

可反馈线性化系统的鲁棒自适应容错控制设计

姚雪莲, 杨 艺†

(江苏理工学院 汽车与交通工程学院, 江苏 常州 213001)

摘要: 针对存在不确定执行器故障和未知不匹配干扰的可反馈线性化非线性系统, 提出一种鲁棒自适应容错控制策略. 首先分别给出系统输入和扰动关于系统输出的相对阶, 针对两种相对阶之间的不同关系设计鲁棒控制器, 抑制干扰对系统输出的影响; 然后针对各故障情况分别设计容错控制器; 最后将各控制器进行融合得到一个综合故障补偿控制器, 从而有效解决故障模式、类型、大小、时间和外界干扰等多重不确定性, 保证闭环系统稳定和渐近输出跟踪性能. 仿真结果验证了所设计控制方案的可行性与有效性.

关键词: 执行器故障; 自适应控制; 干扰抑制; 非线性系统

引用格式: 姚雪莲, 杨艺. 可反馈线性化系统的鲁棒自适应容错控制设计. 控制理论与应用, 2020, 37(9): 2001 – 2010

DOI: 10.7641/CTA.2020.80890

Robust adaptive fault tolerant control for feedback linearized nonlinear systems

YAO Xue-lian, YANG Yi†

(School of Automobile and Traffic Engineering, Jiangsu University of Technology, Changzhou Jiangsu 213001, China)

Abstract: A robust adaptive fault tolerant control scheme is developed for feedback linearized nonlinear systems with redundant actuators subject to uncertain failures and unknown unmatched input disturbances. First, the relative degree indexes of the control and disturbance system models from the controlled plant are specified as a key design condition for robust adaptive control design. Based on the adaptive controller, a bank of adaptive controllers are designed to deal with all the considered failure cases. Finally, a composite adaptive control law is obtained based on the introduced fusion technique. The proposed control scheme can effectively handle the multiple uncertainties of failure pattern, failure type, failure value, failure time and disturbances, so as to ensure closed-loop stability and asymptotic output tracking. Simulation results are presented to verify the desired system performance of our proposed control scheme.

Key words: actuator failure; adaptive control; disturbance rejection; nonlinear systems

Citation: YAO Xuelian, YANG Yi. Robust adaptive fault tolerant control for feedback linearized nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(9): 2001 – 2010

1 引言

执行器故障是性能关键系统中的一种常见的故障类型, 该故障的发生会引起严重的性能损失甚至造成系统不稳定从而引发灾难性的事故. 执行器故障的具有多重本质不确定性, 即故障模式、故障发生时间、故障值大小以及故障类型都是未知的. 因此需要发展有效的容错控制技术以补偿不确定执行器故障对系统性能的影响, 从而确保闭环系统的可靠性和安全性. 近年来, 执行器故障补偿控制问题已经引起了越来越

多研究者的关注, 尝试了多种控制方法, 并取得了一些成果. 文献[1–4]综述了多种有效的容错控制方法. 文献[5–6]将多模型自适应控制方法用于故障补偿设计中. 文献[7–9]将神经网络用于传感器或执行器故障情况下可重构飞行器控制设计中. 文献[10]基于自适应滑模控制方法设计近空间飞行器的故障辨识和容错控制策略. 文献[11]针对含有外界扰动的航天器姿态控制系统, 提出两种有效的容错控制方法. 为提高多传感器测量系统的整体性能及减小各个传感器

收稿日期: 2018–11–14; 录用日期: 2020–05–09.

†通信作者. E-mail: kknxext@126.com.

本文责任编辑: 王聪.

常州市科技支撑计划社会发展项目(CE20195027), 江苏省自然科学基金项目(BK20170318), 江苏省高校自然科学基金项目(18KJB580006), 国家自然科学基金项目(61903165)资助.

Supported by the Changzhou Science and Technology Support Programme (Social Development) of China (CE20195027), the Jiangsu University Natural Science Foundation of China (18KJB580006), the Jiangsu Natural Science Foundation of China (BK20170318) and the National Natural Science Foundation of China (61903165).

故障对系统造成的影响,文献[12]提出了一种新的多传感器信息融合设计框架.故障检测和诊断方法也被广泛用于解决被控系统的元部件故障问题^[13].文献[14–15]将自适应观测器设计用于重构执行器故障,基于故障估计信息设计容错控制器.除上述容错控制方法外,自适应控制也是一种有效的工具被广泛的用于线性系统和非线性系统的容错控制设计中^[16–18].尽管非线性系统的执行器故障补偿控制研究取得了大量可行的进展,但对含有不确定动态和执行器故障的被控系统而言,仍有许多值得深入研究的开放性问题,如针对一般的非线性系统,研究其多重执行器故障补偿控制问题,从而实现闭环系统稳定和渐近输出跟踪的控制目标.所谓的可反馈线性化系统,指的是一类可以通过合适的非线性反馈控制将其线性化的非线性系统^[19].在反馈线性化设计的基础上,可以进一步实现模型匹配、极点配置或跟踪等控制目标.文献[20]和文献[21]将反馈线性化理论与自适应控制相结合设计能够有效解决非线性系统的参数不确定和容错控制问题.此外,非线性控制系统实际运行环境中存在各种扰动,使得被控系统的性能受到不同程度的影响,因此在控制器设计过程中应考虑扰动抑制问题.文献[22–24]针对线性系统中可测量干扰,可通过干扰解耦的方式解决干扰抑制问题,然而该方法不适用于不可测量干扰的抑制问题.文献[25–26]针对不可测量干扰提出鲁棒控制方法,然而无法实现渐近跟踪的控制目标.基于自适应控制设计的干扰抑制方法能够有效估计未知的系统参数和干扰参数.文献[27]将自适应内模控制方法用于解决航天器系统中,实现其在外界干扰环境下的姿态跟踪.针对含有不确定系统参数和外界干扰的通用高超声速飞行器,文献[28]提出一种新的滑模控制方法.文献[29]解决正弦干扰下非线性系统的渐近跟踪问题,所设计的干扰抑制算法主要是针对单输入单输出非线性系统,不适用于含有不匹配干扰的多输入多输出非线性系统.此外,文献[30–31]研究了多输入多输出非线性系统不匹配干扰的抑制问题.

实际运行环境中可能同时发生未知干扰和不确定执行器故障,该情况下多输入多输出非线性系统的渐近跟踪控制设计变得更具有挑战性.尽管针对多输入多输出非线性系统的干扰抑制和执行器故障补偿问题已经取得了一定的理论研究成果,仍存在一些重要的开放性的问题值得研究.本文针对一类可反馈线性化的多变量非线性系统,进一步研究多重不确定执行器故障补偿和不匹配输入扰动抑制问题.与现有的一些容错控制方法相比,本文提出的控制方法有以下几个特点:1) 相比于部分文献中研究对象为一类标准型非线性系统,本文所研究的多变量非线性系统更具有-般性;2) 提出一种新的非切换式的综合容错控制方

法,该方法融合多个能够解决某具体故障模式下的故障补偿设计,得到一个能够处理多故障模式的综合控制器;3) 针对控制输入关于系统的相对阶与干扰关于系统的相对阶之间的关系,设计多变量非线性系统的不匹配干扰抑制策略;4) 详细讨论系统输入和扰动关于系统输出的相对阶之间的关系,分别给出不同的鲁棒控制器设计思路.

2 问题描述

本章描述含有冗余执行器系统的执行器故障补偿和扰动抑制问题.考虑如下非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{p}(\mathbf{x})\mathbf{d}(t), \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量, $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_q]^T \in \mathbb{R}^q$ 为系统输出, $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_m]^T \in \mathbb{R}^m$ 为系统输入, $\mathbf{d}(t) \in \mathbb{R}^p$ 为不确定外界干扰. $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [g_1(\mathbf{x}) \ g_2(\mathbf{x}) \ \cdots \ g_m(\mathbf{x})] \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{p}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 和 $\mathbf{h}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^q$ 已知,且 $\mathbf{p}(\mathbf{x}) \neq \mathbf{g}(\mathbf{x})\boldsymbol{\alpha}$ ($\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^{m \times p}$),即本文研究的干扰信号 $\mathbf{d}(t)$ 与控制信号 $\mathbf{u}(t)$ 不匹配.

执行器故障模型.典型的执行器故障模型 $u_j(t)$ 可以表示如下:

$$u_j(t) = \bar{u}_j(t) = \bar{u}_{j0} + \sum_{i=1}^{q_j} \bar{u}_{ji} f_{ji}(t), \quad t \geq t_j, \quad (2)$$

式中: $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$ 为不确定故障下标, $t_j > 0$ 为不确定故障时间, \bar{u}_{j0} 和 \bar{u}_{ji} 为不确定故障参数, $f_{ji}(t)$ ($i = 1, 2, \cdots, q_j$) 已知.将故障模型(2)写成如下参数化形式:

$$\bar{u}_j(t) = \boldsymbol{\theta}_j^T \boldsymbol{\varpi}_j(t), \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\theta}_j = [\bar{u}_{j0} \ \bar{u}_{j1} \ \cdots \ \bar{u}_{jq_j}]^T \in \mathbb{R}^{q_j+1}$, $\boldsymbol{\varpi}_j(t) = [1 \ f_{j1}(t) \ \cdots \ f_{jq_j}(t)]^T \in \mathbb{R}^{q_j+1}$.

外界干扰模型.干扰向量 $\mathbf{d}(t) = [d_1(t) \ d_2(t) \ \cdots \ d_p(t)]^T \in \mathbb{R}^p$ 的分量可以表示为^[32]

$$d_j(t) = d_{j0} + \sum_{k=1}^{q_j} d_{jk} f_{jk}(t), \quad j = 1, 2, \cdots, p, \quad (4)$$

其中: d_{j0} 和 d_{jk} 未知, $f_{jk}(t)$ 已知.干扰模型(4)可以写成如下参数化的形式:

$$d_j(t) = \boldsymbol{\theta}_{dj}^{*T} \boldsymbol{\varpi}_{dj}(t), \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\theta}_{dj}^{*T} = [d_{j0} \ d_{j1} \ \cdots \ d_{jq_j}] \in \mathbb{R}^{q_j+1}$, $\boldsymbol{\varpi}_{dj}(t) = [1 \ f_{j1}(t) \ \cdots \ f_{jq_j}(t)]^T \in \mathbb{R}^{q_j+1}$.通过选取合适的 q_j 和基函数 $f_{jk}(t)$,干扰模型(4)能够近似描述许多实际的干扰信号,例如常值信号、正弦信号和非正弦时变干扰.

控制目标.本文针对可能发生至多一个不确定执行器故障(2)和不匹配外界扰动 $\mathbf{d}(t)$ 的可反馈线性化非线性系统(1),设计自适应控制器 $\mathbf{v}(t)$ 解决故障和扰动的多重不确定性,从而保证闭环系统稳定且系统输出 $\mathbf{y}(t)$ 渐近跟踪给定的参考输出.

故障模式. 定义 $\sigma(t) = \text{diag} \{ \sigma_1(t), \sigma_2(t), \dots, \sigma_m(t) \}$ 为执行器故障模式矩阵. 如果第 j 个执行器发生故障则 $\sigma_j(t) = 1$, 否则 $\sigma_j(t) = 0$. 当系统发生不确定执行器故障时, 系统上的实际输入量 $\mathbf{u}(t)$ 可以表示为

$$\mathbf{u}(t) = (\mathbf{I} - \sigma(t))\mathbf{v}(t) + \sigma(t)\bar{\mathbf{u}}(t), \quad (6)$$

其中: $\mathbf{v}(t) = [v_1(t) \ v_2(t) \ \dots \ v_m(t)]^T$ 为待设计的控制输入信号, $\bar{\mathbf{u}}(t) = [\bar{u}_1(t) \ \bar{u}_2(t) \ \dots \ \bar{u}_m(t)]^T$.

3 外界干扰抑制设计

本章先基于反馈线性化设计得到基础控制器, 然后构建因未知干扰参数引起的状态误差动态方程并设计自适应干扰抑制控制器, 保证无故障情况下闭环系统稳定和渐近输出跟踪.

3.1 反馈线性化

多输入多输出非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}), \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^q$. 令其相关度向量为 $\{ \rho_1 \ \rho_2 \ \dots \ \rho_q \}$, $1 \leq \rho_i \leq n$, 在 x_0 处若满足

假设 1 对于 $1 \leq j \leq m$, $k < \rho_i - 1$, $1 \leq i \leq q$, $L_{g_j} L_f^k h_i(\mathbf{x}) = 0$; 对于 $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ 和 $\forall \mathbf{x}$ 属于 x_0 的邻域, $L_{g_j} L_f^{\rho_i - 1} h_i(x_0) \neq 0$.

基于假设 1, 当非线性系统(1)的系统参数和故障参数均已知的情况下可以应用反馈线性化设计设计得到一个理想的控制器. 通过对系统(1)中 y_i 进行 ρ_i 次求导, 可以得到

$$\begin{bmatrix} y_1^{(\rho_1)} \\ y_2^{(\rho_2)} \\ \vdots \\ y_q^{(\rho_q)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{\rho_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{\rho_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\rho_q} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \Delta_d(\mathbf{x}, t), \quad (8)$$

其中:

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\rho_1 - 1} h_1(\mathbf{x}) \ \dots \ L_{g_m} L_f^{\rho_1 - 1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_{g_1} L_f^{\rho_2 - 1} h_2(\mathbf{x}) \ \dots \ L_{g_m} L_f^{\rho_2 - 1} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\rho_q - 1} h_q(\mathbf{x}) \ \dots \ L_{g_m} L_f^{\rho_q - 1} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix},$$

$$\Delta_d(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} L_{p_1} L_f^{\rho_1 - 1} h_1(\mathbf{x}) \ \dots \ L_{p_p} L_f^{\rho_1 - 1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_{p_1} L_f^{\rho_2 - 1} h_2(\mathbf{x}) \ \dots \ L_{p_p} L_f^{\rho_2 - 1} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{p_1} L_f^{\rho_q - 1} h_q(\mathbf{x}) \ \dots \ L_{p_p} L_f^{\rho_q - 1} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \mathbf{d}(t) = [\delta_1(\mathbf{x}) \ \delta_2(\mathbf{x}) \ \dots \ \delta_q(\mathbf{x})]^T.$$

其中 $\delta_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^p L_{p_j} L_f^{\rho_i - 1} h_i(\mathbf{x}) d_j(t)$, $i=1, 2, \dots, q$.

3.2 自适应干扰抑制

本节针对 ρ_i 与 ν_i 不同大小关系, 分别讨论外界扰动抑制设计.

3.2.1 $\rho_i < \nu_i$ 情况下扰动抑制设计

如果 $\rho_i < \nu_i$, $i \neq i_1, i_2, \dots, i_P$, 该情况下外界干扰对系统输出没有影响, 则 $\delta_i(\mathbf{x}, t) = 0$. 式(8)可以进一步表示成以下形式:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(\rho_1)} \\ y_2^{(\rho_2)} \\ \vdots \\ y_q^{(\rho_q)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{\rho_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{\rho_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\rho_q} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u}. \quad (9)$$

当 $m = q$, 且 $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ 满足行满秩的条件, 设计控制输入信号为

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} L_f^{\rho_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{\rho_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\rho_q} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{u}_L, \quad (10)$$

从而得到线性化系统

$$\begin{bmatrix} y_1^{(\rho_1)} \\ y_2^{(\rho_2)} \\ \vdots \\ y_q^{(\rho_q)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{L1} \\ u_{L2} \\ \vdots \\ u_{Lq} \end{bmatrix} + \Delta_d(\mathbf{x}, t). \quad (11)$$

设置 u_{Li} ($i = 1, 2, \dots, q$) 为

$$u_{Li} = y_{mi}^{(\rho_i)} + \alpha_{i1}(y_{mi}^{(\rho_i - 1)} - y_i^{(\rho_i - 1)}) + \dots + \alpha_{i\rho_i}(y_{mi} - y_i). \quad (12)$$

选取 $\alpha_{i\rho_i}$, $i = 1, 2, \dots, q$, 式(12)使得输出误差及误差的高阶导数 $e_i, \dot{e}_i, \dots, e_i^{(\rho_i - 1)}$ 随着 t 趋于无穷而渐近趋近于零.

3.2.2 $\rho_i = \nu_i$ 情况下扰动抑制设计

若 $\rho_i = \nu_i$, $i = i_1, i_2, \dots, i_P \in \{1, 2, \dots, m\}$, 该情况下 $\delta_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^p L_{p_j} L_f^{\rho_i - 1} h_i(\mathbf{x}) d_j(t) \neq 0$. 设计控制输入信号为

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} L_f^{\rho_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{\rho_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\rho_q} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{u}_L, \quad (13)$$

从而得到线性化系统

$$\begin{bmatrix} y_1^{(\rho_1)} \\ y_2^{(\rho_2)} \\ \vdots \\ y_q^{(\rho_q)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{L1} \\ u_{L2} \\ \vdots \\ u_{Lq} \end{bmatrix} + \Delta_d(\mathbf{x}, t), \quad (14)$$

其中 u_{Li} 为

$$u_{Li} = y_{mi}^{(\rho_i)} + \alpha_{i1}(y_{mi}^{(\rho_i-1)} - y_i^{(\rho_i-1)}) + \dots + \alpha_{i\rho_i}(y_{mi} - y_i) - \sum_{j=1}^p L_{pj} L_f^{\rho_i-1} h_i(\mathbf{x}) d_j. \quad (15)$$

干扰模型 $d_j(t) = \theta_{dj}^{*T} \varpi_{dj}(t)$ 中 θ_{dj}^* 为未知参数, 在干扰抑制设计中采用 $\hat{d}_j(t) = \hat{\theta}_{dj}^T \varpi_{dj}(t)$ 对未知进行估计, 其中 $\hat{\theta}_{dj}$ 为干扰参数 θ_{dj}^* 的估计项, $j = 1, 2, \dots, p$.

自适应干扰抑制器结构. 基于估计得到的干扰设计自适应线性控制律为

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{G}^{-1}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} L_f^{\rho_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{\rho_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\rho_q} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_L, \quad (16)$$

式中 $\hat{\mathbf{u}}_L$ 为 \mathbf{u}_L 的估计, 其估计分量为

$$u_{Li} = y_{mi}^{(\rho_i)} + \alpha_{i1}(y_{mi}^{(\rho_i-1)} - y_i^{(\rho_i-1)}) + \dots + \alpha_{i\rho_i}(y_{mi} - y_i) - \sum_{j=1}^p L_{pj} L_f^{\rho_i-1} h_i(\mathbf{x}) \hat{d}_j. \quad (17)$$

误差模型. 令

$$\begin{aligned} z_{1,1} &= \xi_{1,1} - y_{m1}, \\ z_{1,2} &= \xi_{1,2} - \dot{y}_{m1}, \\ &\vdots \\ z_{1,\rho_1} &= \xi_{1,\rho_1} - y_{m1}^{(\rho_1-1)}, \\ &\vdots \\ z_{i,\rho_i} &= \xi_{i,\rho_i} - y_{mi}^{(\rho_i-1)}, \\ &\vdots \\ z_{q,\rho_q} &= \xi_{q,\rho_q} - y_{mq}^{(\rho_q-1)}, \end{aligned}$$

其中

$$\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{\rho_1+\rho_2+\dots+\rho_q} = [z_1^T \ z_2^T \ \dots \ z_q^T]^T = [z_{1,1} \ \dots \ z_{1,\rho_1} \ \dots \ z_{i,\rho_i} \ \dots \ z_{q,\rho_q}]^T.$$

结合 $y_1 = \xi_{1,1}, y_2 = \xi_{2,1}, \dots, y_q = \xi_{q,1}$ 和 $e_i = y_i - y_{mi}$, 可以得到

$$\begin{aligned} z_{1,1} &= e_1, \\ z_{1,2} &= \dot{e}_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\vdots \\ z_{1,\rho_1} &= e_1^{(\rho_1-1)}, \\ &\vdots \\ z_{i,\rho_i} &= e_i^{(\rho_i-1)}, \\ &\vdots \\ z_{q,\rho_q} &= e_q^{(\rho_q-1)} \end{aligned}$$

以及多输入多输出系统的状态误差方程为

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_z \mathbf{z} + \mathbf{B}_z \tilde{\mathbf{E}}_d, \quad (18)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_z &= \text{diag}\{A_{z_1}, A_{z_2}, \dots, A_{z_q}\}, \\ \mathbf{B}_z \tilde{\mathbf{E}}_d &= [B_{z_1}^T \tilde{\mathbf{E}}_{d1} \ B_{z_2}^T \tilde{\mathbf{E}}_{d2} \ \dots \ B_{z_q}^T \tilde{\mathbf{E}}_{dq}]^T, \\ \tilde{\mathbf{E}}_{di} &= \sum_{j=1}^p L_{pj} L_f^{\rho_i-1} h_i(\mathbf{x}) \tilde{\theta}_{dj}^T(t) \varpi_{dj}, \\ \mathbf{A}_{z_i} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ -\alpha_{i1} & -\alpha_{i2} & \dots & -\alpha_{i(\rho_i-2)} & -\alpha_{i(\rho_i-1)} & -\alpha_{i\rho_i} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_{z_i} &= [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T \in \mathbb{R}^{\rho_i}, \quad i = 1, 2, \dots, q. \end{aligned}$$

自适应律. 基于上述误差系统(18)设计参数自适应律更新自适应控制器(17)中未知干扰参数 $\hat{\theta}_{dj}, j = 1, 2, \dots, p$:

$$\dot{\hat{\theta}}_{dj} = \sum_{i=1}^q \Gamma_{dj} Z_{Pi} \varpi_{\rho_i,j}, \quad j = 1, 2, \dots, p, \quad (19)$$

式中自适应增益矩阵

$$\begin{aligned} \Gamma_{dj} &= \Gamma_{dj}^T > 0, \\ \mathbf{Z}_P &= [Z_{P1} \ Z_{P2} \ \dots \ Z_{Pq}]^T, \end{aligned}$$

$Z_{Pi} (i = 1, 2, \dots, q)$ 为 $\mathbf{z}^T \mathbf{P} \in \mathbb{R}^{1 \times (\rho_1+\rho_2+\dots+\rho_q)}$ 的元素. $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为正定对称矩阵且满足等式

$$\mathbf{P} \mathbf{A}_z + \mathbf{A}_z^T \mathbf{P} = -\mathbf{Q}, \quad (20)$$

式中 $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$.

设计李雅普诺夫函数

$$V_d = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{z} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \tilde{\theta}_{dj}^T \Gamma_{dj}^{-1} \tilde{\theta}_{dj},$$

将式(19)代入 \dot{V}_d 得到

$$\dot{V}_d = -\frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} \leq 0.$$

从而保证 $\hat{\theta}_{dj} \in L^\infty$ 和 $\dot{\hat{\theta}}_{dj} \in L^2 \cap L^\infty$. 由 \dot{V}_d 负定可推导出闭环系统稳定且

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} z_{i,1}(t) &= \lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(t) - y_m(t)) = 0, \\ i &= 1, 2, \dots, q, \end{aligned}$$

系统能够获得期望的性能.

3.2.3 $\rho_i > \nu_i$ 情况下扰动抑制设计

若 $\rho_i > \nu_i, i \in \{1, 2, \dots, m\}$, 则式(8)可以表示为

$$\begin{bmatrix} y_1^{(\rho_1)} \\ y_2^{(\rho_2)} \\ \vdots \\ y_q^{(\rho_q)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{\rho_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{\rho_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\rho_q} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{u} + \begin{bmatrix} -\frac{d^{\rho_1-\nu_1}}{dt} \left(\sum_{j=1}^p L_{p_j} L_f^{\rho_1-1} h_1(\mathbf{x}) d_j \right) \\ -\frac{d^{\rho_2-\nu_2}}{dt} \left(\sum_{j=1}^p L_{p_j} L_f^{\rho_2-1} h_2(\mathbf{x}) d_j \right) \\ \vdots \\ -\frac{d^{\rho_q-\nu_q}}{dt} \left(\sum_{j=1}^p L_{p_j} L_f^{\rho_q-1} h_q(\mathbf{x}) d_j \right) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

其中 $\delta_i(\mathbf{x}, t)$ 与干扰 $\mathbf{d}(t)$ 以及干扰微分项 $\dot{d}(t), \dots, d^{\rho_i-\nu_i}(t)$ 相关. 在该情况下, 为实现干扰抑制和渐近输出跟踪控制, 需事先获取干扰的微分信息且十分复杂, 故在本设计中不考虑此类情况.

4 执行器故障补偿设计

本章节首先针对可严格反馈线性化的非线性系统结合控制等式

$$\mathbf{G}_\sigma(\mathbf{x})\mathbf{v} + \bar{\mathbf{G}}_\sigma(\mathbf{x})\bar{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{w}_d(t), \quad (22)$$

从而设计故障补偿控制器, 其中: $\mathbf{G}_\sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{G}(\mathbf{x})\boldsymbol{\sigma}$, $\bar{\mathbf{G}}_\sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{G}(\mathbf{x})(\mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma})$,

$$\mathbf{w}_d(t) \triangleq - \begin{bmatrix} L_f^{\rho_1} h_1(\mathbf{x}) \\ L_f^{\rho_2} h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_f^{\rho_q} h_q(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \mathbf{u}_L. \quad (23)$$

根据 ρ_i 和 ν_i 的不同关系得到 \mathbf{u}_L 为式(15)或式(17), 其设计过程包含自适应控制器、误差等式、参数自适应更新律和稳定性分析, 然后将故障补偿控制算法推广至部分反馈线性化系统.

4.1 严格反馈线性化系统的故障补偿设计

在执行器故障(6)下, 系统模型可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\boldsymbol{\sigma}(t)\bar{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{g}(\mathbf{x})(1 - \boldsymbol{\sigma}(t))\mathbf{v}(t) + \mathbf{p}(\mathbf{x})\mathbf{d}(t), \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}), \end{cases} \quad (24)$$

若系统(1)相关度 $\{\rho_1 \ \rho_2 \ \dots \ \rho_q\}$ 满足 $\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_q = n$, 则不确定执行器故障情况下该系统可被严格反馈线性化并转化为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{1,1} = \xi_{1,2}, \\ \dot{\xi}_{1,2} = \xi_{1,3}, \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{1,\rho_1} = b_1(\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{G}_{1\sigma}(\mathbf{x})\mathbf{v} + \bar{\mathbf{G}}_{1\sigma}(\mathbf{x})\bar{\mathbf{u}}(t) + \Delta_{d1}(\mathbf{x}, t), \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{q,1} = \xi_{q,2}, \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{q,\rho_q} = b_q(\boldsymbol{\xi}) + \mathbf{G}_{q\sigma}(\mathbf{x})\mathbf{v} + \bar{\mathbf{G}}_{q\sigma}(\mathbf{x})\bar{\mathbf{u}}(t) + \Delta_{dq}(\mathbf{x}, t), \\ y_1 = \xi_{1,1}, y_2 = \xi_{2,1}, \dots, y_q = \xi_{q,1}, \end{cases} \quad (25)$$

其中: $\mathbf{G}_{i\sigma}(\mathbf{x}) = \mathbf{G}_i(\mathbf{x})\boldsymbol{\sigma}$, $\bar{\mathbf{G}}_{i\sigma}(\mathbf{x}) = \mathbf{G}_i(\mathbf{x})(\mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma})$, $\mathbf{G}_i(\mathbf{x})$ 为 $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ 的第 i 行向量, $i = 1, 2, \dots, q$.

当系统发生不确定执行器故障的情况下, 通过求解式(22)得到对应故障情况下的控制输入信号 $\mathbf{v}(t)$. 假设故障信息(故障模式、故障值与故障时间)已知, 针对无故障和执行器 u_1 故障两种情况分别设计理想的控制器 $\mathbf{v}_{(1)}^*(t)$ 和 $\mathbf{v}_{(2)}^*(t)$.

若 $\boldsymbol{\sigma} = \text{diag}\{0, 0, \dots, 0\}$, 控制式(22)为

$$\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{v}(t) = \mathbf{w}_d(t).$$

通过选取合适的 $\mathbf{h}_{21}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{m \times (m-1)}$ 使得

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_{(1)}^*(t) = \mathbf{h}_{21}(\mathbf{x})\mathbf{v}_{0(1)}^*(t), \quad (26)$$

并求解等式 $\mathbf{G}(\mathbf{x})\mathbf{h}_{21}(\mathbf{x})\mathbf{v}_{0(1)}^*(t) = \mathbf{w}_d(t)$, 得到

$$\mathbf{v}_{0(1)}^*(t) = \mathbf{K}_{21}(\mathbf{x})\mathbf{w}_d(t), \quad (27)$$

式中 $\mathbf{K}_{21}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{(m-1) \times q}$.

若 $\boldsymbol{\sigma} = \text{diag}\{1, 0, \dots, 0\}$, $u_1 = \bar{u}_1, u_i = v_i, i = 2, \dots, m$, $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = [\mathbf{G}_1 \ \mathbf{G}_2 \ \dots \ \mathbf{G}_m] = [\mathbf{G}_1 \ \mathbf{G}_{(2)}] \in \mathbb{R}^{q \times m}$, 其中 $\mathbf{G}_{(2)} = [\mathbf{G}_2 \ \dots \ \mathbf{G}_m] \in \mathbb{R}^{q \times (m-1)}$, $\mathbf{v} = [v_1 \ \mathbf{v}_{a(2)}^T]^T \in \mathbb{R}^m$, 其中 $\mathbf{v}_{a(2)} = [v_2 \ \dots \ v_m]^T \in \mathbb{R}^{m-1}$, 选取合适的矩阵方程 $\mathbf{h}_{22}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{(m-1) \times (m-1)}$ 使得 $\mathbf{v}_{a(2)}^*(t) = \mathbf{h}_{22}(\mathbf{x})\mathbf{v}_{0(2)}^*(t)$ 并求解等式

$$\mathbf{G}_1 \bar{u}_1(t) + \mathbf{G}_{(2)} \mathbf{h}_{22}(\mathbf{x})\mathbf{v}_{0(2)}^*(t) = \mathbf{w}_d(t), \quad (28)$$

得到该故障情况下理想的控制器为

$$\mathbf{v}_{0(2)}^*(t) = \mathbf{K}_{22}(\mathbf{x})\mathbf{w}_d(t) + \mathbf{K}_{221}(\mathbf{x})\bar{u}_1(t). \quad (29)$$

设计一个综合控制器

$$\mathbf{v}^*(t) = \chi_1^*(t)\mathbf{v}_{(1)}^*(t) + \chi_2^*(t)\mathbf{v}_{(2)}^*(t) = \mathbf{v}_{\chi_1(1)}^*(t) + [0 \ \mathbf{v}_{\chi_2 a(2)}^{*T}(t)]^T, \quad (30)$$

其中 χ_1^* 和 χ_2^* 为定义的故障指示函数. 无故障情况下 $\chi_1^* = 1$, 否则 $\chi_1^* = 0$; 执行器 u_1 发生故障 $\chi_2^* = 1$; 否则 $\chi_2^* = 0$.

自适应控制器结构. 由式(30)可以推导出自适应控制器的结构为

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_{\chi_{1(1)}}(t) + [0 \ \mathbf{v}_{\chi_{2a(2)}}^T(t)]^T, \quad (31)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\chi_{1(1)}} &= \text{diag}\{\chi_{1,1}, \dots, \chi_{1,m}\} \mathbf{h}_{21} \mathbf{K}_{21} \mathbf{w}_d, \\ \mathbf{v}_{\chi_{2a(2)}} &= \text{diag}\{\chi_{2,1}, \dots, \chi_{2,m-1}\} \mathbf{h}_{22} \mathbf{K}_{22} \mathbf{w}_d + \\ &[\theta_{1(1)}^T \varpi_1 \phi_{2,1} \ \theta_{1(2)}^T \varpi_1 \phi_{2,2} \ \dots \ \theta_{1(m-1)}^T \varpi_1 \phi_{2,m-1}]^T, \end{aligned}$$

$\chi_{j,i}$ 和 $\theta_{1(i)}$ 分别为 $\chi_{j,i}^*$ 和 $\theta_{1(i)}^*$ 的估计值,

$$\chi_{1,i}^* = \chi_{1,i}^*, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\chi_{2,i}^* = \chi_{2,i}^*, \quad \theta_{1(i)}^* = \chi_{2,i}^* \theta_{1,i}^*, \quad i = 1, 2, \dots, m-1.$$

从而得到输出误差 $e(t) = \mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_m(t)$ 与参数估计误差 $\tilde{\chi}_{1,i}(t)$, $\tilde{\chi}_{2,i}(t)$, $\tilde{\theta}_{1(i)}(t)$ 和 $\tilde{\theta}_{dj}$ 动态关系式如下:

$$\begin{bmatrix} e_1^{(\rho_1)} + \dots + \alpha_{1\rho_1} e_1 \\ e_2^{(\rho_2)} + \dots + \alpha_{2\rho_2} e_2 \\ \vdots \\ e_q^{(\rho_q)} + \dots + \alpha_{q\rho_q} e_q \end{bmatrix} = \mathbf{G}(\mathbf{x})(\mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma}(t))(\mathbf{v} - \mathbf{v}^*) + [\tilde{E}_{d1} \ \tilde{E}_{d2} \ \dots \ \tilde{E}_{dq}]^T. \quad (32)$$

由式(32)可以得到与故障模式相对应的状态误差方程

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_z \mathbf{z} + \mathbf{B}_z \tilde{\mathbf{E}}_k, \quad (33)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_z &= \text{diag}\{\mathbf{A}_{z_1}, \dots, \mathbf{A}_{z_q}\} \in \mathbb{R}^{(\rho_1 + \dots + \rho_q) \times (\rho_1 + \dots + \rho_q)}, \\ \tilde{\mathbf{E}}_{kj} &\text{为} \tilde{\mathbf{E}}_k \text{的第} j \text{个分量}, \quad k = 1, 2, \quad \mathbf{B}_{z\tilde{\mathbf{E}}_k} = [\mathbf{B}_{z_1}^T \tilde{\mathbf{E}}_{k1} \\ &\mathbf{B}_{z_2}^T \tilde{\mathbf{E}}_{k2} \ \dots \ \mathbf{B}_{z_q}^T \tilde{\mathbf{E}}_{kq}]^T \in \mathbb{R}^{(\rho_1 + \dots + \rho_q)}. \end{aligned}$$

自适应律. 基于上述状态误差动态方程(33), 结合投影算法设计估计参数 $\chi_{1,i}$ ($i=1, \dots, m$), $\chi_{2,i}$ 和 $\theta_{1(i)}$ ($i=1, 2, \dots, m-1$)的自适应律如下:

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_{1,i}(t) &= \begin{cases} -\gamma_{1i} \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_z \mathbf{G}_i v_{1,i}, & i = 2, \dots, m, \\ -\gamma_{1i} \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_z \mathbf{G}_i v_{1,i} + f_{\chi_{1,i}}, & i = 1, \end{cases} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_{2,i}(t) &= -\gamma_{2i} \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_z \mathbf{G}_{i+1} v_{2,i}, \\ i &= 1, \dots, m-1, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{1(i)}(t) &= -\mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_z \mathbf{G}_{i+1} \Gamma_{1i} \varpi_1 \phi_{2,i}, \\ i &= 1, \dots, m-1, \end{aligned} \quad (36)$$

其中: $\Gamma_{1i} = \Gamma_{1i}^T > 0$, $\gamma_{1i} > 0$ 和 $\gamma_{2i} > 0$ 为自适应增益, $f_{\chi_{1,i}}$ 为投影算法使得自适应律 $\dot{\chi}_{1,1} = -\gamma_{11} \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_z \mathbf{G}_1 v_{1,1} + f_{\chi_{1,1}}$ 能够保证 $0 \leq \chi_{1,1} \leq 1$, $(\chi_{1,1} - \chi_{1,1}^*) f_{\chi_{1,1}} \leq 0$.

性能分析. I) 假设在时间段 $t \in [T_0, T_1]$, $T_1 = \infty$, $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{(1)} = \text{diag}\{0, \dots, 0\}$. 定义李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{z} + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^m \tilde{\chi}_{1,i}^2 \gamma_{1i}^{-1} + \sum_{i=1}^{m-1} \tilde{\chi}_{2,i}^2 \gamma_{2i}^{-1} + \right. \\ &\left. \sum_{i=1}^{m-1} \tilde{\theta}_{1(i)}^T \Gamma_{1i}^{-1} \tilde{\theta}_{1(i)} \right] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \tilde{\theta}_{dj}^T \Gamma_{dj}^{-1} \tilde{\theta}_{dj}. \end{aligned} \quad (37)$$

结合式(19)(33)–(36), V_0 的导数为

$$\dot{V}_0 = -\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} \leq 0, \quad t \in [T_0, T_1], \quad (38)$$

从而可以证明所设计的自适应控制器及其参数自适应律能够保证系统无故障状态下获得期望的系统性能, 即 $\boldsymbol{\xi}$, $\tilde{\chi}_{1,i}(t)$, $\tilde{\chi}_{2,i}(t)$, $\tilde{\theta}_{1(i)}(t)$ 和 $\tilde{\theta}_{dj}$ 均有界, 输出误差随着时间渐近趋近于零.

II) 假设 (T_1, T_2) ($T_2 = \infty$)时间段内, 执行器 u_1 发生故障, 即 $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{(2)} = \text{diag}\{1, \dots, 0\}$. 定义李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{z} + \frac{1}{2} \left[\sum_{i=2}^m \tilde{\chi}_{1,i}^2 \gamma_{1i}^{-1} + \sum_{i=1}^{m-1} \tilde{\chi}_{2,i}^2 \gamma_{2i}^{-1} + \right. \\ &\left. \sum_{i=1}^{m-1} \tilde{\theta}_{1(i)}^T \Gamma_{1i}^{-1} \tilde{\theta}_{1(i)} \right] + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \tilde{\theta}_{dj}^T \Gamma_{dj}^{-1} \tilde{\theta}_{dj}. \end{aligned} \quad (39)$$

结合式(19)(33)–(36), V_1 的导数为

$$\dot{V}_1 = -\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z} \leq 0, \quad t \in [T_1, T_2], \quad (40)$$

上式表明当执行器 u_1 故障情况下, $\boldsymbol{\xi}$, $\tilde{\chi}_{1,i}(t)$ ($i=2, \dots, m$), $\tilde{\chi}_{2,i}(t)$, $\tilde{\theta}_{1(i)}(t)$ ($i=1, \dots, m-1$)以及 $\tilde{\theta}_{dj}$ ($j=1, 2, \dots, p$)均有界, 此外自适应投影算法

$$\dot{\chi}_{1,1}(t) = -\gamma_{11} \mathbf{z}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_z \mathbf{G}_1 v_{1,1} + f_{\chi_{1,1}}$$

能够保证 $0 \leq \chi_{1,1}(t) \leq 1$. 从而可以证明闭环系统稳定且输出渐近趋近于零.

注1 为演示本文的干扰抑制和故障补偿设计过程, 本文仅考虑至多一个执行器故障情况. 此外本文所提的算法能够扩展用于解决多个执行器故障情况下的扰动抑制和故障补偿问题, 以 $m=6$, $q=3$ 为例, 简述 u_1 , u_3 和 u_5 同时发生故障的控制器设计过程.

该故障情况下, 设置 $v_1(t)$, $v_3(t)$ 和 $v_5(t)$ 为零, 即 $v_1(t) = v_3(t) = v_5(t) = 0$, 则 $v_i(t) = u_i(t)$, $i=2, 4, 6$ 且 $u_1(t) = \bar{u}_1(t)$, $u_3(t) = \bar{u}_3(t)$ 和 $u_5(t) = \bar{u}_5(t)$. 结合 $\mathbf{G}(\mathbf{x}) = [\mathbf{G}_1 \ \mathbf{G}_2 \ \mathbf{G}_3 \ \mathbf{G}_4 \ \mathbf{G}_5 \ \mathbf{G}_6] \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ 和 $\mathbf{v}(t) = [0 \ v_{2(3)}(t) \ 0 \ v_{4(3)}(t) \ 0 \ v_{6(3)}(t)]^T \in \mathbb{R}^6$, 等式 $\mathbf{G} \mathbf{u}(t) = \mathbf{w}_d(t)$ 可表示为

$$\mathbf{G}_1 \bar{u}_1 + \mathbf{G}_3 \bar{u}_3 + \mathbf{G}_5 \bar{u}_5 + [\mathbf{G}_2 \ \mathbf{G}_4 \ \mathbf{G}_6] \mathbf{h}_{23} \mathbf{v}_{0(3)}(t) = \mathbf{w}_d. \quad (41)$$

令

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(t) &= [0 \ v_{2(3)}(t) \ 0 \ v_{4(3)}(t) \ 0 \ v_{6(3)}(t)]^T = \\ \mathbf{v}_{(3)}^*(t) &= [0 \ v_{2(3)}^*(t) \ 0 \ v_{4(3)}^*(t) \ 0 \ v_{6(3)}^*(t)]^T, \end{aligned}$$

选取 $\mathbf{h}_{23} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 使得 $[\mathbf{G}_2 \ \mathbf{G}_4 \ \mathbf{G}_6] \mathbf{h}_{23}$ 非奇异, 则

$$[v_{2(3)}^*(t) \ v_{4(3)}^*(t) \ v_{6(3)}^*(t)]^T = \mathbf{h}_{23} \mathbf{v}_{0(3)}^*(t),$$

从而得到

$$\mathbf{v}_{0(3)}^*(t) = \mathbf{K}_{23} \mathbf{w}_d + \mathbf{K}_{231} \bar{u}_1 + \mathbf{K}_{233} \bar{u}_3 + \mathbf{K}_{235} \bar{u}_5, \quad (42)$$

其中: $\mathbf{K}_{23} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $\mathbf{K}_{231} \in \mathbb{R}^3$, $\mathbf{K}_{233} \in \mathbb{R}^3$, $\mathbf{K}_{235} \in \mathbb{R}^3$. 从式(42)可以看出 $\mathbf{v}_{0(3)}^*(t)$, $\mathbf{v}_{(3)}^*(t)$ 与故障信号 $\bar{u}_1(t)$, $\bar{u}_3(t)$ 以及 $\bar{u}_5(t)$ 均有关.

故障补偿设计的其他过程(包括自适应控制律 $v_{(3)}(t)$ 的参数化设计、参数信号的自适应律以及性能分析)与本文第4.1节相似. 从上述设计过程可以得出: 本文所提的自适应干扰和故障补偿设计同样适用于解决多个执行器同时故障情况下非线性系统的控制问题并获得期望的系统性能.

综上所述, 可以得到以下定理.

定理 1 针对可能发生不确定执行器故障(2)和不匹配干扰 $d(t)$ 的多变量非线性系统(1), 若 $\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_q = n$ 且不确定故障情况下的等效控制矩阵 $G_\sigma(x) = G(x)(I - \sigma(t))$ 在域 U (定义为 $h : U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow V \subset \mathbb{R}^q$)内行满秩, 控制器(31)及其参数自适应律(34)–(36), 能够保证闭环系统稳定和渐近输出跟踪: $\lim_{t \rightarrow \infty} (y - y_m) = 0$.

4.2 部分反馈线性化系统的故障补偿设计

若 $\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_q < n$, 则通过 x_0 邻域内坐标变换, 系统(1)仅可以进行部分反馈线性化. 令 $T_c(x)$ 为光滑函数且具有以下形式:

$$T_c(x) = [h_1(x) \dots L_f^{\rho_1-1} h_1(x) \dots L_f^{\rho_q-1} h_q(x)]^T.$$

文献[20]指出总存在光滑映射

$$T_z(x) = [T_1(x) \dots T_{n-(\rho_1+\dots+\rho_q)}(x)]^T$$

构成微分同胚

$$\begin{aligned} [\xi^T \eta^T]^T &= T(x) = [T_c(x)^T T_z(x)^T]^T, \\ \xi &\in \mathbb{R}^{\rho_1+\rho_2+\dots+\rho_q}, \eta \in \mathbb{R}^{n-(\rho_1+\rho_2+\dots+\rho_q)}. \end{aligned}$$

将含有不确定执行器故障的非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x) + g(x)\sigma(t)\bar{u}(t) + g(x)(1 - \sigma(t))v(t), \\ y = h(x), \end{cases}$$

转化为

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{1,1} = \xi_{1,2}, \\ \dot{\xi}_{1,2} = \xi_{1,3}, \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{1,\rho_1} = b_1(\xi, \eta) + G_1(x)(I - \sigma)v + G_1(x)\sigma\bar{u} + \Delta_{d1}(x, t), \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{i,\rho_i} = \xi_{i,\rho_i+1}, \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{i,\rho_i} = b_i(\xi, \eta) + G_i(x)(I - \sigma)v + G_i(x)\sigma\bar{u} + \Delta_{di}(x, t), \\ \dot{\xi}_{q,1} = \xi_{q,2}, \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{q,\rho_q} = b_q(\xi, \eta) + G_q(x)(I - \sigma)v + G_q(x)\sigma\bar{u} + \Delta_{dq}(x, t) \end{cases} \quad (43)$$

及零动态子系统

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= \psi(\xi, \eta) + \Psi_\sigma(\xi, \eta)\bar{u} + \\ &\bar{\Psi}_\sigma(\xi, \eta)v + \Psi_p(\xi, \eta)d(t), \end{aligned} \quad (44)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Psi_\sigma(\xi, \eta) &= \frac{\partial T_z(x)}{\partial x} g(x)\sigma, \\ \bar{\Psi}_\sigma(\xi, \eta) &= \frac{\partial T_z(x)}{\partial x} g(x)(I - \sigma) \end{aligned}$$

与 σ 有关.

为保证闭环系统稳定和系统输出 $y_i(t)$ 渐近跟踪参考信号 $y_{mi}(t)$ (其中 $y_{mi}(t)$ 的 $\rho_i, i = 1, 2, \dots, q$ 微分有界且分段连续), 本文将基于以下假设条件进行控制器设计:

假设 2 本文考虑的故障模式集中任意故障情况下, 非线性系统(1)仍为最小相位系统, 即在 $\bar{u}(t), d(t)$ 和 ξ 输入作用下, 零动态子系统: $\dot{\eta} = \psi(\xi, \eta) + \Psi_\sigma(\xi, \eta)\bar{u} + \Psi_p(\xi, \eta)d + \bar{\Psi}_\sigma(\xi, \eta)v(\xi, \eta, \tilde{\chi}_{1,i}, \tilde{\chi}_{2,i}, \tilde{\theta}_{1(i)})$ 为输入状态稳定.

结合假设条件1, 针对部分反馈线性化系统所设计的自适应故障补偿控制信号 $v(t)$ 与第4.1节中针对完全反馈线性化系统相似, 这里不再赘述. 基于零动态的输入状态稳定条件(假设条件2)且不确定故障情况下的等效控制矩阵 $G_\sigma(x)$ 在域 U 内行满秩, 自适应控制器(31)及其参数自适应律(34)–(36)能够保证系统(1)在发生多重不确定执行器故障(2)和未知干扰情况下闭环系统稳定和渐近输出跟踪.

5 仿真研究

本节将所提出的控制方法应用于飞行器的飞行控制系统中, 仿真结果表明该方法能够有效解决阵风扰动下飞行器的不确定执行器故障补偿问题.

5.1 湍流情况下飞行器动态

文献[33]中关于湍流条件下飞行器动态模型研究表明, 飞行器的纵向非线性动态模型可以表示为^[34]

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{F_x \cos \alpha + F_z \sin \alpha}{m} + d_1, \\ \dot{\alpha} = q + \frac{-F_x \sin \alpha + F_z \cos \alpha}{m} + d_2, \\ \dot{\theta} = q, \\ \dot{q} = \frac{M}{I_y} + d_3, \end{cases} \quad (45)$$

其中: V 为飞行器速度, α 为攻角, θ 为俯仰角, q 为俯仰角速率, m 为质量, I_y 为转动惯量, M 为俯仰力矩, d_1, d_2 和 d_3 为湍流扰动信号,

$$\begin{aligned} F_x &= qSC_x(\alpha, q, \delta_{e1}, \delta_{e2}) + T_1 \cos \gamma_1 + \\ &T_2 \cos \gamma_2 - mg \sin \theta, \\ F_z &= \bar{q}SC_z(\alpha, q, \delta_{e1}, \delta_{e2}) + T_1 \sin \gamma_1 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & T_2 \sin \gamma_2 + mg \cos \theta, \\ M = & \bar{q}cSC_m(\alpha, q, \delta_{e1}, \delta_{e2}), \end{aligned} \quad (46)$$

其中: $\bar{q} = \frac{1}{2}\rho V_2$ 为动态压力, ρ 为空气密度, S 为机翼密度, c 为平均和弦, T_1 和 T_2 为推力器, C_x , C_z 和 C_m 分别为

$$\begin{aligned} C_x = & C_{x1}\alpha + C_{x2}\alpha^2 + C_{x3} + C_{x4}(k_1\delta_{e1} + k_2\delta_{e2}), \\ C_z = & C_{z1}\alpha + C_{z2}\alpha^2 + C_{z3} + \\ & C_{z4}(k_1\delta_{e1} + k_2\delta_{e2}) + C_{z5}q, \\ C_m = & C_{m1}\alpha + C_{m2}\alpha^2 + C_{m3} + \\ & C_{m4}(k_1\delta_{e1} + k_2\delta_{e2}) + C_{m5}q. \end{aligned} \quad (47)$$

控制目标. 针对含有不确定湍流干扰和执行器故障的飞行器控制系统(45), 设计自适应故障补偿控制器保证闭环系统稳定, 且系统输出 $\mathbf{y}(t) = [V \alpha \theta]^T$ 跟踪期望的控制指令

$$\mathbf{y}_m(t) = [60 + \sin(0.05t) \quad 0.1 \cos(0.05t) \quad 0.1 \sin(0.5t)]^T.$$

根据假设1可以得到 $\rho_1 = v_1 = 1$, $\rho_2 = v_2 = 1$, $\rho_3 = v_3 = 2$, $\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = 4$. 系统满足假设条件2且反馈线性化后不含零动态子系统. 经验证 $\text{diag}\{1, 0, 0, 0\}$, $\text{diag}\{0, 0, 0, 1\}$, $\text{diag}\{0, 0, 0, 0\}$ 均符合故障补偿要求, 故通过该3种故障情况验证算法的有效性.

5.2 仿真条件

飞行器参数见文献[35], 干扰参数为

$$\begin{aligned} d_1(t) = & 0.3 \sin(0.1t) + 0.1 \text{ N/kg}, \\ d_2(t) = & 0.15 \sin(0.2t) \text{ N/(kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}), \\ d_3(t) = & 0.03 \sin(0.1t) + 0.01 \text{ N} \cdot \text{m/(kg} \cdot \text{m}^2). \end{aligned}$$

仿真验证中, 考虑以下故障情况: i) 当 $t < 100$ s, 系统无故障情况: $u_i(t) = v_i(t)$, $i = 1, 2, 3, 4$; ii) 当 $100 \text{ s} < t < 150 \text{ s}$, 执行器 u_1 发生卡死故障: $u_1(t) = 0.05 \text{ rad}$, $u_i(t) = v_i(t)$, $i = 2, 3, 4$; iii) 当 $150 \text{ s} < t < 250 \text{ s}$, 执行器 u_1 恢复正常: $u_i(t) = v_i(t)$, $i = 1, 2, 3, 4$; iv) 当 $t \geq 250 \text{ s}$, 执行器 u_4 发生卡死故障: $u_4(t) = 500 \text{ N}$, $u_i(t) = v_i(t)$, $i = 1, 2, 3$.

仿真研究中自适应控制器 $\hat{\mathbf{u}}_L$ 的参数为 $\alpha_{11} = \alpha_{21} = \alpha_{31} = \alpha_{32} = 0.5$, 其他设计参数为

初始状态:

$$\mathbf{x}_0 = [0.004 \quad 0.02 \quad 0.004 \quad 0.004]^T;$$

干扰模型基函数:

$$\varpi_{d1} = \varpi_{d2} = \varpi_{d3} = [1 \quad \sin(0.1t) \quad \sin(0.2t)]^T;$$

初始干扰参数:

$$\hat{\theta}_{d1}(0) = \hat{\theta}_{d2}(0) = \hat{\theta}_{d3}(0) = [0 \quad 0 \quad 0]^T;$$

故障模型基函数:

$$\varpi_1(t) = \varpi_4(t) = [1 \quad \sin t]^T \in \mathbb{R}^2;$$

初始故障参数:

$$[\chi_{11}(0) \quad \chi_{12}(0) \quad \chi_{13}(0) \quad \chi_{14}(0)] = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1],$$

$$[\chi_{21}(0) \quad \chi_{22}(0) \quad \chi_{23}(0)] = [0 \quad 0 \quad 0],$$

$$[\chi_{31}(0) \quad \chi_{32}(0) \quad \chi_{33}(0)] = [0 \quad 0 \quad 0],$$

$$\theta_{1(1)}(0) = \theta_{1(2)}(0) = \theta_{1(3)}(0) = [0 \quad 0]^T,$$

$$\theta_{4(1)}(0) = \theta_{4(2)}(0) = \theta_{4(3)}(0) = [0 \quad 0]^T;$$

自适应增益:

$$\Gamma_{d1} = \Gamma_{d2} = \Gamma_{d3} = 10I_3,$$

$$\gamma_{11} = \gamma_{12} = \gamma_{13} = \gamma_{14} = 2,$$

$$\gamma_{21} = \gamma_{22} = \gamma_{23} = 2.5,$$

$$\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma_{33} = 2.5,$$

$$\Gamma_{1i} = \Gamma_{4i} = 10I_2.$$

5.3 仿真结果

仿真结果如图1至图3所示, 其中图1为系统实际输出及对应的参考信号之间的一个对比关系, 图2为系统的跟踪误差, 图3为飞行器中4个执行器作用于系统的控制输入信号.

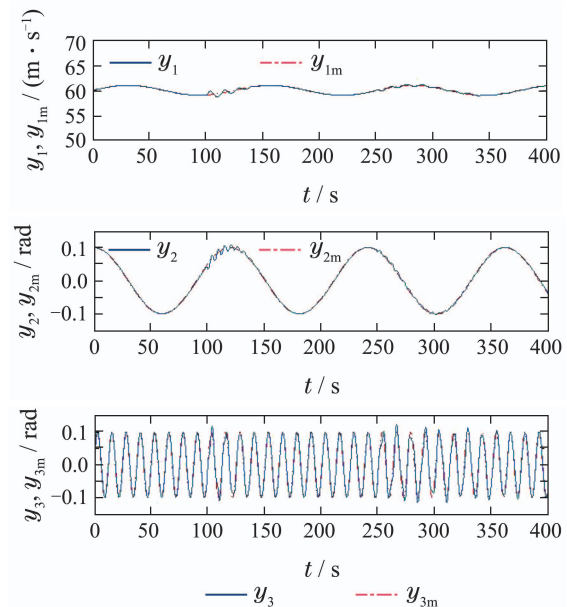
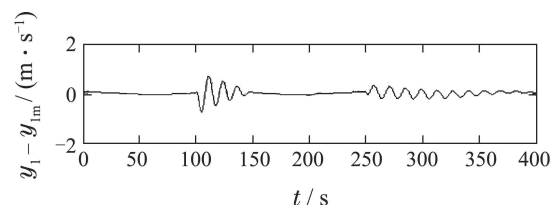


图1 系统输出与参考输出信号

Fig. 1 System outputs and reference outputs



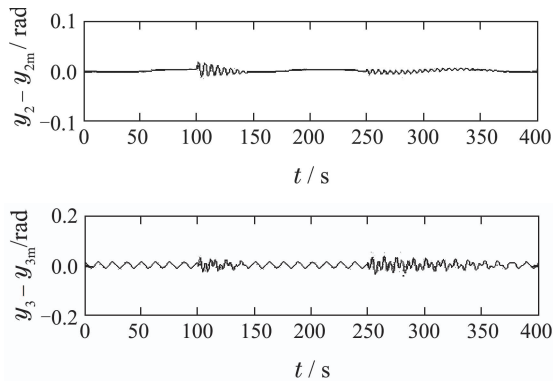


图2 跟踪误差

Fig. 2 Tracking errors

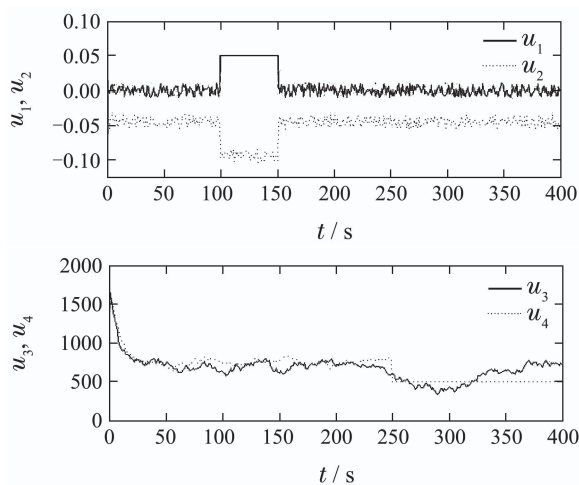


图3 控制输入信号

Fig. 3 Control inputs

从图1和图2可以看出实际运行过程中无论是正常运行还是不确定故障情况下(如图3所示,当 $t = 100\text{s}$ 执行器 u_1 故障, $t = 250\text{s}$ 执行器 u_4 故障),所设计的控制算法始终能够实现闭环系统稳定且渐近输出跟踪的控制目标.图1表明 $t \in [0, 100\text{s}]$ 时间段内,系统存在外界干扰无执行器故障,系统输出跟踪给定指令过程中出现瞬态响应,并且随着时间变化瞬态响应逐渐减小,从而验证本文所设计的控制方法具有鲁棒性.仿真结果验证了本文自适应执行器故障和干扰补偿算法的有效性.

6 结论

针对一类含有多重不确定执行器故障和不匹配输入扰动的多变量非线性系统,本文基于反馈线性化设计提出一种自适应执行器故障和干扰补偿控制方法.自适应干扰补偿设计的关键指出在于确定控制输入关于输出的相对阶与干扰输入关于输出的相对阶之间的关系.执行器故障具有多重不确定性,尤其故障模式和故障值参数不确定.本文采用自适应算法对其进行估计并基于参数估计构建自适应故障补偿控制器集合,然后采用加权算法将多个控制器融合成一个

综合控制器,从而解决多重不确定执行器故障情况并能够保证闭环系统获得期望的性能.故障和扰动情况下飞行器的仿真控制研究结果验证了方法的有效性.

参考文献:

- [1] GAO Z W, CECATI C, DING S X. A survey of fault diagnosis and fault-tolerant technique part I: fault diagnosis with model-based and signal-based approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(6): 3757 – 3767.
- [2] WITCZAK M. Fault diagnosis and fault-tolerant control strategies for non-linear systems. *Lecture Notes in Electrical Engineering*. Zielona Góra: Springer, 2014.
- [3] LAN J, PATTON R J. A new strategy for integration of fault estimation within fault-tolerant control. *Automatica*, 2016, 69(1): 48 – 59.
- [4] HASHEMI M, ASKARI J, GHAIASARI J, et al. Robust adaptive actuator failure compensation for a class of uncertain nonlinear systems. *International Journal of Automation and Computing*, 2016, 14(6): 719 – 728.
- [5] LIU C, JIANG B, ZHANG K. Integrated multiple-model adaptive fault identification and reconfigurable fault-tolerant control for Lead-Wing close formation systems. *International Journal of Systems Science*, 2018, 49(4): 701 – 717.
- [6] LIU L, LIU Y J, TONG S C. Neural networks-based adaptive finite-time fault-tolerant control for a class of strict-feedback switched nonlinear systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 49(7): 2536 – 2545.
- [7] BOUNEMEUR A, CHEMACHEM M, ESSOUNBOULI N. Indirect adaptive fuzzy fault-tolerant tracking control for MIMO nonlinear systems with actuator and sensor failures. *ISA Transactions*, 2018, 79: 45 – 61.
- [8] SHEN H, WU Z G, JU H P, et al. Extended dissipativity-based synchronization of uncertain chaotic neural networks with actuator failures. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(4): 1722 – 1738.
- [9] HU Q L, BO L I, YANG Y S, et al. Finite-time disturbance observer based integral sliding mode control for attitude stabilization under actuator failure. *IET Control Theory and Applications*, 2018, 13(1): 50 – 58.
- [10] ZHAO J, JIANG B, XIE F, et al. Adaptive sliding mode backstepping control for near space vehicles considering engine faults. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2018, 29(2): 343 – 351.
- [11] SHEN Q, WANG D, ZHU S, et al. Integral-type sliding mode fault-tolerant control for attitude stabilization of spacecraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(3): 1131 – 1138.
- [12] GU Y, GROSS J N, RHUDY M B, et al. A fault-tolerant multiple sensor fusion approach applied to UAV attitude estimation. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2016, 3: 1 – 12.
- [13] YAO L N, LI L F, GUAN Y C, et al. Fault diagnosis and fault-tolerant control for nongaussian nonlinear stochastic systems via entropy optimisation. *International Journal of Systems Science*, 2019, 50(21): 1 – 13.
- [14] YAO X M, WU L G, GUO L. Disturbance-observer-based fault tolerant control of high-speed trains: a markovian jump system model approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 50(4): 1476 – 1485.
- [15] MAHOUND M S, MEMON A M, SHI P. Observer-based fault-tolerant control for a class of nonlinear networked control systems. *International Journal of Control*, 2014, 87(8): 1707 – 1715.
- [16] SOBHANIPOUR H, AFZALIAN A A. Active fault tolerant control for switched positive linear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(14): 4971 – 4984.

- [17] WANG C, WEN C, LIN Y. Decentralized adaptive backstepping control for a class of interconnected nonlinear systems with unknown actuator failures. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(3): 835 – 850.
- [18] AO W, SONG Y D, WEN C Y. Adaptive robust fault tolerant control design for a class of nonlinear uncertain MIMO systems with quantization. *ISA Transactions*, 2017, 68: 63 – 72.
- [19] TAGN X D, TAO G, JOSHI S M. Adaptive actuator failure compensation for nonlinear MIMO systems with an aircraft control application. *Automatic*, 2007, 43: 1869 – 1883.
- [20] ISIDORI A. *Nonlinear Control Systems. 3rd edition*. Berlin: Springer, 1995.
- [21] SASTRY S S, KOKOTOVIC P V. Feedback linearization in the presence of uncertainties. *International Journal of Adaptive Control & Signal Processing*, 2010, 2(4): 327 – 346.
- [22] HE J, QIR Y, JIANG B, et al. Adaptive output feedback fault-tolerant control design for hypersonic flight vehicles. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(5): 1811 – 1835.
- [23] LIU Y, JING Y. Practical finite-time almost disturbance decoupling strategy for uncertain nonlinear systems. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(1): 117 – 128.
- [24] LI H, WANG Y, XIE L, et al. Disturbance decoupling control design for switched Boolean control networks. *Systems & Control Letters*, 2014, 72: 1 – 6.
- [25] BASER U, CEVIK M K K, SCHUMACHER J M. Disturbance decoupling and robustness of stability. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2015, 10(15): 1317 – 1336.
- [26] HOAGG J B, SEIGLER T M. Filtered-dynamic-inversion control for unknown minimum-phase systems with unknown-and-unmeasured disturbances. *International Journal of Control*, 2013, 86(3): 449 – 468.
- [27] REN B, ZHONG Q C, CHEN J. Robust control for a class of non-affine nonlinear systems based on the uncertainty and disturbance estimator. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5881 – 5888.
- [28] CHEN Z, HUANG J. Attitude tracking and disturbance rejection of rigid spacecraft by adaptive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(3): 600 – 605.
- [29] GUO J G, ZHANG H, LU X D, et al. Nonlinear disturbance observer-based adaptive sliding mode control for a generic hypersonic vehicle. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2018, 3: 1 – 19.
- [30] PARK Y. Robust and optimal attitude control of spacecraft with disturbances. *International Journal of Systems Science*, 2015, 46(7): 1222 – 1233.
- [31] YANG J, LI S H, CHEN W H. Nonlinear disturbance observer-based control for multi-input multi-output nonlinear systems subject to mismatching condition. *Internal Journal of Control*, 2012, 85(8): 1071 – 1082.
- [32] TAO G. *Adaptive Control Design and Analysis*. New York: John Wiley Sons, 2003.
- [33] BRYSON A E. *Control of Spacecraft and Aircraft*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1994.
- [34] TANG X D, TAO G, JOSHI S M. Adaptive actuator failure compensation for parametric strict feedback systems and an aircraft application. *Automatica*, 2003, 39(11): 1975 – 1982.
- [35] MILLER R H, WILLIAM B R. The effects of icing on the longitudinal dynamics of an icing research aircraft. *The 37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit Reston*. VA: AIAA, 1999: 1 – 8.

作者简介:

姚雪莲 讲师, 目前研究方向为非线性系统的自适应容错控制算法及其应用, E-mail: xuelian_yao@126.com;

杨艺 讲师, 目前研究方向为无人机飞行器的姿态飞行控制和非线性系统瞬态性能优化控制, E-mail: kkdext@126.com.