

用PID控制近似线性自抗扰控制

崔文庆[†], 王雨桐, 谭文

(华北电力大学 控制与计算机工程学院, 北京 102206)

摘要: 线性自抗扰控制(LADRC)是结合PID和现代控制理论发展起来的新型控制方法, 很多文献表明PID可以转化为LADRC, 那么LADRC能否近似为PID, 并且近似效果如何, 目前没有确定的答案. 本文首先证明LADRC的积分作用实际上包含在扰动的估计及补偿里, 说明了二阶LADRC和PID的关系. 然后根据LADRC阶数的不同, 本文提出了实际PID+n阶超前环节的策略近似各阶LADRC. 通过仿真实例, 说明二阶和三阶LADRC和转化后的PID具有相似的抗干扰性能, 但更高阶的LADRC转换得到的PID控制效果不如LADRC. 因此, LADRC是PID控制在工业过程控制中的推广, 具有更多的应用前景.

关键词: 线性自抗扰控制; PID控制; 频域近似法; 超前环节

引用格式: 崔文庆, 王雨桐, 谭文. 用PID控制近似线性自抗扰控制. 控制理论与应用, 2020, 37(8): 1781–1789

DOI: 10.7641/CTA.2020.90726

Approximation of linear active disturbance rejection control with PID control

CUI Wen-qing[†], WANG Yu-tong, TAN Wen

(School of Control & Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: Linear active disturbance rejection control (LADRC) is a new type of control method which combines modern control theory with PID control. It was shown that PID can be converted into LADRC in the literature, however, whether LADRC could be approximated with PID, and how the approximation is, is still unknown. This paper first shows that the integral function of LADRC is actually included in the estimation and compensation of the total disturbance, and further illustrates the relationship between second order LADRC and PID. According to the different order of LADRC, the strategy of practical PID + n th-order lead/lag compensator is proposed to approximate the LADRC. Simulation examples show that the second-order and third-order LADRCs have similar performance in disturbance rejection with the approximated PID respectively, but higher-order LADRC is better than the approximated PID. Therefore, LADRC is an extension of traditional PID and has a better application prospect in industrial process control.

Key words: linear active disturbance rejection control (LADRC); PID control; frequency domain approximation; lead compensator

Citation: CUI Wenqing, WANG Yutong, TAN Wen. Approximation of linear active disturbance rejection control with PID control. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(8): 1781–1789

1 引言

现如今, 随着先进控制理论的快速发展, 很多先进控制策略在各行各业广泛应用. 但是在工业控制过程中, PID仍然占据主导地位, 主要原因是有些先进控制策略难以调试, 硬件难以实现等诸多问题. 而PID控制结构简单、稳定性好、易于整定, 只需调整3个参数即可, 即比例增益P(确保快速性)、积分增益I(确保稳态误差为零)和微分增益D(改善对象动态特性). PID控

制器的这3个参数直接与系统控制性能相关, 在不知道被控对象特性的情况下, 也可以进行在线参数调整. 但PID控制也有自身的缺陷, 因为PID控制是基于误差反馈的控制策略, 即只有产生了误差, 控制器才会动作, 在有些工业工程中, 大延迟系统十分常见, 因此PID的局限性是显而易见的. 因此, 为了取代PID控制, 新型控制方法应该具有如下特征:

1) 结构固定, 在实际工业工程中容易实施;

收稿日期: 2019-08-29; 录用日期: 2020-04-23.

[†]通信作者. E-mail: 2351964946@qq.com; Tel.: +86 15650758602.

本文责任编辑: 夏元清.

国家自然科学基金项目(61573138)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61573138).

2) 调节参数少,且控制率简单,便于控制工程师理解和调整参数,每个参数与闭环系统性能都有关系;

3) 能够实时预测或估计输出与设定值之间的误差,从而达到更好的控制性能.

而在先进控制理论的发展中,很少有控制方法具有所有这些特性,这就是PID控制仍然占据主导地位的原因.

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)是由韩京清研究员在20世纪90年代提出的一种新型控制方法,结合了非线性PID、跟踪微分器、扩张状态观测器等研究成果^[1-2]. ADRC最大的特点就是不需要知道被控对象的精确模型,只需要知道对象的相对阶和低频增益即可. ADRC的原理十分简单,就是将被控对象的内部扰动和外部扰动当做“广义扰动”,利用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)估计和补偿扰动,然后利用状态反馈控制率进行控制.目前自抗扰控制在各个工业领域均有应用.例如,在电力生产过程中,文献[3]讨论了ADRC在光伏发电系统中的应用;文献[4]研究了ADRC在负荷频率控制中的应用;文献[5]将ADRC应用在超临界机组协调控制系统中;文献[6]研究了ADRC在火电机组DCS中的应用等.

而在实际应用过程中,非线性自抗扰控制结构十分复杂,需要整定的参数较多,限制了其在实际中的推广.高志强教授为了克服上述限制,提出了自抗扰控制的线性版本(linear active disturbance rejection controller, LADRC)^[7],极大地简化了ADRC的结构.同时,为了便于整定LADRC,高老师又提出了带宽整定法^[8],将LADRC整定参数的选取归结为控制器带宽和观测器带宽的选取.类似于PID控制,LADRC具有固定结构,参数可以由2个或3个参数整定得到,因此LADRC是替代PID控制的理想技术.

自从ADRC提出以来,该方法与PID控制之间的关系就得到广泛关注.文献[2]从原理上分析了PID和ADRC的关系;文献[9]证明2阶LADRC实际上是PID加2阶滤波器的结构;文献[10]讨论了将PID转化为2阶LADRC的方法;文献[11]分析了LADRC的通用性,并提出将PID转化为基于带宽的2阶LADRC的方法.文献[12]分析了扰动观测器(DOB)、SPID和ADRC在估计系统不确定性上的异同;文献[13]提出了一种基于现有PID参数整定多变量系统LADRC参数的方法;文献[14]从经济学的角度分析了ADRC和PID的区别,并分析了ADRC的应用前景;文献[15]提出了一种PID和ADRC之间相互转换的公式;文献[16]比较了ADRC和PID在扰动抑制方面的区别,并对自抗扰控制的核心思想进行了阐述.上述文献表明LADRC具有比PID更广泛的结构,PID可以认为是2阶LADRC

的一种特殊情况.

既然PID可以转化为LADRC,那么反过来,能否从LADRC得到PID?本文首先证明LADRC的积分作用实际上包含在扰动的估计及补偿里,进一步说明了2阶LADRC和PID的关系;紧接着对于各阶LADRC,本文提出了实际PID+n阶超前环节的近似方法.仿真结果表明,对于2阶和3阶LADRC,分别采用实际PID和实际PID+1阶超前环节的方式就可以取得非常不错的效果,但对于4阶LADRC,实际PID+2阶超前环节的策略已经可以在中频尽可能接近原4阶LADRC,但是对于具体实例的控制效果还是不如4阶LADRC.因此,高阶LADRC弥补了PID控制的缺陷,在工业过程控制中具有更好的应用前景.

2 线性自抗扰控制

2.1 结构

线性自抗扰控制器无需知道被控对象的精确模型,仅需知道被控对象的相对阶 r 和增益 b 即可.因此假设被控对象模型有如下表述:

$$y^{(r)}(t) = bu(t) + f(y(t), u(t), d(t)), \quad (1)$$

式中 $f(y(t), u(t), d(t))$ 表示系统广义扰动,包含了系统的外部扰动和未建模动态.

LADRC的基本思想是用扩张状态观测器估计系统输出的各阶导数和广义扰动.令

$$\begin{cases} z_1 = y, z_2 = \dot{y}, \dots, z_r = y^{(r-1)}, \\ z_{r+1} = f(y, u, d). \end{cases} \quad (2)$$

设 $f(y, u, d)$ 可微且 $\dot{f}(y, u, d) = h(t)$,则式(1)可写成如下状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{z} = A_o z + B_o u + E_o h, \\ y = C_o z, \end{cases} \quad (3)$$

式中: $z = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ \dots \ z_r \ z_{r+1}]^T$,

$$\begin{cases} A_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(r+1) \times (r+1)}, \\ B_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b \\ 0 \end{bmatrix}_{(r+1) \times 1}, \quad E_o = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{(r+1) \times 1}, \\ C_o = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]_{1 \times (r+1)}. \end{cases} \quad (4)$$

针对以上系统,设计Luenberger观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = A_o \hat{z} + B_o u + L_o (y - \hat{y}), \\ \hat{y} = C_o \hat{z}, \end{cases} \quad (5)$$

式中 L_o 为观测器增益:

$$L_o = [\beta_1 \ \beta_2 \ \cdots \ \beta_r \ \beta_{r+1}]^T. \quad (6)$$

当 $A_o - L_o C_o$ 渐近稳定时, $\hat{z}_1, \dots, \hat{z}_r, \hat{z}_{r+1}$ 分别趋近于 $y, \dots, y^{(r-1)}, f(y, u, d)$. 若将控制率定义为

$$u(t) = \frac{-\hat{z}_{r+1}(t) + u_0(t)}{b}, \quad (7)$$

式中 u_0 待定, 则式(1)变为

$$y^{(r)}(t) = f(y, u, d) - \hat{z}_{r+1}(t) + u_0(t). \quad (8)$$

当观测器增益选取适当 \hat{z}_{r+1} 就会准确估计广义扰动 $f(y, u, d)$, 式(1)将会变为一个 r 重积分系统:

$$y^{(r)}(t) \approx u_0(t). \quad (9)$$

此时选取如下状态反馈率:

$$u_0(t) = -k_1 y(t) - k_2 \dot{y}(t) - \cdots - k_r y^{(r-1)}(t), \quad (10)$$

从而最终控制率可以表述为

$$u(t) = \frac{k_1 \hat{z}_1(t) + \cdots + k_r \hat{z}_r(t) + \hat{z}_{r+1}(t)}{b} = -K_o \hat{z}, \quad (11)$$

式中

$$K_o = [k_1 \ k_2 \ \cdots \ k_r \ 1]/b. \quad (12)$$

因此LADRC状态空间实现可以总结为

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}} = (A_o - L_o C_o) \hat{z} + B_o u + L_o y, \\ u = K_o (\hat{r} - \hat{z}). \end{cases} \quad (13)$$

其结构图如图1所示.

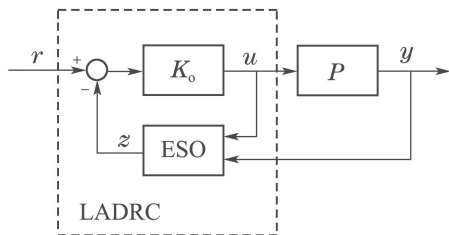


图 1 线性自抗扰结构图

Fig. 1 Structure of LADRC

2.2 参数整定

通过上述分析可知: LADRC的整定实际上就是控制器增益和观测器增益的选取问题. 而目前通用的整定方法就是高志强教授提出的带宽法, 将控制器增益和观测器增益的选取变为二者带宽的选取. 针对扩张状态观测器, 其特征方程可以描述为

$$|sI - (A_o - L_o C_o)| = s^{r+1} + \beta_1 s^r + \cdots + \beta_{r+1}. \quad (14)$$

若将扩张状态观测器极点都配置到 $-\omega_o$, 则有

$$s^{r+1} + \beta_1 s^r + \cdots + \beta_{r+1} = (s + \omega_o)^{r+1}, \quad (15)$$

其中

$$\beta_i = \binom{r+i}{i} \omega_o^i, \quad i = 1, \dots, r+1. \quad (16)$$

只要观测器带宽 ω_o 选取适当, 就可以得到观测器增益, 扩张状态观测器就可以估计系统输出及输出各阶导数和总扰动, 由上分析可得, 系统就可以被看做积分对象. 而闭环系统特征方程为

$$|sI - (A_o - B_o K_o)| = s(s^r + k_n s^{r-1} + \cdots + k_2 s + k_1), \quad (17)$$

只需将其余的极点配置到 $-\omega_c$ 即可.

$$s^r + k_r s^{r-1} + \cdots + k_2 s + k_1 = (s + \omega_c)^r, \quad (18)$$

其中

$$k_i = \binom{r}{i-1} \omega_c^{n-i+1}, \quad i = 1, \dots, r. \quad (19)$$

因此改变控制器带宽 ω_c , 就可以调整控制器增益 K_o .

3 2阶LADRC结构分析

综合控制器性能、整定及实现等各方面因素, 实际中LADRC常采用2阶形式. 对于2阶LADRC, $L_o = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T$, $K_o = [k_p \ k_d \ 1]/b$, $\hat{r} = [r \ \dot{r} \ 0]^T$, 从而其线性扩张状态观测器为

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_1(t) = \hat{z}_2(t) - \beta_1(\hat{z}_1(t) - y(t)), \\ \dot{\hat{z}}_2(t) = \hat{z}_3(t) - \beta_2(\hat{z}_1(t) - y(t)) + bu(t), \\ \dot{\hat{z}}_3(t) = -\beta_3(\hat{z}_1(t) - y(t)). \end{cases} \quad (20)$$

根据上式可求出 $\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3$ 的传递函数为

$$\hat{z}_1(s) = \frac{\beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3}{s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3} y(s) + \frac{bs}{s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3} u(s), \quad (21)$$

$$\hat{z}_2(s) = \frac{(\beta_2 s + \beta_3)s}{s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3} y(s) + \frac{b(s + \beta_1)s}{s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3} u(s), \quad (22)$$

$$\hat{z}_3(s) = \frac{\beta_3 s^2}{s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3} y(s) - \frac{b\beta_3}{s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3} u(s). \quad (23)$$

由式(10)–(12)可得, 2阶LADRC的反馈控制率为

$$u(s) = F_r(s)r(s) - \frac{k_p \hat{z}_1(s) + k_d \hat{z}_2(s) + \hat{z}_3(s)}{b}, \quad (24)$$

其中 $F_r(s)$ 为参考输入 $r(t)$ 到 $\hat{r}(t)$ 的传递函数. 将式(21)–(23)代入式(24)可以得到 $y(t)$ 到 $u(t)$ 的传递函数(即控制器传递函数 $K_c(s)$):

$$u(s) = -\frac{B_2s^2 + B_1s + B_0}{bs(s^2 + (k_d + \beta_1)s + k_p + \beta_2 + k_d\beta_1)}y(s) = -K_c(s)y(s), \quad (25)$$

式中: $B_2 = (\beta_1k_p + \beta_2k_d + \beta_3)$, $B_1 = (\beta_2k_p + \beta_3k_d)$, $B_0 = \beta_3k_p$.

再将式(25)代入式(21)–(23)可以得到 $y(t)$ 到 $\hat{z}_1(t)$, $\hat{z}_2(t)$, $\hat{z}_3(t)$ 的传递函数:

$$\hat{z}_1(s) = \frac{\beta_1s + \beta_2 + k_d\beta_1}{s^2 + A_1s + A_0}y(s), \quad (26)$$

$$\hat{z}_2(s) = \frac{\beta_2s - k_p\beta_1}{s^2 + A_1s + A_0}y(s), \quad (27)$$

$$\hat{z}_3(s) = \frac{\beta_3(s^2 + k_d s + k_p)}{s(s^2 + A_1s + A_0)}y(s), \quad (28)$$

式中: $A_1 = k_d + \beta_1$, $A_0 = k_p + \beta_2 + k_d\beta_1$.

式(28)表明 \hat{z}_3 中含有输出的积分项, 即输出积分项包含在广义扰动的估计中. 由式(24)可知, 2阶LADRC实际上由3部分组成: 比例($\frac{k_p}{b}\hat{z}_1$)、微分($\frac{k_d}{b}\hat{z}_2$)和扰动估计及补偿($\frac{1}{b}\hat{z}_3$). 因此, ESO不仅估计了输出及输出的导数, 而且在扰动的估计过程中利用了输出的累积, 从而整个控制的积分作用包含在扰动的估计及补偿里, ESO就是“升级版”的I作用, 只要 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 选取合适, ESO就具有很好的估计能力, 可以实现系统输出和广义扰动的无差估计.

式(24)表明2阶LADRC实际上就是P+I+D的组合, 但是与常规的PID控制器的直接组合不同, 2阶LADRC没有直接采用输出的导数及积分, 而是利用ESO, 对输出的导数及积分进行了估计, 然后再进行线性组合. 因此, 不能直接由式(24)得到等价的PID控制器参数.

另一方面, 由式(25)可知, 2阶LADRC实际上是由一理想PID+2阶滤波器构成^[9]. 显然可以直接忽略2阶滤波器可以得到1个理想PID控制器, 但是, 该控制器不能保持原2阶LADRC控制器的对噪声抑制的性能, 因此并不是原2阶LADRC的很好近似. 本文将根据2阶LADRC的结构, 得到性能近似的实际PID控制器参数.

4 由2阶LADRC得到PID控制器参数

对于一个任意带积分作用的3阶严格正则控制器, 其传递函数一般形式可以写成

$$K(s) = \frac{c_2s^2 + c_1s + c_0}{s(a_2s^2 + a_1s + a_0)}. \quad (29)$$

本文目的是将其近似成如下实际PID形式:

$$K_{\text{PID}}(s) = K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d/Ns + 1}), \quad (30)$$

其中: K_p 是PID控制器的比例增益, T_i 为积分时间, T_d 为微分时间, T_d/N 为微分滤波时间. 由于式(29)分母为3阶的, 而式(30)分母为2阶, 因此为了用式(30)逼近式(29), 可以把式(29)中分母的高阶项 a_2s^2 去掉, 得到如下近似:

$$K_c(s) = \frac{M_2s^2 + M_1s + M_0}{s(Ts + 1)}, \quad (31)$$

其中:

$$T = \frac{a_1}{a_0}, M_2 = \frac{c_2}{a_0}, M_1 = \frac{c_1}{a_0}, M_0 = \frac{c_0}{a_0}. \quad (32)$$

将式(30)通分化简得到

$$K_{\text{PID}}(s) = \frac{C_2s^2 + C_1s + C_0}{s(\frac{T_d}{N}s + 1)}, \quad (33)$$

式中:

$$C_2 = \frac{K_p T_d}{N} + K_p T_d,$$

$$C_1 = \frac{K_p T_d}{N T_i} + K_p, C_0 = \frac{K_p}{T_i}.$$

比较式(31)和式(33), 可以得到

$$T_i = \frac{M_1}{M_0} - T, T_d = \frac{M_2}{M_0 T_i} - T, \quad (34)$$

$$K_p = M_0 T_i, N = \frac{T_d}{T}.$$

2阶LADRC的传递函数(25)可以写成带积分的3阶严格正则形式, 从而可以由式(34)导出近似的实际PID控制器的参数.

例1 对于被控对象 $G(s) = \frac{e^{-0.5s}}{s+1}$, 采用文献

[17]的2阶自抗扰控制器参数整定法, 得到2阶LADRC控制器参数: $\omega_c = 8.22$, $\omega_o = 5.58$, $b = 15.93$. 由式(25)可以得到该2阶LADRC控制器反馈环的传递函数:

$$K_c(s) = \frac{178.2s^2 + 575.1s + 736.2}{s(s^2 + 33.18s + 436.1)}. \quad (35)$$

由本文方法, 可以得到近似的实际PID参数:

$$\begin{cases} K_p = 1.1903, T_i = 0.7051, T_d = 0.2673, \\ N = 3.5129. \end{cases} \quad (36)$$

而忽略2阶滤波器可以得到理想PID控制器参数:

$$K_p = 1.3187, T_i = 0.7811, T_d = 0.3099. \quad (37)$$

图2给出2阶LADRC(35)、实际PID控制器(36)、理想PID控制器(37)的Bode图. 为了公平, 理想PID控制器(37)也按实际PID控制器实现, 其中 N 和(36)的取值相同. 可以看到, 本文方法得到的实际PID在中低频段

与原2阶LADRC控制器更接近.

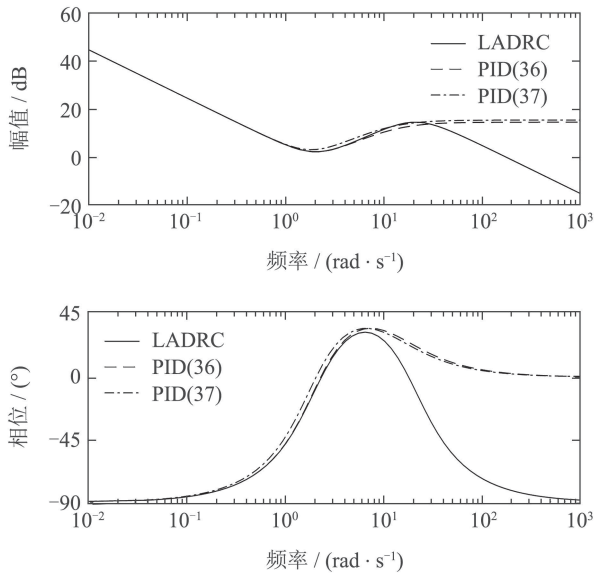


图 2 例1系统LADRC和PID的Bode图对比

Fig. 2 Comparison of the Bode plots of LADRC and PID for Example 1

图3显示的是 $t = 1$ s加入幅值为1的设定阶跃信号以及 $t = 20$ s输入端加入幅值为0.5的阶跃扰动时例1系统在不同控制器下的响应. 可以看到, 三者具有相似的抗干扰性能. 但是由本文方法得到的实际PID(36)的响应更接近原2阶LADRC控制器.

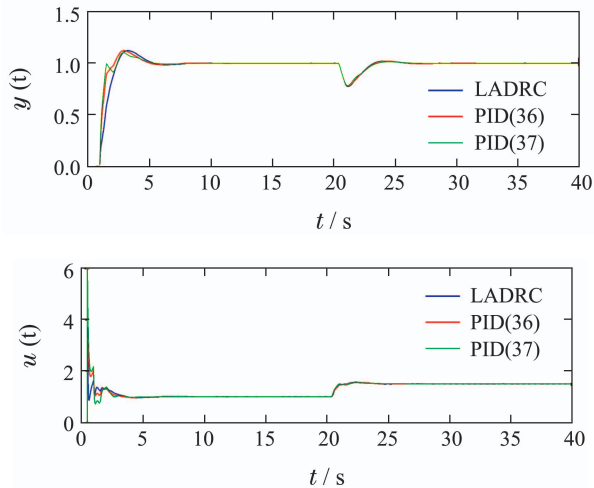


图 3 例1系统在LADRC及PID下的响应

Fig. 3 Responses of Example 1 under LADRC and PID

例 2 对于被控对象 $G(s) = \frac{-2s+1}{(s+1)^2}$, 采用文献[18]的方法得到最初的自抗扰控制器参数, 然后再进行微调, 最后取 $\omega_c = 1.3$, $\omega_o = 8$, $b = 12$. 由式(25)可以得到该2阶LADRC控制器反馈环的传递函数:

$$K_c(s) = \frac{1052s^2 + 1656s + 865.3}{s(12s^2 + 319.2s + 3073)}. \quad (38)$$

由本文方法, 可以得到实际PID参数:

$$\begin{cases} K_p = 0.5095, T_i = 1.8096, T_d = 0.5678, \\ N = 5.4668. \end{cases} \quad (39)$$

而忽略2阶滤波器可以得到理想PID控制器参数:

$$K_p = 0.5388, T_i = 1.9135, T_d = 0.6354. \quad (40)$$

图4给出2阶LADRC、实际PID控制器(39)、理想PID控制器(40)的Bode图. 为了公平, 理想PID控制器(40)也按实际PID控制器实现, 其中 N 和式(39)的取值相同. 可以看到, 本文方法得到的实际PID在中低频段与原2阶LADRC控制器更接近.

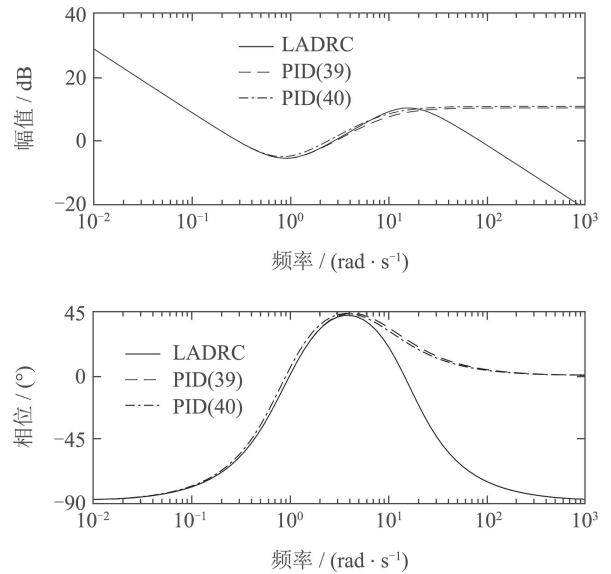


图 4 例2系统LADRC和PID的Bode图对比

Fig. 4 Comparison of the Bode plots of LADRC and PID for Example 2

图5显示的是 $t = 10$ s加入幅值为1的设定阶跃信号以及 $t = 40$ s输入端加入幅值为0.5的阶跃扰动时例2系统在不同控制器下的响应. 可以看到, 三者具有相似的抗干扰性能. 但是由本文方法得到的实际PID(39)的响应更接近原2阶LADRC控制器.

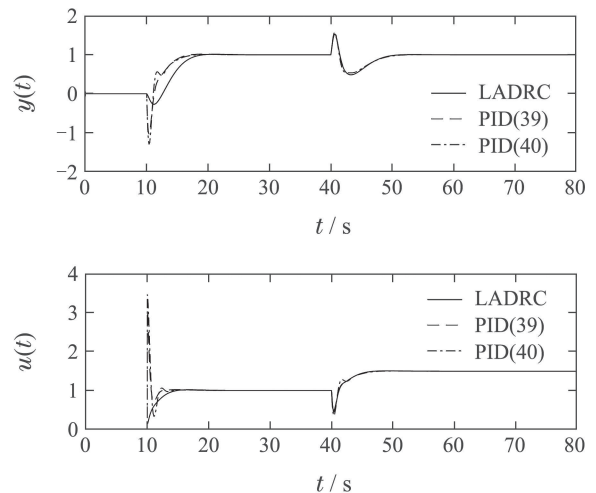


图 5 例2系统在LADRC及PID下的响应

Fig. 5 Responses of Example 2 under LADRC and PID

5 由高阶LADRC得到PID控制器参数

类似于2阶LADRC, 高阶LADRC通过ESO估计对象输出的各阶微分及扰动(输出的积分), 然后通过线性组合得到一种PID⁽ⁿ⁾的控制结构, 是2阶LADRC的扩展. 显然, 高阶LADRC已经突破了PID控制结构的局限性, 利用了输出的更高阶微分, 因此可以取得比PID控制器更好的性能.

为了从高阶LADRC得到近似PID控制器的参数, 可以采用文献[19]提出的频域近似法, 将任意阶带有积分行为的严格正则的控制器 $K_c(s)$ 近似为PID形式, 在低频和中频上让两个控制器尽可能一样, 从而使得原控制器 $K_c(s)$ 和近似后的PID控制器控制抗低频干扰效果近似. 频域近似法的步骤如下^[19]:

- 1) 给定控制器 $K_c(s)$, 得到一个频率范围, 计算 $K_c(s)$ 的频率响应 $K_c(j\omega)$;
- 2) 找出使得 $K_c(j\omega)$ 的幅值达到最小值的频率 ω_z ;
- 3) 将 $K_c(s)$ 近似为如下PID:

$$K_{PID} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s, \quad (41)$$

其中:

$$K_i = |K(j\omega_s)|\omega_s, \quad (42)$$

$$K_p = \text{Re}(K(j\omega_z)), \quad (43)$$

$$K_d = \text{Im}(K(j\omega_z))/\omega_z + K_i/\omega_z^2, \quad (44)$$

ω_s 取一个任意小的频率即可.

上述步骤相当于在频域上采用PID控制器去近似 $K_c(s)$, 其中PID控制器和 $K_c(s)$ 具有相同的积分性能和转折点, 最终求得PID保留了 $K_c(s)$ 从低频到中频范围的幅值, 从而能保证PID抗低频干扰性能接近于原控制器 $K_c(s)$.

由于PID控制器仅为2阶, 因此有时相位不能很好逼近原高阶控制器, 为了更好的近似, 可以考虑PID的一种扩展形式, 即PID+超前环节形式:

$$K(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d / N s + 1} \right) \frac{\alpha s + 1}{\beta s + 1}. \quad (45)$$

对于3阶LADRC, 其传递函数可以写成如下带有积分的4阶传递函数形式:

$$K(s) = \frac{c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s(a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0)}. \quad (46)$$

式(46)中分子多项式为3阶, 因此存在3个根. 由于系数为实数, 因此必有一根为实数, 因此分子多项式可以分解成 $(\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0)(\alpha s + 1)$ 的形式. 类似地, 式(46)分母多项式也可以分解为 $s(\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0)(\beta s + 1)$ 的形式, 忽略 $\beta_2 s^2$ 项, 可以将式(46)转化为如下形式:

$$K_c(s) = \frac{M_2 s^2 + M_1 s + M_0}{s(Ts + 1)} \frac{\alpha s + 1}{\beta s + 1}. \quad (47)$$

将式(45)通分并化简得到

$$K(s) = \frac{C_2 s^2 + C_1 s + C_0}{s \left(\frac{T_d}{N} s + 1 \right)} \frac{\alpha s + 1}{\beta s + 1}, \quad (48)$$

式中 C_2, C_1, C_0 由式(33)所示. 比较式(47)和式(48), 就可以得出式(45)中各系数的取值, 其中 K_p, T_i, T_d, N 可由式(34)获得, $-1/\alpha, -1/\beta$ 分别是式(46)中分子和分母两个3次多项式的实根.

例3 考虑图6所示的电力系统非再热汽轮机负荷频率控制问题. 图中 $G_g(s) = \frac{1}{T_g s + 1}$ 为调节阀动态; $G_t(s) = \frac{1}{T_t s + 1}$ 为汽轮机动态; $G_p(s) = \frac{K_p}{T_p s + 1}$ 为负荷及电机动态, $\frac{1}{R}$ 为机组下降特性. 模型参数如下: $K_p = 120, T_p = 20, T_t = 0.3, T_g = 0.08, R = 2.4$.

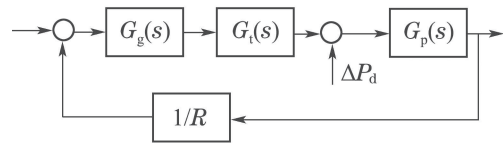


图6 电力系统负荷频率结构图

Fig. 6 Load frequency structure diagram of power system

文献[20]对上述系统设计了一个3阶LADRC, 参数为 $\omega_c = 4, \omega_o = 30, b = 250$, 取得了不错的抗负荷扰动 ΔP_d 效果. 本文考虑将该3阶LADRC用PID近似.

由LADRC状态空间表达式(5)可以得到该3阶LADRC控制器的反馈环传递函数:

$$K_c(s) = \frac{2373000s^3 + 15250000s^2 + 45790000s + 51840000}{250s^4 + 33000s^3 + 1722000s^2 + 44660000s}. \quad (49)$$

通过上述频域近似法式(42)–(44)可以将其近似为理想PID控制器, 参数为

$$K_p = 0.7434, T_i = 0.6404, T_d = 0.4215. \quad (50)$$

采用PID+超前环节形式(45), 得到参数

$$\begin{cases} K_p = 0.4629, T_i = 0.3987, T_d = 0.2251, \\ \alpha = 0.4603, \beta = 0.0143, N = 9.2659. \end{cases} \quad (51)$$

图7给出3阶LADRC、PID+超前环节(51)、PID控制器(50)的Bode图. 为了公平, PID控制器(50)也按实际PID控制器实现, 其中 N 和式(51)的取值相同. 可以

看到, PID+超前环节(51)在中低频段与原3阶LADRC控制器更接近。

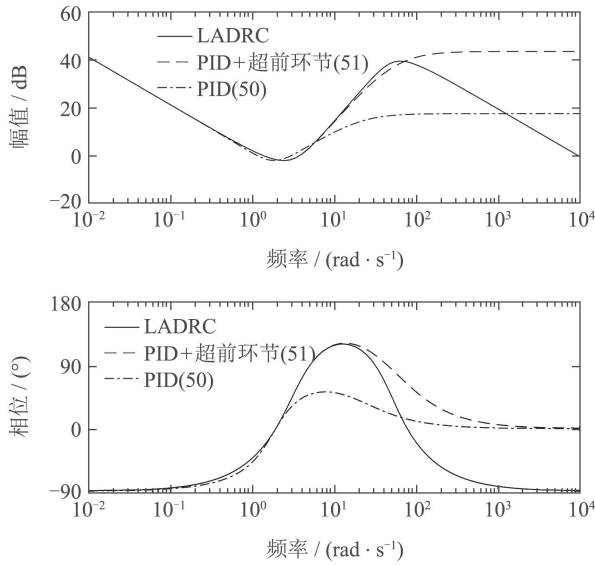


图 7 例3系统LADRC和PID的Bode图对比

Fig. 7 Comparison of the Bode plots of LADRC and PID for Example 3

图8显示的是 $t = 1$ s 加入 $\Delta P_d = 0.01$ 的负荷扰动后电力系统的响应。可以看到, 由PID+超前环节(51)得到的控制器的抗干扰性能与原3阶LADRC控制器几乎重合。与2阶LADRC情形不同, 此时PID控制器(50)的抗干扰性能与原3阶LADRC相比, 性能有所下降。

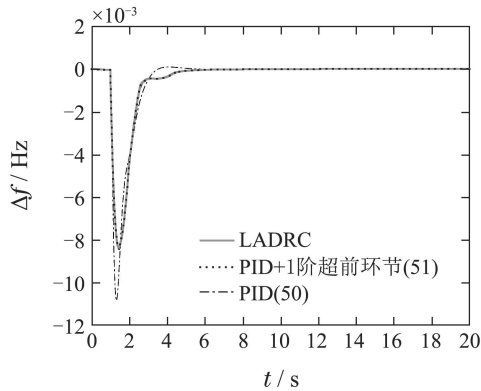


图 8 例3系统在LADRC及PID下的响应

Fig. 8 Responses of Example 3 under LADRC and PID

对于高阶LADRC, 可以预测用PID控制器逼近后的控制性能会有显著下降, 此时有必要采用更高阶的超前环节。例如, 对于4阶LADRC, 其传递函数可以写成如下带有积分的4阶传递函数形式:

$$K(s) = \frac{c_4 s^4 + c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s(a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0)} \quad (52)$$

式(52)中分子多项式为4阶, 可以分解为 $(m_2 s^2 + m_1 s + m_0)(\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1)$ 的形式。类似地, 式(52)分母多项式也可以分解为 $s(n_2 s^2 + n_1 s + n_0)(\beta_2 s^2 + \beta_1 s + 1)$

+ 1) 的形式。忽略 $n_2 s^2$ 项, 可以将式(52)转化为如下形式:

$$K_c(s) = \frac{M_2 s^2 + M_1 s + M_0}{s(Ts + 1)} \frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1}{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + 1} \quad (53)$$

从而利用上节方法可以将式(53)转化为PID+2阶超前环节的形式:

$$K_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d N s + 1} \right) \frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1}{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + 1} \quad (54)$$

同样地, 对式(54)进行通分并化简可得

$$K(s) = \frac{C_2 s^2 + C_1 s + C_0}{s \left(\frac{T_d}{N} s + 1 \right)} \frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1}{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + 1} \quad (55)$$

对比式(53)(55)并利用式(34)已有结论, 便可推导出式(54)所需参数。

如果只想用一阶超前环节, 可以进一步将 $\frac{\alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + 1}{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + 1}$ 简化成 $\frac{\alpha_1 s + 1}{\beta_1 s + 1}$ 的形式。

例 4 考虑文献[21]中针对Two-Mass-Spring系统设计的一个黑箱4阶LADRC, 参数为 $\omega_c = 1$, $\omega_o = 15$, $b = 1$ 。由LADRC状态空间表达式(5)可以得到该4阶LADRC控制器的反馈环传递函数:

$$K_c(s) = \frac{10^3(1983s^4 + 4694s^3 + 5603s^2 + 3291s + 759.375)}{s^5 + 79s^4 + 2556s^3 + 43204s^2 + 401926s} \quad (56)$$

采用频域近似法式(42)–(44)可以将其近似为理想PID控制器, 参数为

$$K_p = 7.9841, T_i = 4.2258, T_d = 1.6369. \quad (57)$$

采用PID+2阶超前环节形式(54), 得到参数:

$$\begin{cases} K_p = 2.0580, T_i = 1.0892, T_d = 0.8032, \\ \alpha_1 = 3.34, \beta_1 = 0.118, N = 14.2147, \\ \alpha_2 = 2.789, \beta_2 = 0.003478. \end{cases} \quad (58)$$

而采用PID+1阶超前环节形式(45), 得到参数:

$$\begin{cases} K_p = 2.0580, T_i = 1.0892, T_d = 0.8032, \\ \alpha = 3.34, \beta = 0.118, N = 14.2147. \end{cases} \quad (59)$$

图9给出4阶LADRC, PID(57), PID+1阶超前环节(59), 以及PID+2阶超前环节(58)的Bode图。可以看到, PID(57)还是PID+1阶超前环节(59)在中频段与原4阶LADRC控制器都存在较大的误差, 表现在相位上不能接近原4阶LADRC控制器。而PID+2阶超前环节

(58)的相位已经很接近原4阶LADRC,从而在中频与原4阶LADRC更为接近.

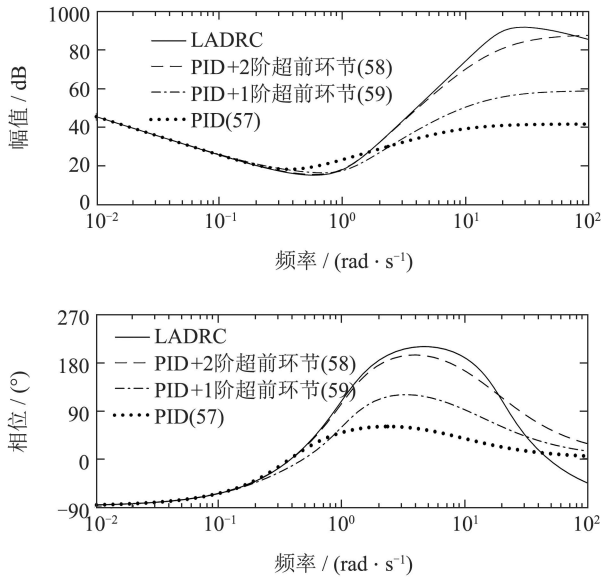
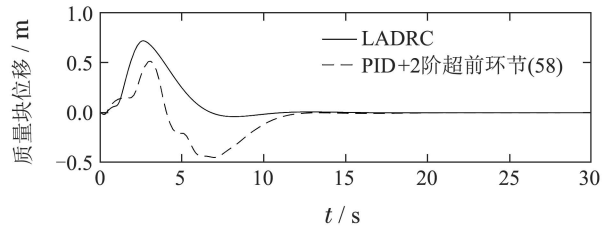


图9 例4系统LADRC和PID的Bode图对比

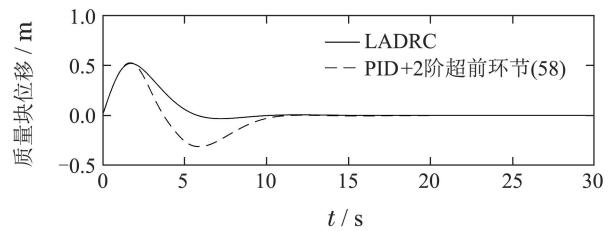
Fig. 9 Comparison of the Bode plots of LADRC and PID for Example 4

图10显示的是文献[21]中的对象在单位脉冲扰动后系统的响应. 可以看到, 由PID+2阶超前环节得到的控制器最终也能够使得系统趋于稳定, 但是调节时间较长, 动态品质不如原4阶LADRC. 说明用PID去

近似该4阶LADRC效果并不好, 进一步证明了高阶LADRC有很好的控制性能, 有更广泛的应用前景.



(a) x_1



(b) x_2

图10 例4系统在LADRC及PID+2阶超前环节(58)下的响应

Fig. 10 Responses of Example 4 under LADRC and PID+two order lead/lag(58)

在以上实例中分别在输出端加入白噪声扰动, 计算方差并进行比较, 结果如表1所示.

表1 自抗扰控制以及近似PID方差比较

Table 1 Comparison of variance of LADRC and approximation PID

	LADRC	实际PID	理想PID ^[9]	实际PID+1阶超前环节	频率近似法(42)–(44)
例1	1.2332	1.2319	1.3005	—	—
例2	1.7747	1.9606	2.2773	—	—
例3	0.7961	—	—	0.7908	1.5550
例4	—	—	—	—	—

由表1可知, 在例1系统的输出端加入白噪声的扰动时, 用本文提出的实际PID的控制效果和2阶LADRC的控制效果几乎相同; 而对于例2系统, PID的效果明显不如LADRC, 但本文提出的实际PID还是优于理想PID^[9]. 对于例3系统, 由于实际PID+1阶超前环节对3阶LADRC极高的近似程度, 实际PID+1阶超前环节对于白噪声的抑制能力也略优于3阶LADRC.

6 结论

本文首先得出了ESO的广义扰动中实际包含有积分项的结论, 进一步说明了2阶LADRC和PID结构之间的关系. 进而采用实际PID或实际PID+n阶超前环节的策略近似不同阶的LADRC. 仿真结果表明, 2阶和3阶LADRC采用实际PID和实际PID+超前环节的近似方法就可以取得很好的效果, 但对于更高阶

的LADRC, 本文用实际PID+2阶超前环节近似4阶LADRC, 在相位上已经非常接近, 但在实例中控制效果略逊于4阶LADRC. 因此在实际应用中, 高阶LADRC有更好的控制性能, 可以弥补PID带来的缺陷, 有更广泛的应用前景.

参考文献:

- [1] HAN Jingqing. Active disturbance rejection controller and its applications. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19–23. (韩京清. 自抗扰控制器及其应用. 控制与决策, 1998, 13(1): 19–23.)
- [2] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900–906.
- [3] ZHAO Xin. *Application research of active disturbance rejection control in low-volt age ride through of PV grid-connected generation system*. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2017.

- (赵昕. 自抗扰控制在光伏并网发电系统低电压穿越中的应用研究. 兰州: 兰州理工大学, 2017.)
- [4] PAN Yating, TAN Wen. Load frequency control considering vehicle to grid based on linear active disturbance rejection control. *Control Engineering of China*, 2018, 25(7): 1226 – 1231.
(潘亚婷, 谭文. 基于线性自抗扰控制的V2G负荷频率控制. 控制工程, 2018, 25(7): 1226 – 1231.)
- [5] LI Chao. *Application of active disturbance rejection control to the coordinated system of supercritical power unit*. Baoding, Hebei: North China Electric Power University, 2014.
(李超. 自抗扰控制技术在超临界机组协调控制系统中的应用. 河北, 保定: 华北电力大学, 2014.)
- [6] NIE Ling. *Application of active disturbance rejection control technology in distributed control system of coal-fired power generation*. Beijing: North China Electric Power University, 2010.
(聂玲. 自抗扰控制技术在火电机组DCS中的应用研究. 北京: 华北电力大学, 2010.)
- [7] GAO Z Q. Active disturbance rejection control: a paradigm shift in feedback control system design. *Proceedings of American Control Conference*. Minneapolis, MN, USA: IEEE, 2006: 2399 – 2405.
- [8] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. *Proceedings of American Control Conference*. Denver, CO, USA: IEEE, 2003: 4989 – 4996.
- [9] JIN H Y, SONG J C, LAN W Y, et al. On the characteristics of ADRC: a PID interpretation. *Science China Information Sciences*, doi: 10.1007/s11432-018-9647-6.
- [10] ZHAO C Z, LI D H. Control design for the SISO system with the unknown order and the unknown relative degree. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 858 – 872.
- [11] ZHOU Rong, HAN Wenjie, TAN Wen. On applicability and tuning of linear active disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1654 – 1662.
(周蓉, 韩文杰, 谭文. 线性自抗扰控制的适用性及整定. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1654 – 1662.)
- [12] XUE W C, HUANG Y. Comparison of the DOB based control, a special kind of PID control and ADRC. *Proceedings of American Control Conference*. San Francisco, CA, USA: IEEE, 2011: 4373 – 4379.
- [13] ZHAO C Z, XUE Y L, HUANG C E. Tuning ADRC for multi-variable system based on existing PID parameters. *International Conference on Control, Automation and Systems*. Gyeongju, Korea: IEEE, 2016: 1272 – 1277.
- [14] ZHANG R. An economic interpretation of ADRC. *Chinese Control and Decision Conference*. Mianyang, China: IEEE, 2011: 2731 – 2735.
- [15] ZHONG S, HUANG Y, GUO L. A parameter formula connecting PID and ADRC. *Science China Information Sciences*, Doi: 10.1007/s11432-019-2712-7.
- [16] GAO Zhiqiang. On the foundation of active disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1498 – 1510.
(高志强. 自抗扰控制思想探究. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1498 – 1510.)
- [17] ZHANG B W, TAN W, LI J. Tuning of linear active disturbance rejection controller with robustness specification. *ISA Transactions*, 2019, 85(2): 237 – 246.
- [18] CHEN X, LI D H, GAO Z Q, et al. Tuning method for second-order active disturbance rejection control. *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*. Yantai, China: IEEE, 2011: 6322 – 6327.
- [19] TAN W. Unified tuning of PID load frequency controller for power systems via IMC. *IEEE Transactions Power Systems*, 2010, 25(1): 341 – 350.
- [20] TAN Wen, ZHOU Hong, FU Caifen. Linear active disturbance rejection control for load frequency control of power systems. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(12): 1607 – 1615.
(谭文, 周宏, 傅彩芬. 负荷频率控制系统的线性自抗扰控制. 控制理论与应用, 2013, 30(12): 1607 – 1615.)
- [21] ZHANG H, ZHAO S, GAO Z Q. An active disturbance rejection control solution for the two-mass-spring benchmark problem. *Proceedings of American Control Conference*. Boston, MA, USA: IEEE, 2016: 1566 – 1571.

作者简介:

崔文庆 硕士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制, E-mail: 2351964946@qq.com;

王雨桐 硕士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制, E-mail: bdwyt1997@163.com;

谭文 博士生导师, 主要研究方向为鲁棒控制及其在工业工程、电力系统方面的应用, E-mail: wtan@ncepu.edu.cn.