

# 带有超大型挠性网状天线航天器姿控系统的参数化多目标设计

武云丽<sup>†</sup>, 林波, 曾海波

(北京控制工程研究所, 北京 100190; 空间智能控制技术国防科技重点实验室, 北京 100190)

**摘要:** 本文研究了带有超大型挠性附件的卫星的姿态控制问题. 关于挠性航天器振动抑制与姿态控制, 绝大多数已有的控制方法都是针对某一单一指标提出的. 然而工程上要同时兼顾精度、快速性、平稳性、挠性部件的振动抑制以及各种鲁棒性, 因此挠性航天器的姿态控制系统设计实际上是一个典型的多目标设计问题. 本文针对具有超大型挠性网状天线卫星的俯仰通道姿态系统, 提出了一种基于输出反馈的鲁棒极点配置参数化多目标设计方法. 首先给出了系统能控与能观的充分必要条件, 然后给出了动态补偿器以及特征向量矩阵的参数化表达, 并在此基础上进一步对自由参向量进行了多目标优化, 使得控制系统具有: 1) 配置到期望区域的极点; 2) 较低的特征值灵敏度; 3) 较强的高阶未建模动态抑制能力; 4) 尽可能小的控制增益. 最后, 本文根据卫星工程参数进行了控制器设计与仿真验证, 仿真结果表明本文提出的方法可以在动态响应、高阶未建模动态抑制能力、控制量峰值等方面优于传统的 PID 控制器.

**关键词:** 控制系统参数化设计; 多目标设计; 大挠性航天器; 参数摄动; 高阶扰动模式

**引用格式:** 武云丽, 林波, 曾海波. 带有超大型挠性网状天线航天器姿控系统的参数化多目标设计. 控制理论与应用, 2019, 36(5): 766 – 773

DOI: 10.7641/CTA.2019.90100

## Parametric multi-objective design for spacecrafts attitude control system with super flexible netted antennas

WU Yun-li<sup>†</sup>, LIN Bo, ZENG Hai-bo

(Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China;  
Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing 100190, China)

**Abstract:** This paper investigates the attitude control problem of a satellite with super-large flexible appendages. Most of existing approaches on the vibration suppression and attitude control of flexible spacecraft are developed with a single-objective. However, in control engineering practice the performance indices such as accuracy, convergence speed, stability, vibration suppression in flexible structures and robustness are required to be considered simultaneously, which leads to a typical multi-objective design problem. In this paper, a parametric multi-objective design method based on output feedback for robust pole placement is proposed for pitch channel attitude systems with very large flexible mesh antenna satellites. Firstly, necessary and sufficient conditions for the controllability and observability of the system are derived. Then the parametric expressions of the dynamic compensator and the eigenvector matrix are given. Based on this, the multi-objective optimization of the free parameter vector is carried out, so that the control system has: 1) poles which are assigned to the desired regions; 2) lower eigenvalue sensitivity; 3) stronger ability to suppress high-order unmodeled dynamics; 4) control gain as small as possible. Finally, the controller design and simulation verification are carried out according to the satellite engineering parameters. The simulation results show that the proposed method can outperform the traditional PID controller in terms of dynamic response, high-order unmodeled dynamic suppression capability and peak control.

**Key words:** parameterized design of control system; multi-objective design; super flexible spacecraft; parameter perturbations; high-order flexible mode

**Citation:** WU Yunli, LIN Bo, ZENG Haibo. Parametric multi-objective design for spacecrafts attitude control system with super flexible netted antennas. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(5): 766 – 773

## 1 引言

本文研究了一类具有超大型挠性附件的通信卫星的姿态控制问题. 由于受到模型不确定和高阶未建模动态的影响, 常会出现理论计算参数与在轨实验数据有偏差等情况, 因此这类大型挠性结构航天器的控制器设计相对刚性较强的航天器有一定的难度. 例如, 1958年“探索一号”卫星由于4根鞭状天线的挠性振动造成系统内能耗散, 最终导致姿态翻滚<sup>[1]</sup>.

带有大型挠性附件的航天器振动抑制与姿态控制一直是一个难题, 历史上已有很多关注<sup>[2-10]</sup>, 其中, 研究姿轨联合控制问题的较少(如文献[9]), 而更多的结果是关于姿态控制方面的<sup>[2-8, 10]</sup>. 挠性航天器姿态控制常采用的控制方法之一是鲁棒方法<sup>[2, 5]</sup>. 文献[2]提出了一种基于比例微分(PD)结构滤波器的鲁棒双层反馈控制方法, 该方法具有较强的鲁棒适应性, 能够在传统PID方法失效的情形下完成航天器天线的指向任务; 文献[5]提出了另一种基于线性矩阵不等式(LMI)的鲁棒反馈控制方法, 考虑了带有大挠性附件卫星存在的参数不确定性和外部扰动的问题, 并证明了闭环系统在参数大范围摄动下的鲁棒稳定性. 滑模控制方法是解决这一类问题的另一有效方法<sup>[3, 6]</sup>. 文献[3]考虑了控制输入受限的挠性航天器有限时间姿态控制问题, 提出一种将姿态路径优化和终端滑模控制相结合的方法. 文献[6]针对带挠性附件三轴卫星姿态控制, 设计了自抗扰滑模变结构控制器, 通过扩张状态观测器对高阶未建模动态进行补偿, 通过滑模变结构控制保证快速性和稳定性, 将两种控制方法进行了有机结合. 除了鲁棒控制方法、滑模控制方法之外, 还有一些其他方法也被人们应用到了挠性航天器的姿态控制问题上, 如: 文献[4]提出了基于三段式正弦角加速度的姿态路径规划方法及具有滚动优化思想的跟踪控制方法, 具有较强的鲁棒性. 文献[7]针对挠性卫星在轨姿态快速机动的需求, 给出了PD控制与补偿控制相结合的姿态跟踪控制器形式, 所提出方法的有效性通过了在轨验证. 文献[8]针对挠性航天器姿态机动过程中存在模型参数不确定性、外部高阶未建模动态、执行机构故障、输入饱和及挠性附件振动且挠性模态不易直接测量的问题, 提出了一种抗饱和容错控制与振动抑制策略.

关于挠性航天器控制, 已有的方法大多都是针对单一控制目标提出的<sup>[2-4, 6-9]</sup>. 而实际工程应用需要同时考虑精度、快速性、平稳性, 以及参数摄动、高阶未建模动态的印象, 因此这是一个典型的多目标设计问题. 虽然现有少数一些多目标设计方法, 但均要求特定的指标和约束模式(如文献[5]的LMI方法), 适用范围相对较窄. 出于这一考虑, 文献[10]提出了一种基于观测器的鲁棒多目标姿态控制系统设计方法, 基于控制器以及观测器的完整参数化形式, 对自由参向量进

行了多目标综合优化, 使得控制系统具有良好的鲁棒性和干扰抑制能力, 并避免了控制输出饱和现象的发生.

控制系统的参数化设计是解决多目标设计问题的有力工具<sup>[11-19]</sup>. 不同于传统的控制方法, 参数化方法通过首先建立控制律的完全参数化表示, 然后综合优化控制律中的自由参数来实现控制系统的多目标设计要求, 如闭环极点对参数摄动不灵敏设计<sup>[14, 19]</sup>、干扰抑制设计<sup>[13, 16]</sup>、增益调度设计<sup>[17-18]</sup>等, 因而相较于其他的多目标设计方法(如LMI方法)更加灵活、方便, 具有更加广泛的适用范围.

本文仍然延续文献[10]的多目标设计思想考虑大挠性卫星的姿态控制, 但与文献[10]不同, 本文采用的是一种动态补偿器参数化设计方法<sup>[14, 19]</sup>. 文献[19]中的输出反馈鲁棒极点配置的参数化方法, 在文[15]中被认定优于其他8种相关方法, 并被称为“段方法”, 且成功用于电力系统控制. 文献[14]则将文献[19]中的方法推广到了动态输出反馈的情形, 并考虑了结构性参数摄动的影响, 通过优化自由度使闭环系统的极点对参数摄动尽可能地不敏感. 本文基于文献[14, 19]中的“段方法”, 对具有超大型挠性附件的通信卫星进行了控制系统设计, 设计的控制律可以使得闭环系统的极点配置到期望位置或区域的同时, 还拥有较小的特征值灵敏度<sup>[14]</sup>、较高的高阶未建模动态抑制水平<sup>[13]</sup>以及较低的控制量增益. 经仿真验证, 应用本文的方法对挠性卫星进行控制系统设计, 可以在动态响应、高阶未建模动态抑制能力、控制量峰值等方面优于传统的带有结构滤波器的PID控制器.

## 2 问题描述

### 2.1 系统模型

带有大挠性天线的航天器的俯仰通道姿态动力学模型可以由下式给出<sup>[2]</sup>:

$$\mathbf{I}_y \ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{B}_{\text{rotiy}} \dot{\mathbf{q}}_{iy} = \mathbf{T}_{cy}, \quad (1)$$

其中:  $\boldsymbol{\theta}$ 为俯仰角,  $\mathbf{T}_{cy}$ 为由推力器和动量轮共同产生的俯仰轴方向的控制力矩,  $\mathbf{q}_{iy}$ 为俯仰轴相关的挠性模态分量,  $\mathbf{I}_y$ 为俯仰方向转动惯量,  $\mathbf{B}_{\text{rotiy}}$ 为俯仰方向模态系数,  $\boldsymbol{\xi}_i$ 为阻尼系数,  $\boldsymbol{\Lambda}_{iy}$ 为模态频率.

严格意义上讲, 挠性模态的动态应由分布参数系统来进行描述, 这里将其动态近似描述为如下二阶集中参数系统<sup>[2]</sup>:

$$\ddot{\mathbf{q}}_{iy} + 2\boldsymbol{\xi}_i \boldsymbol{\Lambda}_{iy} \dot{\mathbf{q}}_{iy} + \boldsymbol{\Lambda}_{iy}^2 \mathbf{q}_{iy} + \mathbf{B}_{\text{rotiy}}^T \ddot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{d}, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{d}$ 是高阶模态动态项.

选取 $\mathbf{x} = [\boldsymbol{\theta} \ \mathbf{q}_{iy}]^T$ , 则式(1)-(2)可化为如下标准二阶系统的形式:

$$\mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{M}_1 \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{M}_0 \mathbf{x} = \boldsymbol{\tau}_1 + \boldsymbol{\tau}_2, \quad (3)$$

其中:

$$M_2 = \begin{bmatrix} I_y & B_{rotiy} \\ B_{rotiy}^T & 1 \end{bmatrix}, M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_i A_{iy} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$M_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_{iy}^2 \end{bmatrix}, \tau_1 = \begin{bmatrix} T_{cy} \\ 0 \end{bmatrix}, \tau_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix}.$$

进一步, 选取

$$X = [x^T \quad \dot{x}^T]^T,$$

并记

$$\rho_1 = [1 \ 0]^T, \rho_2 = [0 \ 1]^T,$$

则式(3)可化为如下状态空间模型:

$$\dot{X} = AX + BT_{cy} + Dd, \quad (5)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_2^{-1}M_0 & -M_2^{-1}M_1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ M_2^{-1}\rho_1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ M_2^{-1}\rho_2 \end{bmatrix}.$$

将式(4)代入式(6)可得

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -ba_1 & 0 & -ba_2 \\ 0 & I_y a_1 & 0 & I_y a_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma \\ \gamma b \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中:

$$\begin{cases} \gamma = -(I_y - B_{rotiy}^2)^{-1}, \\ b = B_{rotiy}, \\ a_1 = -(I_y - B_{rotiy}^2)^{-1} A_{iy}^2, \\ a_2 = -2(I_y - B_{rotiy}^2)^{-1} \xi_i A_{iy}. \end{cases} \quad (8)$$

由物理背景可知,  $\theta$ 和 $\dot{\theta}$ 是可以直接被传感器测量的, 因此有输出方程

$$y = CX, \quad (9)$$

其中

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

考虑到参数的摄动主要来自于模态频率和阻尼系数, 因此假设

$$a_1 = a_{10} + \Delta a_1, a_2 = a_{20} + \Delta a_2, \quad (11)$$

其中:  $a_{10}, a_{20}$ 是标称参数,  $\Delta a_1, \Delta a_2$ 代表 $a_1, a_2$ 的摄动. 进而, 系统(5)中的系统矩阵 $A$ 可以表示为如下形式:

$$A = A_0 + A_1 \Delta a_1 + A_2 \Delta a_2, \quad (12)$$

其中:

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -ba_{10} & 0 & -ba_{20} \\ 0 & I_y a_{10} & 0 & I_y a_{20} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -b \\ 0 & 0 & 0 & I_y \end{bmatrix}.$$

## 2.2 问题的提出

本文针对上述系统(5)(9)的控制问题, 采用下述形式的2阶动态补偿器:

$$\begin{cases} \dot{z} = K_{22}z + K_{21}y, \\ T_{cy} = K_{12}z + K_{11}y, \end{cases} \quad (14)$$

其中:  $z \in \mathbb{R}^2$ 为动态补偿器的状态向量;  $K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}$ 为适当阶数的实参数矩阵.

选取 $\Upsilon = [X \ z]^T$ 为增广系统的状态向量, 于是根据式(5)和式(14)可以得到闭环系统

$$\begin{cases} \dot{\Upsilon} = A_c \Upsilon + D_c d, \\ y = C_c \Upsilon, \end{cases} \quad (15)$$

其中:

$$A_c = \begin{bmatrix} A + BK_{11}C & BK_{12} \\ K_{21}C & K_{22} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$C_c = [C \ 0], D_c = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}.$$

基于上述准备, 根据文献[13-14, 19]的理论, 本文研究的多目标设计问题可以描述如下:

**问题** 给定系统(1)-(2), 求取2阶动态补偿器(14)的参数矩阵 $K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}$ , 使得:

a) 闭环系统(15)的极点, 即 $A_c$ 的特征值, 配置到期望的位置或区域, 并对矩阵 $A_c$ 中的参数摄动尽可能地不敏感;

b) 高阶未建模模态 $d$ 对输出 $y$ 的影响尽量小;

c) 下述增广的增益矩阵

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (17)$$

具有最小的 $F$ 范数.

## 3 预备工作

给定系统

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}\tilde{u}, \\ \tilde{y} = \tilde{C}\tilde{x}, \end{cases} \quad (18)$$

其中:  $\tilde{x} \in \mathbb{R}^n, \tilde{u} \in \mathbb{R}^r, \tilde{y} \in \mathbb{R}^m$  ( $r, m \leq n$ ) 分别是系统的状态向量、控制向量、输出向量;  $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ 分别是已知的具有合适维度的实矩阵.

当对系统(18)施加如下形式的动态补偿控制:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}} = \tilde{K}_{22}\tilde{z} + \tilde{K}_{21}\tilde{y}, \\ \tilde{u} = \tilde{K}_{12}\tilde{z} + \tilde{K}_{11}\tilde{y}, \end{cases} \quad (19)$$

可得如下闭环系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{z}} \end{bmatrix} = \tilde{A}_c \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{z} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

其中:

$$\tilde{A}_c = \begin{bmatrix} \tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K}_{11}\tilde{C} & \tilde{B}\tilde{K}_{12} \\ \tilde{K}_{21}\tilde{C} & \tilde{K}_{22} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$\tilde{z} \in \mathbb{R}^p$  为动态补偿器的状态向量;  $\tilde{K}_{11}, \tilde{K}_{12}, \tilde{K}_{21}, \tilde{K}_{22}$  为适当阶数的实矩阵.

根据文献[14], 当系统(18)能控时, 存在如下右互质分解:

$$(sI - \tilde{A})^{-1}\tilde{B} = \tilde{N}(s)\tilde{D}^{-1}(s), \quad (22)$$

其中:  $\tilde{N}(s) \in \mathbb{R}^{n \times r}$ ,  $\tilde{D}(s) \in \mathbb{R}^{r \times r}$  是以  $s$  为变量的既约多项式矩阵. 类似的, 当系统(18)能观时, 存在如下右互质分解:

$$(sI - \tilde{A}^T)^{-1}\tilde{C}^T = \tilde{H}(s)\tilde{L}^{-1}(s), \quad (23)$$

其中:  $\tilde{H}(s) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $\tilde{L}(s) \in \mathbb{R}^{m \times m}$  是以  $s$  为变量的既约多项式矩阵.

**引理 1**<sup>[14]</sup> 设系统(18)能控且能观,  $\tilde{N}(s), \tilde{D}(s), \tilde{H}(s), \tilde{L}(s)$  为满足右互质分解(22)和(23)的多项式矩阵,  $s_i (i = 1, 2, \dots, n + p)$  为一组自共轭复数(不一定互异). 则:

1) 存在适当阶数的实矩阵  $\tilde{K}_{11}, \tilde{K}_{12}, \tilde{K}_{21}, \tilde{K}_{22}$  以及  $\tilde{T}, \tilde{V} \in \mathbb{C}^{(n+p) \times (n+p)}$ , 使得

$$\tilde{A}_c = \tilde{V}\tilde{\Lambda}\tilde{T}^T, \quad \tilde{T}^T\tilde{V} = I, \quad (24)$$

其中

$$\tilde{\Lambda} = \text{diag}\{s_1 \ s_2 \ \dots \ s_{n+p}\}, \quad (25)$$

当且仅当存在一组参数向量  $\tilde{f}_{0i} \in \mathbb{C}^r$ ,  $\tilde{g}_{0i} \in \mathbb{C}^m$ ,  $\tilde{f}_{1i} \in \mathbb{C}^p$ ,  $\tilde{g}_{1i} \in \mathbb{C}^p$ ,  $i = 1, 2, \dots, n + p$ , 满足如下约束:

C1) 当  $s_i = \bar{s}_l, j = 1, 2$  时, 有  $\tilde{f}_{ji} = \tilde{f}_{jl}, \tilde{g}_{ji} = \tilde{g}_{jl}$ ;

C2)  $\tilde{g}_{0i}^T \tilde{H}^T(s_i)\tilde{N}(s_j)\tilde{f}_{0j} + \tilde{g}_{1i}^T \tilde{f}_{1j} = \delta_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n + p$ ; 其中  $\delta_{ij}$  是克罗内克函数, 即

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (26)$$

2) 当上述条件满足时, 所有满足式(24)的矩阵  $\tilde{T}, \tilde{V}$  可以由下式给出:

$$\tilde{V} = \begin{bmatrix} \tilde{V}_0 \\ \tilde{F}_1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{T} = \begin{bmatrix} \tilde{T}_0 \\ \tilde{G}_1 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

其中:

$$\begin{cases} \tilde{V}_0 = [\tilde{v}_{01} \ \tilde{v}_{02} \ \dots \ \tilde{v}_{0(n+p)}], \ \tilde{v}_{0i} = \tilde{N}(s_i)\tilde{f}_{0i}, \\ \tilde{T}_0 = [\tilde{t}_{01} \ \tilde{t}_{02} \ \dots \ \tilde{t}_{0(n+p)}], \ \tilde{t}_{0i} = \tilde{H}(s_i)\tilde{g}_{0i}, \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \tilde{F}_1 = [\tilde{f}_{11} \ \tilde{f}_{12} \ \dots \ \tilde{f}_{1(n+p)}], \\ \tilde{G}_1 = [\tilde{g}_{11} \ \tilde{g}_{12} \ \dots \ \tilde{g}_{1(n+p)}], \end{cases} \quad (29)$$

且  $\tilde{K}_{11}, \tilde{K}_{12}, \tilde{K}_{21}, \tilde{K}_{22}$  可以由下式给出:

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12} \\ \tilde{K}_{21} & \tilde{K}_{22} \end{bmatrix} = \tilde{W}[\tilde{\Phi} \quad (I - \tilde{\Phi}\tilde{C}\tilde{V}_0)\tilde{\Psi}], \quad (30)$$

其中:

$$\begin{cases} \tilde{\Psi} = \tilde{F}_1^T(\tilde{F}_1\tilde{F}_1^T)^{-1}, \\ \tilde{\Phi} = \tilde{T}(\tilde{C}\tilde{V}_0\tilde{T})^{-1}, \\ \tilde{T} = (I - \tilde{\Psi}\tilde{F}_1)(\tilde{C}\tilde{V}_0)^T, \\ \tilde{W}^T = [\tilde{W}_0^T \quad \tilde{\Lambda}\tilde{F}_1^T], \\ \tilde{W}_0 = [\tilde{w}_{01} \ \tilde{w}_{02} \ \dots \ \tilde{w}_{0(n+p)}], \\ \tilde{w}_{0i} = \tilde{D}(s_i)\tilde{f}_{0i}; \end{cases} \quad (31)$$

或等价地,  $\tilde{K}_{11}, \tilde{K}_{12}, \tilde{K}_{21}, \tilde{K}_{22}$  也可以由下式给出:

$$\tilde{K} = \begin{bmatrix} \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12} \\ \tilde{K}_{21} & \tilde{K}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}' \\ \tilde{\Psi}'(I - \tilde{B}^T\tilde{T}_0\tilde{\Phi}') \end{bmatrix} \tilde{Z}^T, \quad (32)$$

其中:

$$\begin{cases} \tilde{\Psi}' = (\tilde{G}_1\tilde{G}_1^T)^{-1}\tilde{G}_1, \\ \tilde{\Phi}' = (\tilde{T}'\tilde{T}_0^T\tilde{B})^{-1}\tilde{T}', \\ \tilde{T}' = \tilde{B}^T\tilde{T}_0(I - \tilde{G}_1^T\tilde{\Psi}'), \\ \tilde{Z}^T = [\tilde{Z}_0^T \quad \tilde{\Lambda}\tilde{G}_1^T], \\ \tilde{Z}_0 = [\tilde{z}_{01} \ \tilde{z}_{02} \ \dots \ \tilde{z}_{0(n+p)}], \ \tilde{z}_{0i} = \tilde{L}(s_i)\tilde{g}_{0i}. \end{cases} \quad (33)$$

## 4 控制系统设计

本节考虑带有超大型挠性网状天线航天器的参数化多目标设计. 首先, 给出了系统能控能观的充分必要条件, 然后, 给出了基于动态补偿器的参数化特征结构配置结果; 继而, 为了实现多目标设计, 依据文献[13-14, 19]的理论, 先后给出了特征向量矩阵条件数指标、增益矩阵范数指标、高阶未建模动态抑制指标的显示表达, 以便之后利用解的自由度进行优化, 从而实现控制系统的多目标设计.

### 4.1 控制系统分析

关于系统(5)的能控及能观性, 有如下结果:

**定理 1** 系统(5)能控、能观的充分必要条件为

$$a_1 \neq 0, \ b \neq 0. \quad (34)$$

证 首先讨论能控性. 容易验证

$$[sI - A \quad -B] = \begin{bmatrix} s & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ba_1 & s & ba_2 & \gamma \\ 0 & -I_y a_1 & 0 & s - I_y a_2 & -\gamma b \end{bmatrix}$$

等价于

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma \\ \mathcal{P} - \mathbf{a}_1^2 \mathbf{b} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

其中  $\mathcal{P} = -\mathbf{b}(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 s)(-\mathbf{a}_2^2 \mathbf{b}^2 + \mathbf{I}_y \mathbf{a}_2^2 + \mathbf{a}_1)$ , 考虑到  $\gamma \neq 0$ , 因此,

$$\text{rank}[\mathbf{sI} - \mathbf{A} - \mathbf{B}] = n, \forall \mathbf{s} \in \mathbb{C},$$

当且仅当式(34)成立, 继而由PBH判据可知系统(5)能控当且仅当式(34)成立.

下面讨论能观性. 类似地, 容易验证

$$[\mathbf{sI} - \mathbf{A}^T - \mathbf{C}^T]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{s} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \mathbf{s} & 0 & -1 \\ 0 & \mathbf{a}_1 \mathbf{b} & \mathbf{s} & \mathbf{a}_2 \mathbf{b} \\ 0 & -\mathbf{I}_y \mathbf{a}_1 & 0 & \mathbf{s} - \mathbf{I}_y \mathbf{a}_2 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix},$$

等价于

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\mathbf{b}^2(\mathbf{I}_y \mathbf{a}_2^2 + \mathbf{a}_1)(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 \mathbf{s}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{a}_1^2 \mathbf{b}^2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

容易看出

$$\text{rank}[\mathbf{sI} - \mathbf{A}^T - \mathbf{C}^T]^T = n, \forall \mathbf{s} \in \mathbb{C},$$

当且仅当式(34)成立, 因此根据PBH判据可知系统(5)能观当且仅当式(34)被满足. 证毕.

关于满足右互质分解(22)–(23)的  $\mathbf{N}(\mathbf{s})$ ,  $\mathbf{D}(\mathbf{s})$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{s})$ ,  $\mathbf{L}(\mathbf{s})$  的求取, 有如下结论.

**定理 2** 设系统(5)能控且能观, 则满足右互质分解(22)的既约多项式矩阵  $\mathbf{N}(\mathbf{s})$ ,  $\mathbf{D}(\mathbf{s})$  可由下式给出:

$$\begin{cases} \mathbf{N}(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} \gamma \mathbf{s}^2 + \mathbf{a}_2 \mathbf{s} + \mathbf{a}_1 \\ -\mathbf{b} \gamma \mathbf{s}^2 \\ \gamma \mathbf{s}^3 + \mathbf{a}_2 \mathbf{s}^2 + \mathbf{a}_1 \mathbf{s} \\ -\mathbf{b} \gamma \mathbf{s}^3 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D}(\mathbf{s}) = -\mathbf{s}^4 + \mathbf{I}_y \mathbf{a}_2 \mathbf{s}^3 + \mathbf{I}_y \mathbf{a}_1 \mathbf{s}^2; \end{cases} \quad (35)$$

满足右互质分解(23)的既约多项式矩阵  $\mathbf{H}(\mathbf{s})$ ,  $\mathbf{L}(\mathbf{s})$  可以由下式给出:

$$\begin{cases} \mathbf{H}(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mathbf{a}_1 \mathbf{b} \mathbf{s} \\ 0 & -\mathbf{s}^2 + \mathbf{I}_y \mathbf{a}_2 \mathbf{s} + \mathbf{I}_y \mathbf{a}_1 \\ 0 & \mathbf{a}_2 \mathbf{b} \mathbf{s} + \mathbf{a}_1 \mathbf{b} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{L}(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} \mathbf{s} & 0 \\ -1 & -\mathbf{s}^3 + \mathbf{I}_y \mathbf{a}_2 \mathbf{s}^2 + \mathbf{I}_y \mathbf{a}_1 \mathbf{s} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (36)$$

**证** 将式(35)–(36)代入到式(22)–(23)中验证即可. 证毕.

基于上述结果, 当系统能控能观的条件(34)被满足时, 可以依据引理1以及  $\mathbf{N}(\mathbf{s})$ ,  $\mathbf{D}(\mathbf{s})$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{s})$ ,  $\mathbf{L}(\mathbf{s})$  的具体表达式(35)–(36)得到控制器的参数化表达.

## 4.2 设计指标

本节给出了特征向量矩阵条件数指标、增益矩阵范数指标、高阶未建模动态抑制指标的显示表达, 为之后利用解的自由度进行多目标设计做了准备.

### 4.2.1 特征向量矩阵条件数指标

文献[19]证明了, 当特征向量矩阵拥有较小的条件数时, 闭环极点将对参数摄动不敏感, 因此本文引入如下指标:

$$\mathbf{J}_c = \text{cond}(\mathbf{V}) = \text{cond}(\mathbf{T}^T). \quad (37)$$

其中  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{T}^T$  分别为闭环系统的右、左特征向量矩阵, 由式(27)给出.

考虑到式(24),  $\mathbf{J}_c$  可被化简为

$$\mathbf{J}_c = \text{cond}(\mathbf{V}) = \|\mathbf{V}\|_F \|\mathbf{V}^{-1}\|_F = \|\mathbf{V}\|_F \|\mathbf{T}^T\|_F, \quad (38)$$

将矩阵  $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{V}$  的表达式(27)–(29)代入到式(38)中, 可将  $\mathbf{J}_c$  进一步化简为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_c &= \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{V}_0 \\ \mathbf{F}_1 \end{bmatrix} \right\|_F \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{T}_0 \\ \mathbf{G}_1 \end{bmatrix}^T \right\|_F = \\ &= \left\| \begin{bmatrix} [\mathbf{v}_{01} \ \mathbf{v}_{02} \ \cdots \ \mathbf{v}_{06}] \\ [\mathbf{f}_{11} \ \mathbf{f}_{12} \ \cdots \ \mathbf{f}_{16}] \end{bmatrix} \right\|_F \left\| \begin{bmatrix} [\mathbf{t}_{01} \ \mathbf{t}_{02} \ \cdots \ \mathbf{t}_{06}] \\ [\mathbf{g}_{11} \ \mathbf{g}_{12} \ \cdots \ \mathbf{g}_{16}] \end{bmatrix}^T \right\|_F = \\ &= \left\| \begin{bmatrix} [\mathbf{N}(\mathbf{s}_1) \mathbf{f}_{01} \ \mathbf{N}(\mathbf{s}_2) \mathbf{f}_{02} \ \cdots \ \mathbf{N}(\mathbf{s}_6) \mathbf{f}_{06}] \\ [\mathbf{f}_{11} \ \mathbf{f}_{12} \ \cdots \ \mathbf{f}_{16}] \end{bmatrix} \right\|_F \times \\ &= \left\| \begin{bmatrix} [\mathbf{H}(\mathbf{s}_1) \mathbf{g}_{01} \ \mathbf{H}(\mathbf{s}_2) \mathbf{g}_{02} \ \cdots \ \mathbf{H}(\mathbf{s}_6) \mathbf{g}_{06}] \\ [\mathbf{g}_{11} \ \mathbf{g}_{12} \ \cdots \ \mathbf{g}_{16}] \end{bmatrix}^T \right\|_F = \\ &= \sum_{i=1}^6 (\sqrt{\|\mathbf{N}(\mathbf{s}_i) \mathbf{f}_{0i}\|_2^2 + \|\mathbf{f}_{1i}\|_2^2}) \times \\ &= \sum_{i=1}^6 (\sqrt{\|\mathbf{H}(\mathbf{s}_i) \mathbf{g}_{0i}\|_2^2 + \|\mathbf{g}_{1i}\|_2^2}). \end{aligned} \quad (39)$$

### 4.2.2 增益矩阵2-范数指标

为了尽可能地减小控制量增益的大小, 引入如下的指标:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_\mu &= \|\mathbf{K}\|_2 = \\ &= \|\mathbf{W}[\Phi(\mathbf{I} - \Phi \mathbf{C} \mathbf{V}_0) \Psi]\|_2 = \\ &= \left\| \begin{bmatrix} \bar{\Phi} \\ \bar{\Psi}(\mathbf{I} - \mathbf{B}^T \mathbf{T}_0 \bar{\Phi}) \end{bmatrix} \mathbf{Z}^T \right\|_2, \end{aligned} \quad (40)$$

其中:  $\mathbf{K}$  为由引理1的表达式(30)或式(32)给出的增益

矩阵,  $V_0, T_0$  由式(28)给出,  $W, \Phi, \Psi, Z, \bar{\Phi}, \bar{\Psi}$  由式(31)(33)给出.

### 4.2.3 高阶未建模动态抑制指标

将由式(9)给出的输出向量  $y$ , 由式(10)给出的  $C$  矩阵, 以及由(16)给出的  $C_c$  进行如下行分块:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}, C_c = \begin{bmatrix} c_1^c \\ c_2^c \end{bmatrix}, \quad (41)$$

则有  $c_i^c = [c_i \ 0]$ ,  $i = 1, 2$ , 且进一步有

$$y_i = c_i X = c_i^c Y, \quad i = 1, 2. \quad (42)$$

注意到高阶未建模动态  $d$  到第  $i$  个输出  $y_i$  的传递函数为

$$G_{dy_i}(s) = c_i^c (sI - A_c)^{-1} D_c, \quad i = 1, 2, \quad (43)$$

因此, 为了尽可能地抑制高阶未建模动态对输出的影响, 希望如下指标尽可能小<sup>[13]</sup>:

$$J_d = \sum_{i=1}^2 \alpha_{di} \|c_i^c (sI - A_c)^{-1} D_c\|_2, \quad (44)$$

其中  $\alpha_{d1}, \alpha_{d2}$  是两个非负的权重系数. 根据文献[13]的结果, 可以得到指标  $J_d$  的显示表达, 总结为如下命题.

**命题 1**<sup>[13]</sup> 设  $s_i, i = 1, 2, \dots, 6$  为一组具有负实部的自共轭复数(不一定互异), 设约束 C1)C2) 被满足, 矩阵  $T, V$  以及  $K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}$  由引理 1 给出. 则由式(44)定义的指标  $J_d$  可以由下式表达:

$$J_d = \alpha_{d1} (c_1 V_0 Q V_0^T c_1^T) + \alpha_{d2} (c_2 V_0 Q V_0^T c_2^T), \quad (45)$$

其中  $Q$  的第  $i$  行、第  $j$  列元素由下式给出:

$$q_{ij} = -\frac{g_{0i}^T H^T(s_i) D D^T H(s_j) g_{0j}}{s_i + s_j}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6. \quad (46)$$

## 5 数值仿真

假定由式(1)–(2)描述的模型参数见表 1.

表 1 各参数物理意义及具体数值

Table 1 The physical meaning and values of the parameters

参数符号	物理意义	具体数值
$I_y$	俯仰方向转动惯量	20667.25 kg · m <sup>2</sup>
$B_{rotiy}$	俯仰方向模态系数	-108.88 $\sqrt{\text{kg}} \cdot \text{m}$
$\xi_i$	阻尼系数	0.005
$A_{iy}$	模态频率	$2\pi \times 0.151$

### 5.1 控制律

将表 1 中的数据代入  $N(s), D(s)$  的表达式(35)中可以得到

$$N(s) = 10^{-6} \times \begin{bmatrix} -113.48s^2 - 1.0766s - 102.15 \\ -12400s^2 \\ -113.48s^3 - 1.0766s^2 - 102.15s \\ -12400s^3 \end{bmatrix},$$

$$D(s) = -s^4 - 0.0223s^3 - 2.1111s^2.$$

将表 1 中的数据代入  $H(s)$  和  $L(s)$  的表达式(36)中, 可以得到

$$H(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0111s \\ 0 & -s^2 - 0.0223s - 2.1111 \\ 0 & 1.1722 \times 10^{-4}s + 0.0111 \end{bmatrix},$$

$$L(s) = \begin{bmatrix} s & 0 \\ -1 & -s^3 - 0.0223s^2 - 2.1111s \end{bmatrix}.$$

将前两个期望极点  $s_1, s_2$  作为自由参数, 由下式给出了其范围:

$$s_{1,2} = -\xi \pm \zeta i, \quad \xi \in [0.01, 0.1], \quad \zeta \in [1, 1.5],$$

后 4 个期望极点  $s_i, i = 3, 4, 5, 6$  选取为

$$s_3 = -2.06511, \quad s_4 = -0.01600,$$

$$s_{5,6} = -0.15674 \pm 0.10386i.$$

优化指标为

$$J = \alpha_u J_u + \alpha_c J_c + \alpha_d J_d =$$

$$J(s_1, s_2, f_{0i}, g_{0i}, f_{1i}, g_{1i}, i = 1, 2, \dots, 6),$$

其中  $J_c, J_u$  和  $J_d$  分别由式(39)–(40)和式(45)给出,  $\alpha_u, \alpha_c$  和  $\alpha_d$  为非负的权重系数.

求解如下优化问题:

$$\min J(s_1, s_2, f_{0i}, g_{0i}, f_{1i}, g_{1i}, i = 1, 2, \dots, 6),$$

s.t. 约束 C1), C2),

其中权重选为  $\alpha_{d1} = \alpha_{d2} = \alpha_d = \alpha_u = \alpha_c = 1$ . 将获得的参数代入到式(30)或式(32)得到下述增益矩阵:

$$K = [k_{11} \ k_{12} \ k_{13} \ k_{14}],$$

其中:

$$k_{11} = \begin{bmatrix} -38.4632239 \\ 4.84008051 \\ 1.53071924 \end{bmatrix}, \quad k_{12} = \begin{bmatrix} -2248.07760 \\ 488.254137 \\ -126.193873 \end{bmatrix},$$

$$k_{13} = \begin{bmatrix} -0.14638871 \\ -0.01325631 \\ -0.18937241 \end{bmatrix}, \quad k_{14} = \begin{bmatrix} 5.90877238 \\ 2.15924884 \\ -2.28904292 \end{bmatrix}$$

此时增广系统的闭环极点为

$$s_3 = -2.065113, \quad s_{1,2} = -0.092528 \pm 1.454609i,$$

$$s_4 = -0.016000, \quad s_{5,6} = -0.156743 \pm 0.103865i.$$

对应的指标为

$$J_c = 6041.90, \quad J_u = 2304.27, \quad J_d = 64.0404.$$

针对该带有大挠性的卫星的姿态系统,考虑了工程上常用的下述带有结构滤波器的PID控制器,如图1所示。

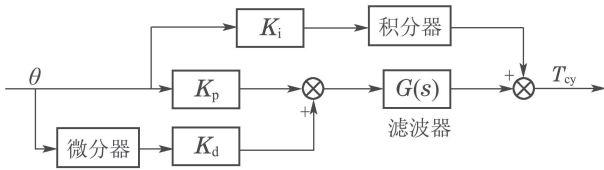


图1 传统PID控制器框图

Fig. 1 Block diagram of traditional PID controller

经过长期摸索,得到下述设计结果:

$$G(s) = \frac{60s + 1}{1.5625s^2 + 3.5s + 1},$$

$$K_p = 15, K_d = 15, K_i = 0.03.$$

## 5.2 仿真结果

姿态角与姿态角速度初值选为  $\theta_0 = 0.06^\circ$ ,  $\dot{\theta}_0 = -0.003$  ( $^\circ$ )/s; 高阶未建模模态选取为  $d = 0.1q_{iy}^{(3)}$ . 在仿真步长选为0.4 s的情况下,得到的仿真结果如图2-3所示。

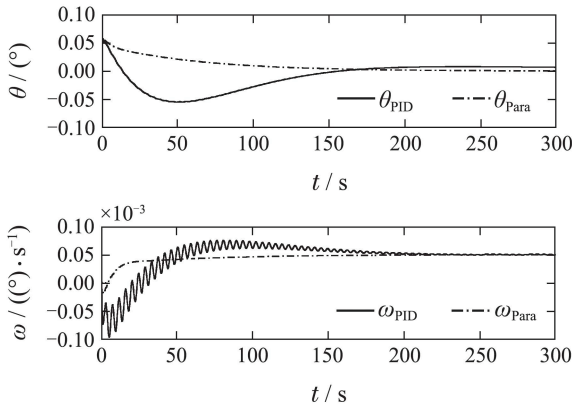


图2 姿态角与姿态角速度响应曲线

Fig. 2 Curves of attitude angle and attitude angular rate

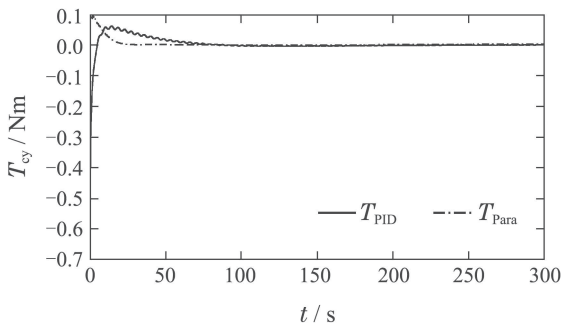


图3 控制力矩曲线

Fig. 3 Curves of control moments

由图2可见:

1) 姿态角响应方面,本文的结果在过渡时间、超调、收敛速度等方面均优于PID的结果。

2) 角速度响应方面,本文结果的调整时间与PID的结果大致相当,但在超调和平稳性方面均优于PID的结果;此外,与PID的结果相比,本文的结果不存在高阶未建模动态引起的明显抖动。

3) 本文结果与文献[2]中的图2(b)相比,姿态角调整时间大致相当,但在超调和平稳性方面优于文献[2]的结果。

由图3可见:

1) 本文方法的控制量满足工程型号任务中规定的0.1Nm限幅,而传统方法的控制量峰值则远远地超出了这个范围(已超过0.6Nm);

2) 与文献[2]中的图3(b)相比,本文方法的控制力矩峰值与控制能量都要小于文献[2]的方法;

综上所述,本文提出的动态补偿器参数化多目标综合优化方法能够在动态响应、对高阶未建模动态的抑制能力、控制量峰值等诸多方面均优于传统的PID+结构滤波器的控制方法。

## 6 结论

本文研究了具有超大型挠性附件的航天器的姿态控制问题.与已有的大部分结果不同,本文给出了这类航天器基于动态输出反馈的参数化多目标设计方法,本文设计的方法可以使得闭环极点配置到期望位置或区域的同时,还对结构性的参数扰动具有较强的鲁棒性,此外,受控的闭环系统还拥有较高的高阶未建模动态抑制能力与较低的控制量增益,使得系统对参数扰动和高阶未建模动态具有较强的耐受能力的同时,还拥有了较小的控制量增益.经过仿真验证,可以看出本文提出的方法可以在高阶未建模动态抑制水平、动态特性、控制量峰值等方面优于传统的PID控制方法。

基于该设计方法本文还完成了该航天器姿控系统俯仰和偏航通道的设计,相应的实际工程系统在轨运行良好,全面满足了精度、平稳性、快速性和抗扰能力等各项任务指标。

## 参考文献:

- [1] KIDA T, YAMAGUCHI I. On-orbit robust control experiment of flexible spacecraft ETS-VI. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1996, 20(5): 865 - 872.
- [2] WU Yunli, LI Jiajia, ZENG Haibo, et al. Robust H-infinity control design for spacecrafts with large flexible netted antennas. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(3): 365 - 371.  
(武云丽, 李佳嘉, 曾海波, 等. 带有大型挠性网状天线航天器的鲁棒H<sub>∞</sub>控制方法. *控制理论与应用*, 2013, 30(3): 365 - 371.)
- [3] WANG Feizhou, JIA Qingxian, WANG Jihe, et al. Finite-time attitude control of flexible spacecraft under actuator saturation. *Aerospace Control*, 2016, 34(5): 59 - 69.  
(汪飞舟, 贾庆贤, 王继河, 等. 控制输入受限的挠性航天器有限时间姿态控制. *航天控制*, 2016, 34(5): 59 - 69.)
- [4] FAN Guowei, WANG Shaoju, XU Wei, et al. Three-segment trajectory plan and moving horizon tracking control of flexible satellite at-

- titude maneuver. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(9): 1260 – 1271.  
(范国伟, 王绍举, 徐伟, 等. 挠性卫星姿态机动三段式轨迹规划与滚动跟踪控制. 控制理论与应用, 2018, 35(9): 1260 – 1271.)
- [5] HU Meng, TANG Liang. Low-order robust control for satellite with large flexible appendages. *Aerospace Control and Application*, 2015, 41(3): 28 – 32.  
(胡萌, 汤亮. 一种带大挠性附件卫星的低阶鲁棒控制方法. 空间控制技术与应用, 2015, 41(3): 28 – 32.)
- [6] WU Yunjie, LI Chen, MA Zheng. Attitude control of three-axis flexible satellite based on active-disturbance-rejection sliding mode method. *Journal of System Simulation*, 2015, 27(8): 1831 – 1837.  
(吴云洁, 李琛, 马征. 基于自抗扰滑模的三轴挠性卫星姿态控制. 系统仿真学报, 2015, 27(8): 1831 – 1837.)
- [7] YUAN Li, LI Yongjun, YAO Ning, et al. Maneuver attitude control method and in-orbit verification for flexible satellites with single-gimbal control moment gyros. *Journal of Astronautics*, 2018, 39(1): 43 – 51.  
(袁利, 雷拥军, 姚宁, 等. 具有SGCMG系统的挠性卫星姿态机动控制及验证. 宇航学报, 2018, 39(1): 43 – 51.)
- [8] TAO Jiawei, ZHANG Tao. Fault-tolerant attitude control and vibration suppression for flexible spacecraft with input saturation. *Electric Machines and Control*, 2019, 23(1): 125 – 132.  
(陶佳伟, 张涛. 考虑输入饱和的挠性航天器姿态容错控制与振动抑制. 电机与控制学报, 2019, 23(1): 125 – 132.)
- [9] YANG Yidai, JING Wuxing, ZHANG Zhao. A new method for orbit and attitude coupling control problem of flexible spacecraft based on dual quaternions. *Journal of Astronautics*, 2016, 37(8): 946 – 956.  
(杨一岱, 荆武兴, 张召. 一种挠性航天器的对偶四元数姿轨耦合控制方法. 宇航学报, 2016, 37(8): 946 – 956.)
- [10] ZHANG Long, DUAN Guangren. Flexible spacecraft robust multi-objective attitude controller design. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(11): 2326 – 2332.  
(张龙, 段广仁. 挠性航天器的鲁棒多目标姿态控制器设计. 宇航学报, 2011, 32(11): 2326 – 2332.)
- [11] DUAN G R. Solutions of the equation  $AV + BW = VF$  and their application to eigenstructure assignment in linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, 38(2): 276 – 280.
- [12] DUAN G R. Solution to matrix equation  $AV + BW = EVF$  and eigenstructure assignment for descriptor systems. *Automatica*, 1992, 28(3): 639 – 642.
- [13] DUAN G R, IRWIN G W, LIU G P. Disturbance attenuation in linear systems via dynamical compensators: a parametric eigenstructure assignment approach. *IEE Proceedings — Control Theory and Applications*, 2000, 147(2): 129 – 136.
- [14] DUAN G R. Robust eigenstructure assignment via dynamical compensators. *Automatica*, 1993, 29(2): 469 – 474.
- [15] AZZAM M. Robust automatic generation control. *Energy Conversion and Management*, 1999, 40(13): 1413 – 1421.
- [16] DUAN G R, LIU G P, THOMPSON S. Disturbance decoupling in descriptor systems via output feedback — a parametric eigenstructure assignment approach. *Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*. Sydney, Australia: IEEE, 2000, 4: 3660 – 3665.
- [17] WU W J, DUAN G R. Gain scheduled control of linear systems with unsymmetrical saturation actuators. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(15): 3711 – 3719.
- [18] WANG Q, ZHOU B, DUAN G R. Robust gain scheduled control of spacecraft rendezvous system subject to input saturation. *Aerospace Science and Technology*, 2015, 42: 442 – 450.
- [19] DUAN G R. Simple algorithm for robust pole assignment in linear output feedback. *IEE Proceedings D: Control Theory and Applications*, 1992, 139(5): 465 – 470.

#### 作者简介:

**武云丽** 高级工程师, 目前研究方向为航天器控制系统方案设计、鲁棒控制方法、容错控制方法, E-mail: zxwh@sohu.com;

**林波** 研究员, 目前研究方向为航天器动力学与控制、复杂航天器鲁棒控制, E-mail: newnewly@163.com;

**曾海波** 研究员, 目前研究方向为航天器导航制导与控制、航天器动力学与控制, E-mail: zenghb@163.com.