

倾转式三旋翼无人机的自适应鲁棒容错控制

王 栋, 鲜 斌[†]

(天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

摘要: 本文针对受到外界未知扰动和模型不确定性影响的倾转式三旋翼无人机, 研究了其在尾部舵机发生堵塞故障时的容错控制问题. 通过对倾转式三旋翼无人机姿态动力学特性的分析, 将尾部舵机堵塞故障加入到力矩解算方程中. 基于自适应反步法和非奇异终端滑模控制, 提出了一种不需要故障诊断的鲁棒容错控制设计. 利用基于 Lyapunov 的分析方法证明了闭环系统的稳定性, 以及姿态误差的渐近收敛性质. 通过在三旋翼无人机半实物仿真平台的实时实验以及与滑模控制器的对比, 验证了该算法在无人机尾部舵机发生堵塞故障时, 对姿态运动具有较好的控制效果.

关键词: 三旋翼无人机; 容错控制; 自适应控制; 终端滑模控制

引用格式: 王栋, 鲜斌. 倾转式三旋翼无人机的自适应鲁棒容错控制. 控制理论与应用, 2020, 37(4): 784 – 792

DOI: 10.7641/CTA.2019.90172

Adaptive robust fault tolerant control of the tilt tri-rotor unmanned aerial vehicle

WANG Dong, XIAN Bin[†]

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: This paper focuses on the fault tolerant control (FTC) design for a tilt tri-rotor unmanned aerial vehicle (UAV) with the rear servo's stuck fault, which is affected by unknown disturbance and model uncertainties. After analyzing the nonlinear dynamic model of the tilt tri-rotor UAV, the rear servo's stuck fault is added to the torque solution equation. The adaptive backstepping methodology is combined with the non-singular terminal sliding mode control to develop the nonlinear robust FTC without the need of a fault diagnosis mechanism. The Lyapunov-based analysis method is employed to prove the stability of the closed-loop system and the asymptotic convergence of the attitude error. Real-time experiments are implemented on a self-build hardware-in-loop-simulation (HILS) tri-rotor testbed and the contrast experimental results with the sliding mode controller show that the proposed algorithm has achieved good control performance for the tilt tri-rotor UAV against the rear servo's stuck fault.

Key words: tri-rotor unmanned aerial vehicle; fault tolerant control; adaptive control; terminal sliding mode control

Citation: WANG Dong, XIAN Bin. Adaptive robust fault tolerant control of the tilt tri-rotor unmanned aerial vehicle. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(4): 784 – 792

1 引言

近年来, 小型旋翼无人机在搜索救援^[1]、电力检修、航空摄影及物流运输^[2]等领域得到了广泛的应用, 因此科研人员进行了很多相关研究. 目前主要的无人机构型包括: 较为常见的四旋翼无人机、单旋翼直升机^[3], 以及具有特殊结构的三旋翼无人机. 其中倾转式三旋翼无人机是一类介于单旋翼与四旋翼无人机之间的无人机构型, 它不仅具有机动性强、可垂直起降等优点, 而且与四旋翼无人机相比, 其具备更加紧凑的机构、更少的能耗以及较长的续航时间等特点^[4].

相应的, 这也产生了力矩解算和动力学模型差异性, 增加了系统耦合性, 提高了控制难度.

关于倾转式三旋翼无人机的控制问题, 研究人员已经提出一些控制设计策略. 文献[5]针对尾部带有可倾斜舵机的倾转式三旋翼无人机建立了六自由度的动力学模型, 设计了基于饱和函数的控制策略用于实现无人机姿态和位置的稳定控制. 文献[6]针对倾转式三旋翼无人机, 利用非线性反步法设计了PD控制器, 通过数值仿真验证了所提出的算法可以使无人机稳定悬停在某一位置. 文献[7]设计了一种每个旋翼都可

收稿日期: 2019-03-22; 录用日期: 2019-08-07.

[†]通信作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn; Tel.: +86 22-27400897.

本文责任编辑: 倪茂林.

国家自然科学基金项目(91748121, 90916004, 60804004)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (91748121, 90916004, 60804004).

以独立倾斜的倾转式三旋翼无人机, 基于平坦控制理论(flatness-based control approach)设计了姿态、位置控制器, 在运动捕捉系统下的实验结果表明该无人机可以在水平面无需转动而实现平移. 文献[8]结合反馈线性化和 H_∞ 控制提出了一个鲁棒控制器, 通过数值仿真验证了该算法可以使三旋翼无人机稳定悬停.

小型旋翼无人机具有高实时性的特点, 其电机、舵机长期处在一种高频率的工作状态, 导致其发生故障的概率大大增加, 因此针对无人机执行器故障的容错控制成为了无人机研究领域的重要方向之一^[9]. 文献[10]将四旋翼无人机模型线性化, 使用一种鲁棒的自适应观测器诊断执行器失效故障, 使用动态输出反馈控制实现了姿态的稳定控制, 通过数值仿真验证了算法有效性. 文献[11]使用了高阶滑模观测器估计四旋翼无人机的执行器故障, 利用基于高阶滑模(super twisting, STW)的控制策略达到容错效果, 并通过数值仿真进行了验证. 文献[12]使用基于浸入和不变(immersion and invariance, I&I)的观测器诊断一个四旋翼无人机电机部分失效故障并使用滑模控制进行补偿. 文献[13]利用单位四元数建立了倾转式三旋翼无人机的动力学模型, 设计了基于STW的观测器和基于误差符号函数积分的连续鲁棒(robust integral of the signum of the error, RISE)的控制器, 实现了对发生故障时的无人机稳定控制. 文献[14]基于小波变换与等价空间的方法实现了无人机的故障检测. 文献[15]提出一种基于自适应滑模的容错控制器, 不需要故障辨识, 就可以应对突发的执行器故障和外界扰动. 文献[16]将自适应模糊技术与滑模控制结合起来, 一方面提高了容错控制器性能, 另一方面也解决了滑模切换性质产生的高频震荡.

综上所述, 三旋翼无人机的控制问题已经取得了一定的成果, 但少有研究人员考虑它的容错控制问题. 对于小型旋翼无人机的容错控制设计, 目前仍然存在一定的局限: 1) 一些文献将无人机动力学模型简化为线性模型^[10, 17], 虽然设计了较为复杂的高性能算法, 但由于忽略了非线性部分, 使得这些策略在真实无人机上效果有限; 2) 一些容错控制策略使用基于观测器的方法实现故障诊断, 然后设计动态控制策略进行补偿^[10-13]. 虽然此类方法可以有效的应对各种故障, 但故障诊断效果会直接影响控制效果, 使得控制器过分依赖诊断信息, 并且故障发生到故障诊断的时间延迟可能会在高实时性的无人机系统上得到放大^[18]; 3) 较少有文献针对无人机的非线性模型, 同时考虑外界扰动、模型不确定性和故障来设计控制器; 4) 目前大部分容错控制方法^[10-11, 14, 16]仅使用数值仿真进行实验验证, 较少有文献进行半实物仿真平台实验或全自由度飞行平台实验.

基于以上分析, 本文针对倾转式三旋翼无人机的尾部舵机故障, 综合考虑外界未知扰动和模型不确定

性. 设计一种不需要故障诊断、鲁棒的、可行性高的非线性容错控制算法, 利用基于Lyapunov的方法对所提出的控制器进行了稳定性分析, 并进行半实物平台实验验证. 本文的主要创新点包括: 1) 严格的分析了系统的非线性特性, 未对模型进行线性化处理, 增加了控制器的适用范围; 2) 本文考虑了一种具有更强欠驱动性和耦合性的故障类型, 与一般的四旋翼无人机部分失效故障不同的是, 倾转式三旋翼无人机具有3个电机和一个舵机共4个控制输入量, 在舵机堵塞后将会失去一个控制量输入; 3) 针对故障使用了基于自适应反步法的策略进行补偿, 保证了无人机的姿态在故障情况下的稳定性, 对于未知扰动和模型不确定性, 加入了非奇异终端滑模策略, 当实际无人机系统参数在一定范围内变化时仍然能够维持期望的性能, 提高了系统鲁棒性; 4) 使用半实物仿真平台对算法进行验证, 确保控制算法的可靠性与可行性.

本文的内容安排如下: 第2节, 给出了带有故障的倾转式三旋翼无人机姿态模型; 第3节, 设计了一种鲁棒的容错控制器及相应自适应律; 第4节, 利用基于Lyapunov的方法进行了稳定性分析; 第5节, 展现了实验结果, 并与常规滑模控制器进行了对比; 最后, 在第6节中, 回顾并概括了本文提出的控制策略, 接着对未来的研究提出了展望.

2 倾转式三旋翼无人机故障模型

2.1 倾转式三旋翼无人机动力学特性

如图1所示, 为了分析倾转式三旋翼无人机的动力学特性, 定义两个坐标系, 包括惯性坐标系 $\{E\}$ 和体坐标系 $\{B\}$. 选取地面任意一点为惯性坐标系 $\{E\}$ 的原点, 选取无人机质心为体坐标系 $\{B\}$ 原点, 按照右手定则分别定义 $\{E_x, E_y, E_z\}$ 和 $\{B_x, B_y, B_z\}$ 为惯性坐标系 $\{E\}$ 和体坐标系 $\{B\}$ 中的基准坐标轴. 根据欧拉方程可以得到无人机姿态的动力学模型为^[19]

$$\dot{\omega} = -J^{-1}[\omega \times (J\omega)] + J^{-1}\tau + d(t) + N(\omega, \eta), \quad (1)$$

运动学模型为

$$\dot{\eta} = R(\eta)\omega, \quad (2)$$

其中: $\omega(t) = [\omega_\phi(t) \ \omega_\theta(t) \ \omega_\psi(t)]^T$ 为无人机相对于 $\{E\}$ 在 $\{B\}$ 下的角速度向量; $\eta(t) = [\phi(t) \ \theta(t) \ \psi(t)]^T$ 为姿态角向量; $J = \text{diag}\{J_x \ J_y \ J_z\}^T$ 为转动惯量矩阵; $\tau(t) = [\tau_\phi(t) \ \tau_\theta(t) \ \tau_\psi(t)]^T$ 为控制输入力矩; $d(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为外界扰动向量; $N(\omega, \eta) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为模型不确定性向量; $R(\eta)$ 为角速度转移矩阵, 表达了 $\{B\}$ 下的角速度向量 $\omega(t)$ 与欧拉角速度 $\dot{\eta}(t)$ 之间的关系, $R(\eta)$ 的具体表达式为

$$R(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix}. \quad (3)$$

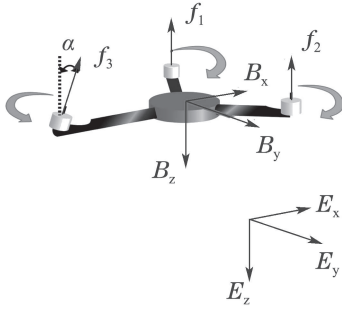


图1 倾转式三旋翼无人机及坐标系示意图

Fig. 1 The tri-rotor UAV and the coordinate system

为了方便分析,将式(1)改写为

$$\dot{\omega} = -J^{-1}S(\omega)J\omega + J^{-1}\tau + \rho(t), \quad (4)$$

其中 $S(\cdot)$ 表示由向量张成的反对称矩阵,即对于向量 $\omega(t) = [\omega_\phi(t) \ \omega_\theta(t) \ \omega_\psi(t)]^T$, $S(\omega)$ 为

$$S(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\psi & \omega_\theta \\ \omega_\psi & 0 & -\omega_\phi \\ -\omega_\theta & \omega_\phi & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$\rho(t) = d(t) + N(\omega, \eta)$ 为扰动与不确定性项.机理建模是一种较为理想的建模方式,具有一定的不确定性,包括未建模不确定性和参数不确定性,因此在系统模型中包含扰动与不确定性项 $\rho(t)$.为了方便设计控制器,作出如下合理假设:

假设1 $\rho(t)$ 是未知的,但其满足如下不等式:

$$\|\rho(t)\| < b_0 + b_1\|\eta\| + b_2\|\omega\|^2, \quad (6)$$

其中 b_0, b_1, b_2 均为正常数^[20].

将式(4)简化为

$$\dot{\omega} = G(\omega) + J^{-1}\tau + \rho(t), \quad (7)$$

其中 $G(\omega)$ 的具体表达式为

$$G(\omega) = \begin{bmatrix} \frac{(J_y - J_z)\omega_\theta\omega_\psi}{J_x} & \frac{(J_z - J_x)\omega_\phi\omega_\psi}{J_y} \\ \frac{(J_x - J_y)\omega_\phi\omega_\theta}{J_z} \end{bmatrix}^T. \quad (8)$$

2.2 尾部舵机堵塞故障模型

为了方便故障模型的引入及分析,依据实际飞行状况,作出如下合理假设:

假设2 本文研究的倾转式三旋翼无人机为一结构对称、质量分布均匀的刚体,且其质心、几何中心及体坐标系 $\{B\}$ 的原点三者重合.

倾转式三旋翼无人机与其他多旋翼无人机相比,具有更加复杂的力矩解算方式,这不仅增加了系统耦合性,还提高了控制难度.基于文献[13]中的分析,可得倾转式三旋翼无人机控制力矩方程为

$$\tau_\phi = (f_1 - f_2)l_1, \quad (9a)$$

$$\tau_\theta = f_3l_3 \cos \alpha - (f_1 + f_2)l_2 - kf_3 \sin \alpha, \quad (9b)$$

$$\tau_\psi = kf_3 \cos \alpha - kf_1 - kf_2 - f_3l_3 \sin \alpha, \quad (9c)$$

其中: l_1, l_2, l_3 为正常数, $\alpha(t)$ 表示尾部舵机倾角, $f_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ 为3个电机分别产生的升力,并且定义升力向量 $f(t) = [f_1(t) \ f_2(t) \ f_3(t)]^T$, k 为升力系数与反扭矩系数之间的比值,满足

$$\mu_i = kf_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

其中 $\mu_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$)为3个电机分别产生的反扭矩.

假设3 本文研究的倾转式三旋翼无人机舵机倾角 $\alpha(t)$ 在正常情况下变化很小,变化范围均在 8° 以内,因此 $\sin \alpha(t) \ll \cos \alpha(t)$.另外,由于 k 值较小,所以 $-kf_3 \sin \alpha$ 项可以忽略,则式(9)可改写为

$$\tau = A(\alpha)f, \quad (11)$$

其中:

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} l_1 & -l_1 & 0 \\ -l_2 & -l_2 & l_3 \cos \alpha(t) \\ -k & -k & k \cos \alpha(t) - l_3 \sin \alpha(t) \end{bmatrix}.$$

当无人机舵机发生堵塞故障时,舵机会停止在某固定位置不再发生改变,因此考虑故障为

$$\alpha(t) = \begin{cases} \alpha(t), & t < t_f, \\ \alpha_f, & t \geq t_f, \end{cases} \quad (12)$$

其中: t_f 为故障发生时间, $\alpha(t)$ 表示故障发生之前舵机输入角度, α_f 为舵机堵塞位置的角度,为未知常数.根据式(11)–(12),得到发生故障后,力矩与升力的关系为

$$\tau = A(\alpha_f)f, \quad (13)$$

其中:

$$A(\alpha_f) = \begin{bmatrix} l_1 & -l_1 & 0 \\ -l_2 & -l_2 & l_3 \cos \alpha_f \\ -k & -k & k \cos \alpha_f - l_3 \sin \alpha_f \end{bmatrix}.$$

定义辅助变量

$$\lambda_1 = l_3 \cos \alpha_f, \quad \lambda_2 = k \cos \alpha_f - l_3 \sin \alpha_f,$$

则可将式(13)改写为

$$\tau = A(\lambda_1, \lambda_2)f, \quad (14)$$

其中:

$$A(\lambda_1, \lambda_2) = \begin{bmatrix} l_1 & -l_1 & 0 \\ -l_2 & -l_2 & \lambda_1 \\ -k & -k & \lambda_2 \end{bmatrix}.$$

由于 α_f 为未知常数, l_3 与 k 为已知常数,因此 λ_1 与 λ_2 也是未知常数.将式(14)代入式(7)得到发生故障后的无人机动力学方程为

$$\dot{\omega} = G(\omega) + J^{-1}A(\lambda_1, \lambda_2)f + \rho(t). \quad (15)$$

基于以上对于系统动力学特性的分析及舵机故障的表达, 本文的控制目标如下: 对于倾转式三旋翼无人机系统(15)和系统(2), 在发生尾部舵机堵塞故障且存在未知量 $\rho(t)$ 的情况下, 设计合适的控制输入向量 $f(t)$, 使得无人机姿态角 $\eta(t)$ 收敛到目标值.

3 控制器及自适应律设计

3.1 终端滑模面与控制器设计

为了方便设计控制器, 作如下定义:

$$\begin{aligned} x_1 &= c_1(\eta - \eta_d) + c_2 \int_0^t (\eta - \eta_d) d\tau_0, & (16) \\ x_2 &= R\omega - \xi, & (17) \end{aligned}$$

其中: $\eta_d(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为目标姿态角向量;

$c_1 = \text{diag}\{[c_1^1 \ c_1^2 \ c_1^3]^T\}$, $c_2 = \text{diag}\{[c_2^1 \ c_2^2 \ c_2^3]^T\}$, 均为正常数对角阵; ξ 为设计的虚拟控制信号, 表达式为

$$\xi = c_1^{-1}(c_1 \dot{\eta}_d - c_2(\eta - \eta_d)). \quad (18)$$

对于扰动和不确定性, 滑模控制是一种有效的解决方法, 它可以使系统对扰动和不确定性不敏感. 相比于线性滑模面, 非奇异终端滑模采用的非线性滑模面改善了抖振现象, 且具有更快的收敛速度^[20], 此外, 避免了终端滑模产生的非奇异问题. 参考文献[21], 定义非奇异终端滑模面 $s(t)$ 如下:

$$s = x_1 + \beta x_2^{\frac{p}{q}}, \quad (19)$$

其中: $\beta = \text{diag}\{[\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T\}$ 为一正常数对角阵, p, q 为正的互质奇整数, 且满足

$$1 < \frac{p}{q} < 2. \quad (20)$$

在设计控制器之前, 首先对式(19)中向量的分数幂 $x_2^{\frac{p}{q}}$ 做一个说明: 对于向量

$$x_2 = [x_{21} \ x_{22} \ x_{23}]^T, \quad x_2^{\frac{p}{q}} = [x_{21}^{\frac{p}{q}} \ x_{22}^{\frac{p}{q}} \ x_{23}^{\frac{p}{q}}]^T.$$

设计控制输入升力向量 $f(t)$ 为

$$\begin{aligned} f &= (RJ^{-1}\hat{A})^{-1}(-RG - \dot{R}\omega + \dot{\xi} - \\ &\quad c_1 \frac{q}{p} \beta^{-1} x_2^{2-\frac{p}{q}} - Rf^*), \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $f^*(t)$ 为

$$\begin{aligned} f^* &= \frac{[s^T \beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\} R]^T}{\|s^T \beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\} R\|^2} \|s\| \times \\ &\quad \|\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\} R\| (b_0 + b_1 \|\eta\| + b_2 \|\omega\|^2). \end{aligned} \quad (22)$$

式(21)中 $\hat{A}(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2)$ 为 $A(\lambda_1, \lambda_2)$ 的估计, 其表达式为

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} l_1 & -l_1 & 0 \\ -l_2 & -l_2 & \hat{\lambda}_1 \\ -k & -k & \hat{\lambda}_2 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

其中的 $\hat{\lambda}_1(t)$ 与 $\hat{\lambda}_2(t)$ 分别为 λ_1 与 λ_2 的估计值.

3.2 自适应律设计

设计 $\hat{\lambda}_1(t)$ 与 $\hat{\lambda}_2(t)$ 的自适应更新律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\lambda}}_1 = \sigma_1 \frac{p}{q} \beta s^T \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\} R J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ f_3 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \dot{\hat{\lambda}}_2 = \sigma_2 \frac{p}{q} \beta s^T \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\} R J^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_3 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (24)$$

其中 σ_1 与 σ_2 为它们的更新增益.

为了保证 $\hat{A}(\hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2)$ 的可逆性, 使其行列式不等于0, 则可以得到

$$l_2 \hat{\lambda}_2 \neq k \hat{\lambda}_1. \quad (25)$$

为了保证 $\hat{\lambda}_1$ 与 $\hat{\lambda}_2$ 的有界性, 采用投影算子来对参数估计值的上下界进行限定, 引入投影算子如下^[22]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\lambda}}_1 &= \text{Proj}\left\{\underbrace{\sigma_1 s^T \frac{p}{q} \beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\} J^{-1} [0 \ f_3 \ 0]^T}_{\alpha_1}\right\} = \\ &\begin{cases} \alpha_1, & \text{条件1,} \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

其中条件1包括3种情况: 1) $\underline{\lambda}_1 < \hat{\lambda}_1 < \bar{\lambda}_1$; 2) $\hat{\lambda}_1 = \underline{\lambda}_1$ 且 $\alpha_1 \geq 0$; 3) $\hat{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_1$ 且 $\alpha_1 \leq 0$.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\lambda}}_2 &= \text{Proj}\left\{\underbrace{\sigma_2 s^T \frac{p}{q} \beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\} J^{-1} [0 \ 0 \ f_3]^T}_{\alpha_2}\right\} = \\ &\begin{cases} \alpha_2, & \text{条件2,} \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

其中条件2包括3种情况: 1) $\underline{\lambda}_2 < \hat{\lambda}_2 < \bar{\lambda}_2$; 2) $\hat{\lambda}_2 = \underline{\lambda}_2$ 且 $\alpha_2 \geq 0$; 3) $\hat{\lambda}_2 = \bar{\lambda}_2$ 且 $\alpha_2 \leq 0$. 式(26)–(27)中 $\underline{\lambda}_i$ 与 $\bar{\lambda}_i$ ($i = 1, 2$)分别表示 $\hat{\lambda}_1(t)$ 与 $\hat{\lambda}_2(t)$ 的下界和上界.

4 稳定性分析

定理 1 对于发生尾部舵机堵塞故障的倾转式三旋翼无人机姿态模型(15)和模型(2), 在故障参数 λ_1 和 λ_2 , 外界扰动和模型不确定性 $\rho(t)$ 均未知的情况下, 本文提出的控制器(21)和自适应律(24), 可以使得系统状态的跟踪误差渐近收敛到零.

证 为了方便设计Lyapunov候选函数, 定义 λ_1 与 λ_2 的估计误差为

$$\begin{cases} \tilde{\lambda}_1 = \hat{\lambda}_1 - \lambda_1, \\ \tilde{\lambda}_2 = \hat{\lambda}_2 - \lambda_2, \end{cases} \quad (28)$$

则可以得到 $A(\lambda_1, \lambda_2)$ 的估计误差矩阵 $\tilde{A}(\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2)$ 为

$$\tilde{A} = \hat{A} - A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\lambda}_1 \\ 0 & 0 & \tilde{\lambda}_2 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

定义Lyapunov候选函数 $V(t)$ 为

$$V = \frac{1}{2}s^T s + \frac{1}{2}\sigma_1^{-1}\tilde{\lambda}_1^2 + \frac{1}{2}\sigma_2^{-1}\tilde{\lambda}_2^2. \quad (30)$$

对式(16)求一阶时间导数,并将式(2)代入得

$$\dot{x}_1 = c_1 R\omega - c_1 \dot{\eta}_d + c_2(\eta - \eta_d). \quad (31)$$

依据式(17)可知 $R\omega = x_2 + \xi$,将其代入式(31),接着将式(18)代入可得

$$\dot{x}_1 = c_1 x_2 + c_1 \xi - c_1 \dot{\eta}_d + c_2(\eta - \eta_d) = c_1 x_2. \quad (32)$$

对式(17)求一阶时间导数,将式(15)代入.由式(29)可知 $A = \hat{A} - \tilde{A}$,将其代入得

$$\dot{x}_2 = \dot{R}\omega + RG + RJ^{-1}(\hat{A} - \tilde{A})f + R\rho(t) - \dot{\xi}. \quad (33)$$

对滑模面(19)求一阶时间导数,并将式(32)–(33)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{s} = \dot{x}_1 + \frac{p}{q}\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}\dot{x}_2 = \\ c_1 x_2 + \frac{p}{q}\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}(\dot{R}\omega + RG + \\ RJ^{-1}\hat{A}f - RJ^{-1}\tilde{A}f + R\rho(t) - \dot{\xi}). \end{aligned} \quad (34)$$

将控制器(21)代入式(34)得到系统闭环方程为

$$\dot{s} = \frac{p}{q}\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}R(-J^{-1}\tilde{A}f + \rho(t) - f^*). \quad (35)$$

对式(30)求一阶时间导数,并将式(35)代入得

$$\begin{aligned} \dot{V} = s^T \dot{s} + \sigma_1^{-1}\tilde{\lambda}_1 \dot{\lambda}_1 + \sigma_2^{-1}\tilde{\lambda}_2 \dot{\lambda}_2 = \\ -s^T \frac{p}{q}\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}RJ^{-1}\tilde{A}f + \\ \sigma_1^{-1}\tilde{\lambda}_1 \dot{\lambda}_1 + \sigma_2^{-1}\tilde{\lambda}_2 \dot{\lambda}_2 + \\ s^T \frac{p}{q}\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}R(\rho(t) - f^*). \end{aligned} \quad (36)$$

对式(28)求一阶时间导数得

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = \dot{\lambda}_1, \\ \dot{\lambda}_2 = \dot{\lambda}_2. \end{cases} \quad (37)$$

接着将式(37)、更新律(24)和式(29)代入到式(36)可以得到

$$\dot{V} = s^T \frac{p}{q}\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}R(\rho(t) - f^*). \quad (38)$$

将式(22)代入式(38)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = s^T \frac{p}{q}\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}R\rho(t) - \frac{p}{q}\|s\| \times \\ \|\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}R\|(b_0 + b_1\|\eta\| + b_2\|\omega\|^2) \leq \\ \frac{p}{q}\|s\| \|\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}R\| \|\rho(t)\| - \frac{p}{q}\|s\| \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \|\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}R\|(b_0 + b_1\|\eta\| + b_2\|\omega\|^2) \leq \\ -\zeta(t)\|s\|, \end{aligned} \quad (39)$$

式中:

$$\zeta(t) = \frac{p}{q}\|\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}R\|(b_0 + b_1\|\eta\| + b_2\|\omega\|^2 - \|\rho(t)\|).$$

当 $\|x_2\| \neq 0$ 时,由于 p 与 q 为正的互质奇整数,且 $1 < \frac{p}{q} < 2$,所以 $\|\beta \text{diag}\{x_2^{\frac{p}{q}-1}\}R\| > 0$,依据式(6),式(39)中的 $\zeta(t)$ 满足如下不等式:

$$\zeta(t) > 0, \quad (40)$$

则此情况 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 将渐近收敛到滑模面.当 $\|x_2\| = 0$ 时, $\|x_2\| = 0$ 不是系统的吸引子,因此 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 可以渐近收敛到滑模面^[23].在 $s(t)$ 收敛到0后,根据滑模面(19)和式(32)可以得到^[20]

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t) = 0. \quad (41)$$

定义 $\eta(t)$ 的跟踪误差 $e_F(t)$ 为

$$e_F = \eta - \eta_d. \quad (42)$$

对式(42)求一阶时间导数得

$$\dot{e}_F = \dot{\eta} - \dot{\eta}_d. \quad (43)$$

对式(16)求一阶时间导数得

$$\dot{x}_1 = c_1(\dot{\eta} - \dot{\eta}_d) + c_2(\eta - \eta_d). \quad (44)$$

因此当 $t \rightarrow \infty$ 时,依据式(41)–(44)可以得到

$$\dot{e}_F = -\frac{c_2}{c_1}e_F, \quad (45)$$

由此可以得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_F(t) \rightarrow 0. \quad (46)$$

证毕.

5 实验结果

5.1 实验平台介绍

为了验证本文提出的容错控制器对具有尾部舵机堵塞故障的倾转式三旋翼无人机具有良好的控制效果,利用如图2所示的半实物平台进行实验验证.

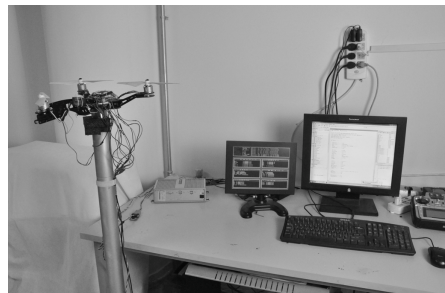


图2 三旋翼实验平台

Fig. 2 Testbed of tri-rotor UAV

该平台的无人机搭载了自主设计的控制板及惯性测量模块, 利用MATLAB的RTW工具箱xPC目标作为仿真环境, 采用PC/104嵌入式计算机处理及传输信息. 平台的滚转角及俯仰角测量精度为 $\pm 0.5^\circ$, 偏航角测量精度为 $\pm 2.0^\circ$, 控制率为500 Hz. 其他细节可参考文献[24].

5.2 容错控制器实验

利用如上所述的实验平台进行验证本文提出的控制策略. 无人机及控制器相关参数选取如下:

$$J = \text{diag}\{[0.01 \ 0.015 \ 0.008]^T\} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$l_1 = 0.14 \text{ m}, \ l_2 = 0.08 \text{ m}, \ l_3 = 0.2 \text{ m}, \ k = 0.05,$$

$$c_1 = \text{diag}\{[1.2 \ 1.1 \ 1.0]^T\},$$

$$c_2 = \text{diag}\{[9.63 \ 2.64 \ 1.22]^T\},$$

$$p = 5, \ q = 3, \ \beta = \text{diag}\{[0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T\},$$

$$\sigma_1 = 0.11, \ \sigma_2 = 0.04, \ b_0 = 0.8, \ b_1 = 0.5, \ b_2 = 0.03.$$

目标姿态角设定为 $\eta_d = [0 \ 0 \ 0]^T$, 在第30 s时人为地将舵机倾转角固定在 -2.5° , 模拟舵机发生堵塞故障, 即 $t_f = 30 \text{ s}, \ \alpha_f = -2.5^\circ$.

实验结果如图3-6所示. 图3展现了无人机的姿态角曲线. 从图中可以看出, 在前30 s无人机还未发生故障时, 姿态角误差较小, 滚转角和俯仰角控制精度在 $\pm 0.5^\circ$ 以内, 偏航角控制精度在 $\pm 1^\circ$ 以内. 在第30 s时, 舵机发生堵塞故障, 虽然姿态角发生了一些波动, 但可以看出无人机仍然可以保持稳定飞行, 滚转角和俯仰角控制精度保持在 $\pm 1^\circ$ 以内, 偏航角控制精度保持在 $\pm 2.5^\circ$ 以内. 证明了本文所提的控制策略具有良好的容错控制效果.

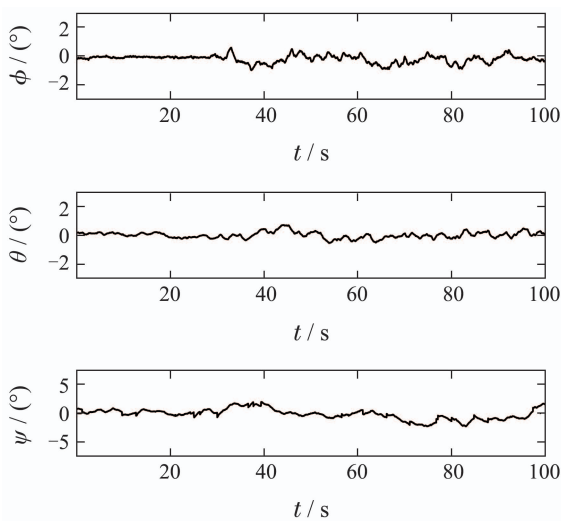


图3 容错控制实验: 姿态角曲线
Fig. 3 FTC: attitude angles

图4为控制输入曲线, 从三个旋翼的升力曲线图可以看出, 在第30 s发生故障后, 控制输入出现了一些相应变化, 并且在之后维持在一定的范围内. 舵机倾角

在还未发生故障时仍然参与控制, 在一定范围内进行调节, 舵机堵塞故障发生后, 倾转角保持在 -2.5° .

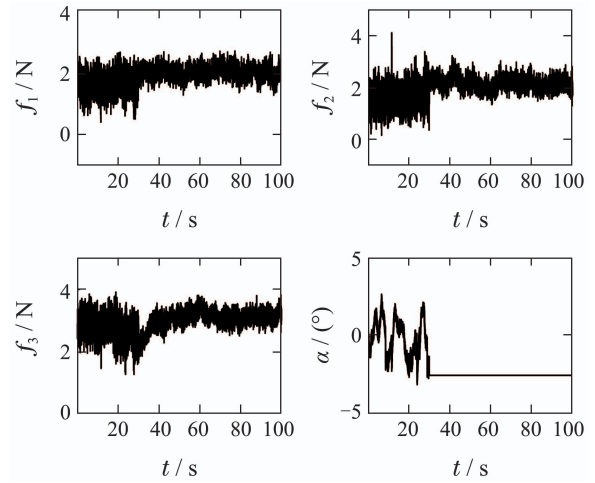


图4 容错控制实验: 控制输入曲线
Fig. 4 FTC: control inputs

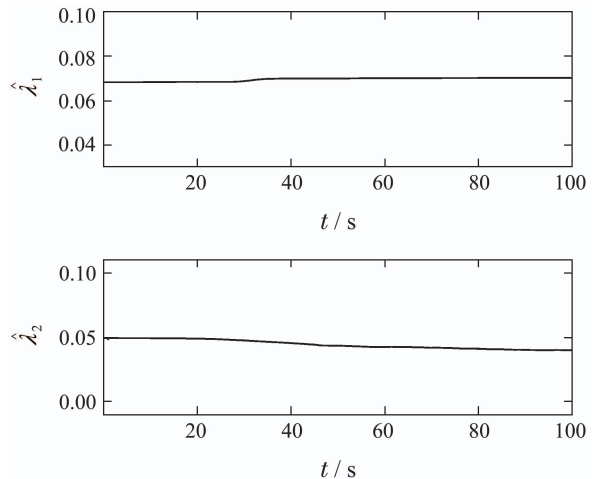


图5 容错控制实验: 自适应值 $\hat{\lambda}_1$ 及 $\hat{\lambda}_2$ 曲线
Fig. 5 FTC: adaptive parameter $\hat{\lambda}_1$ and $\hat{\lambda}_2$

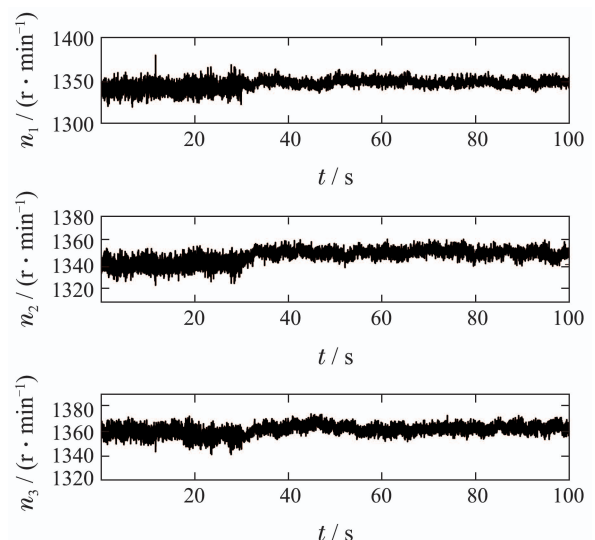


图6 容错控制实验: 电机转速曲线
Fig. 6 FTC: motor speeds

图5为自适应值 $\hat{\lambda}_1(t)$ 和 $\hat{\lambda}_2(t)$ 的曲线,均在稳定后收敛于一个常值.图6为电机实际转速曲线,可以看出它们维持在一个合理的范围内.

5.3 常规滑模控制器对比实验

在相同的实验平台条件下,针对相同的故障,采用基于滑模的控制器(sliding mode control, SMC)进行半实物仿真实验,与本文提出的容错控制器进行对比.使用的滑模控制器如下.

定义滑模面 $s_0(t)$ 为

$$s_0 = (\dot{\eta} - \dot{\eta}_d) + \Lambda(\eta - \eta_d), \quad (47)$$

其中 $\Lambda = \text{diag}\{\Lambda_1 \ \Lambda_2 \ \Lambda_3\}^T$ 为一正常数对角阵.控制输入力矩 $\tau(t)$ 为

$$\tau = JR^{-1}(-\dot{R}\omega - RG + \ddot{\eta}_d - \Lambda(\dot{\eta} - \dot{\eta}_d) - K_1 \text{sgn } s_0 - K_2 s_0), \quad (48)$$

其中:

$$K_1 = \text{diag}\{[K_{11} \ K_{12} \ K_{13}]^T\},$$

$$K_2 = \text{diag}\{[K_{21} \ K_{22} \ K_{23}]^T\}$$

均为正常数对角阵.升力 $f(t)$ 和倾角 $\alpha(t)$ 可利用力矩 $\tau(t)$ 通过下面的式子进行计算,

$$\begin{cases} f_1 = \frac{l_3 F - \tau_\theta}{2(l_2 + l_3)} + \frac{\tau_\phi}{2l_1}, \\ f_2 = \frac{l_3 F - \tau_\theta}{2(l_2 + l_3)} - \frac{\tau_\phi}{2L_1}, \\ f_3 \cos \alpha = F - f_1 - f_2, \\ f_3 \sin \alpha = \frac{k f_3 \cos \alpha - \tau_\psi - k(f_1 + f_2)}{l_3}, \\ \alpha = \arctan \frac{f_3 \sin \alpha}{f_3 \cos \alpha}, \end{cases} \quad (49)$$

其中: $F = f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) \cos \alpha(t)$ 为电机产生的总升力,实验中由油门控制进行给定.控制器参数选取如下:

$$\Lambda = \text{diag}\{[32 \ 25 \ 25]^T\},$$

$$K_1 = \text{diag}\{[0.3 \ 0.3 \ 0.35]^T\},$$

$$K_2 = \text{diag}\{[0.005 \ 0.005 \ 0.002]^T\}.$$

实验结果如图7-9所示.

图7分别展现了使用滑模控制的滚转角、俯仰角及偏航角曲线,在前30 s无故障时,姿态角相对稳定,滚转角和俯仰角控制精度在 $\pm 0.5^\circ$ 以内,偏航角控制精度在 $\pm 1^\circ$ 以内.在第30 s故障发生之后,姿态角均出现不同程度的漂移.首先,俯仰角漂移了约 1.6° ,偏航角漂移了约 4.3° ,而滚转角受影响较小,最后它的漂移是由于受到其他两个姿态角漂移了一定量的影响.此结果符合式(9)和式(12)所描述故障类型的分析,舵机倾转角的故障对俯仰和偏航影响较大,对滚转角影响较小.

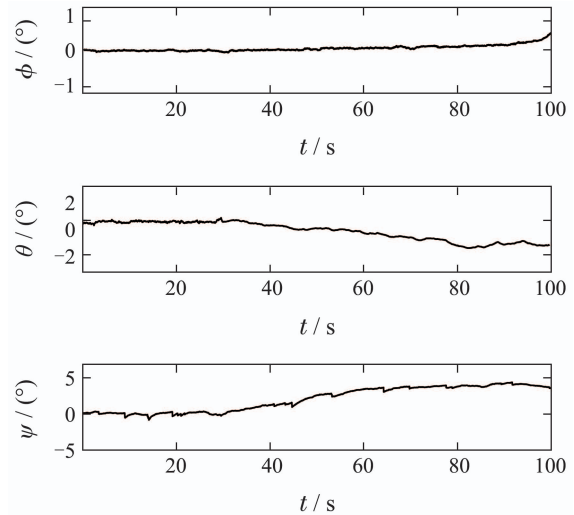


图7 滑模控制实验:姿态角曲线

Fig. 7 SMC: attitude angles

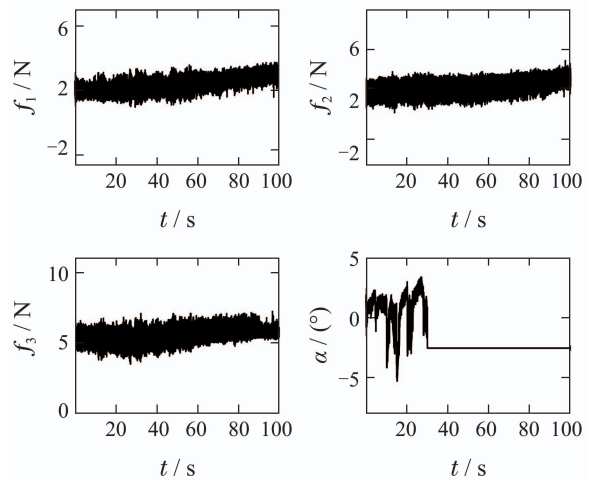


图8 滑模控制实验:控制输入曲线

Fig. 8 SMC: control inputs

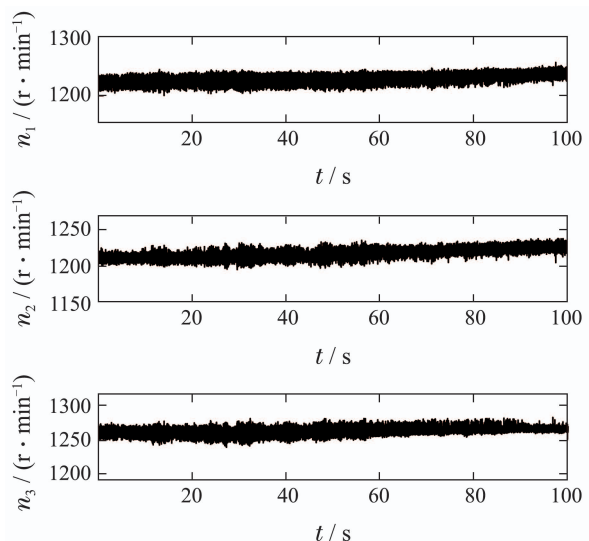


图9 滑模控制实验:电机转速曲线

Fig. 9 SMC: motor speeds

图8为控制输入曲线,可以看出3个旋翼升力无故障时保持在一定范围内,在发生故障后,未及时调整,随着姿态角漂移它们也发生了较小的漂移,舵机倾角在故障后未参与控制.图9为电机转速曲线,它们维持在一个合理的范围内.

为了进一步比较两个控制器的控制效果,本文分别分析了发生故障后姿态角的最大偏差、误差均值及误差均方根,结果如表1所示.可以看出,对于俯仰角和偏航角的最大偏差、误差均值及均方根,容错控制器均远好于滑模控制器,在滚转角方面虽然较差,但差距不明显.综上所述,倾转式三旋翼无人机在发生舵机堵塞故障的情况下,本文提出的容错控制器可以实现较好的控制效果.

表1 容错控制器与滑模控制器对比
Table 1 Comparison between FTC and SMC

控制器	容错控制器	滑模控制器
滚转角最大偏差	-1.0050°	0.4993°
俯仰角最大偏差	0.7318°	-1.6166°
偏航角最大偏差	-2.0019°	4.3880°
滚转角误差均值	-0.2738°	0.1003°
俯仰角误差均值	0.0342°	-0.8676°
偏航角误差均值	-0.1781°	2.9427°
滚转角误差均方根	0.4068°	0.1325°
俯仰角误差均方根	0.2470°	0.9886°
偏航角误差均方根	0.9709°	3.1795°

6 结论

本文针对受外界扰动和模型不确定性影响的倾转式三旋翼无人机,分析了其尾部舵机发生堵塞故障时的动力学特性.基于自适应反步法和非奇异终端滑模控制,提出了一种不需要故障诊断的容错控制器.同时,利用基于Lyapunov的分析方法证明了闭环系统的稳定性.最后,通过半实物仿真平台进行实验验证,并与常规滑模控制器进行了对比,结果表明本文提出的控制策略使无人机在发生尾部舵机堵塞故障时仍然具有较好的控制效果,验证了算法有效性.

后续工作将针对倾转式三旋翼无人机发生时变的故障,开展姿态及位置的容错控制设计,并在室内6自由度飞行平台上进行飞行验证.

参考文献:

- [1] XIN Zhekui, FANG Yongchun, ZHANG Xuebo. Adaptive control for the on-board pantilt camera in an UAV ground-target-tracking system. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(8): 1001 – 1006. (辛哲奎, 方勇纯, 张雪波. 小型无人机地面目标跟踪系统机载云台自适应跟踪控制. *控制理论与应用*, 2010, 27(8): 1001 – 1006.)
- [2] WANG Shizhang, XIAN Bin, YANG Sen. Anti-swing controller design for an unmanned aerial vehicle with a slung-load. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(10): 1771 – 1780.

(王诗章, 鲜斌, 杨森. 无人机吊挂飞行系统的减摆控制设计. *自动化学报*, 2018, 44(10): 1771 – 1780.)

- [3] SUN Xiuyun, FANG Yongchun, SUN Ning. Backstepping-based adaptive attitude and height control of a small-scale unmanned helicopter. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(3): 381 – 388. (孙秀云, 方勇纯, 孙宁. 小型无人直升机的姿态与高度自适应反步控制. *控制理论与应用*, 2012, 29(3): 381 – 388.)
- [4] JIN Xin, XIAN Bin. Nonlinear robust control of a tilt tri-rotor unmanned aerial vehicle with experimental verification. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(10): 1303 – 1310. (金鑫, 鲜斌. 倾转式三旋翼无人机非线性鲁棒控制设计与实验验证. *控制理论与应用*, 2017, 34(10): 1303 – 1310.)
- [5] SALAZAR-CRUZ S, KENDOUL F, LOZANO R, et al. Real-time stabilization of a small three-rotor aircraft. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(2): 783 – 794.
- [6] KULHARE A, CHOWDHURY A B, RAINA G. A back-stepping control strategy for the tri-rotor UAV. *The 24th Chinese Control and Decision Conference*. Taiyuan: IEEE, 2012: 3481 – 3486.
- [7] SERVAIS E, D'ANDRÉA-NOVEL B, MOUNIER H. Ground control of a hybrid tri-copter. *International Conference on Unmanned Aircraft Systems*. Denver: IEEE, 2015: 945 – 950.
- [8] MOHAMED M K, LANZON A. Design and control of novel tri-rotor uav. *Proceedings of 2012 UKACC International Conference on Control*. Cardiff: IEEE, 2012: 304 – 309.
- [9] ZHANG Y M, CHAMSEDDINE A, RABBATH C A, et al. Development of advanced FDD and FTC techniques with application to an unmanned quadrotor helicopter testbed. *Journal of the Franklin Institute*, 2013, 350(9): 2396 – 2422.
- [10] NIAN X, CHEN W, CHU X, et al. Robust adaptive fault estimation and fault tolerant control for quadrotor attitude systems. *International Journal of Control*, 2018, DOI: 10.1080/00207179.2018.1484573.
- [11] MALLAVALLI S, FEKIH A. A fault tolerant control approach for a quadrotor UAV subject to time varying disturbances and actuator faults. *IEEE Conference on Control Technology and Applications*. Hawai'i: IEEE, 2017: 596 – 601.
- [12] HAO W, XIAN B. Nonlinear adaptive fault-tolerant control for a quadrotor uav based on immersion and invariance methodology. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 90(4): 2813 – 2826.
- [13] HAO W, XIAN B. Nonlinear robust fault tolerant control of the tilt tri-rotor uav under rear servo's stuck fault: Theory and experiments. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, DOI: 10.1109/TII.2018.2858143.
- [14] XUE Ting, ZHONG Maiying, LI Gang. Wavelet transform and parity space based actuator fault detection for unmanned aerial vehicle. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(9): 1193 – 1199. (薛婷, 钟麦英, 李钢. 基于小波变换与等价空间的无人机作动器故障检测. *控制理论与应用*, 2016, 33(9): 1193 – 1199.)
- [15] HAO Wei, XIAN Bin. Nonlinear fault tolerant control design for quadrotor unmanned aerial vehicle attitude system. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(11): 1457 – 1463. (郝伟, 鲜斌. 四旋翼无人机姿态系统的非线性容错控制设计. *控制理论与应用*, 2015, 32(11): 1457 – 1463.)
- [16] BARGHANDAN S, BADAMCHIZADEH M A, JAHED-MOTLAGH M R. Improved adaptive fuzzy sliding mode controller for robust fault tolerant of a quadrotor. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2017, 15(1): 427 – 441.
- [17] DYDEK Z T, ANNASWAMY A M, LAVRETSKY E. Adaptive control of quadrotor UAVs: A design trade study with flight evaluations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(4): 1400 – 1406.
- [18] AVRAM R C, ZHANG X, MUSE J. Nonlinear adaptive fault-tolerant quadrotor altitude and attitude tracking with multiple actuator faults.

- IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 26(2): 701 – 707.
- [19] KENDOUL F, YU Z, NONAMI K. Guidance and nonlinear control system for autonomous flight of minirotorcraft unmanned aerial vehicles. *Journal of Field Robotics*, 2010, 27(3): 311 – 334.
- [20] FENG Y, YU X, MAN Z. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.
- [21] YANG J, LI S, SU J, et al. Continuous nonsingular terminal sliding mode control for systems with mismatched disturbances. *Automatica*, 2013, 49(7): 2287 – 2291.
- [22] CAI Z, DE QUEIROZ M S, DAWSON D M. A sufficiently smooth projection operator. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(1): 135 – 139.
- [23] LI S, ZHOU M, YU X. Design and implementation of terminal sliding mode control method for pmsm speed regulation system. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2013, 9(4): 1879 – 1891.
- [24] XIAN B, ZHAO B, ZHANG Y, et al. A low-cost hardware-in-the-loop-simulation testbed of quadrotor UAV and implementation of nonlinear control schemes. *Robotica*, 2017, 35(3): 588 – 612.

作者简介:

王 栋 硕士研究生, 目前研究方向为三旋翼无人机的容错控制,

E-mail: wd_wangdong@tju.edu.cn;

鲜 斌 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性系统控制、无人机系统和实时控制系统等, E-mail: xbin@tju.edu.cn.