

带扰动混杂多智能体系统领导-跟随一致性

陈世明[†], 王明雨

(华东交通大学 电气与自动化工程学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 本文研究了带扰动混杂多智能体系统领导-跟随一致性问题, 给出了带扰动且含有非线性项的混杂多智能体系统模型. 为了解决扰动和非线性项问题对系统带来的影响, 本文基于等效趋近律设计了混杂多智能体系统的滑模控制协议, 该控制协议包含连续时间智能体与离散时间智能体的运动状态信息. 对混杂多智能体系统设计了 Lyapunov 函数, 给出该系统实现领导-跟随一致性的充分条件, 并证明了滑模控制协议下混杂多智能体系统可以实现领导-跟随一致性. 最后, 通过 MATLAB 仿真验证了所提方法的有效性.

关键词: 混杂多智能体系统; 扰动; 领导-跟随一致性; 等效趋近律

引用格式: 陈世明, 王明雨. 带扰动混杂多智能体系统领导-跟随一致性. 控制理论与应用, 2020, 37(7): 1583 – 1588

DOI: 10.7641/CTA.2020.90447

Leader-follower consensus of hybrid multi-agent systems with disturbances

CHEN Shi-ming[†], WANG Ming-yu

(School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang Jiangxi 330013, China)

Abstract: In this paper, the problem of leader-follower consensus of hybrid multi-agent system with disturbances is studied. Hybrid multi-agent system model with disturbances and nonlinear term are given in this paper. In order to solve the disturbances and nonlinear term problems on the system, the sliding mode control protocols for the hybrid multi-agent system are designed based on the equivalent approaching law, and the control protocols contain the state information of continuous-time dynamic agent and discrete-time dynamic agent. Lyapunov functions are designed for hybrid multi-agent system, and sufficient conditions for the system to achieve leader-follower consensus are given, and then the leader-follower consensus of the system is proved under the sliding mode control protocols. Finally, the effectiveness of the method is verified by MATLAB simulation.

Key words: hybrid multi-agent systems; disturbances; leader-follower consensus; equivalent approaching law

Citation: CHEN Shiming, WANG Mingyu. Leader-follower consensus of hybrid multi-agent systems with disturbances. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(7): 1583 – 1588

1 引言

过去数十年, 许多学者对多智能体的协同控制问题进行了研究^[1-3]. 在这些研究中, 具有领导者与跟随者的多智能体系统因其简单性与在实际工程问题中的大量应用而得到广泛研究^[2-6]. 滑模控制具有对扰动变化不灵敏及快速响应的特点, 因此滑模控制在多智能体协同控制中也得到广泛应用^[1, 3, 6-7].

一致性是多智能体协同控制中的基本问题. 在文献[8]中, Vicsek等为了研究具有生物动力学特征的一种粒子系统的运动现象, 首次提出离散时间多智能体模型, 并研究了该模型的位置一致性. 文献[9]受复杂

网络中群一致性现象的启发, 对具有时延特性的离散时间多智能体群一致性问题做了研究. 文献[10]在离散时间多智能体中加入滑模观测器并给出了滑动模态的新的鲁棒稳定性条件, 随后提出一种复合控制方法解决了该系统的一致性问题. 实际系统中都有一定的条件限制, 例如延迟、扰动等, 因此关于某些条件限制下的离散时间多智能体的滑模控制许多学者也做了大量的研究^[11-14]. 对于连续时间多智能体, 文献[15]提出了两种连续时间多智能体模型的控制协议, 对该模型的收敛性做了分析, 并将无向图的代数连通度概念推广到有向图中. 文献[16-17]通过设计扰动观测

收稿日期: 2019-06-13; 录用日期: 2020-04-30.

[†]通信作者. E-mail: c1977318@hotmail.com; Tel.: +86 791-87046179.

本文责任编辑: 左志强.

国家自然科学基金项目(61973118, 11662002), 江西省科技厅项目(20182BCB22009, 20165BCB19011, 20171BAB202029)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61973118, 11662002) and the Project of Science and Technology Department of Jiangxi Province (20182BCB22009, 20165BCB19011, 20171BAB202029).

器解决了系统中常存在的非匹配扰动的问题, 并利用 Lyapunov 和齐次性定理分析了未受扰动系统的包容控制问题. 文献[18]通过使用光滑和非光滑的 Lyapunov 函数, 给出了 N -维连续时间非自治系统有限时间稳定的两个充分条件和一个必要条件. 文献[19]考虑了在不可靠的信息交换和动态切换拓扑下多智能体系统的一致性, 提出该系统能够实现一致的充要条件. 针对带扰动的连续时间多智能体系统, 许多学者使用滑模控制方法也研究了其一致性问题^[20-22].

混杂多智能体系统由连续与离散时间智能体组成. 文献[23]研究了一阶混杂多智能体系统的一致性问题, 分别给出了3种通信状态的混杂多智能体系统模型, 随后提出了控制协议和该模型实现一致性的充要条件. 文献[24]对混杂切换系统做了研究, 提出该系统渐近稳定的充分条件. 一般来说, 混杂意味着性质或者组成上的异质. 因此, 文献[25-26]针对异质多智能体系统进行了研究, 提出该系统实现一致性的方法. 文献[27-28]随后研究了具有固定通信拓扑的异质相依群组系统一致性追踪问题, 为了实现一致性, 提出了离散更新和连续更新两种方案. 上述方法都为混杂多智能体系统实现一致性提供了借鉴.

值得注意的是, 在文献[23]中提出了一阶无扰动混杂多智能体系统实现一致性的条件, 并使用方程求解的方法研究了该系统的一致性问题. 但是目前针对带扰动的混杂多智能体系统的领导-跟随一致性还没有更多的研究, 并且滑模控制方法几乎都用于研究异质或者连续/离散时间系统中, 很少用于研究混杂多智能体系统. 在带有扰动的混杂多智能体系统中, 方程求解方法无法解决一致性问题. 因此本文采用滑模控制方法研究了带扰动的混杂多智能体系统领导-跟随一致性问题. 本文相较于文献[23]有下列3点优势: 1) 本文研究的混杂多智能体系统中的连续时间智能体是非线性的, 更加具有一般性; 2) 本文研究的混杂多智能体系统存在外界扰动; 3) 本文采用滑模控制方法提高了混杂多智能体系统对外界扰动的鲁棒性.

2 预备知识

2.1 基本定义

本文中有如下数学定义: \mathbb{N} 表示正整数集合, \mathbb{R} 表示实数集合, $\mathbb{R}^{n \times m}$ 表示 $n \times m$ 维矩阵, 定义 $\mathcal{I}_m = \{1, 2, \dots, m\}$ 表示连续时间智能体组成的集合,

$$\frac{\mathcal{I}_n}{\mathcal{I}_m} = \{m+1, m+2, \dots, n\}$$

表示离散时间智能体的集合, $\mathcal{I}_n = \{1, 2, \dots, m, \dots, n\}$ 表示所有的智能体的集合.

2.2 图论

多智能体系统可用有向图 $G(A) = (V, E, A)$ 表示, 其中 $V = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 表示多智能体系统节

点的集合, $E = \{e_{ij} = (s_i, s_j)\} \subset V \times V$ 描述智能体之间的连接关系. $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ 表示多智能体系统的邻接矩阵, 如果 $(s_i, s_j) \in E$, 则 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$. 拉普拉斯矩阵 $\mathcal{L} = D - A$, 其中 D 表示多智能体系统的度矩阵. 对具有领导者与跟随者的多智能体系统, 若领导者与跟随者之间具有通信关系, 则 $b_i > 0$, 否则 $b_i = 0$. 在有向图 G 中, 若某个节点到其他任何节点都存在路径连接, 则称有向图 G 中存在从该节点发出的有向生成树.

2.3 带扰动混杂多智能体系统

混杂多智能体系统由连续与离散时间智能体组成. 领导者动态方程为 $\dot{x}_0(t) = u_0(t)$, 其中 $x_0(t)$ 是领导者的位置, $u_0(t)$ 是领导者的输入. 跟随者的个数是 n , 其中连续时间智能体个数是 $m (m < n)$. 0 表示领导者, 1 到 m 表示连续时间智能体. 每个智能体的动态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = u_0(t), \\ \dot{x}_i(t) = f_i(x_i) + u_{ic}(t) + d_{i1}(t), \quad i \in \mathcal{I}_m, \\ x_i(t_{k+1}) = x_i(t_k) + u_{id}(t_k) + d_{i2}(t_k), \quad i \in \frac{\mathcal{I}_n}{\mathcal{I}_m}, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $f_i(x_i)$ 是光滑的非线性函数; $f_i(x_i) = -g_i x_i^2(t)$, $g_i \in \mathbb{N}$; $t_k = kh$, $k \in \mathbb{N}$, h 代表系统采样周期, $h = t_{k+1} - t_k$; $x_i \in \mathbb{R}$, $u_i \in \mathbb{R}$ 表示智能体的位置与控制输入; $d_{i1}(t)$, $d_{i2}(t_k)$ 分别表示某个连续、离散时间智能体的任意动态扰动类型.

定义 1 在任何初始状态下, 带扰动混杂多智能体系统(1)实现领导-跟随一致性满足条件:

$$\lim_{t_k \rightarrow \infty} \|x_i(t_k) - x_0(t_k)\| = 0, \quad i \in \mathcal{I}_n, \quad (2)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_0(t)\| = 0, \quad i \in \mathcal{I}_m. \quad (3)$$

假设 1 对于由混杂多智能体系统(1)构成的有向图 G , 有向图 G 中至少存在一个从领导者发出的有向生成树, 且领导者的状态信息是已知的的时间函数.

3 混杂多智能体系统滑模控制协议设计

带扰动混杂多智能体系统(1)中的跟随者智能体都会受到扰动与其相邻智能体的影响, 此时需要设计适当的滑模控制协议实现混杂多智能体系统(1)的领导-跟随一致性. 假设混杂多智能体系统中所有的智能体在采样时间更新运动状态与控制输入, 并且所有连续时间智能体可以实时观测到自身的运动状态, 接下来设计滑模控制协议.

对混杂多智能体系统中连续与离散时间智能体设计滑模控制协议. 首先, 设计混杂多智能体系统一致性误差协议:

$$\begin{aligned} e_i(t) &= \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(t) - x_j(t_j)) + \\ & b_i(x_i(t) - x_0(t)), \quad i \in \mathcal{I}_m, \quad j \in \mathcal{I}_n, \end{aligned} \quad (4)$$

$$e_i(t_k) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(t_k) - x_j(t_j)) + b_i(x_i(t_k) - x_0(t_k)), i \in \mathcal{I}_n, j \in \mathcal{I}_m, \quad (5)$$

$$\text{其中 } x_j(t_j) = \begin{cases} x_j(t), & j \in \mathcal{I}_m, \\ x_j(t_k), & j \in \mathcal{I}_n. \end{cases}$$

为保证一致性误差协议式(4)–(5)的收敛, 带扰动混杂多智能体系统滑模面函数考虑为

$$s_i(t) = c_{i1}e_i(t), i \in \mathcal{I}_m, \quad (6)$$

$$s_i(t_k) = c_{i2}e_i(t_k), i \in \mathcal{I}_n, \quad (7)$$

其中 c_{i1}, c_{i2} 为滑模面系数.

混杂多智能体系统中连续时间智能体的滑模面函数采用式(6)时, 设计如下滑模控制协议:

$$\begin{cases} u_{ieq}(t) = [c_{i1}\varpi_{i1}]^{-1}[c_{i1} \sum_{j=1}^m a_{ij}(f_j + u_{jc}(t) + d_{j1}) + c_{i1} \sum_{j=m+1}^n a_{ij}(\frac{u_{jd}(t_k) + d_{j2}}{h}) - c_{i1}\varpi_{i1}f_i + c_{i1}b_i\dot{x}_0(t)], \\ u_{isw}(t) = -[c_{i1}\varpi_{i1}]^{-1}k\text{sgn}(s_i(t)), \\ u_{ic}(t) = u_{ieq}(t) + u_{isw}(t), i \in \mathcal{I}_m, j \in \mathcal{I}_n, \end{cases} \quad (8)$$

其中: c_{i1} 是滑模面系数, 对于某个连续时间智能体 i : $\varpi_{i1} = (\sum_{j=1}^n a_{ij} + b_i)$, $u_{jc}(t)$ 是某个连续时间智能体 j 的输入, 在采样时刻 $u_{jc}(t) = u_{jc}(t_k)$, $f_i = f_i(t_k)$, $f_j = f_j(t_k)$, $u_{jd}(t_k)$ 是某个离散时间智能体 j 的输入, 将在下面给出. $x_0(t)$ 是领导者的位置, $k \in \mathbb{N}$, 且 $k > D$, $D \geq |d_{i1}|$.

定理 1 对于由混杂多智能体系统(1)构成的有向图 G , 当式(1)中连续时间智能体的控制协议采用式(8)时, 系统(1)中的连续时间智能体可以实现领导-跟随一致性.

证 选取 Lyapunov 函数

$$V_0(t) = \frac{1}{2}s_i^2(t), i \in \mathcal{I}_m. \quad (9)$$

对 Lyapunov 函数求导

$$\dot{V}_0(t) = s_i(t)\dot{s}_i(t) = s_i(t)[c_{i1}\varpi_{i1}\dot{x}_i(t) - c_{i1}b_i\dot{x}_0(t) - c_{i1} \sum_{j=1}^n a_{ij}\dot{x}_j(t)], \quad (10)$$

其中

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}\dot{x}_j(t) = \sum_{j=1}^m a_{ij}\dot{x}_j(t) + \sum_{j=m+1}^n a_{ij} \times \frac{1}{h}(x_j(t_{k+1}) - x_j(t_k)).$$

根据式(1)可知,

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^m a_{ij}\dot{x}_j(t) = \sum_{j=1}^m a_{ij}(f_j + u_{jc}(t) + d_{j1}), \\ \sum_{j=m+1}^n a_{ij} \frac{1}{h}(x_j(t_{k+1}) - x_j(t_k)) = \\ \sum_{j=m+1}^n a_{ij} \frac{1}{h}(u_{jd}(t_k) + d_{j2}). \end{cases} \quad (11)$$

式(11)代入式(10)中:

$$\begin{aligned} \dot{V}_0(t) = s_i(t)[c_{i1}\varpi_{i1}(f_i + u_{ic}(t)) - c_{i1}b_i\dot{x}_0(t) - c_{i1} \sum_{j=1}^m a_{ij}(f_j + u_{jc}(t) + d_{j1}) - c_{i1} \sum_{j=m+1}^n a_{ij} \frac{1}{h}(u_{jd}(t_k) + d_{j2})]. \end{aligned} \quad (12)$$

在 $\dot{V}_0(t)$ 中添加扰动 d_{i1} 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0(t) = s_i(t)[c_{i1}\varpi_{i1}(f_i + u_{ic}(t)) - c_{i1}b_i\dot{x}_0(t) - c_{i1} \sum_{j=1}^m a_{ij}(f_j + u_{jc}(t) + d_{j1}) - c_{i1} \sum_{j=m+1}^n a_{ij} \frac{1}{h}(u_{jd}(t_k) + d_{j2}) - d_{i1}]. \end{aligned} \quad (13)$$

将控制协议式(8)代入式(13)中:

$$\begin{aligned} \dot{V}_0(t) = s_i(t)[c_{i1}\varpi_{i1}(f_i + u_{ieq}(t) + u_{isw}(t)) - c_{i1}b_i\dot{x}_0(t) - c_{i1} \sum_{j=1}^m a_{ij}(f_j + u_{jc}(t) + d_{j1}) - c_{i1} \sum_{j=m+1}^n a_{ij} \frac{1}{h}(u_{jd}(t_k) + d_{j2}) - d_{i1}] = s_i(t)[-k\text{sgn}(s_i(t)) - d_{i1}], \end{aligned} \quad (14)$$

扰动 d_{i1} 有界, $|d_{i1}| \leq D$, 因为 $k > D$, 对于 $\dot{V}_0(t)$, 此时始终满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_0(t) = s_i(t)[-k\text{sgn}(s_i(t)) - d_{i1}] = -k|s_i(t)| - s_i(t)d_{i1} < 0. \end{aligned} \quad (15)$$

因此, 混杂多智能体系统中连续时间智能体的运动状态将会趋近于滑模面 $s_i(t) = 0$, 一致性轨迹误差式(4)将会沿着滑模面函数收敛到零, 混杂多智能体系统中连续时间智能体实现领导-跟随一致性, 此时定义 1 中一致性条件式(3)成立. 证毕.

接下来针对混杂多智能体系统中的离散时间智能体设计滑模控制协议. 当混杂多智能体系统中离散时间智能体的滑模面函数采用式(7)时, 设计如下滑模控制协议:

$$\begin{aligned} u_{id}(t_k) = [c_{i2}\varpi_{i2}]^{-1}[s_i^\dagger - c_{i2}\varpi_{i2}(x_i(t_k) + d_{i2}) + \tau + d^\dagger], i \in \mathcal{I}_n, j \in \mathcal{I}_n, t = t_k, \end{aligned} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} s_i^\dagger &= s_i(t_k) + h[-\varepsilon\text{sgn}(s_i(t_k)) - qs_i(t_k)], \\ \tau &= c_{i2} \sum_{j=1}^m a_{ij}[h(f_j + u_{jc}(t) + d_{j1}) + x_j(t)] + \end{aligned}$$

$$c_{i2} \sum_{j=m+1}^n a_{ij}(x_j(t_k) + u_{jd}(t_k) + d_{j2}),$$

$$d^i = c_{i2}b_i x_0(t_{k+1}),$$

对于某个离散时间智能体*i*: $\varpi_{i2} = (\sum_{j=1}^n a_{ij} + b_i)$, ε ,

$q \in \mathbb{N}$, h 为采样周期, 且 $1 - qh > 0$, $2 - qh > h\varepsilon$. $u_{jc}(t)$ 是某个连续时间智能体*j*的输入, 在采样时刻 $u_{jc}(t) = u_{jc}(t_k)$, $u_{jd}(t_k)$ 是某个离散时间智能体*j*的输入. $x_0(t_{k+1})$ 是领导者在采样时刻 t_{k+1} 时的位置.

定理 2 对于由混杂多智能体系统(1)构成的有向图*G*, 当(1)中离散时间智能体的控制协议采用式(16)时, 系统(1)中的离散时间智能体可以实现领导-跟随一致性.

证 取Lyapunov函数为 $V_0(t_k) = \frac{s_i^2(t_k)}{2}$, $i \in \mathcal{I}_m$.

根据Lyapunov稳定性定理, 当 $\Delta V_0(t_k)$ 满足

$$\Delta V_0(t_k) = s_i^2(t_{k+1}) - s_i^2(t_k) < 0,$$

$s_i(t_k) \neq 0$ 时, 离散滑模是存在且可达的. 因此, 离散时间智能体滑模控制稳定收敛条件为

$$\begin{cases} [s_i(t_{k+1}) - s_i(t_k)] \operatorname{sgn}(s_i(t_k)) < 0, \\ [s_i(t_{k+1}) + s_i(t_k)] \operatorname{sgn}(s_i(t_k)) > 0. \end{cases} \quad (17)$$

由滑模面函数式(7)得 $s_i(t_{k+1}) = c_{i2}e_i(t_{k+1})$, 将式(5)代入式(7)得

$$\begin{aligned} s_i(t_{k+1}) &= c_{i2} \left[\sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i(t_{k+1}) - x_j(t_{j'})) + \right. \\ &\quad \left. b_i(x_i(t_{k+1}) - x_0(t_{k+1})) \right] = \\ &= c_{i2} \left[\varpi_{i2} x_i(t_{k+1}) - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(t_{j'}) - \right. \\ &\quad \left. b_i x_0(t_{k+1}) \right], \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(t_{j'}) = \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j(t_{k+1}) + \sum_{j=m+1}^n a_{ij} x_j(t_{k+1}).$$

根据式(1)可得

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j(t_{k+1}) = \\ \sum_{j=1}^m a_{ij} [h(f_j + u_{jc}(t) + d_{j1}) + x_j(t)], \quad t = t_k, \\ \sum_{j=m+1}^n a_{ij} x_j(t_{k+1}) = \\ \sum_{j=m+1}^n a_{ij} [x_j(t_k) + u_{jd}(t_k) + d_{j2}]. \end{cases} \quad (19)$$

将式(19)代入式(18)中:

$$\begin{aligned} s_i(t_{k+1}) &= c_{i2} [\varpi_{i2}(x_i(t_k) + u_{id}(t_k) + d_{i2}) - \\ &\quad \sum_{j=1}^m a_{ij} [h(f_j + u_{jc}(t) + d_{j1}) + \\ &\quad x_j(t)] - \sum_{j=m+1}^n a_{ij} [x_j(t_k) + u_{jd}(t_k) + \end{aligned}$$

$$d_{j2}] - b_i x_0(t_{k+1})]. \quad (20)$$

将控制协议式(16)代入式(20)中得 $s_i(t_{k+1}) = s_i(t_k) + h[-\varepsilon \operatorname{sgn}(s_i(t_k)) - q s_i(t_k)]$, 此时

$$\begin{aligned} [s_i(t_{k+1}) - s_i(t_k)] \operatorname{sgn}(s_i(t_k)) &= \\ [-h\varepsilon \operatorname{sgn}(s_i(t_k)) - hq s_i(t_k)] \operatorname{sgn}(s_i(t_k)) &= \\ -h\varepsilon - hq |s_i(t_k)| < 0. \end{aligned} \quad (21)$$

令 $2 - qh \gg h\varepsilon$, 因此

$$\begin{aligned} [s_i(t_{k+1}) + s_i(t_k)] \operatorname{sgn}(s_i(t_k)) &= \\ -h\varepsilon + (2 - hq) |s_i(t_k)| > 0. \end{aligned} \quad (22)$$

此时, 在离散滑模可达性条件 $|s_i(t_k)| > \frac{h\varepsilon}{(2 - hq)}$

下, 混杂多智能体系统中离散时间智能体的运动状态将会趋近于滑模面 $s_i(t_k) = 0$, 一致性轨迹误差式(5)将会沿着滑模面函数收敛到零, 混杂多智能体系统中离散时间智能体实现领导-跟随一致性, 并且在离散滑模可达性条件 $|s_i(t_k)| > \frac{h\varepsilon}{(2 - hq)}$ 中, 当采样周期足够小时, 可以得到理想滑模面.

根据定理1与定理2可知, 对于任意一个智能体, 在某个采样时间 t_k 均满足 $\lim_{t_k \rightarrow \infty} \|x_i(t_k) - x_0(t_k)\| = 0$, $i \in \mathcal{I}_n$, 此时定义1中的一致性条件式(2)成立, 混杂多智能体系统(1)满足定义1中的条件式(2)-(3), 系统(1)实现了领导-跟随一致性. 证毕.

4 仿真分析

本文在MATLAB平台上对所提出的算法进行仿真实验. 考虑1个领导者和4个跟随者组成的混杂多智能体系统, 领导者标记为0, 跟随者标记为1-4, 其中: 1-2表示连续时间智能体, 3-4表示离散时间智能体. 图1表示具有领导者的带扰动混杂多智能体系统的通信拓扑.

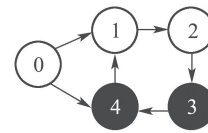


图1 带扰动混杂多智能体系统通信拓扑

Fig. 1 The communication topology of the hybrid multi-agent systems with disturbances

领导者的运动方程: $x_0(t) = \sin t$, 初始位置为 $x_0 = [0, 0]$.

跟随者1的滑模面函数取为 $s_1(t) = e_1(t)$, 跟随者2的滑模面函数取为 $s_2(t) = e_2(t)$. 跟随者3的滑模面为 $s_3(t_k) = e_3(t_k)$. 跟随者4的滑模面为 $s_4(t_k) = e_4(t_k)$. 连续时间智能体中扰动为 $d_{11,21}(t) = 5 \sin(2\pi t)$. 跟随者1的参数为 $f_1(x_1) = -25x_1^2(t)$, $b_i = 1(0)$, $k = 10$. 跟随者2的参数为 $f_2(x_2) = -9x_2^2(t)$, $k = 10$. 跟

随者1-2的初始位置为 $[-5, 0], [5, 0]$. 跟随者3-4的参数是 $\varepsilon=5, q=30$, 外界扰动 $d_{32,42}(t_k)=1.5 \sin(2\pi t_k)$. 采样周期 h 是0.01 s, 跟随者3-4的初始位置为 $[3, 0], [-3, 0]$.

仿真时分别考虑无扰动混杂多智能体系统、带扰动混杂多智能体系统. 仿真结果为图2-5所示.

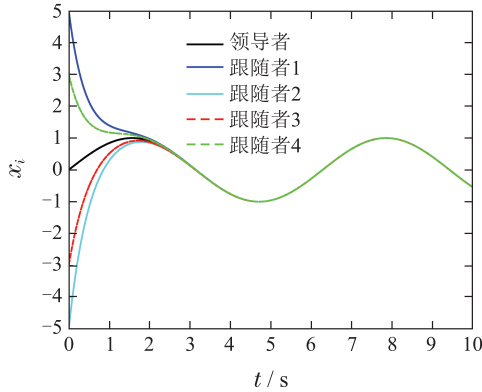


图 2 无扰动混杂多智能体系统领导-跟随一致性

Fig. 2 Leader-follower consensus of the hybrid multi-agent systems without disturbances

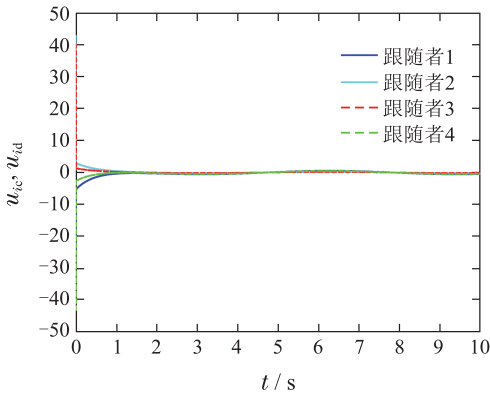


图 3 无扰动混杂多智能体系统控制输入

Fig. 3 The control input of the hybrid multi-agent systems without disturbances

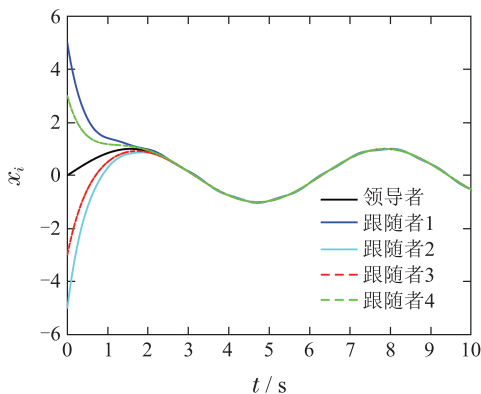


图 4 带扰动混杂多智能体系统领导-跟随一致性

Fig. 4 Leader-follower consensus of the hybrid multi-agent systems with disturbances

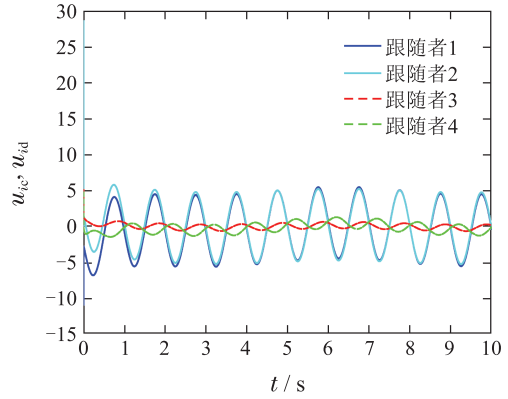


图 5 带扰动混杂多智能体系统控制输入

Fig. 5 The control input of the hybrid multi-agent systems with disturbances

可以看出上述两种情况下跟随者的运动轨迹与领导者的运动轨迹达成一致, 混杂多智能体系统实现了领导-跟随一致性.

5 结论

本文使用滑模控制方法研究了带扰动混杂多智能体系统的领导-跟随一致性问题. 首先, 假设了混杂多智能体系统的通信拓扑. 其次, 设计滑模控制协议实现了混杂多智能体系统的领导-跟随一致性并且验证了混杂多智能体系统在滑模控制下的稳定性. 本文设计的滑模控制协议提高了混杂多智能体系统的鲁棒性, 将滑模控制运用到混杂多智能体系统中起到了较好的效果.

参考文献:

- [1] GHASEMI M, NERSESOVN S G, CLAYTON G. Finite-time tracking using sliding mode control. *Journal of the Franklin Institute*, 2014, 351(5): 2966 – 2990.
- [2] DU H B, WEN G H, YU X H, et al. Finite-time consensus of multiple nonholonomic chained-form systems based on recursive distributed observer. *Automatica*, 2015, 62: 236 – 242.
- [3] MONDAL S, SU R, XIE L H. Heterogeneous consensus of higher order multi-agent systems with mismatched uncertainties using sliding mode control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27(13): 2303 – 2320.
- [4] DAS A, LEWIS F L. Distributed adaptive control for synchronization of unknown nonlinear networked systems. *Automatica*, 2010, 46(12): 2014 – 2021.
- [5] LI S H, DU H B, LIN X Z. Finite-time consensus algorithm for multi-agent systems with double-integrator dynamics. *Automatica*, 2011, 47(8): 1706 – 1712.
- [6] GHASEMI M, NERSESOVN S G. Finite-time coordination in multi-agent systems using sliding mode control approach. *Automatica*, 2014, 50(4): 1209 – 1216.
- [7] KHOO S Y, XIE L H, ZHAO S K, et al. Multi-surface sliding control for fast finite-time leader-follower consensus with high order SISO uncertain nonlinear agents. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(16): 2388 – 2404.
- [8] VICSEK T, CZIROK A, BEN-JACOB E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226 – 1229.

- [9] GAO Y L, YU J Y, SHAO J L, et al. Group consensus for second-order discrete-time multi-agent systems with time-varying delays under switching topologies. *Neurocomputing*, 2016, 207: 805 – 812.
- [10] YANG H J, XIA Y Q, SHI P. Observer-based sliding mode control for a class of discrete systems via delta operator approach. *Journal of the Franklin Institute*, 2010, 347(7): 1199 – 1213.
- [11] FURUTA K. Sliding mode control of a discrete system. *Systems & Control Letters*, 1990, 14(2): 145 – 152.
- [12] LI S H, DU H B, YU X H. Discrete-time terminal sliding mode control systems based on euler's discretization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 59(2): 546 – 552.
- [13] HU J, WANG Z D, GAO H J, et al. Robust sliding mode control for discrete stochastic systems with mixed time delays, randomly occurring uncertainties and randomly occurring nonlinearities. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(7): 3008 – 3015.
- [14] QU S C, XIA X H, ZHANG J F. Dynamics of discrete-time sliding-mode-control uncertain systems with a disturbance compensator. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(7): 3502 – 3510.
- [15] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.
- [16] LIU Fan, LI Yuling, YANG Hongyong. Consensus for leader-follower multi-agent systems with mismatched disturbance and correlated uncertainties. *Information and Control*, 2018, 47(1): 111 – 118, 128.
(刘凡, 李玉玲, 杨洪勇. 基于多源干扰的Leader-follower多智能体系统的一致性. 信息与控制, 2018, 47(1): 111 – 118, 128.)
- [17] LIU Fan, YANG Hongyong, YANG Yize, et al. Finite-time integral sliding-mode control for multi-agent systems with mismatched disturbances. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(4): 749 – 758.
(刘凡, 杨洪勇, 杨怡泽, 等. 带有不匹配干扰的多智能体系统有限时间积分滑模控制. 自动化学报, 2019, 45(4): 749 – 758.)
- [18] MOULAY E, PERRUQUETTI W. Finite time stability conditions for non-autonomous continuous systems. *International Journal of Control*, 2008, 81(5): 797 – 803.
- [19] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655 – 661.
- [20] FAN Q Y, YANG G H. Adaptive actor-critic design-based integral sliding-mode control for partially unknown nonlinear systems with input disturbances. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 27(1): 165 – 177.
- [21] RAVINDRANATHAN N R, BEHERA L, KUMAR S. Event-triggered finite-time integral sliding mode controller for consensus-based formation of multirobot systems with disturbances. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2019, 27(1): 39 – 47.
- [22] MENG D Y, MOORE K L. Studies on resilient control through multi-agent consensus networks subject to disturbances. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 44(11): 2050 – 2064.
- [23] ZHENG Y S, MA J Y, WANG L. Consensus of hybrid multi-agent systems. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(4): 1359 – 1365.
- [24] BRANICKY M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475 – 482.
- [25] ZHENG Y S, WANG L. Consensus of switched multiagent systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2016, 63(3): 314 – 318.
- [26] ZHENG Y S, ZHU Y, WANG L. Consensus of heterogeneous multiagent systems. *IET Control Theory and Applications*, 2011, 5(16): 1881 – 1888.
- [27] PEI H Q, CHEN S M, LAI Q, et al. Consensus tracking for heterogeneous interdependent group systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, doi: 10.1109/tcyb.2018.2874972.
- [28] PEI Huiqin, CHEN Shiming, LAI Qiang, et al. Cooperative consensus tracking of heterogeneous interdependent group systems. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(8): 1528 – 1536.
(裴惠琴, 陈世明, 赖强, 等. 异质相依群体系统的协同一致性追踪. 自动化学报, 2018, 44(8): 1528 – 1536.)

作者简介:

陈世明 博士, 教授, 目前研究方向为复杂网络理论、机器人系统、优化算法, E-mail: c1977318@hotmail.com;

王明雨 硕士研究生, 目前研究方向为多智能体协同控制, E-mail: 273382726@qq.com.