化辨识模型中的经验参数, 将该参数运用到实际RV减速器生产中, 结果显示: 与传统经验参数建立的误差模型相比, 本文提出的方法使得传动精度的仿真精度误差平均缩小9.99%, 大幅度提高了等价误差模型的准确性.

关键词: RV减速器; 等价模型; 传动误差; 参数辨识; 粒子群算法

引用格式: 刘瞰东, 陆蒙, 邵桂芳, 等. 机器人减速器传动误差建模与优化. 控制理论与应用, 2020, 37(1): 215 – 221
DOI: 10.7641/CTA.2019.80553

Modeling and optimization of rotate vector reducer transmission error

LIU Tun-dong^{1,2,3}, LU Meng¹, SHAO Gui-fang^{1,3}, WANG Ruo-yu^{2†}

(1. College of Aeronautics and Astronautics, Xiamen University, Xiamen Fujian 361005, China;

2. Xiamen University Tan Kah Kee College, Zhangzhou Fujian 363105, China;

3. Xiamen Key Laboratory of Big Data Intelligent Analysis and Decision-marking, Xiamen Fujian 361005, China)

Abstract: In order to improve the transmission accuracy of rotate vector (RV) reducer used in industrial robot and assign the machining and assembly tolerance reasonably, this paper proposes a method for modeling and optimizing the transmission error of a RV reducer based on an equivalent model. According to the transmission structure of the RV reducer, this method constructs an equivalent error model of 17 degrees of freedom, which is solved by using traditional empirical parameters to obtain the simulation transmission error of the reducer. Then, we use the least squares method to build the parameter identification model by comparing the simulation transmission errors and experimental transmission errors. On this basis, the particle swarm optimization algorithm is used to optimize the empirical parameters in the identification model, and the parameters are applied to the actual RV reducer production. The result shows that compared with the error model established by the traditional empirical parameters, the method proposed in this paper reduces the simulation error of transmission accuracy by 9.99%, which greatly improves the accuracy of the equivalent model.

Key words: RV reducer; equivalent model; transmission error; parameter identification; particle swarm optimization

Citation: LIU Tundong, LU Meng, SHAO Guifang, et al. Modeling and optimization of rotate vector reducer transmission error. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(1): 215 – 221

1 引言

旋转矢量(rotate vector, RV)减速器是一种从摆线针轮啮合传动发展而来的二级封闭式传动机构^[1]. 作为工业机器人的核心部件, RV减速器具有大减速比、高精度、高刚度及高效率等优点^[2-3], 很好地保证了工业机器人的运动性能, 被广泛应用在工业机器人、机床、军工及医疗等行业^[4].

RV减速器的传动误差是指实际输出角度和理论输出角度之间的差值, 是衡量机构精度的主要指标^[5]. 对于高精度RV减速器来说, 各零件的加工误差、齿廓修形误差及配合误差是影响传动误差的最直接因素^[6]. 由于RV减速器零件众多、结构紧凑, 导致各零件公差的影响关系错综复杂, 给传动误差的分析带来了很大的困难. 为此, 国内外研究学者提出了各种分

收稿日期: 2018-07-25; 录用日期: 2019-04-10.

†通信作者. E-mail: wangruoyu1019@foxmail.com; Tel.: +86 15859266296.

本文责任编辑: 阳春华.

福建省产学研合作项目(2018H6018), 厦门市科技项目(3502Z20183004), 厦门大学校长基金项目(20720160085)资助.

Supported by the Fujian Industry-University Cooperation Project (2018H6018), the Xiamen Science and Technology Project (3502Z20183004) and the Xiamen University President Fund Project (20720160085).

析模型. 李力行等人针对高精度RV减速器, 分别研究了各种加工及装配误差对传动链误差的影响, 并推导出了相关表达式^[1]. 此方法主要考虑单个误差因素的影响并将其进行线性叠加, 没有考虑误差之间的相互影响关系. Blanche J G等人采用纯几何学方法, 精确计算出摆线齿形误差所引起的齿隙, 定量探讨了摆线轮传动的回转误差^[7]. 此方法计算结果较为精确, 但计算过程相对繁琐, 未考虑其它零件的加工和装配误差, 较难应用于RV减速器的实际传动误差分析. 日高照晃等人采用质量弹簧“等价模型”的方法, 建立了RV减速器回转传动误差分析的数学模型, 以此分析了各种加工和装配误差以及间隙对传动误差的影响^[8-9]. 相比纯几何的分析方法, 此方法更为简单, 且其可适用于多误差因素分析, 因此被广泛应用于RV减速器的精度分析. 在采用模型方法研究的同时, 近年来一些学者将虚拟样机技术应用在RV减速器的精度分析上, 大大简化了分析过程. 李辉等人建立了RV减速器的虚拟样机模型^[10], 对各误差因素的影响进行仿真, 并利用正交实验法推导出了传动误差的计算公式, 取得了较好的效果. 无论是等价模型还是虚拟样机仿真技术, 都会涉及到机构中的零件刚度等重要参数的选取问题. 目前对于模型中的参数大都采取经验公式进行计算, 会有一定的偏差, 从而导致计算结果与实际传动误差存在一定的差距.

为此, 本文根据RV减速器的结构及传动原理, 建立了17自由度的传动误差等价模型, 利用动力学方法对模型进行求解; 在此基础上, 以实际传动误差和理论传动误差之间的峰值偏差作为优化目标, 采用最小二乘法建立参数辨识模型, 并通过粒子群算法实现了模型参数的优化辨识; 最后应用辨识参数对实际生产的RV减速器进行误差仿真计算, 并与传动误差测量结果进行对比分析. 实验结果证明: 利用优化后的模型参数建立传动误差的动力学模型, 可以使仿真精度提高9.99%, 很好地提高等价误差模型的准确性.

2 传动误差模型分析与建立

2.1 传动误差定义

RV减速器传动误差的定义如下: 输入轴转动任意角时, 输出轴实际转角与理论转角之间的相对差值. 令输入轴转角为 θ_s , 输出轴的实际转角为 θ_{ca} , 理论转角为 θ_c , 总传动比为 i , 则传动误差 $\Delta\theta$ 可由下式求出:

$$\Delta\theta = \theta_{ca} - \theta_c = \theta_{ca} - \frac{\theta_s}{i}. \quad (1)$$

2.2 等价模型

日高照晃等人提出的“等价模型”法将机构中的各零件设为刚体, 将各个零件的加工误差、间隙、安装误差及相对于理论位置的偏差造成的微小位移以零件之间的弹簧变化量来代替, 称为等价误差. 根据等

价误差导出各零件的受力, 建立零件的动力学方程. 通过联立求解动力学方程组即可求出各零件的微小位移量, 从而可计算出输出轴回转角偏差, 即传动误差^[9].

本文研究的RV减速器主要由输入轴, 2个行星轮, 2个曲柄轴, 2个摆线轮, 40个针齿销, 1个行星架及1个针齿壳等零件构成. 图1所示是该RV减速器的等价模型简图. 由图可知等价模型的位移变量有17个, 所以本模型将是一个17自由度的平面模型.

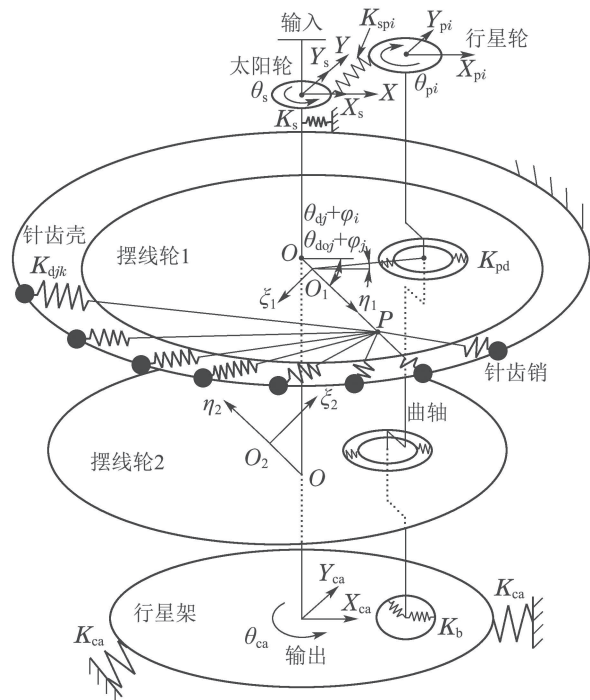


图1 RV减速器等价模型

Fig. 1 Equivalent model of RV reducer

该等价模型的坐标系选取如下: 以太阳轮(中心轮)圆心为原点建立静止坐标系 (X, Y) , 以靠近输入端的第 j 个摆线轮的质心 O_j 为原点, 以摆线轮的偏心方向为 η_j 正方向, 建立动坐标系 (η_j, ξ_j) , 其中: ϕ_i 表示行星轮 i 质心的相对位置, $\phi_i = (i-1)\pi$, $i=1, 2$, ψ_j 表示摆线轮 j 的质心相对位置, $\psi_j = (j-1)\pi$, $j=1, 2$.

2.3 传动误差动力学等价模型的建立

通过分析图1中各零部件的加工误差、配合间隙及啮合误差等因素, 得到任意转角下的等价误差量. 将其应用到各零件的受力分析中, 建立RV传动系统传动误差动力学模型.

中心轮动力学方程:

$$\sum_{i=1}^2 (K_{spi} S_{spi} \cos \gamma_i) + K_s (X_s - a_{sX}) = 0, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^2 (K_{spi} S_{spi} \sin \gamma_i) + K_s (Y_s - a_{sY}) = 0. \quad (3)$$

行星轮($i=1, 2$)动力学方程:

$$S_{spi}K_{spi} \cos \gamma_i - \sum_{j=1}^2 (K_{pd}S_{djix}) - K_b S_{cix} = 0, \quad (4)$$

$$S_{spi}K_{spi} \sin \gamma_i - \sum_{j=1}^2 (K_{pd}S_{djiy}) - K_b S_{ciy} = 0, \quad (5)$$

$$S_{spi}K_{spi}a_{sp} + e \sum_{j=1}^2 (K_{pd}S_{djix} \sin B_j + K_{pd}S_{djiy} \cos B_j) = 0. \quad (6)$$

摆线轮($j = 1, 2$)动力学方程:

$$\sum_{i=1}^2 (K_{pd}S_{djix} \sin B_j + K_{pd}S_{djiy} \cos B_j) + \sum_{k=n}^m K_{djk}S_{djk} \sin \alpha_{jk} = 0, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^2 (K_{pd}S_{djiy} \sin B_j - K_{pd}S_{djix} \cos B_j) + \sum_{k=n}^m K_{djk}S_{djk} \cos \alpha_{jk} = 0, \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^2 a_{sp}(K_{pd}S_{djiy} \cos P_i - K_{pd}S_{djix} \sin P_i) + r_d \sum_{k=n}^m K_{djk}S_{djk} \sin \alpha_{jk} = 0. \quad (9)$$

行星架动力学方程:

$$\sum_{i=1}^2 K_b S_{cix} - K_{ca}(X_{ca} - a_{cx}) = 0, \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^2 K_b S_{ciy} - K_{ca}(Y_{ca} - a_{cy}) = 0, \quad (11)$$

$$a_{sp} \sum_{i=1}^2 (K_b S_{cix} \sin P_i - K_b S_{ciy} \cos P_i) = T_{out}, \quad (12)$$

其中动力学方程中各符号的意义如表1所示。

综合上述动力学方程式, 可以化简成矩阵系数方程, 如下式所示:

$$KX = F, \quad (13)$$

式中: X 为等价模型的位移向量(17×1), K 为刚度矩阵(17×17), F 为力列向量(17×1).

$$X^T = [X_s \ Y_s \ X_{P1} \ Y_{P1} \ \theta_{P1} \ X_{P2} \ Y_{P2} \ \theta_{P2} \ \eta_{d1} \ \theta_{d1} \ \theta_{d01} \ \eta_{d2} \ \theta_{d2} \ \theta_{d02} \ X_{ca} \ Y_{ca} \ \theta_{ca}]. \quad (14)$$

2.4 辨识参数分析

从上节的动力学模型表达式可看出, 里面涉及到多个零件间的接触刚度, 传统方法是根据齿轮或轴承的经验公式进行计算^[11-12]. 由于齿轮加工误差、轴承材料、制造精度等因素的影响, 用经验公式计算出的接触刚度总是会跟实际存在一定的差距, 因此本文将对模型中重要的接触刚度参数进行辨识优化, 以提高等价模型的准确性。

表2所示为模型中涉及到的接触刚度参数, 根据文献[11-12]知, 各参数的经验公式列出见表2, 式中各

参数均为材料特性及尺寸。

表 1 方程符号参数表
Table 1 Equation symbol table

符号	含义
K_{spi}	第 <i>i</i> 个行星轮与中心轮啮合刚度
K_s	中心齿轮轴的支承刚度
K_{pd}	圆柱滚子轴承刚度
K_b	圆锥滚子轴承刚度
K_{djk}	摆线轮 <i>j</i> 与针齿 <i>k</i> 之间啮合刚度
K_{ca}	角接触轴承刚度
e	曲轴偏心距
a_{sp}	曲轴中心距
r_d	摆线轮的节圆半径
T_{out}	输出小转矩
X_s	中心轮的 <i>X</i> 方向微位移
Y_s	中心轮的 <i>Y</i> 方向微位移
X_{ca}	行星架的 <i>X</i> 方向微位移
Y_{ca}	行星架的 <i>Y</i> 方向微位移
a_{sX}	中心轮 <i>X</i> 方向上的装配误差
a_{sY}	中心轮 <i>Y</i> 方向上的装配误差
a_{cX}	行星架 <i>X</i> 方向上的装配误差
a_{cY}	行星架 <i>Y</i> 方向上的装配误差
S_{spi}	中心轮与行星轮 <i>i</i> 在啮合线上的等价位移
S_{djix}	曲轴 <i>i</i> 与摆线轮 <i>j</i> 接触处的 <i>X</i> 轴等价位移
S_{djiy}	曲轴 <i>i</i> 与摆线轮 <i>j</i> 接触处的 <i>Y</i> 轴等价位移
S_{cix}	曲轴 <i>i</i> 与行星架接触处的 <i>X</i> 轴等价位移
S_{ciy}	曲轴 <i>i</i> 与行星架接触处的 <i>Y</i> 轴等价位移
S_{djk}	摆线轮 <i>j</i> 与针齿 <i>k</i> 法向接触方向的等价位移
γ_i	行星轮 <i>i</i> 啮合线与 <i>X</i> 轴夹角
P_i	曲轴 <i>i</i> 的理论自转角
B_j	摆线轮 <i>j</i> 的理论自转角
α_{jk}	针齿 <i>k</i> 啮合线与摆线轮 <i>j</i> 的 η_j 轴夹角

表 2 接触刚度参数

Table 2 Contact stiffness parameter

符号	经验公式
K_S	$K_S = \frac{3\pi d_s^4 E}{64l^3}$
K_{pd}	$K_{pd} = \frac{\pi l_1 E n_1}{8(1 - \mu^2)}$
K_b	$K_b = \frac{\pi l_2 E n_2}{8(1 - \mu^2) \sin \frac{80\pi}{180}}$
K_{spi}	$K_{spi} = \frac{0.75\epsilon_a + 0.25}{0.04723 + \frac{0.1551}{Z_{v1}} + \frac{0.25791}{Z_{v2}}}$
K_{ca}	$K_{ca} = \frac{E_g n_3 r_g^{0.5}}{3(1 - \mu^2)}$
K_{djk}	$K_{djk} = \frac{\pi b E R_s S^{\frac{3}{2}}}{4(1 - \mu^2)(R_s S^{\frac{3}{2}} + 2r_{rPT})}$

由于 K_{sp_i} 和 K_s 都处于RV减速器的一级减速部分,其误差换算到输出轴会缩小减速比的倍数,所以其对最终的传动误差影响很小,因此经验公式的计算值已足够精确.二级减速中摆线轮与针齿销是由多对齿啮合.且两摆线轮是相隔 180° 放置.所以其啮合刚度 $K_{d_{jk}}$ 的偏差可因为摆线轮的对称放置和多齿啮合而抵消掉.因此本文也不对其进行优化.下文将对 K_{pd} , K_b , K_{ca} 3个参数进行辨识优化.

3 参数辨识优化

3.1 参数辨识模型

为了对 K_{pd} , K_b , K_{ca} 3个参数进行辨识优化,本文在对实际加工的RV减速器进行误差及精度测量的基础上建立了参数辨识模型.根据实际RV减速器的测量精度与仿真精度之间的差值去估计真实的接触刚度参数.最小二乘法是一种数学优化技术,它将模型与实验之间的误差值的平方和作为优化目标,在一定约束下,对模型中的参数进行辨识,使得模型数据与实验数据最为接近.由于最小二乘法^[13]在参数辨识方面具有计算上的优势,下面采用最小二乘法建立参数辨识模型.

优化目标:

$$\hat{x} = \arg \min \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \delta_i^2, \quad (15)$$

约束条件:

$$\begin{cases} K_{pd \min} \leq K_{pd} \leq K_{pd \max}, \\ K_{b \min} \leq K_b \leq K_{b \max}, \\ K_{ca \min} \leq K_{ca} \leq K_{ca \max}, \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\min \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \delta_i^2$ 是最小二乘的优化目标,其中: $\delta_i = \hat{r}_i - r_i$. $\hat{r}_i = f(K_{pd}, K_b, K_{ca})$ 是根据上一章节动力学模型仿真得到的第 i 个RV减速器理论传动误差在一个周期内的峰峰值, r_i 表示第 i 个RV减速器的实际测量传动误差在一个周期内的峰峰值, δ_i 代表两者之间的差值; $\hat{x} = (K_{pd}, K_b, K_{ca})$ 为待优化的经验参数, $K_{pd \min}$, $K_{pd \max}$, $K_{b \min}$, $K_{b \max}$, $K_{ca \min}$, $K_{ca \max}$ 是根据经验公式得到的参数 K_{pd} , K_b , K_{ca} 变化区间的下限值和上限值; N 表示RV减速器的总个数.

为了对上文分析的参数辨识模型进行求解,本文采用改进粒子群算法对参数 \hat{x} 进行预估和优化,使得优化后的传动误差模型能够更好地拟合实际RV的设计参数.具体优化步骤如下.

3.2 改进粒子群算法

传统的粒子群算法能够同时处理群体中的多个个体,即对搜索空间中的多个解进行评估,提高收敛速度,但是具有易陷入局部最优的缺点^[14-15].本文在考虑传统算法中每次迭代的两个影响因素:个体历史最

优解和全局最优解的基础上,加入邻域最优解的影响,同时采用自适应比例权重 α_i 的策略,对下轮迭代的方向和速度进行更新.

不同于以往改进粒子群算法的论文,本文主要考虑的是粒子当前位置与全局最优解位置之间的差值对下次更新迭代公式的比例权重 α_i 的影响.当差值较大时,说明当前粒子距离全局最优解较远.此时 α_i 取值应较小,即减少对粒子自身历史最优解的考虑,主要考虑全局最优解和邻域最优解的影响,使得该粒子个体具有较好的全局搜索能力,与此同时,对邻域最优解的参考比例也较低;反之,当差值较小时,说明当前粒子距离全局最优解较近,此时 α_i 取值应较大,主要考虑自身历史最优解的影响,使得该粒子个体具有较好的局部搜索能力,与此同时,对邻域最优解的参考比例也提高.

算法在迭代过程中,不断传递优化后的参数 $\hat{x} = (K_{pd}, K_b, K_{ca})$,调用并求解动力学方程得到RV减速器在一个周期内的峰峰值 $\hat{r}_i = f(K_{pd}, K_b, K_{ca})$,并计算当前粒子个体对应的适应度函数值,依次循环执行.主要的流程和思想如图2所示.

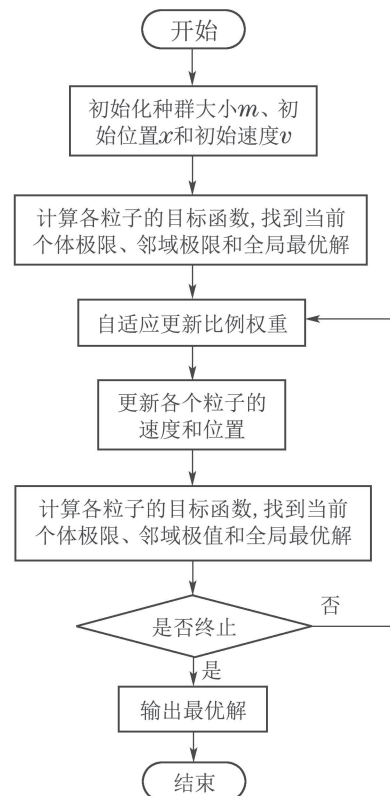


图2 PSO流程图

Fig. 2 PSO flowchart

粒子群算法在参数优化过程中,仅具有两个属性:速度 V 代表移动的快慢,位置 X 代表移动的方向.第 k 次迭代时粒子 i 的自适应比例权重 α_i^k 的计算公式如下所示:

$$\alpha_i^k = 1 - \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D d \frac{|P_{id}^k - X_{id}^k|}{X_{d\max} - X_{d\min}}, \quad (17)$$

式中: D 为解空间维数, 即优化参数个数, P_{id}^k 表示第 k 次迭代时全局最优解的第 d 维, X_{id}^k 表示第 k 次迭代时第 i 个粒子个体的第 d 维, $X_{d\max}$ 和 $X_{d\min}$ 分别表示粒子第 d 维的最大值和最小值。

粒子 i 第 d 维的速度和位置按照式(18)–(19)进行更新:

$$V_{id}^{k+1} = \omega V_{id}^k + \alpha_i^k C_1 r_1 (P_{id}^k - X_{id}^k) + (1 - \alpha_i^k) ((1 - \alpha_i^k) C_2 r_2 (P_{gd}^k - X_{id}^k) + \alpha_i^k C_2 r_3 (P_{ild}^k - X_{id}^k)), \quad (18)$$

$$X_{id}^{k+1} = X_{id}^k + V_{id}^{k+1}, \quad (19)$$

式中: ω 称为惯性因子, k 表示迭代次数, C_1 和 C_2 称为加速常数, r_1, r_2, r_3 表示区间 $[0, 1]$ 上的随机数, X_{id}^k 表示第 k 次迭代群体中第 i 个粒子个体的第 d 维, P_{id}^k 表示第 k 次迭代群体中第 i 个粒子的个体历史最优解的第 d 维, P_{ild}^k 表示第 k 次迭代群体中第 i 个粒子的邻域范围内最优解的第 d 维, V_{id}^k 表示第 k 次迭代群体中第 i 个粒

子个体的优化方向. 本文设置最大迭代次数 G_{\max} 作为停止迭代的终止条件.

4 实验验证

为了对前文提出的方法进行验证, 本文选取型号为 RV20E 的 RV 减速器进行回转传递误差的理论和实验研究, 其基本结构参数如表 3 所示.

表 3 RV20E 减速器基本结构参数

Table 3 Basic structural parameters of RV20E reducer

	一级传动机构		二级传动机构	
太阳轮齿数/个	10	针轮齿数/个	40	
行星轮齿数/个	26	摆线轮齿数/个	39	
齿轮模数/mm	1.5	针齿分布圆半径/mm	52	
啮合压力角/(°)	20	偏心距/mm	0.9	

表 4 是该 RV20E 减速器的具体误差, 表中参数 (E, β) 表示接触部分的误差大小和方向. 由于一级减速部分的误差传动到输出轴会缩小二级减速比的倍数, 其对最终的传动误差影响很小, 本研究将其忽略.

表 4 RV20E 误差参数表

Table 4 Error parameter table of RV20E

名称	符号	数值
摆线轮曲柄轴孔偏心误差	(E_{11}, β_{11})	(2, 134)
	(E_{21}, β_{21})	(1.9, 122)
	(E_{12}, β_{12})	(1.9, 122)
	(E_{22}, β_{22})	(2, 134)
曲柄轴偏心距的偏心误差	(Ec_{11}, β_{c11})	(2.1, 53)
	(Ec_{21}, β_{c21})	(2, 62)
	(Ec_{12}, β_{c12})	(2, 135)
	(Ec_{22}, β_{c22})	(2.1, 128)
行星架曲柄轴孔偏心误差	(Ec_1, β_{c1})	(3.1, 172)
	(Ec_2, β_{c2})	(2.9, 85)
针齿圆弧半径误差	r_k	1
针齿销直径误差	d_k	-2
等距修形量	δr_{rp}	-17
移距修形量	δr_p	-25
行星架安装误差	(E_{ca}, β_{ca})	(5, 45)
摆线轮 1 齿距误差	AR_{dk1}	$9.2 \sin(\theta_b + 132) + 4.3 \sin(2\theta_b + 18) + \sin(4\theta_b + 44)$
摆线轮 2 齿距误差	AR_{dk2}	$9.2 \sin(\theta_b + 132) + 4.3 \sin(2\theta_b + 18) + \sin(4\theta_b + 44)$
摆线轮 1 径向跳动	R_{dk1}	$8 \sin(\theta_b + 124) + 2.2 \sin(2\theta_b + 132) + 1.2 \sin(4\theta_b + 38)$
摆线轮 2 径向跳动	R_{dk1}	$8 \sin(\theta_b + 124) + 2.2 \sin(2\theta_b + 132) + 1.2 \sin(4\theta_b + 38)$
针齿壳齿距误差	AR_k	$8.7 \sin(\theta_k + 24) + 3.6 \sin(2\theta_k + 48) + 0.5 \sin(4\theta_k + 135)$
针齿壳径向跳动	R_k	$7.2 \sin(\theta_k + 35) + 2.7 \sin(2\theta_k + 142) + 0.7 \sin(4\theta_k + 68)$

优化参数 K_{pd}, K_b 和 K_{ca} 的优化范围及优化前的取值列在表 5 中. 优化参数的取值范围由以往的建模经验决定. 本文用 S 指标, 即迭代后所有组的统计均方差来评价每轮迭代所得解.

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\delta_i|^2}, \quad (20)$$

式中: δ_i 为第 i 组 RV 减速器的实际传动误差峰峰值和理论传动误差峰峰值的差值, N 为 RV 减速器总个数.

表5 优化参数表

Table 5 Optimization parameter table

	K_{pd} (10^{10})	K_b (10^{10})	K_{ca} (10^{10})	S 指标
优化范围	[0.8, 1.3]	[1.4, 1.8]	[7.4, 8.0]	—
优化前	1.09	1.64	7.85	2.8180

文中选取 $N = 50$ 组RV减速器的测量数据对模型中的参数进行辨识和优化, 为了证明改进的粒子群算法的可靠性和优势, 针对改进粒子群算法、基本粒子群算法和遗传算法进行多次对比试验, 分别选取各种算法的最优结果, 作出对比图如图3所示. 其中: 粒子群算法种群大小 $m = 20$, 迭代次数 $G_{max} = 100$, 遗传算法种群大小为100, 遗传代数 $Gen = 100$. 各种算法优化过程中 S 指标的变化如图3所示, 由图3可知, 改进粒子群算法最先收敛到最优值, 且相比于基本遗传算法, 改进粒子群算法能够收敛到一个更优的值.

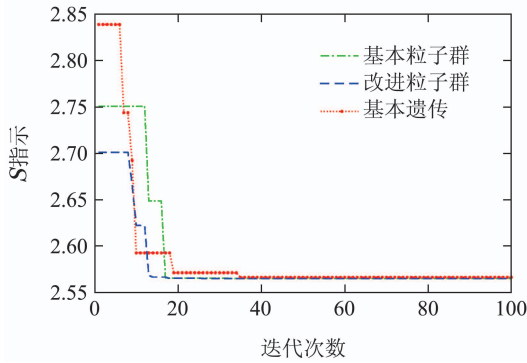


图3 S 指标变化曲线

Fig. 3 S indicator change curve

本文针对同一个RV减速器, 共进行多次的误差参数优化实验, 获得多组实验数据, 取其中10组实验结果统计于表6.

表6 优化后参数表

Table 6 Optimized parameter table

编号	K_{pd} (10^{10})	K_b (10^{10})	K_{ca} (10^{10})	S 指标
1	1.1015	1.7993	8.0	2.5651
2	1.1015	1.7991	7.9993	2.5651
3	1.1015	1.7595	8.0	2.5651
4	1.1015	1.7582	8.0	2.5651
5	1.1015	1.8	8.0	2.5651
6	1.1015	1.706	7.9396	2.5651
7	1.1015	1.8	8.0	2.5651
8	1.1014	1.7821	8.0	2.5651
9	1.1015	1.7290	7.9897	2.5651
10	1.1014	1.7989	7.9996	2.5651

计算得出, 优化后 S 指标比优化前得到降低, 说明本文的优化实际有效.

图4-5分别是该RV减速器的实际测量传动误差曲线图和经过模型计算和优化之后得到的理论传动误差曲线图. 从图4-5中可看出, 仿真和实验的峰峰值很接近.

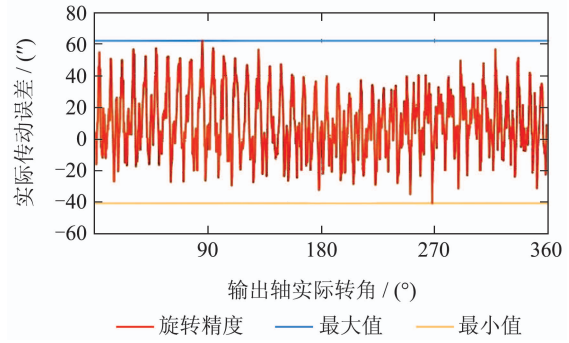


图4 实际传动误差

Fig. 4 Actual transmission error

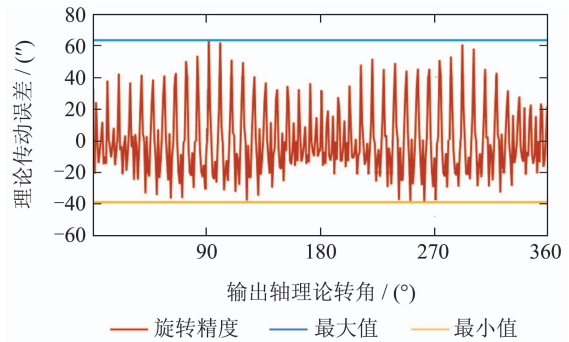


图5 理论传动误差

Fig. 5 Theoretical transmission error

表7 理论传动误差

Table 7 Theoretical transmission error

编号	实际值	优化前理论值	优化后理论值	精度提高比例/%
1	100.71	103.32	103.05	10.34
2	103.57	106.42	106.18	8.42
3	105.71	108.62	108.23	13.40
4	109.28	111.98	111.76	8.15
5	112.14	114.68	114.49	7.48
6	113.12	115.81	115.46	13.01
7	118.46	121.26	121.03	8.21
8	121.36	124.37	123.93	14.62
9	122.74	125.68	125.42	8.84
10	125.42	128.36	128.14	7.48

为了验证本文提出的模型优化方法的可行性和有效性, 分别用经验参数和优化后的参数来对新生产的RV减速器进行仿真计算, 以仿真精度提高比例来衡量优化效果. 表7所示为用于验证的10个RV减

速器的实际传动精度和理论传动精度的峰峰值对比结果。

通过两个传动误差曲线的对比,并结合表6进行分析,优化后RV减速器的理论传动误差精度更接近实际传动误差,平均仿真精度提高比例值为9.99%。因此,通过本文的优化参数建立的动力学模型能够更好地仿真RV减速器的传动误差,为分析和设计RV减速器提供更可靠的理论依据。

5 结论

本文在传统的RV减速器动力学模型基础上,对刚度系数矩阵的3个经验参数进行优化,提高了仿真传动误差与实际传动误差之间的契合度。通过对实际生产的RV减速器进行传动误差测量对比表明,本文提出的建模优化方法能够使传动误差的仿真精度提高9.99%,对精密RV减速器的优化设计具有重要意义。

参考文献:

- [1] LI Lixing, HE Weidong, WANG Xiuqi, et al. Research on high precision RV transmission for robots. *China Mechanical Engineering*, 1999, 10(9): 1 – 11.
(李力行, 何卫东, 王秀琦, 等. 机器人用高精度RV传动研究. 中国机械工程, 1999, 10(9): 1 – 11.)
- [2] SUN Y G, ZHAO X F, JIANG F, et al. Backlash analysis of RV reducer based on error factor sensitivity and monte-carlo simulation. *International Journal of Hybrid Information Technology*, 2014, 7(2): 283 – 292.
- [3] WEI B, WANG J X, ZHOU G W, et al. Mixed lubrication analysis of modified cycloidal gear used in the RV reducer. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2015, 230(2): 121 – 134.
- [4] LIU Mingxi. *Research of cycloidal-pinwheel transmission and small-sized RV reducer with two stages*. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2008.
(刘鸣熙. 摆线针轮传动与小型RV二级减速器的研究. 北京: 北京交通大学, 2008.)
- [5] LING Jimin, ZHANG E. Influence of transmission ratio on transmission error in precision gear transmission. *Journal of Mechanical Transmission*, 1985, 9(5): 7 – 8.
(凌吉民, 张鄂. 精密齿轮传动中传动比对传动误差的影响. 机械传动, 1985, 9(5): 7 – 8.)
- [6] WANG Ruoyu, GAO Fengqiang, LIU Tundong. Influence of transmission ratio on transmission error in precision gear transmission. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2018, 39(3): 81 – 88.
(王若宇, 高风强, 刘瞰东. RV减速器摆线轮齿廓修形建模与补偿研究. 仪器仪表学报, 2018, 39(3): 81 – 88.)
- [7] BLANCHE J G, YANG D C H. Cycloid drives with machining tolerances. *Journal of Mechanisms Transmissions & Automation in Design*, 1989, 111(3): 337 – 344.
- [8] TERUAKI H, WANG H, TAKESHI H, et al. Rotational transmission error of K–H–V-Type planetary gears with cycloid gear (1st report, analysis method of the rotational transmission error). *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers (ed.C)*, 1994, 60(570): 645 – 653.
- [9] ISHIDA T, WANG H, HIDAKA T, et al. Rotational transmission error of K–H–V-Type planetary gears with cycloid gear(2nd report, effects of manufacturing and assembly errors on rotational transmission error). *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers (ed.C)*, 1994, 60(578): 3510 – 3517.
- [10] LI Hui, XU Honghai, WU Kai. Analysis of transmission error of RV reducer based on orthogonal experiment. *Journal of Mechanical Transmission*, 2017, 41(2): 71 – 76.
(李辉, 徐宏海, 吴凯. 基于正交试验法的RV减速器传动误差分析. 机械传动, 2017, 41(2): 71 – 76.)
- [11] WANG gang, ZHAO Liming, WANG Mai. Research and analysis of dynamic modeling method of RV reducer. *China Mechanical Engineering*, 2002, 13(19): 1652 – 1655.
(王刚, 赵黎明, 王迈. RV减速器动力学建模方法研究与分析. 中国机械工程, 2002, 13(19): 1652 – 1655.)
- [12] CHEN Pengfei, QIN Wei, XU Bo. Calculation of equivalent contact torsional stiffness for cycloid meshing drive. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2014, 33(4): 506 – 510.
(陈鹏飞, 秦伟, 徐波. 摆线针轮啮合传动的等效接触扭转刚度计算. 机械科学与技术, 2014, 33(4): 506 – 510.)
- [13] WANG Dongqing. Recursive extended least squares identification method based on auxiliary models. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(1): 51 – 56.
(王冬青. 基于辅助模型的递推增广最小二乘辨识方法. 控制理论与应用, 2009, 26(1): 51 – 56.)
- [14] GONG Dunwei, ZHANG Yong, ZHANG Jianhua, et al. Novel particle swarm optimization algorithm. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(1): 111 – 119.
(巩敦卫, 张勇, 张建华, 等. 新型粒子群优化算法. 控制理论与应用, 2008, 25(1): 111 – 119.)
- [15] ZHAO Weihao, SU Bin, XIA Xiaojun. A particle swarm optimization algorithm of easily skipping local optimum. *Electronic Test*, 2017, 24(13): 53 – 54.
(赵维浩, 苏宾, 夏筱筠. 一种易跳出局部最优的粒子群优化算法. 电子测试, 2017, 24(13): 53 – 54.)

作者简介:

刘瞰东 教授, 博士生导师, 目前研究方向为工业机器人控制系统, E-mail: ltd@xmu.edu.cn;

陆蒙 硕士研究生, 目前研究方向为工业机器人控制, E-mail: 15959260871@126.com;

邵桂芳 副教授, 博士, 目前研究方向为模式识别与智能系统, E-mail: gfshao@xmu.edu.cn;

王若宇 讲师, 目前研究方向为工业机器人RV减速器设计, E-mail: wangruoyu1019@foxmail.com.