

基于干扰观测器的一类不确定仿射非线性系统 有限时间收敛backstepping控制

张 强^{1†}, 许 慧¹, 许德智², 王晨光¹

(1. 济南大学 自动化与电气工程学院, 山东 济南 250022; 2. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 针对一类不确定仿射非线性系统的跟踪控制问题, 提出一种基于干扰观测器的有限时间收敛backstepping控制方法. 为增强小脑模型(CMAC)泛化和学习能力, 将非对称高斯函数和模糊理论相结合, 给出非对称模糊CMAC结构, 设计干扰观测器实现系统未知复合干扰在线准确逼近; 基于非对称模糊CMAC干扰观测器, 给出有限时间收敛backstepping控制器设计步骤, 利用Lyapunov稳定理论证明闭环系统稳定性, 其中采用非线性微分器获取虚拟控制量滤波和微分信息以避免backstepping设计中的微分“膨胀问题”, 设计辅助系统修正因微分器带来的误差对系统跟踪性能影响, 引入基于障碍型函数的自适应滑模鲁棒项抑制复合干扰估计偏差对跟踪误差的影响; 将所提方法应用于无人机飞行控制仿真实验, 结果表明所提方法的有效性.

关键词: 小脑模型; 干扰观测器; backstepping; 有限时间收敛; 障碍型函数

引用格式: 张强, 许慧, 许德智, 等. 基于干扰观测器的一类不确定仿射非线性系统有限时间收敛backstepping控制. 控制理论与应用, 2020, 37(4): 747 – 757

DOI: 10.7641/CTA.2019.90339

Finite-time convergence backstepping control for a class of uncertain affine nonlinear systems based on disturbance observer

ZHANG Qiang^{1†}, XU Hui¹, XU De-zhi², WANG Chen-guang¹

(1. School of Electrical Engineering, University of Jinan, Jinan Shandong 250022, China;

2. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

Abstract: This work studies an observer-based finite-time tracking control technique for a class of uncertain affine nonlinear system. To improve generalization and learning ability of cerebellar model articulation controller (CMAC), asymmetrical fuzzy CMAC is presented based on asymmetrical Gaussian function and fuzzy logic, and disturbance observer is proposed to estimate unknown compound disturbance. Furthermore, finite-time backstepping controller is designed to force compensation errors and tracking errors to zero in finite time, where a nonlinear differentiator is employed to avoid “explosion of complexity” and an adaptive barrier function-based sliding mode robust term is proposed to compensate disturbance estimation error. The stability of closed-loop system is proved by Lyapunov theory. Finally, the control scheme is applied to an unmanned aerial vehicle, and the simulation results illustrate the effectiveness.

Key words: cerebellar model articulation controller; disturbance observer; backstepping; finite-time convergence; barrier function

Citation: ZHANG Qiang, XU Hui, XU Dezhi, et al. Finite-time convergence backstepping control for a class of uncertain affine nonlinear systems based on disturbance observer. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(4): 747 – 757

1 引言

Backstepping控制因其设计过程具有系统化和结构化等优势, 已成为作为处理非线性系统控制器设计的主要方法, 取得了大量理论成果和应用, 如文献[1–4]. 文献[1]将backstepping技术总结为利用系统结

构特性, 对每一个子系统设计合适的虚拟控制量, 逐步扩充Lyapunov函数, 直到第 n 步获得控制量 u , 从而保证闭环系统渐近稳定; 文献[5]利用积分backstepping控制方法实现了轮式倒单摆跟踪控制. 但文献[1–5]均存在着“微分膨胀”问题. 为此, 文献[6]引入

收稿日期: 2019–05–11; 录用日期: 2019–09–12.

[†]通信作者. E-mail: zhang_hongyu198023@163.com; Tel.: +86 531-82765928.

本文责任编辑: 陈谋.

国家自然科学基金项目(61403161,61503156), 山东省自然科学基金项目(ZR2019MF015), 山东省重点研发计划项目(2017GGX30121)资助. Supported by the National Natural Science Foundation of China (61403161,61503156), the National Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2019MF015) and the Major Research and Development plan of Shandong Province (2017GGX30121).

一阶滤波器获取虚拟控制量及其微分信号,提出了动态面控制(dynamic surface control, DSC)方法,以此,DSC和预设性能指标^[7]、自适应控制^[8]、鲁棒控制^[9]等方法相结合的控制策略相继被提出.此外,文献[10]结合指令滤波器给出backstepping控制器设计步骤;文献[11]给出了基于指令滤波模糊自适应backstepping的直线感应电机控制方法;文献[12]研究了受限指令滤波backstepping控制器设计方法,实现三相永磁同步电机伺服跟踪控制.然而,文献[10–12]所给出的方法均未考虑系统有限时间收敛问题.对于实际物理系统,保证系统有限时间收敛、分析与补偿滤波偏差对跟踪效果影响是至关重要的.

由于实际控制系统不可避免地受到各种外界干扰和不确定的影响,为提高被控对象的跟踪精度,小脑模型(cerebellar model articulation controller, CMAC)、神经网络或模糊系统的干扰估计得到了广泛研究,如文献[13–15].但文献[13–15]均需提前设置适宜的基函数以保证估计的准确性.为解决此问题,大量学者开展了模糊CMAC^[16]、模糊神经网络^[17]、自组织模糊神经网络^[18]等方法研究工作.然而文献[16–18]存在着算法复杂、在线计算过多等不足,这势必可能引起系统实时性差.因此,以保证干扰估计准确性和实时性为目标,进一步研究干扰估计及其观测器设计方法是非常必要的.

基于以上分析,针对一类不确定仿射非线性系统的跟踪控制问题,提出一种基于非对称模糊小脑模型干扰观测器的有限时间收敛backstepping控制策略.其设计过程可分为3部分:1)以改进CMAC泛化和学习能力为手段,在结合非对称高斯函数和模糊理论基础上,通过给出非对称模糊小脑模型(asymmetric fuzzy cerebellar model articulation controller, AFCMAC)结构及干扰观测器设计过程来准确及快速地估计系统未知复合干扰;2)借助文献[19]所提出的有限时间收敛非线性微分器获取虚拟控制量滤波和微分信息,构造辅助系统修正因微分器带来的误差对系统跟踪性能影响;3)融合AFCMAC干扰观测器和辅助系统基础上,设计有限时间收敛backstepping控制器,其中引入文献[20]障碍型函数构造自适应滑模鲁棒项以抑制复合干扰估计偏差对跟踪误差的影响;将所提方法应用于无人机飞行控制仿真实验,结果表明所提出的策略具有良好的跟踪控制性能和鲁棒性能.

2 问题描述

考虑一类不确定仿射非线性系统如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + \Delta f_i(\bar{x}_i) + (g_i(\bar{x}_i) + \Delta g_i(\bar{x}_i)) \times \\ \quad x_{i+1} + d_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = f_n(\mathbf{x}) + \Delta f_n(\mathbf{x}) + (g_n(\mathbf{x}) + \Delta g_n(\mathbf{x})) \times \\ \quad u(t) + d_n(t), \\ y = x, \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\bar{x}_i = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_i]^T$, $i = 1, 2, \dots, n-1$, $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 为可测的系统状态; $f_i(\bar{x}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ 和 $f_n(\mathbf{x})$ 为已知的 C^∞ 类函数; $g_i(\bar{x}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ 和 $g_n(\mathbf{x})$ 为不为零的控制增益; $u(t) \in \mathbb{R}$ 为系统控制输入; $\Delta f_i(\bar{x}_i)$, $\Delta g_i(\bar{x}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$, $\Delta f_n(\mathbf{x})$ 和 $\Delta g_n(\mathbf{x})$ 为系统内部不确定和建模误差; $d_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$ 为系统所受的外部干扰.记 $D_i(\bar{x}_{i+1}, t) = \Delta f_i(\bar{x}_i) + \Delta g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + d_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ 和 $D_n(\mathbf{x}, u, t) = \Delta f_n(\mathbf{x}) + \Delta g_n(\mathbf{x})u(t) + d_n(t)$ 分别为第 i 个和第 n 个子系统的复合干扰,则式(1)可为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + D_i(\bar{x}_{i+1}, t), \\ \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = f_n(\mathbf{x}) + g_n(\mathbf{x})u(t) + D_n(\mathbf{x}, u, t), \\ y = x. \end{cases} \quad (2)$$

为书写方便,在不引起歧义的情况下,省略相关变量的自变量,如 $f_i(\bar{x}_i)$ 简写为 f_i , 记 $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数.

假设 1^[9] 输出信号 $y(t)$ 和参考信号 $y_d(t)$ 为光滑、可测且对于 $t > 0$, $|y_d^i(t)|$, $i = 1, 2, \dots, n$ 有界.

假设 2 假设存在已知常数 $\mu_1 > 0$, $\mu_2 > 0$ 使系统控制增益满足 $\mu_1 < |g_i| < \mu_2$, $i = 1, 2, \dots, n$.

假设 3^[9] 复合干扰 $D_i(\bar{x}_{i+1}, t)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ 和 $D_n(\mathbf{x}, u, t)$ 为有界的,且存在一组未知常数 $c_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, n$ 满足 $|D_i(\bar{x}_{i+1}, t)| \leq c_i$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ 和 $|D_n(\mathbf{x}, u, t)| \leq c_n$.

引理 1^[21] 系统 $\dot{x} = f(x)$, t_0 为初始时刻,若存在一个连续函数 $V(x)$, $a > 0$, $b > 0$, $0 < \alpha < 1$ 和 $0 < \check{\chi} < \infty$, 有

1) 当 $\dot{V}(x) + aV(x) + bV^\alpha(x) \leq 0$ 时,则系统 $\dot{x} = f(x)$ 轨迹可有限时间收敛于零,且到达收敛域内时间 T_r 满足

$$T_r \leq t_0 + \frac{1}{a(1-\alpha)} \ln \frac{aV^{1-\alpha}(t_0) + b}{b}.$$

2) 当 $\dot{V}(x) + aV(x) + bV^\alpha(x) \leq \check{\chi}$ 时,则系统 $\dot{x} = f(x)$ 轨迹可有限时间收敛于有界集合内,即

$$\left\{ \lim_{t \rightarrow T_r} V(x) \leq \min \left\{ \frac{\check{\chi}}{(1-\rho)a}, \left(\frac{\check{\chi}}{(1-\rho)b} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right\} \right\},$$

到达收敛域内时间 T_r 满足

$$T_r \leq \max \left\{ t_0 + \frac{1}{\rho a(1-\alpha)} \ln \frac{\rho a V^{1-\alpha}(t_0) + b}{b}, \right. \\ \left. t_0 + \frac{1}{a(1-\alpha)} \ln \frac{a V^{1-\alpha}(t_0) + \rho b}{\rho b} \right\},$$

式中 $0 < \rho < 1$.

为避免传统backstepping控制中的“微分膨胀”问

题, 采用有限时间收敛的非线性微分器^[19]如下:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = \nu_1, \\ \nu_1 = -\tau_1|\varphi_1 - \alpha|^{\frac{1}{2}}\text{sgn}(\varphi_1 - \alpha) + \varphi_2, \\ \dot{\varphi}_2 = -\tau_2\text{sgn}(\varphi_2 - \nu_1), \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\varphi_i (i = 1, 2)$ 为微分器状态; α 为微分器输入; $\tau_i (i = 1, 2)$ 为设计参数; φ_1 为 α 滤波值; ν_1 为 $\dot{\alpha}$ 估计值。

引理 2^[19] 若微分器式(3)中参数 $r_i (i = 1, 2)$ 选取合理, 有

1) 当信号 α 无输入噪声时, 则在有限时间后, $\varphi_1 =$

$\alpha, \nu_1 = \dot{\alpha};$

2) 当含有噪声的信号 α 与真值 α_0 偏差有界时, 即 $|\alpha - \alpha_0| \leq \delta$, 则在有限时间后,

$$|\varphi_1 - \alpha_0| \leq \eta_1 \delta = \bar{\omega}_1,$$

$$|\nu_1 - \dot{\alpha}_0| \leq \eta_2 \delta^{\frac{1}{2}} = \bar{\omega}_2,$$

式中 $\eta_i > 0 (i = 1, 2)$ 与 r_i 有关。

控制器设计的目的是在闭环系统所有信号有界下, 设计控制律使得 $y(t)$ 在有限时间内跟踪 $y_d(t)$ 。为清晰地说明本文的设计思路, 控制方案结构如图1所示。

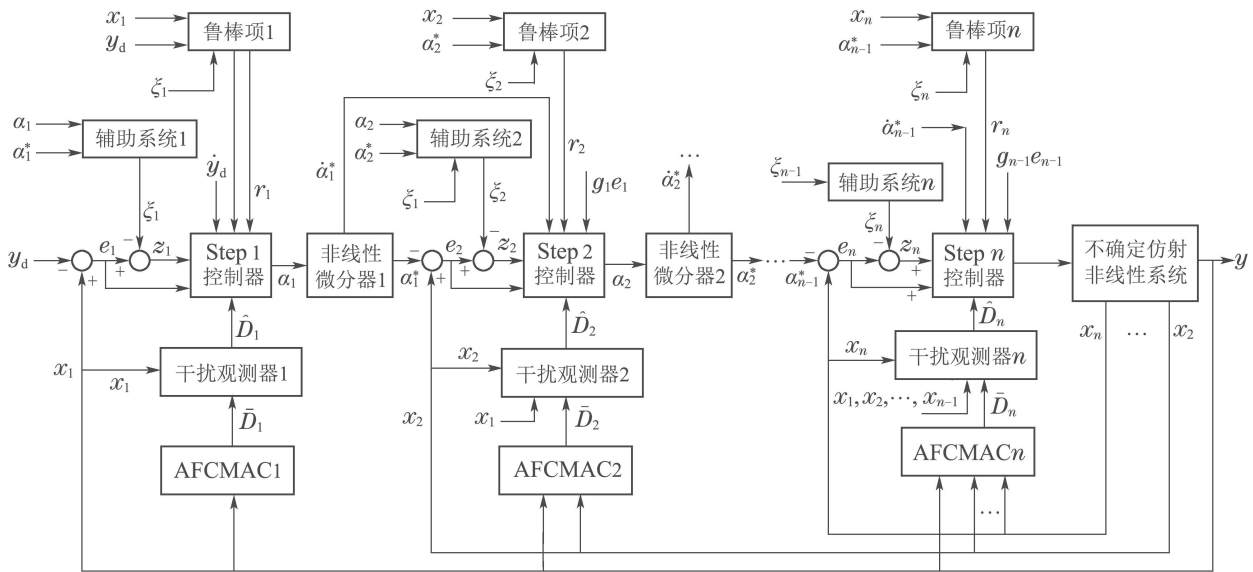


图1 控制方案结构图

Fig. 1 Structure diagram of control scheme

3 非对称模糊小脑模型结构及干扰观测器设计

3.1 非对称模糊小脑模型结构

在文献[13]CMAC基础上, 融合将非对称高斯函数和模糊方法, 提出 n 维输入单输出的AFCMAC结构, 使其具有增强的学习记忆和泛化能力, 其结构如图2所示。

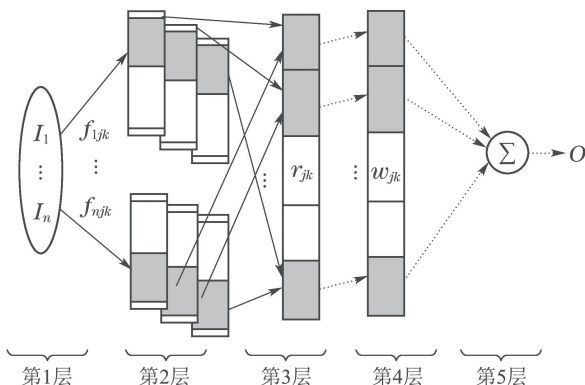


图2 非对称模糊小脑模型结构

Fig. 2 Structure of AFCMAC

在图2中, 定义第 i 条模糊规则为

R^l : If I_1 is f_{1jk} and I_2 is f_{2jk}, \dots , and

I_{n_i} is f_{n_ijk} ,

then $o_{jk} = \omega_{jk}$ for $j = 1, 2, \dots, n_j$,

$k = 1, 2, \dots, n_k$ and $l = 1, 2, \dots, n_l$,

式中: n_j 是每一个输入维度的层数; n_k 是每一层的块数; n_i 是输入维度; $n_l = n_j n_k$ 为模糊推理规则个数; f_{ijk} 代表第 i 个输入、第 j 层、第 k 块记忆单元的模糊集, ω_{jk} 代表第 j 块和第 k 块记忆单元之间的权值。AFCMAC各层定义如下:

1) 输入层: 定义 $I = [I_1 \dots I_i \dots I_{n_i}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ 为输入域, 其中 I_i 为神经元, 神经元数量的多少与分辨率的大小成正比, 具体选择过程参见文献[13]。

2) 非对称隶属函数层: 因非对称函数能够增加隶属度函数选择的自由度, 即增加估计未知函数准确性, 取非对称高斯函数为

$$\begin{cases} f_{ijk}(F_{ijk}) = \exp(-F_{ijk}^2), & i = 1, 2, \dots, n_i, \\ j = 1, 2, \dots, n_j, & k = 1, 2, \dots, n_k, \end{cases} \quad (4)$$

$$F_{ijk} = \begin{cases} \frac{I_i - m_{ijk}}{\nu_{ijk}^l}, & -\infty \leq I_i \leq m_{ijk}, \\ \frac{I_i - m_{ijk}}{\nu_{ijk}^r}, & m_{ijk} \leq I_i \leq \infty, \end{cases}$$

式中 m_{ijk} , ν_{ijk}^l 和 ν_{ijk}^r 分别为第 i 个输入 I_i 在第 j 层中第 k 个记忆块对应函数的中心点及左、右侧宽度取值。

3) 回归层: 多维回归层函数为

$$\theta_{jk} = \prod_{i=1}^{n_i} f_{ijk}(F_{ijk}) = \prod_{i=1}^{n_i} \exp\left(-\left(\frac{I_i - m_{ijk}}{\nu_{ijk}}\right)^2\right),$$

$$j = 1, 2, \dots, n_j; k = 1, 2, \dots, n_k, \quad (5)$$

式中: ν_{ijk} 为 ν_{ijk}^l 和 ν_{ijk}^r 的方差; θ_{jk} 为第 j 层和第 k 块记忆单元之间的权值。

在式(5)基础上, 多维的回归层可以写为

$$\theta = [\theta_{11} \cdots \theta_{1n_k} \theta_{21} \cdots \theta_{2n_k} \cdots \theta_{j1} \cdots \theta_{jn_k}]^T = [\theta_1 \cdots \theta_l \cdots \theta_{n_l}]^T \in \mathbb{R}^{n_l}. \quad (6)$$

4) 权值记忆层: 权值记忆矩阵可以写为

$$\mathbf{W} = [W_{11} \cdots W_{a_{1n_k}} \quad W_{21} \cdots W_{2n_k} \quad W_{n_j 1} \cdots W_{n_j n_k}]^T = [W_1 \cdots W_l \cdots W_{n_l}]^T \in \mathbb{R}^{n_l}, \quad (7)$$

式中 W_{jk} 为第 j 层和第 k 块记忆单元之间的权值。

5) 输出层: 该层的输出为

$$y = o = \mathbf{W}^T \theta = \sum_{j=1}^{n_j} \sum_{k=1}^{n_k} W_{jk} \theta_{jk} = \sum_{l=1}^{n_l} W_l \theta_l. \quad (8)$$

注 1 若 AFCMAC 选取每 1 个输入只包含 1 层, 每层只包含 1 块, 每 1 块仅选择 1 个神经元, 则其与传统的神经网络等价。由此, 可以说传统的神经网络是 AFCMAC 的 1 种特殊的情况。此外, 因 AFCMAC 参数选取更加灵活使得其较传统的神经网络具有更快的学习速度和响应速度。

3.2 基于非对称模糊小脑模型的干扰观测器设计

为给出 AFCMAC 干扰观测器设计过程, 需假设如下:

假设 4^[22] 令 $x \in M_x$, M_x 是系统状态的一个紧集, AFCMAC 的最优输出层权值向量 \mathbf{W}^* 可定义为

$$\mathbf{W}^* = \arg \min_{\mathbf{W} \in \Omega} (\sup_{x \in M_x} |F - \hat{F}(x, \hat{\mathbf{W}})|), \quad (9)$$

$$\Omega = \{\hat{\mathbf{W}} : \|\hat{\mathbf{W}}\| \leq M\},$$

式中: M 是设计参数; Ω 为权值参数可行域; F 是干扰观测器逼近的未知函数; $\hat{\mathbf{W}}$ 是 AFCMAC 权值;

$\hat{F}(x, \hat{\mathbf{W}})$ 是 AFCMAC 输出。

在假设 3 和 4 下, 基于文献 [22] 的函数估计原理, 式 (2) 中的复合干扰可以描述为

$$D_i = \mathbf{W}_i^{*T} \theta_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (10)$$

式中 ε_i 为逼近误差。

考虑到实际中无法直接获取理想的 \mathbf{W}_i^* , 因此利用 AFCMAC 式 (4)–(8) 对式 (2) 中的复合干扰 D_i 得到相应估计值为 $\bar{D}_i = \hat{\mathbf{W}}_i^T \theta_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, 其中 $\hat{\mathbf{W}}_i$ 为 \mathbf{W}_i^* 的估计向量, 并定义权值估计误差为 $\tilde{\mathbf{W}}_i = \mathbf{W}_i^* - \hat{\mathbf{W}}_i$ 。

定理 1 在假设 3 和 4 下, 考虑动态系统如下:

$$\dot{z}_{di} = k_{i1} e_{di} + k_{i2} |e_{di}|^{\lambda_i} \text{sgn} e_{di} + \phi_i + \bar{D}_i + r_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

式中: $z_{di} \in \mathbb{R}$ 为干扰观测器系统状态; $e_{di} = x_i - z_{di}$ 为 AFCMAC 干扰观测误差; $k_{i1} > 0$, $k_{i2} > 0$ 和 $0 < \lambda_i < 1$ 均为设计参数; $\phi_i = f_i + g_i x_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots, n-1$, 当 $i = n$ 时, $\phi_n = f_n + g_n u$; \bar{D}_i 为第 i 个子系统的 AFCMAC 输出; $r_{di} = k_{ri} e_{di}$ 为鲁棒项; $k_{di} > 0$ 为设计参数。若设计 AFCMAC 权值向量的自适应律设计为

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_i = \check{\mu}_i (\theta_i e_{di} - \beta_i \hat{\mathbf{W}}_i), \quad (12)$$

则干扰观测器误差 e_{di} 和 AFCMAC 权值估计误差 $\tilde{\mathbf{W}}_i$ 均在有限时间内收敛至任意小的集合内, 即

$$\begin{cases} |e_{di}| < \min\left\{\sqrt{\frac{2\check{\chi}_i}{(1-\rho_i)a_i}}, \sqrt{2\left(\frac{\check{\chi}_i}{(1-\rho_i)b_i}\right)^{\frac{1}{\alpha_i}}}\right\}, \\ \|\tilde{\mathbf{W}}_i\| < \min\left\{\sqrt{\frac{2\check{\mu}_i\check{\chi}_i}{(1-\rho_i)a_i}}, \sqrt{2\check{\mu}_i\left(\frac{\check{\chi}_i}{(1-\rho_i)b_i}\right)^{\frac{1}{\alpha_i}}}\right\}, \end{cases} \quad (13)$$

到达收敛域时间 T_{ri} 满足

$$T_{ri} < \max\left\{t_0 + \frac{1}{\rho_i a_i (1 - \alpha_i)} \ln \frac{\rho_i a_i V^{1-\alpha_i}(t_0) + b_i}{b_i}, t_0 + \frac{1}{a_i (1 - \alpha_i)} \ln \frac{a_i V^{1-\alpha_i}(t_0) + \rho_i b_i}{\rho_i b_i}\right\}, \quad (14)$$

式中: t_0 和 ρ_i 定义与引理 1 中 t_0 和 ρ 相同, a_i , b_i , $\check{\chi}_i$ 和 α_i 定义见式 (18), $\check{\mu}_i > 0$ 为设计参数。

证 对 e_{di} 求导, 并代入式 (2) 和式 (11), 有

$$\dot{e}_{di} = \dot{x}_i - \dot{z}_{di} = -k_{i1} e_{di} - k_{i2} |e_{di}|^{\lambda_i} \times \text{sgn} e_{di} + D_i - \bar{D}_i - r_i =$$

$$-k_{i1}e_{di} - k_{i2} \times |e_{di}|^{\lambda_i} \text{sgn } e_{di} + \tilde{W}_i^T \theta_i + \varepsilon_i - k_{ri}e_{di}. \quad (15)$$

选取Lyapunov函数V如下:

$$V = \frac{1}{2}e_{di}^2 + \frac{1}{2\check{\mu}_i} \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i. \quad (16)$$

将V沿着式(15)求导, 代入式(12), 并利用Young不等式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_{di}\dot{e}_{di} + \frac{1}{\check{\mu}_i} \tilde{W}_i^T \dot{\tilde{W}}_i = \\ &e_{di}(\tilde{W}_i^T \theta_i + \varepsilon_i - k_{i1}e_{di} - k_{i2}|e_{di}|^{\lambda_i} \text{sgn } e_{di} - k_{ri}e_{di}) - \\ &\frac{1}{\check{\mu}_i} \tilde{W}_i^T [\check{\mu}_i(\theta_i e_{di} - \beta_i \hat{W}_i)] \leq \\ &-k_{i1}e_{di}^2 - k_{i2}|e_{di}|^{\lambda_i+1} + |e_{di}|\bar{\varepsilon}_i - k_{ri}e_{di}^2 + \\ &\beta_i \tilde{W}_i^T \hat{W}_i \leq \\ &-k_{i1}e_{di}^2 - k_{i2}|e_{di}|^{\lambda_i+1} + \\ &\frac{1}{4k_{ri}}\bar{\varepsilon}_i^2 - \frac{\beta_i}{2} \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i + \frac{\beta_i}{2} W_i^{*T} W_i^* = \\ &-k_{i1}e_{di}^2 - k_{i2}|e_{di}|^{\lambda_i+1} - \frac{\beta_i}{4} \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i - \\ &\frac{\beta_i}{4} \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i - \frac{\beta_i}{4} (\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i)^{\frac{\lambda_i+1}{2}} + \\ &\frac{\beta_i}{4} (\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i)^{\frac{\lambda_i+1}{2}} + \frac{\beta_i}{2} W_i^{*T} W_i^* + \frac{1}{4k_{ri}}\bar{\varepsilon}_i^2. \quad (17) \end{aligned}$$

记

$$h_i = -\frac{\beta_i}{4} \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i + \frac{\beta_i}{4} (\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i)^{\frac{\lambda_i+1}{2}} + \frac{\beta_i}{2} \times W_i^{*T} W_i^*.$$

因 $\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i \geq 0$, 下面分两种情况讨论:

1) 若 $\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i \geq 1$, 考虑到 $0 < \lambda_i < 1$, 即 $(\lambda_i + 1)/2 < 1$, 则 $(\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i)^{\frac{\lambda_i+1}{2}} \leq \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i$, 进而 $h_i \leq \frac{\beta_i}{2} W_i^{*T} W_i^*$;

2) 若 $\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i < 1$, 在 $0 < \lambda_i < 1$ 时, 有 $0 \leq (\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i)^{\frac{\lambda_i+1}{2}} < 1$, 由此 $h_i < \frac{\beta_i}{4} + \frac{\beta_i}{2} W_i^{*T} W_i^*$.

基于上述两种情况, 有 $h_i < \frac{\beta_i}{4} + \frac{\beta_i}{2} W_i^{*T} W_i^*$. 将其代入式(17)有

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \\ &-k_{i1}e_{di}^2 - k_{i2}|e_{di}|^{\lambda_i+1} - \frac{\beta_i}{4} \tilde{W}_i^T \tilde{W}_i - \\ &\frac{\beta_i}{4} (\tilde{W}_i^T \tilde{W}_i)^{\frac{\lambda_i+1}{2}} + \frac{\beta_i}{4} + \frac{\beta_i}{2} W_i^{*T} W_i^* + \frac{1}{4k_{ri}}\bar{\varepsilon}_i^2 \leq \\ &-a_i V - b_i V^{\frac{\lambda_i+1}{2}} + \check{\chi}_i, \quad (18) \end{aligned}$$

式中:

$$\begin{aligned} a_i &= \min\{2k_{i1}, \frac{\beta_i \mu_i}{2}\}, \\ b_i &= \min\{2^{\frac{\lambda_i+1}{2}} k_{i2}, \frac{\beta_i}{4} (2\mu_1)^{\frac{\lambda_i+1}{2}}\}, \\ \alpha_i &= \frac{\lambda_i + 1}{2}, \check{\chi}_i = \frac{\beta_i}{4} + \frac{\beta_i}{2} \tilde{W}_i^{*T} \tilde{W}_i^* + \frac{1}{4k_{ri}}\bar{\varepsilon}_i^2. \end{aligned}$$

基于引理1和式(18)可得, e_{di} 和 \tilde{W}_i 均在有限时间内收敛至任意小的集合内, 即当时间 T_{ri} 满足式(14), e_{di} 和 \tilde{W}_i 满足式(13). 证毕.

注2 AFCMAC干扰观测器式(11)值得说明的是:

1) $k_{i1}e_{di}$ 和 $k_{i2}|e_{di}|^{\lambda_i} \text{sgn } e_{di}$ 保证了干扰观测器具有有限时间收敛的特性; 2) 干扰观测器输出值为AFCMAC的输出与鲁棒项之和, 即 $\hat{D}_i = \bar{D}_i + r_i, i = 1, 2, \dots, n$, 这不仅保留了AFCMAC逼近复合干扰的所有优点, 且应用鲁棒项使得逼近误差尽量符合工程需求.

4 基于干扰观测器的有限时间收敛鲁棒自适应backstepping控制器的设计

在AFCMAC干扰观测器式(11)和非线性微分器式(3)基础上, 利用backstepping设计控制器, 其中构造辅助系统分析微分器误差对系统影响并在控制器设计中进行补偿, 采用障碍型函数设计自适应滑模鲁棒项抑制复合干扰估计偏差对跟踪误差的影响.

定义跟踪误差

$$e_1 = x_1 - y_d, e_i = x_i - \alpha_{i-1}^*, i = 2, \dots, n, \quad (19)$$

式中 α_{i-1}^* 为后续设计的 α_{i-1} 经式(3)的滤波值.

为分析微分器误差对系统造成的影响, 设计辅助系统如下:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = -k_1 \xi_1 + g_1(\alpha_1^* - \alpha_1) + g_1 \xi_2 - l_1 \text{sgn } \xi_1, \\ \dot{\xi}_i = -k_i \xi_i + g_i(\alpha_i^* - \alpha_i) - g_{i-1} \xi_{i-1} + \\ \quad g_i \xi_{i+1} - l_i \text{sgn } \xi_i, i = 2, 3, \dots, n-1, \\ \dot{\xi}_n = -k_n \xi_n - g_{n-1} \xi_{n-1} - l_n \text{sgn } \xi_n, \end{cases} \quad (20)$$

式中: $\xi_i \in \mathbb{R}(i = 1, 2, \dots, n)$ 为辅助系统状态; $k_i > \frac{l_i}{2}; l_i > 0(i = 1, 2, \dots, n)$ 为待设计常数.

基于式(19)和式(20), 定义修正跟踪误差 $z_i = e_i - \xi_i, i = 1, 2, \dots, n$.

Step 1 在假设1下, 将 z_1 求导, 代入式(2)和式(20), 有

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{e}_1 - \dot{\xi}_1 = \\ \dot{x}_1 - \dot{y}_d - \dot{\xi}_1 &= f_1 + g_1 x_2 + D_1 - \\ \dot{y}_d + k_1 \xi_1 - g_1(\alpha_1^* - \alpha_1) - g_1 \xi_2 + l_1 \text{sgn } \xi_1 &= \end{aligned}$$

$$f_1 + g_1\alpha_1 + g_1z_2 + D_1 - \dot{y}_d + k_1\xi_1 + l_1\text{sgn}\xi_1. \quad (21)$$

设计虚拟控制量 α_1 及抑制干扰观测器误差对系统影响的鲁棒项 r_1 为

$$\begin{cases} \alpha_1 = -g_1^{-1}(k_1e_1 + f_1 + \hat{D}_1 - \dot{y}_d + r_1 + s_1z_1^\gamma), \\ r_1 = \frac{\lambda\bar{\varepsilon}_1}{\lambda - |z_1|}\text{sgn}z_1, \end{cases} \quad (22)$$

式中: \hat{D}_1 为AFCMAC干扰观测器式(11)中的输出值; $s_1 > 0$, $0 < \gamma < 1$, $\lambda > 0$ 和 $\bar{\varepsilon}_1$ 为设计常数, 且满足 $\bar{\varepsilon}_1 > |\hat{D}_1|$.

将式(22)代入式(21)得

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 = & -k_1z_1 + \tilde{D}_1 - \frac{\lambda\bar{\varepsilon}_1}{\lambda - |z_1|}\text{sgn}z_1 + \\ & l_1\text{sgn}\xi_1 - s_1z_1^\gamma + g_1z_2. \end{aligned} \quad (23)$$

选取Lyapunov函数 $V_1 = \frac{1}{2}z_1^2$, 对其求导, 并代入式(23)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & z_1\dot{z}_1 = \\ & -k_1z_1^2 + z_1\tilde{D}_1 - \frac{\lambda\bar{\varepsilon}_1}{\lambda - |z_1|}|z_1| + \\ & l_1z_1\text{sgn}\xi_1 - s_1z_1^{\gamma+1} + z_1g_1z_2 \leq \\ & -k_1z_1^2 - s_1z_1^{\gamma+1} + l_1z_1\text{sgn}\xi_1 + z_1g_1z_2. \end{aligned} \quad (24)$$

Step i ($i = 2, \dots, n-1$) 在式(2)和式(20)基础上, 对 z_i 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{z}_i = & \dot{e}_i - \dot{\xi}_i = \\ & f_i + g_i\alpha_i + g_iz_{i+1} + g_i\xi_{i+1} + \\ & g_i \times (\alpha_{i-1}^* - \alpha_i) + D_i - \dot{\alpha}_{i-1}^* + k_i\xi_i - \\ & g_i(\alpha_i^* - \alpha_i) + g_{i-1}\xi_{i-1} - g_i\xi_{i+1} + l_i\text{sgn}\xi_i = \\ & f_i + g_i\alpha_i + g_iz_{i+1} + D_i - \dot{\alpha}_{i-1}^* + k_i\xi_i + \\ & g_{i-1}\xi_{i-1} + l_i\text{sgn}\xi_i. \end{aligned} \quad (25)$$

设计虚拟控制量 α_i 及鲁棒项 r_i 为

$$\begin{cases} \alpha_i = -g_i^{-1}(k_ie_i + f_i + \hat{D}_i - \dot{\alpha}_{i-1}^* + \\ \quad r_i + s_iz_i^\gamma + g_{i-1}e_{i-1}), \\ r_i = \frac{\lambda\bar{\varepsilon}_i}{\lambda - |z_i|}\text{sgn}z_i, \end{cases} \quad (26)$$

式中: \hat{D}_i 为AFCMAC干扰观测器式(11)中的输出值; $s_i > 0$ 和 $\bar{\varepsilon}_i$ 为设计常数, 且满足 $\bar{\varepsilon}_i > |\hat{D}_i|$, γ 和 λ 的取值见式(22).

将式(26)代入式(25)得

$$\dot{z}_i = -k_iz_i + \tilde{D}_i - \frac{\lambda\bar{\varepsilon}_i}{\lambda - |z_i|}\text{sgn}z_i -$$

$$g_{i-1}z_{i-1} + l_i\text{sgn}\xi_i - s_iz_i^\gamma + g_iz_{i+1}. \quad (27)$$

选取Lyapunov函数 $V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2}z_i^2$, 对其求导, 并代入式(24)和式(27)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & \dot{V}_{i-1} + z_i\dot{z}_i \leq \\ & \sum_{j=1}^{i-1} (-k_jz_j^2 - s_jz_j^{\gamma+1} + l_jz_j \times \text{sgn}\xi_j) + \\ & z_{i-1}g_{i-1}z_i - k_iz_i^2 - z_ig_{i-1}z_{i-1} + \\ & l_iz_i\text{sgn}\xi_i + z_ig_iz_{i+1} - s_iz_i^{\gamma+1} = \\ & - \sum_{j=1}^i k_jz_j^2 - \sum_{j=1}^i s_jz_j^{\gamma+1} + \\ & \sum_{j=1}^i l_jz_j\text{sgn}\xi_j + z_ig_iz_{i+1}. \end{aligned} \quad (28)$$

Step n 基于式(2)和式(20), z_i 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{z}_n = & \dot{e}_n - \dot{\xi}_n = \\ & f_n + g_nu + D_n + k_n\xi_n + g_{n-1}\xi_{n-1} + l_n\text{sgn}\xi_n. \end{aligned} \quad (29)$$

设计控制量 u 及鲁棒项 r_n 为

$$\begin{cases} u = -g_n^{-1}(k_n e_n + f_n + \hat{D}_n - \dot{\alpha}_{n-1}^* + \\ \quad r_n + s_nz_n^\gamma + g_{n-1}e_{n-1}), \\ r_n = \frac{\lambda\bar{\varepsilon}_n}{\lambda - |z_n|}\text{sgn}z_n, \end{cases} \quad (30)$$

式中: \hat{D}_n 为AFCMAC干扰观测器式(11)中的输出值; $s_n > 0$ 和 $\bar{\varepsilon}_n$ 为设计常数, 且满足 $\bar{\varepsilon}_n > |\hat{D}_n|$, γ 和 λ 的取值见式(22).

将式(30)代入式(29)得

$$\begin{aligned} \dot{z}_n = & -k_nz_n + \tilde{D}_n - \frac{\lambda\bar{\varepsilon}_n}{\lambda - |z_n|}\text{sgn}z_n - \\ & g_{n-1}z_{n-1} + l_n\text{sgn}\xi_n - s_nz_n^\gamma. \end{aligned} \quad (31)$$

取Lyapunov函数 $V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2}z_n^2$, 对其求导并代入式(31)有

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = & \dot{V}_{n-1} + z_n\dot{z}_n \leq \\ & \sum_{j=1}^{n-1} k_jz_j^2 - \sum_{j=1}^{n-1} s_jz_j^{\gamma+1} + \sum_{j=1}^{n-1} l_jz_j\text{sgn}\xi_j + \\ & z_{n-1}g_{n-1}z_n - k_nz_n^2 - z_ng_{n-1}z_{n-1} + \\ & l_nz_n\text{sgn}\xi_n - s_nz_n^{\gamma+1} = \\ & - \sum_{j=1}^n k_jz_j^2 - \sum_{j=1}^n s_jz_j^{\gamma+1} + \sum_{j=1}^n l_jz_j\text{sgn}\xi_j. \end{aligned} \quad (32)$$

利用Young不等式, 有

$$\sum_{j=1}^n l_jz_j\text{sgn}\xi_j \leq \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n l_jz_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n l_j.$$

由此, 式(32)可改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & - \sum_{j=1}^n (k_j - \frac{l_j}{2}) z_j^2 - \sum_{j=1}^n s_j z_j^{\gamma+1} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n l_j \leq \\ & - \kappa V_n - \beta V_n^{\frac{\gamma+1}{2}} + \chi, \end{aligned} \tag{33}$$

式中:

$$\begin{aligned} \kappa &= \min_{j=1,2,\dots,n} \{2k_j - l_j\}, \\ \beta &= \min_{j=1,2,\dots,n} \{s_j^{\frac{\gamma+1}{2}}\}, \chi = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n l_j. \end{aligned}$$

定理 2 针对满足假设1-4的不确定非线性系统式(1), 若取AFCMAC干扰观测器式(11)、虚拟控制量式(22)和式(26)、控制量式(30), 则跟踪误差在有限时间内收敛至任意小的有界集内, 即

$$|e_i| \leq \min \left\{ \sqrt{\frac{2\chi}{(1-\rho_1)\kappa}}, \sqrt{2\left(\frac{\chi}{(1-\rho_1)\beta}\right)^{\frac{2}{\gamma+1}}} \right\}, \tag{34}$$

到达收敛域时间 T 满足

$$T = \max\{T_1, T_3\}, \tag{35}$$

式中:

$$\begin{aligned} T_1 &\leq \max \left\{ t_0 + \frac{2}{\rho_1 \kappa (1-\lambda)} \ln \frac{\rho_1 \kappa V_n^{\frac{1-\lambda}{2}}(0) + \beta}{\beta}, \right. \\ & \quad \left. t_0 + \frac{2}{\kappa(1-\lambda)} \ln \frac{\kappa V_n^{\frac{1-\lambda}{2}}(0) + \rho_1 \beta}{\rho_1 \beta} \right\}; \\ T_3 &\leq T_2 + \frac{1}{\underline{k}_i(1-\frac{1}{2})} \ln \frac{\underline{k}_i V_{n+1}^{\frac{1}{2}}(T_2) + l_i - \sqrt{2n\mu_2\bar{\omega}_1}}{l_i - \sqrt{2n\mu_2\bar{\omega}_1}}, \end{aligned}$$

式中 $T_2 = \max_{i=1,2,\dots,n-1} \{T_{i2}\}$ 定义见式(37).

证 因 $e_i = z_i + \xi_i, i = 1, 2, \dots, n$, 下面将分别证明 z_i 在有限时间收敛于有界集内和 ξ_i 在有限时间收敛于零.

1) 基于式(33)和引理1可知, 当 $k_i > \frac{l_i}{2}$ 时, z_i 能够有限时间 T_1 内, 收敛于有界集

$$|z_i| \leq \min \left\{ \sqrt{\frac{2\chi}{(1-\rho_1)\kappa}}, \sqrt{2\left(\frac{\chi}{(1-\rho_1)\beta}\right)^{\frac{2}{\gamma+1}}} \right\}.$$

2) 分析辅助变量 ξ_i 收敛性. 选取Lyapunov函数 $V_\xi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \xi_i^2$, 对其求导, 并代入式(20)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\xi &= \sum_{i=1}^n \xi_i \dot{\xi}_i = \\ & - \sum_{i=1}^n k_i \xi_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} g_i (\alpha_i^* - \alpha_i) \xi_i + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{n-1} g_i \xi_{i+1} \xi_i - \sum_{i=2}^n g_{i-1} \xi_{i-1} \xi_i - \sum_{i=1}^n l_i |\xi_i| = \\ & - \sum_{i=1}^n k_i \xi_i^2 - \sum_{i=1}^n l_i |\xi_i| + \sum_{i=1}^{n-1} g_i (\alpha_i^* - \alpha_i) \xi_i. \end{aligned} \tag{36}$$

依据引理2可知, 在有限时间 T_{i2} 内 $|\alpha_i^* - \alpha_i|$ 收敛于有界范围内, 即

$$|\alpha_i^* - \alpha_i| \leq \bar{\omega}_{i1}, t \geq T_{i2}, i = 1, 2, \dots, n-1. \tag{37}$$

当 $t \geq T_2 = \max_{i=1,2,\dots,n-1} \{T_{i2}\}$ 时, 在假设2下, 式(36)可改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_\xi &\leq - \sum_{i=1}^n k_i \xi_i^2 - \sum_{i=1}^n l_i |\xi_i| + \sum_{i=1}^{n-1} |g_i| |\alpha_i^* - \alpha_i| \times |\xi_i| \leq \\ & - \sum_{i=1}^n k_i \xi_i^2 - \sum_{i=1}^n l_i |\xi_i| + \mu_2 \bar{\omega}_{n1} |\xi_n| + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} |g_i| |\alpha_i^* - \alpha_i| |\xi_i| \leq \\ & - \sum_{i=1}^n k_i \xi_i^2 - l_i V_{n+1}^{\frac{1}{2}} + \sqrt{2n\mu_2\bar{\omega}_1} V_{n+1}^{\frac{1}{2}} = \\ & - \underline{k}_i V_{n+1} - (l_i - \sqrt{2n\mu_2\bar{\omega}_1}) V_{n+1}^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \tag{38}$$

式中:

$$\begin{aligned} \underline{k}_i &= 2 \min_{i=1,2,\dots,n} \{k_i\}, \\ l_i &= 2 \min_{i=1,2,\dots,n} \{l_i\}, \bar{\omega}_1 = \max_{i=1,2,\dots,n} \{\bar{\omega}_{i1}\}. \end{aligned}$$

根据引理1可得 ξ_i 在有限时间 T_3 收敛于零.

$$T_3 \leq T_2 + \frac{1}{\underline{k}_i(1-\frac{1}{2})} \cdot \ln \frac{\underline{k}_i V_{n+1}^{\frac{1}{2}}(T_2) + l_i - \sqrt{2n\mu_2\bar{\omega}_1}}{l_i - \sqrt{2n\mu_2\bar{\omega}_1}}.$$

综上, 当时间满足式(35)时, 因 ξ_i 收敛于零, 则有 e_i 收敛于 z_i 所在的有界集内, 即式(34). 证毕.

5 仿真实验

考虑具有建模动态误差、内部不确定及外干扰影响因素的3自由度无人直升机俯仰飞行运动方程^[23]如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + \Delta f(x_1, x_2) + \\ \quad (g(x_1, x_2) + \Delta g(x_1, x_2))u + d(t), \\ y = x_1, \end{cases} \tag{39}$$

式中: x_1 和 x_2 分别表示无人直升机的俯仰角和角速

度; u 为直流无刷电机控制电压; $D(x_1, x_2, t) = \Delta f(x_1, x_2) + \Delta g(x_1, x_2)u + d(t)$ 为由建模误差、参数不确定和阵风干扰组成的复合干扰, $f(x_1, x_2)$ 和 $g(x_1, x_2)$ 具体如下:

$$f(x_1, x_2) = \frac{-(m_h L_1 - m_b L_2) g_a}{J_e} \cos x_1,$$

$$g(x_1, x_2) = \frac{2K_c}{J_e} \cos x_1,$$

式中:

$$m_h = 0.43 \text{ kg}, m_b = 3.43 \text{ kg}, g_a = 9.8 \text{ m/s}^2,$$

$$L_1 = 0.83 \text{ m}, L_2 = 0.35 \text{ m},$$

$$J_e = 1.8145 \text{ kg/m}^2, K_c = 12 \text{ N/V},$$

参数定义及物理意义见文献[23].

假定期望跟踪俯仰角指令 $y_d = 20^\circ \sin t$, 俯仰角和角速度初值 $\mathbf{x}(0) = [-5^\circ, 0.5 \text{ rad/s}]^T$, 参数不确

定为30%, 阵风干扰为 $0.5 + 0.2 \sin t$.

为进行无人直升机俯仰飞行运动跟踪效果对比, 采用文献[13]给出的CMAC方法或本文所提的AFCMAC干扰观测器分别对复合干扰进行估计, 然后利用动态面backstepping方法或本文所提的有限时间收敛backstepping方法分别设计控制器. 为后续仿真说明简洁, 记由无干扰补偿和本文控制器组成的控制方案为方案1; 由文献[13]给出的干扰估计与动态面backstepping控制器组成的控制方案为方案2; 由本文所提的AFCMAC干扰观测器的干扰估计与动态面backstepping控制器组成的控制方案为方案3; 由本文所提的AFCMAC干扰观测器的干扰估计与有限时间收敛backstepping控制器组成的控制方案为方案4, 具体参数见表1. 为保证对比曲线更具有说服力, 选取意义相同的参数一致, 得到仿真结果如图3-7所示.

表1 不同控制方法设计参数对照表

Table 1 Design parameters of different control methods

控制方案	CMAC或AFCMAC参数	动态面或有限时间收敛backstepping控制器参数
方案1	无	$k_1 = 20, s_1 = 0.087, l_1 = 8, \bar{e}_1 = 0$ $k_2 = 30, s_2 = 0.03, l_2 = 2, \bar{e}_2 = 0.08$ $\gamma = 0.5, \lambda = 2, \tau_1 = 0.3, \tau_2 = 0.6$
方案2	$n_i = 2, \mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_2 = 5 \times 10^{-3}[-7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7], \mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = [1.7]_{1 \times 8}, \mathbf{W}(0) = [1.5]_{1 \times 8}$	参数 $k_1, k_2, \tau = \tau_1$ 取值与方案1相同, 其余参数 $s_1, l_1, \bar{e}_1, s_2, l_2, \bar{e}_2, \gamma, \lambda$ 均为零
方案3	$n_i = 2, n_j = 2, n_k = 6, n_l = 12, \mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_2 = 5 \times 10^{-3}[-11, -9, -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11], \mathbf{v}_1^l = \mathbf{v}_2^l = 3 \times [1]_{1 \times 12}, \mathbf{v}_1^r = \mathbf{v}_2^r = 0.8 \times [1]_{1 \times 12}, k_{21} = 10, k_{22} = 6, k_{r2} = 2, \lambda_2 = 0.3, \check{\mu}_2 = 0.2, \beta_2 = 0.8, \mathbf{W}(0) = [1.5]_{1 \times 12}$	参数取值与方案2一致
方案4	参数取值与方案3一致	参数取值与方案1一致

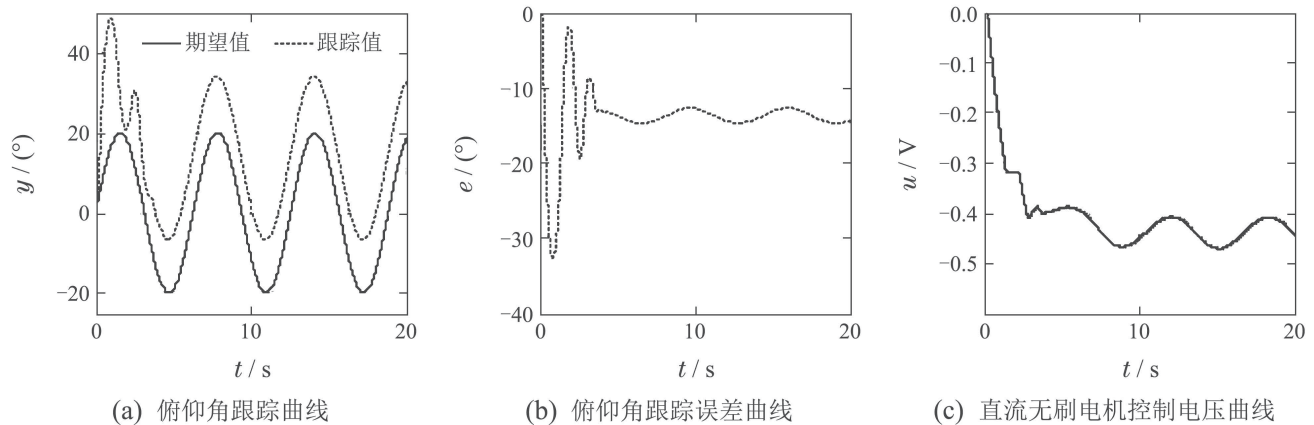


图3 未补偿干扰的有限时间收敛backstepping控制响应曲线

Fig. 3 The time response curve of finite-time convergence backstepping control without FCMAC disturbance observer

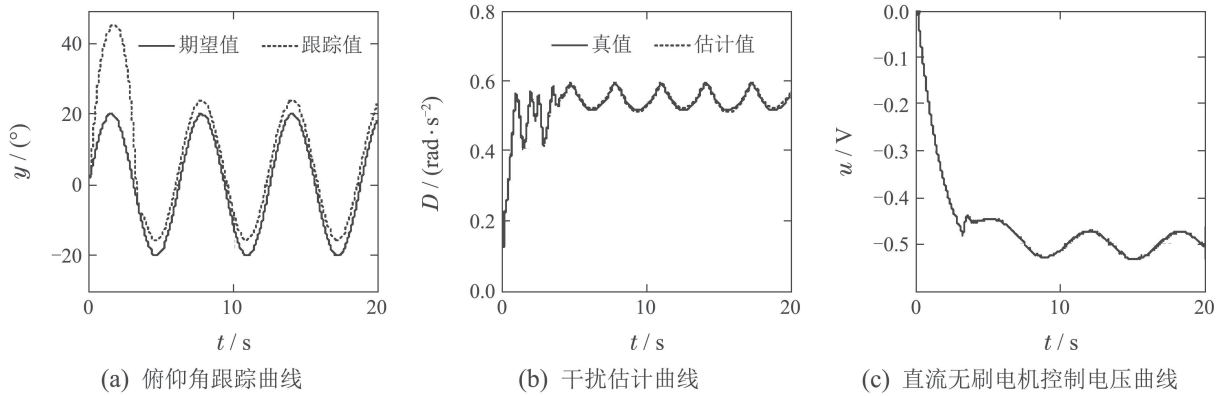


图 4 基于CMAC干扰观测器的有限时间收敛backstepping控制响应曲线

Fig. 4 The time response curve of inite-time convergence backstepping control based on CMAC disturbance observer

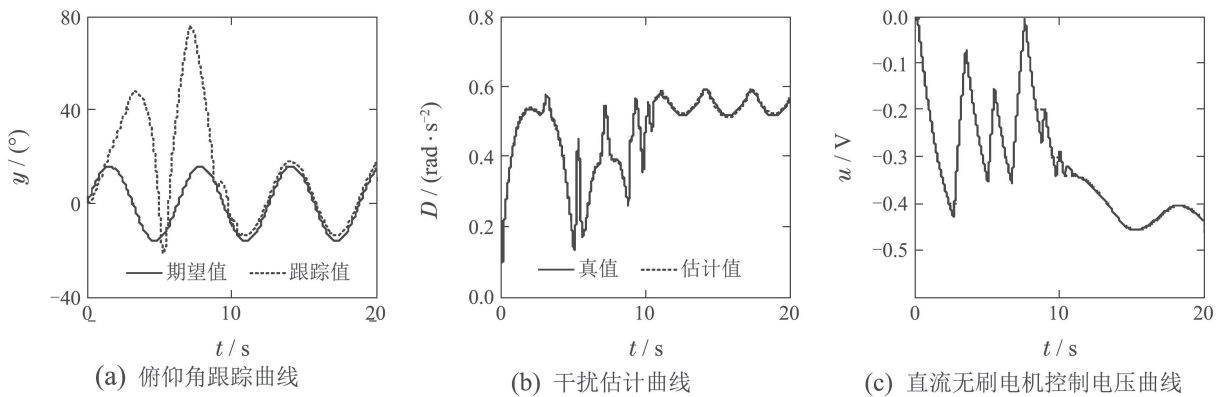


图 5 基于AFCMAC干扰观测器的动态面backstepping控制响应曲线

Fig. 5 The time response curve of dynamic surface backstepping control based on FCMAC disturbance observer

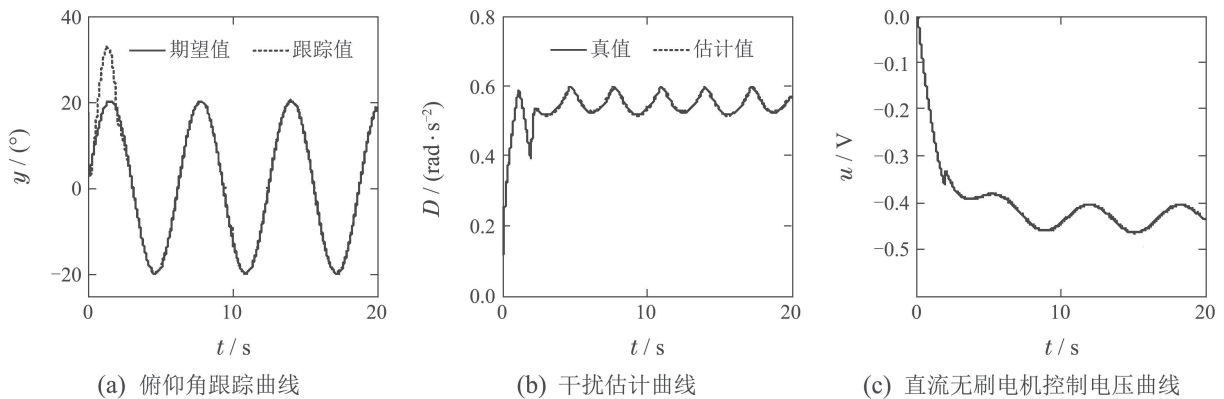


图 6 基于AFCMAC干扰观测器的有限时间收敛backstepping 控制响应曲线

Fig. 6 The time response curve of finite-time convergence backstepping control based on FCMAC disturbance observer

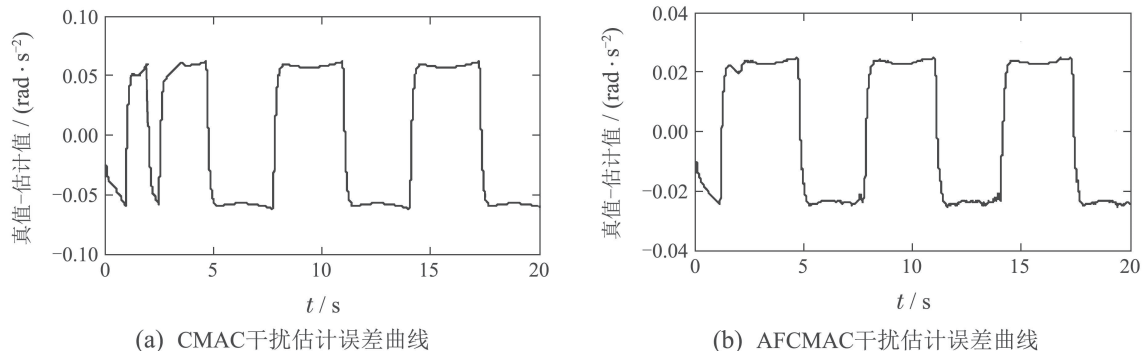


图 7 CMAC和AFCMAC干扰观测器干扰估计误差对比曲线

Fig. 7 The error comparison curve with CMAC and AFCMAC disturbance observer

从图3(a)–(b)可以看出, 无人机俯仰角跟踪误差明显偏差. 由此在控制器中对未知干扰进行补偿是非常必要的.

从图4和图6(a)–(b)及图7对比可知: 虽然控制器设计方法一致, 但图6(a)跟踪效果明显优于图4(a), 并从图7可得采用AFCMAC方法较CMAC对干扰估计更加准确, 进而说明本文所提的AFCMAC干扰估计方法具有更加估计准确的特点. 从图5和图6(a)–(b)对比可知: 虽然干扰估计方法一致, 但图6(a)的跟踪效果明显具有收敛速度快、跟踪更加准确的特点, 这说明本文所提的有限时间收敛backstepping控制器设计方法优势.

6 结论

本文研究了一类不确定仿射非线性系统的跟踪控制问题, 提出一种基于非对称模糊小脑模型干扰观测器的有限时间收敛backstepping控制策略.

为准确及快速地估计系统未知复合干扰, 将非对称高斯函数和模糊理论相结合, 给出非对称模糊CMAC结构以增强小脑模型泛化和学习能力, 并设计干扰观测器实现系统未知复合干扰在线准确逼近; 基于非对称模糊CMAC干扰观测器给出有限时间收敛backstepping控制器设计步骤, 并利用Lyapunov稳定理论证明闭环系统稳定性, 其中采用有限时间收敛非线性微分器获取虚拟控制量滤波和微分信息以避免backstepping设计中的微分“膨胀问题”, 设计辅助系统修正因微分器带来的误差对系统跟踪性能影响, 引入障碍型函数的自适应滑模鲁棒项抑制复合干扰估计偏差对跟踪误差的影响; 将所提控制策略应用于无人机飞行控制仿真实验, 结果表明所提方法具有收敛速度快, 跟踪精度高等特点, 并对强烈的外部干扰和系统不确定性也有良好的鲁棒性.

本文所提出的非对称模糊小脑模型干扰观测器和有限时间收敛控制器存在着大量调整参数问题, 如何减少和优化调整参数数量将是下一步需要深入探讨的问题.

参考文献:

- [1] KRSTIC M, KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. New York: Wiley, 1995.
- [2] DASHKOVSKIY S N, PAVLICHKOV S S. Integrator backstepping for uncertain nonlinear systems with non-smooth dynamics. *European Journal of Control*, 2018, 40(3): 68 – 79.
- [3] BRIBIESCA A F, KRSTIC M. Backstepping-forwarding control and observation for hyperbolic PDEs with fredholm integrals. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(8): 2145 – 2160.
- [4] KIM Y, PARK T, LEE J M. Integration of model predictive control and backstepping approach and its stability analysis. *IFAC PapersOn-Line*, 2018, 51(18): 405 – 410.
- [5] CHIU C H, PENG Y F, LIN Y W. Intelligent backstepping control for wheeled inverted pendulum. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(4): 3364 – 3371.
- [6] SWAROOP D, HEDRICK J, YIP P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(10): 1893 – 1899.
- [7] SONG H T, ZHANG T, ZHANG G L, et al. Robust dynamic surface control of nonlinear systems with prescribed performance. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 76(1): 599 – 608.
- [8] WANG D, HUANG J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict feedback form. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(1): 195 – 202.
- [9] CHEN M, ZHOU Y L, GUO W W. Robust tracking control for uncertain MIMO nonlinear systems with input saturation using RWNDO. *Neurocomputing*, 2014, 144(1): 436 – 447.
- [10] FARRELL J A, POLYCARPOU M, SHARMA M, et al. Command filtered backstepping. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1391 – 1395.
- [11] XU D Z, HUANG J, SU X J, et al. Adaptive command-filtered fuzzy backstepping control for linear induction motor with unknown end effect. *Information Sciences*, 2019, 477(3): 118 – 131.
- [12] CHEN Ziyin, LIN Zhe, KANG Jianbing, et al. Servo control of three-phase permanent magnet synchronous motor based on command filtered backstepping. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(4): 515 – 524.
(陈子印, 林喆, 康建兵, 等. 基于滤波反步法的三相永磁同步电机伺服控制. *控制理论与应用*, 2017, 34(4): 515 – 524.)
- [13] HSU C F, CHUNG C, LIN C M, et al. Adaptive CMAC neural control of chaotic systems with a PI-type learning algorithm. *Expert Systems with Applications*, 2009, 39(9): 11836 – 11843.
- [14] LOU W J, ZHU M, GUO X, et al. Command filtered sliding mode trajectory tracking control for unmanned airships based on RBFN approximation. *Advances in Space Research*, 2019, 63(3): 1111 – 1121.
- [15] PU Ming, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. Adaptive second-order dynamic sliding-mode control based on fuzzy disturbance-observer. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(6): 805 – 812.
(蒲明, 吴庆宪, 姜长生, 等. 基于模糊干扰观测器的自适应二阶动态滑模控制. *控制理论与应用*, 2011, 28(6): 805 – 812.)
- [16] HUYNH T T, LIN C M, PHAM T T, et al. A modified function-link fuzzy cerebellar model articulation controller using a PI-type learning algorithm for nonlinear system synchronization and control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2019, 118(1): 65 – 82.
- [17] GAO Y, ER M J. Online adaptive fuzzy neural identification and control of a class of MIMO nonlinear systems. *IEEE Transactions on Fuzzy System*, 2003, 11(4): 462 – 477.
- [18] SABAH F. Introducing validity into self-organizing fuzzy neural network applied to impedance force control. *Fuzzy Sets and Systems*, 2018, 337(4): 113 – 127.
- [19] LEVANT A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 2003, 76(9): 924 – 941.

- [20] OBEID H, FRIDMAN L M, LAGHROUCHE S, et al. Barrier function-based adaptive sliding mode control. *Automatica*, 2018, 93(7): 540 – 544.
- [21] YU J P, SHI P, DONG W J, et al. Observer and command-filter-based adaptive fuzzy output feedback control of uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(9): 5962 – 5970.
- [22] WANG L X. *Adaptive Fuzzy Systems and Control: Design and Stability Analysis*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1994.
- [23] ZHENG B, ZHONG Y. Robust attitude regulation of a 3-DOF helicopter benchmark: theory and experiments. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(2): 660 – 670.

作者简介:

张强 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性鲁棒自适应控制以及自治飞行控制等, E-mail: zhang_hongyu198023@163.com;

许慧 硕士研究生, 目前研究方向为自适应控制及backstepping控制等, E-mail: huihui123go@163.com;

许德智 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为复杂系统建模与容错控制等, E-mail: xudezhi@jiangnan.edu.cn;

王晨光 硕士研究生, 目前研究方向为复杂系统建模及滑模控制等, E-mail: wang-chen-guang@foxmail.com.