

## 锑浮选过程加药量自适应迭代学习控制

李中美<sup>1†</sup>, 黄梦哲<sup>2</sup>, 桂卫华<sup>3</sup>

(1. 华东理工大学 信息科学与工程学院, 上海 200237;

2. 纽约大学 工学院, 美国 纽约 11201; 3. 中南大学 自动化学院, 湖南 长沙 410083)

**摘要:** 针对现有的加药量控制方法需要浮选过程动态模型或是鲁棒性不足的问题, 提出一种数据驱动的浮选过程加药量自适应迭代学习控制方法. 首先, 将药剂控制问题转化为两级优化问题(问题1和问题2). 其中, 基于前馈控制原理求解问题1得到前馈补偿分量以抑制外界扰动. 然后, 采用基于值迭代的ADP算法, 仅通过工业现场工业运行数据求解问题2以得到最优反馈增益, 从而设计一个最优的加药量控制策略使最终的生产指标(精矿品位和尾矿品位)跟踪给定值, 且药剂消耗最少. 最后, 通过工业生产数据进行仿真验证, 证明所提方法的收敛性和稳定性.

**关键词:** 浮选过程; 自适应控制; 最优控制; 抑制扰动

**引用格式:** 李中美, 黄梦哲, 桂卫华. 锑浮选过程加药量自适应迭代学习控制. 控制理论与应用, 2020, 37(10): 2123 – 2133

DOI: 10.7641/CTA.2020.90960

## Adaptive iterative learning reagents control for antimony flotation process

LI Zhong-mei<sup>1†</sup>, HUANG Meng-zhe<sup>2</sup>, GUI Wei-hua<sup>3</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China;

2. Tandon School of Engineering, New York University, Brooklyn 11201, USA;

3. School of Automation, Central South University, Changsha Hunan 410083, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that the existing control methods require dynamic model of flotation process or lack of robustness, an adaptive iterative learning reagents control scheme for flotation processes is proposed. First, the flotation reagents control problem is formulated as a two-stage optimization problem (problem 1 and problem 2). Specifically, the feed-forward compensation component is obtained by solving the problem 1 based on feed-forward control principle, which can be used in disturbance rejection. After that, a value-iteration based ADP algorithm is applied to deal with the problem 2 in order to derive the optimal feedback gain matrix by employing the online production data. Thus, an optimal reagents control strategy is designed to force the flotation indexes (concentrate grade and tailing grade) to track the desired values, and keep the reagents consumption to a minimum. In the end, the convergence and stability of the proposed data-driven method are proved by the simulation with industrial data.

**Key words:** flotation process; adaptive control; optimal control; disturbance rejection

**Citation:** LI Zhongmei, HUANG Mengzhe, GUI Weihua. Adaptive iterative learning reagents control for antimony flotation process. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(10): 2123 – 2133

### 1 引言

随着制造业的飞速发展, 尤其在建设“一带一路”, 建立全球矿业命运共同体的新背景下, 我国新兴产业对锑、稀土、钨、石墨等战略性矿产原材料的需求越来越大, 也越来越重视以上矿物资源的分选技术

研究<sup>[1]</sup>. 浮选法作为应用最广泛的一种选矿方法, 通过在矿浆中添加化学药剂来达到有用矿物和脉石矿物分离的目的<sup>[2-3]</sup>. 目前国内大部分选矿厂还是主要依赖操作工人根据经验对药剂进行调整. 这种以人工添加方法带来的弊端就是工况波动频繁, 难以使浮

收稿日期: 2019-11-21; 录用日期: 2020-05-09.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: zhongmeili@csu.edu.cn; Tel.: +86 15973132296.

本文责任编辑: 李少远.

国家重点研发计划项目(2018YFB1701103), 国家自然科学基金项目(61890930-3), 国家杰出青年科学基金项目(61925305), 上海市青年科技英才扬帆计划(20YF1411000), 上海市自然科学基金项目(17ZR1406800)资助.

Supported by the National Key Research and Development Plan (2018YFB1701103), the National Natural Science Foundation of China (61890930-3), the National Science Fund for Distinguished Young Scholars (61925305), the Shanghai Sailing Program (20YF1411000) and the Natural Science Foundation of Shanghai (17ZR1406800).

选过程处于最佳运行状态,易导致药剂量消耗大、人工劳动强度大、矿物回收率低、企业经济效益低.因此,开展先进的浮选过程药剂量优化控制方法的研究对于减少资源浪费、减轻工人劳动强度、提高生产效率显得尤为重要.

近年来,国内外学者对浮选过程药剂量控制做了不少研究,并取得了一定成效.如基于模型的浮选过程药剂量控制方法<sup>[4-6]</sup>,基于神经网络的药剂量控制方法<sup>[7-8]</sup>,基于专家系统的药剂量控制方法<sup>[9-10]</sup>和基于计算机视觉的药剂量控制方法<sup>[11-14]</sup>.尽管以上浮选过程药剂量控制方法在一些情况下是有效的,但是在实际应用中,存在以下问题有待进一步研究:1)对于具有动态不确定性的浮选过程,内部机理复杂、缺乏准确的在线测量工具,对浮选过程动态模型的识别具有一定难度,且以上基于模型的控制方法均未考虑外界扰动对系统的影响;2)基于人工神经网络的药剂量控制方法需要大量的可调参数(网络权值).当训练样本较多时,会出现计算量大和过拟合的情况,当可用于训练的数据数量减少(自由度减少)时,泛化能力就会丧失,理论和算法还有待于进一步完善和提高;3)基于模糊或基于规则的专家系统控制方法存在当知识集不完备,或对于未考虑到的情形,系统容易陷入困境,且对诊断结果的解释能力弱等缺点,同时又存在人工干预多、推理速度慢、精度较低等缺点,很难实现自适应学习的功能.尤其是随着时间的变化,基于专家系统的控制方法会使控制行为饱和,如何应对计算复杂度也是一个棘手的问题;4)基于计算机视觉的药剂量控制方法对人工特征提取算法的依赖度高,且在特征提取过程中易受噪声或外界光源扰动影响,容易出现收敛性和稳定性问题.

随着信息科学技术的发展和工厂自动化程度的提高,蕴含工业过程运行信息的数据被实时获取和存储,现代工业已经迎来了数据驱动时代的曙光.基于数据的控制方法在化工、高分子材料、钢铁、制药、配电网等工业生产过程中的应用.与传统优化控制方法不同的是,自适应动态规划(adaptive dynamic programming, ADP)技术是最优控制领域新近兴起的一种基于数据的近似最优方法,是当前国际最优化领域的研究热点<sup>[15-21]</sup>.近年来,ADP算法在理论研究和实际应用中已取得丰硕的成果,且展现出巨大的发展潜力,其应用范围深入到工业生产、电力系统、航空航天和自动驾驶汽车等各个领域<sup>[22-27]</sup>.然而在有色冶金领域,特别是ADP技术在浮选过程中的应用却鲜有涉及.

因此,本文针对浮选过程的动态不确定性,传统基于模型/专家系统/神经网络/计算机视觉的药剂量控制方法在模型获取难、知识集不完备、解释能力弱、稳定性差等方面的问题,从浮选过程中大量在线和离

线运行数据出发,深入发掘数据中隐含的系统信息,基于现代控制理论、前馈控制原理、强化学习和自适应动态规划技术,研究和设计数据驱动的浮选过程加药量自适应优化控制方法,以提高矿产资源利用率、减轻对操作人员人工调整药剂量的依赖性具有重要现实意义.

本文的研究框架如下:第2节对浮选槽工作机理进行描述,并建立铈浮选过程机理模型,为验证后续数据驱动的药剂量优化控制方法奠定基础;第3节给出浮选过程药剂量优化控制问题;第4部分详细介绍一种基于值迭代的药剂量自适应最优控制算法,并对所提出算法的收敛性和闭环系统的稳定性进行严格分析;第5部分给出仿真结果和已有方法的对比,以说明数据驱动控制方法的优越性;最后是本文结论和未来工作安排.

## 2 铈浮选过程单槽双相机理建模

针对传统针对浮选槽机理模型的研究,大都是建立在假设浮选槽内矿物颗粒与气泡均匀混合的理想情况下,本文根据矿物颗粒-气泡在浮选槽内的分布不均匀性,将浮选槽分为泡沫相和矿浆相进行研究,并在两相结构基础上,根据物料守恒原理和两相之间的物料传输特性,建立浮选槽双相机理模型,为后续的药剂量优化控制研究工作奠定基础.

### 2.1 浮选槽工作机理

浮选槽的工作机理如图1所示.浮选槽内配有一个叶轮和输气管,用于搅拌矿浆和向矿浆内充气.浮选药剂和矿物原料被添加到浮选槽,疏水性矿物随着叶轮的搅拌与气泡发生碰撞并附着在气泡表面上,向上移动形成泡沫层,经刮板从浮选槽中刮出,成为精矿产品.与此同时,亲水性矿物滞留在矿浆中,从浮选槽底部流出,形成尾矿产品.浮选过程的实质是利用矿物颗粒表面的疏水性和亲水性来收集目标矿物颗粒,使有用矿物的回收率最大化.为达到理想的浮选性能,可通过浮选药剂选择性地改变矿物颗粒表面的物理化学性质,以达到有用矿物和脉石矿物分离的目的.因此,可以通过调节药剂的添加量来控制浮选性能.

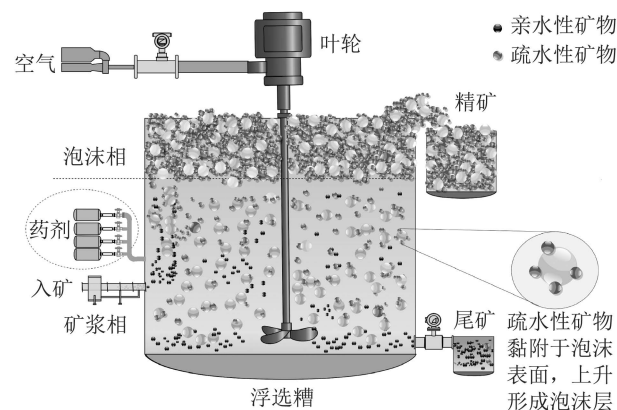


图1 浮选槽结构图

Fig. 1 Structure of a flotation tank

由于浮选过程的复杂性和动态不确定性, 建立严格且精确的数学模型有一定的困难. 但是, 工业生产过程中存在大量数据, 这些生产数据在一定程度上可以反映过程机理, 对浮选过程建模具有很好的参考价值. 可以看出, 泡沫相和矿浆相颗粒-气泡之间的微观结构使浮选动力学模型的建立变得复杂. 鉴于以往的单相模型都是把浮选槽内的物料看作一个整体, 忽略了其中泡沫相与矿浆相之间的差异. 本文从浮选过程机理出发(至少在定性意义上), 在保持浮选过程模型结构足够简单的同时, 用现场数据对其进行验证. 首先, 在文献[28]的基础上, 对矿物颗粒与气泡在浮选槽内部存在的4种状态进行分析, 并根据质量平衡模型, 建立矿物颗粒-气泡在浮选槽内每种状态下的动态关系式, 结构如图2所示.

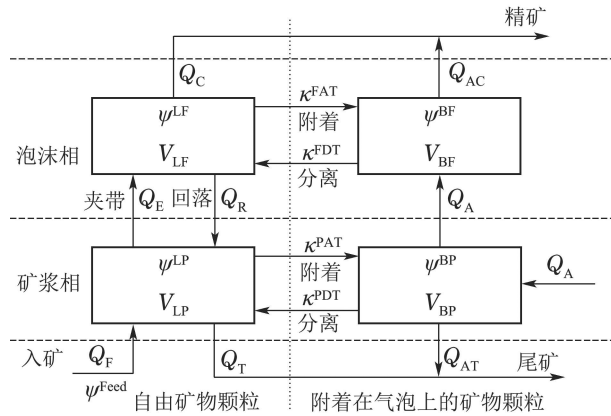


图 2 浮选槽内矿物颗粒的4种状态

Fig. 2 Four states of mineral particles in a flotation tank

1) 矿浆相中自由矿物颗粒:

$$\frac{d}{dt}(V_{LP}\psi^{LP}) = -k^{PAT}V_{LP}\psi^{LP} + k^{PDT}V_{BP}\psi^{BP} + Q_{Feed}\psi^{Feed} - Q_T\psi^{LP} + Q_Rk^R\psi^{LF} - Q_E\psi^{LP}. \quad (1)$$

2) 矿浆相中附着在气泡上的矿物颗粒:

$$\frac{d}{dt}(V_{BP}\psi^{BP}) = -k^{PDT}V_{BP}\psi^{BP} + k^{PAT}V_{LP}\psi^{LP} - Q_A\psi^{BP} + Q_{AT}\psi^{BP}. \quad (2)$$

3) 泡沫相中自由矿物颗粒:

$$\frac{d}{dt}(V_{LF}\psi^{LF}) = -k^{FAT}V_{LF}\psi^{LF} + k^{FDT}V_{BF}\psi^{BF} - Q_E\psi^{LP} - Q_Rk^R\psi^{LF} - Q_C\psi^{LF}. \quad (3)$$

4) 泡沫相中附着在气泡上的矿物颗粒:

$$\frac{d}{dt}(V_{BF}\psi^{BF}) = -k^{FDT}V_{BF}\psi^{BF} + k^{FAT}V_{LF}\psi^{LF} + Q_A\psi^{BP} - Q_{AC}\psi^{BF}. \quad (4)$$

其中:  $\psi_{LP}$ 表示矿浆相的矿浆中单位体积内有用矿物颗粒的个数,  $V_{LP}$ 为矿浆相中矿浆体积( $m^3$ ),  $k^{PAT}$ 为

矿浆相中矿物颗粒与气泡的附着速率常数,  $k^{PDT}$ 为矿浆相中矿物颗粒与气泡的分离速率常数,  $Q_{Feed}$ 为入矿流速( $ml/min$ ),  $Q_T$ 为矿物颗粒向底流槽的传输速度( $ml/min$ ),  $Q_R$ 为矿物颗粒从泡沫相向矿浆相的回落流速( $ml/min$ ),  $k^R$ 是矿物颗粒从泡沫相向矿浆相的回落速率常数,  $Q_E$ 为夹带矿物颗粒从矿浆相向泡沫相的流速( $ml/min$ ),  $\psi_{BP}$ 表示矿浆相的气体中单位体积内有用矿物颗粒的个数,  $V_{BP}$ 为矿浆相中气体体积( $m^3$ ),  $Q_A$ 为空气流速( $m^3/(槽 \cdot min)$ ),  $Q_{AT}$ 为从矿浆相到尾矿底流槽的空气流速( $m^3/(槽 \cdot min)$ ),  $\psi_{LF}$ 表示泡沫相的矿浆中单位体积内有用矿物颗粒的个数,  $V_{LF}$ 为泡沫相中矿浆体积( $m^3$ ),  $k^{FAT}$ 为泡沫相中矿物颗粒与气泡的附着速率常数,  $k^{FDT}$ 为泡沫相中矿物颗粒与气泡的分离速率常数,  $\psi_{BF}$ 表示泡沫相的气体中单位体积内有用矿物颗粒的个数,  $V_{BF}$ 为泡沫相中气体体积( $m^3$ ),  $Q_C$ 为矿物颗粒向溢流槽的传输速度( $ml/min$ ),  $Q_{AC}$ 为从泡沫相到溢流槽的空气流速( $m^3/(槽 \cdot min)$ ),  $V$ 为浮选槽体积( $m^3$ ),  $V_{TF}$ 为泡沫相体积( $m^3$ ),  $V_{TP}$ 为矿浆相体积( $m^3$ ).

然后, 将方程(1)–(4)中泡沫相和矿浆相的矿物颗粒(自由、附着在气泡上的颗粒)分别相加, 可以得到

1) 矿浆相:

$$\frac{d}{dt}(V_{LP}\psi^{LP} + V_{BP}\psi^{BP}) = Q_{Feed} - Q_T\psi^{LP} + Q_Rk^R\psi^{LF} - Q_E\psi^{LP} - Q_A\psi^{BP} + Q_{AT}\psi^{BP}. \quad (5)$$

2) 泡沫相:

$$\frac{d}{dt}(V_{LF}\psi^{LF} + V_{BF}\psi^{BF}) = -Q_E\psi^{LP} - Q_Rk^R\psi^{LF} - Q_C\psi^{LF} + Q_A\psi^{BP} - Q_{AC}\psi^{BF}. \quad (6)$$

假设矿浆相和泡沫相中附着在气泡上的矿物颗粒与自由颗粒之间存在某种物理平衡:

$$\psi^{BP} = \alpha_P \frac{V_{LP}}{V_{BP}} \psi^{LP}, \quad (7)$$

$$\psi^{BF} = \alpha_F \frac{V_{LP}}{V_{BP}} \psi^{LF}, \quad (8)$$

式中 $\alpha_P$ 和 $\alpha_F$ 分别为矿浆相中矿物颗粒与气泡的附着分离速率常数以及泡沫相中矿物颗粒与气泡的附着分离速率常数. 式(7)和(8)可写为

$$\psi^{BP} = f(\psi^{LP}), \quad (9)$$

$$\psi^{BF} = f(\psi^{LF}). \quad (10)$$

因此, 矿浆相中每单位体积的粒子数可表示为

$$\psi^{MP} = \psi^{LP} + \frac{V_{BP}}{V_{LP}} \psi^{BP}. \quad (11)$$

将式(7)代入, 可得

$$\psi^{\text{MP}} = (1 + \alpha_{\text{P}})\psi^{\text{LP}}. \quad (12)$$

同样地, 泡沫相中每单位体积的粒子数可以表示为

$$\psi^{\text{MF}} = (1 + \alpha_{\text{F}})\psi^{\text{LF}}. \quad (13)$$

将式(7)–(8)(12)–(13)代入到式(5)–(6)中, 可得

$$\frac{d}{dt}(V_{\text{LP}}\psi^{\text{MP}}) = Q_{\text{Feed}}\psi^{\text{Feed}} - (Q_{\text{T}} + Q_{\text{E}} + Q_{\text{A}}\alpha_{\text{P}}\frac{V_{\text{LP}}}{V_{\text{BP}}} + Q_{\text{T}}\alpha_{\text{P}})\frac{\psi^{\text{MP}}}{(1 + \alpha_{\text{P}})}, \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt}(V_{\text{LF}}\psi^{\text{MF}}) = (Q_{\text{A}}\alpha_{\text{P}}\frac{V_{\text{LP}}}{V_{\text{BP}}} + Q_{\text{E}})\frac{\psi^{\text{MP}}}{(1 + \alpha_{\text{P}})} - (Q_{\text{R}}k^{\text{R}} + Q_{\text{C}}(1 + \alpha_{\text{F}}))\frac{\psi^{\text{MF}}}{1 + \alpha_{\text{F}}}. \quad (15)$$

为简化模型, 做出以下假设:

**假设 1** 矿浆相的矿物颗粒与气泡完全混合;

**假设 2** 泡沫相的矿物颗粒与气泡完全混合;

**假设 3** 矿物颗粒的大小和形状均匀;

**假设 4** 在稳态条件下,  $Q_{\text{A}} = Q_{\text{AC}} + Q_{\text{AT}}$ ;

**假设 5**  $Q_{\text{C}}/Q_{\text{AC}} = V_{\text{LF}}/V_{\text{BF}}$ ,  $Q_{\text{T}}/Q_{\text{AT}} = V_{\text{LP}}/V_{\text{BP}}$ .

基于泡沫相和矿浆相分别完全混合的假设, 可建立一组矿浆相与泡沫相的液态和气态物料平衡方程对浮选动态过程进行描述, 式(14)–(15)可写成

$$\frac{dC^{\text{MP}}}{dt} = \frac{Q_{\text{Feed}}C^{\text{Feed}}}{V_{\text{LP}}} - \frac{(Q_{\text{E}} + Q_{\text{A}}\alpha_{\text{P}}V_{\text{LP}}/V_{\text{BP}})}{(1 + \alpha_{\text{P}})V_{\text{LP}}}. \quad (16)$$

$$C^{\text{MP}} + \frac{Q_{\text{R}}k^{\text{R}}C^{\text{MF}}}{(1 + \alpha_{\text{F}})V_{\text{LF}}} - \frac{Q_{\text{T}}C^{\text{MP}}}{(1 + \alpha_{\text{P}})V_{\text{LP}}},$$

$$\frac{dC^{\text{MF}}}{dt} = \frac{(Q_{\text{E}} + Q_{\text{A}}\alpha_{\text{P}}V_{\text{LP}}/V_{\text{BP}})}{(1 + \alpha_{\text{P}})V_{\text{LF}}}C^{\text{MP}} - \frac{Q_{\text{R}}k^{\text{R}}C^{\text{MF}}}{(1 + \alpha_{\text{F}})V_{\text{LF}}} - \frac{Q_{\text{C}}C^{\text{MF}}}{V_{\text{LF}}}, \quad (17)$$

其中靠水流夹带和回落矿物颗粒之间的关系模型为

$$\frac{dV_{\text{LP}}}{dt} = Q_{\text{Feed}} - Q_{\text{T}} - Q_{\text{E}} + Q_{\text{R}}, \quad (18)$$

$$\frac{dV_{\text{LF}}}{dt} = Q_{\text{E}} - Q_{\text{R}} - Q_{\text{C}}. \quad (19)$$

式(16)–(17)分别表示矿浆相和泡沫相中的矿物质量平衡, 式(18)和式(19)分别表示矿浆相和泡沫相的液态平衡, 其中:

$$V_{\text{BP}} = Sh - V_{\text{LP}}, \quad (20)$$

$$V_{\text{BF}} = V - Sh_{\text{p}} - V_{\text{LF}}, \quad (21)$$

$$Q_{\text{C}} = \frac{V_{\text{LF}}}{V_{\text{BF}}}(Q_{\text{A}} - \frac{V_{\text{BP}}}{V_{\text{LP}}Q_{\text{T}}}), \quad (22)$$

式中:  $S$ 为浮选槽面积,  $h$ 为浮选槽高度,  $h_{\text{p}}$ 为液位高度.

为建立加药量与浮选指标之间的关系模型, 定义尾矿品位 $R_1$ 和精矿品位 $R_2$ :

$$R_1 = \frac{C^{\text{MP}}Q_{\text{T}}}{V_{\text{LP}}C^{\text{Feed}}Q_{\text{Feed}}}, \quad (23)$$

$$R_2 = \frac{C^{\text{MP}}Q_{\text{T}}}{V_{\text{LP}}C^{\text{Feed}}Q_{\text{Feed}}}. \quad (24)$$

将式(23)与式(24)代入式(16)和式(17)中, 可转化为与尾矿品位、精矿品位有关的表达式:

$$\frac{dR_1}{dt} = \frac{Q_{\text{T}}}{V_{\text{LP}}^2} - \frac{(Q_{\text{E}} + Q_{\text{A}}\alpha_{\text{P}}V_{\text{LP}}/V_{\text{BP}})}{(1 + \alpha_{\text{P}})V_{\text{LP}}}R_1 + \frac{Q_{\text{R}}k^{\text{R}}V_{\text{LF}}}{(1 + \alpha_{\text{F}})V_{\text{LP}}} - \frac{Q_{\text{T}}Q_{\text{C}}}{V_{\text{LP}}}R_2 - \frac{Q_{\text{T}}}{(1 + \alpha_{\text{P}})V_{\text{LP}}}R_1, \quad (25)$$

$$\frac{dR_2}{dt} = \frac{(Q_{\text{E}} + Q_{\text{A}}\alpha_{\text{P}}V_{\text{LP}}/V_{\text{BP}})}{(1 + \alpha_{\text{P}})V_{\text{LF}}} - \frac{Q_{\text{C}}}{Q_{\text{T}}}R_1 - \frac{Q_{\text{R}}k^{\text{R}}}{(1 + \alpha_{\text{F}})V_{\text{LP}}}R_2 - \frac{Q_{\text{C}}}{V_{\text{LP}}}R_2. \quad (26)$$

已知泡沫相体积

$$V_{\text{TF}} = V_{\text{BF}} + V_{\text{LF}}$$

和矿浆相体积

$$V_{\text{TP}} = V_{\text{BP}} + V_{\text{LP}}.$$

上述模型中:

$$V_{\text{TP}} = S \times h_{\text{p}},$$

$$V_{\text{TF}} = V - V_{\text{TP}},$$

其中 $V = h \times w \times l$ 是浮选槽体积.

$$V_{\text{BF}} = \frac{V_{\text{TF}}Q_{\text{A}}}{Q_{\text{A}} + Q_{\text{C}}}, \quad (27)$$

$$V_{\text{LF}} = V_{\text{TF}} - V_{\text{BF}}, \quad (28)$$

$$V_{\text{LP}} = \frac{Sh_{\text{p}}}{1 + (Q_{\text{A}} - Q_{\text{C}}V_{\text{BF}}/V_{\text{LF}})/Q_{\text{T}}}. \quad (29)$$

为从最优控制问题分析入手, 对模型进行了修正, 以研究操作变量对浮选性能的影响. 根据文献[29]可知

$$Q_{\text{E}} = \frac{6\delta}{d_{\text{BP}}}Q_{\text{air}} = r_1Q_{\text{A}}, \quad (30)$$

$$Q_{\text{R}} = \frac{1 - \mu_{\text{F}}}{\mu_{\text{F}}}\frac{Q_{\text{air}}}{S} = r_2Q_{\text{A}}, \quad (31)$$

其中:  $\delta$ 是气泡周围的薄膜厚度,  $d_{\text{BP}}$ 是矿浆相平均气泡直径,  $\mu_{\text{F}}$ 为泡沫相平均含气量,  $r_1$ 和 $r_2$ 是随工况变化的变量.

式(25)与式(26)仍然保留了模型(1)–(4)的基本特征, 区分了矿物颗粒–气泡在矿浆相和气泡相的附着/分离机理以及两相之间的传输机理. 由于在浮选现场,

空气流速 $Q_A$ 、矿物颗粒向底流槽的传输速度 $Q_T$ 和向溢流槽的传输速度 $Q_C$ 通常首先调整到一个合理的值,并在生产期间保持不变.因此,模型中未知量是泡沫相中矿物颗粒与气泡的附着分离速率常数 $\alpha^F$ 、矿浆相中矿物颗粒与气泡的附着分离速率常数 $\alpha^P$ 及泡沫相向矿浆相的回落速率常数 $k^R$ ,这3个参数均受浮选药剂(PH值、捕收剂、活化剂和起泡剂)影响.

## 2.2 加药量与浮选指标动态模型建立

从经验来看,PH值 $O_1$ 通过在矿浆相改变矿物表面性质,从而影响矿物的可浮性.在文献[30]和[31]的基础上,可知矿浆相中矿物颗粒-气泡的附着分离常数 $\alpha^P$ 与 $O_1$ 成比例关系.此外, $\alpha^P$ 还受捕收剂 $O_2$ 的影响,因为捕收剂可以促进有用矿物呈现出疏水特性,从而有利于矿物颗粒与气泡之间的附着.随着 $O_2$ 的增加, $\alpha^P$ 也在一定范围内增长<sup>[32]</sup>.所以,可假设

$$\alpha^P = m_1 O_1 O_2. \quad (32)$$

而泡沫相中的矿物颗粒-气泡的附着分离常数 $\alpha^F$ 以及矿物颗粒从泡沫相向矿浆相的回落速率常数 $k^R$ 主要受泡沫停留时间的影响,泡沫停留时间与活化剂 $O_3$ 和起泡剂 $O_4$ 有关.因为随着活化剂和起泡剂的增加,气泡粘度增加,气泡在矿浆相的停留时间增长.因此,有用矿物回落将会变得困难,从而影响最终的精矿品位和尾矿品位<sup>[33-34]</sup>.可假设 $\alpha^F$ 和 $k^R$ 与 $O_3, O_4$ 之间的关系为

$$\alpha^F = m_2 O_3 O_4, \quad (33)$$

$$k^R = m_3 O_3 + m_4 O_4 + m_5. \quad (34)$$

根据以上分析,动态方程(25)-(26)变为

$$\begin{aligned} \frac{dR_1}{dt} &= \frac{Q^T}{V_{LP}^2} - \frac{(r_1 Q_A + Q_A m_1 O_1 O_2)}{(1 + m_1 O_1 O_2) V_{LP} V_{BP}} R_1 - \\ &\quad \frac{Q_T}{(1 + m_1 O_1 O_2) V_{LP}} R_1 + \\ &\quad \frac{r_2 Q_A (m_3 O_3 + m_4 O_4 + m_5) V_{LF}}{(1 + m_1 O_1 O_2) V_{LP}} \\ &\quad \frac{Q_T Q_C}{V_{LP}} R_2, \quad (35) \\ \frac{dR_2}{dt} &= \frac{(r_1 Q_A + Q_A m_1 O_1 O_2 V_{LP} / V_{BP}) Q_C}{(1 + m_1 O_1 O_2) V_{LF}} R_1 - \\ &\quad \frac{r_2 Q_A (m_3 O_3 + m_4 O_4 + m_5)}{(1 + m_2 O_3 O_4) V_{LP}} R_2 - \\ &\quad \frac{Q_C}{V_{LP}} R_2, \quad (36) \end{aligned}$$

式中: $R_1$ 和 $R_2$ 分别表示尾矿品位和精矿品位, $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$ 以及 $r_1, r_2$ 为待辨识参数.

综上,加药量是通过影响矿浆相的附着分离速率常数、泡沫相的附着分离速率常数以及泡沫相向矿浆相的回落速率常数对最终的精矿品位和尾矿品位产

生影响.根据生产数据分析,空气流速 $Q_A$ 以及矿浆液位 $h_p$ 会在一定范围内较小的波动,但其平均值基本稳定在一定的数值.所以,可将矿浆相体积以及泡沫相体积看作是常数.PH值 $O_1$ 、捕收剂流量 $O_2$ (ml/min)、活化剂流量 $O_3$ (ml/min)和起泡剂流量 $O_4$ (ml/min)作为动态模型的控制量,通过对药剂流量进行优化调整,对矿浆相和泡沫相的颗粒-气泡运动行为产生影响,以提高有用矿物回收率.

## 3 浮选过程加药量控制问题描述

为简化控制器的设计任务,将浮选过程的非线性动态模型在稳定运行状态下近似线性化,即将式(35)和式(36)在平衡点( $R_{1eq}, R_{2eq}, O_{1eq}, O_{2eq}, O_{3eq}, O_{4eq}$ )附近进行线性化处理.令

$$x = [x_1 \ x_2]^T = [R_1 - R_{1eq} \ R_2 - R_{2eq}]^T,$$

$$u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T = [O_1 \ O_2 \ O_3 \ O_4]^T,$$

则系统(35)和(36)在平衡点附近的线性化状态方程为

$$\dot{x} = A_c x + B_c u + D_c, \quad (37)$$

式中: $x$ 表示要跟踪的系统状态向量, $u$ 表示控制输入向量, $A_c$ 与 $B_c$ 为系数矩阵, $D_c$ 表示外界扰动,具体参数见文献[35].根据输入信号在每个采样时刻的运动轨迹,采用零阶保持器方法可将连续时间系统(37)离散化为<sup>[36]</sup>

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k + D_d, \quad (38)$$

其中:

$$A_d = e^{A_c h},$$

$$B_d = \left( \int_0^h e^{A_c \tau} d\tau \right) B_c,$$

$$D_d = \left( \int_0^h e^{A_c \tau} d\tau \right) D_c,$$

$h$ 是采样周期.因式(38)可控性矩阵和可观性矩阵均满秩,可知该线性离散系统是可控和可观的.

本文的主要目标是设计一个控制器

$$u_k = -K x_k + U, \quad (39)$$

使得跟踪误差 $x_k$ 随时间 $k$ 趋于无穷而趋于零.其中: $K \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ 是反馈增益矩阵, $U \in \mathbb{R}$ 是前馈增益矩阵.

**定理 1** 如果 $A_d - B_d K$ 的所有特征值都严格位于单位圆内,则

$$B_d U + D_d = 0, \quad (40)$$

然后有 $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = 0$ .

式(40)为线性调节器方程(linear regulation equation, LRE).基于最优控制理论和前馈控制原理<sup>[37]</sup>,可将浮选过程的药剂流量控制问题转化为两级优化问题(问题1和问题2):通过求解问题1可知式(40)的最优前馈分量 $U^*$ ,求解问题2得出最优反馈增益 $K^*$ ,从而得

到最优控制器  $u_k^* = -K^*x_k + U^*$ , 以实现抑制外部干扰和跟踪误差为零的控制目标, 即:  $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = 0$ <sup>[38]</sup>.

### 问题 1

$$\begin{aligned} \min_U \quad & \text{tr}(U^T \bar{R} U), \\ \text{s.t.} \quad & (40), \end{aligned}$$

其中  $\bar{R} = \bar{R}^T > 0$ .

误差系统(38)可以写为

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d \bar{u}_k^*, \quad (41)$$

其中  $\bar{u}_k^* = u_k - U^*$ . 针对钽浮选过程药剂量控制问题, 控制目标是寻找一个使得浮选指标  $x_k$  跟踪给定值, 且药剂量消耗  $u_k$  最少的控制策略. 因此, 可将药剂量控制问题转化为以下最优控制问题, 也称为线性二次型调节器(linear quadratic regulator, LQR)问题.

### 问题 2

$$\begin{aligned} \min_{\bar{u}^*} \quad & \sum x_j^T Q x_j + (\bar{u}_j^*)^T R \bar{u}_j^*, \\ \text{s.t.} \quad & (40). \end{aligned}$$

对于初始状态  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ , 其中:  $Q = Q^T \geq 0$ ,  $R = R^T > 0$ . 根据线性最优控制理论, 对于离散时间系统(38), 最优反馈增益  $K^*$  可由  $P^*$  计算得到. 其中  $P^* = P^{*T} > 0$  是以下离散时间代数 Riccati 方程(discrete-time algebraic riccati equation, DARE)的唯一解:

$$A_d^T P_j A_d - P_j + Q - A_d^T P_j B_d K_j = 0. \quad (42)$$

因此, 可知最优反馈增益  $K^*$

$$K^* = (R + B_d^T P_j B_d)^{-1} B_d^T P^* A_d. \quad (43)$$

但是  $P$  在 DARE(42) 中是非线性的, 很难直接求解. 在常规基于模型的控制设计方法中, 通常采用文献[39]提出的值迭代(VI)算法寻找式(42)–(43)中的近似解  $P^* - K^*$ , 方程如下:

$$P_{j+1} \leftarrow A_d^T P_j A_d + Q - A_d^T P_j B_d (R_d + B_d^T P_j B_d)^{-1} B_d^T P_j A_d, \quad (44)$$

$$K_{j+1} \leftarrow (R + B_d^T P_{j+1} B_d)^{-1} B_d^T P_{j+1} A_d. \quad (45)$$

由式(44)–(45)可以看出, 上述基于模型的方法建立在状态模型的参数  $A_d$ ,  $B_d$  和  $D_d$  已知的情况下. 然而, 在实际的浮选过程中, 输入和状态数据的实时变化, 浮选过程的动态不确定性、内部参数间互相耦合互相影响, 建立精确的数学模型是一件非常复杂的工作.

鉴于此, 接下来将提出数据驱动的方法解决浮选过程中药剂量的最优控制问题, 控制目标是设计一个 ADP 控制器和自适应控制策略, 以保证在药剂量消耗最少的情况下, 系统状态  $x_k$  能够跟踪给定值, 且跟踪误差较小, 具体控制结构如图3所示. 在线 X-Ray 荧光分析仪提供元素浓度, 实时计算精矿品位  $R_1$  和尾矿品位  $R_2$ , 根据测量值  $R = [R_1 \ R_2]^T$  与参考状态  $R_{eq} =$

$[R_{1,eq} \ R_{2,eq}]^T$  之间的误差, 采用基于 VI 的 ADP 算法计算反馈控制增益  $K$ . 同时, 在 ADP 控制器中加入一个前馈补偿器  $U$  用于抑制干扰, 以此实现浮选过程药剂量的优化控制.

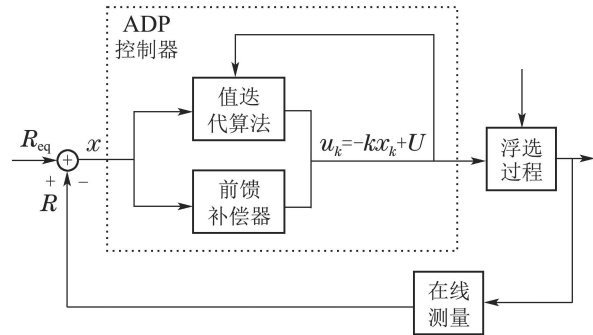


图3 基于ADP控制器的浮选过程药剂量优化控制框图  
Fig. 3 The reagents optimal control diagram in flotation process based on ADP controller

## 4 数据驱动的药剂量优化控制方法

为设计数据驱动的加药量自适应迭代学习控制方法, 将系统(38)写为

$$x_{k+1} = A_j x_k + B_d (K_j x_k + u_k) + D_d, \quad (46)$$

其中  $A_j = A_d - B_d K_j$ .

首先, 定义以下矩阵:

$$H_j = \begin{bmatrix} H_j^{11} & H_j^{12} & H_j^{13} \\ (H_j^{11})^T & H_j^{22} & H_j^{23} \\ (H_j^{13})^T & (H_j^{23})^T & H_j^{33} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} B_d^T P_j B_d & B_d^T P_j D_d & B_d^T P_j A_d \\ D_d^T P_j B_d & D_d^T P_j D_d & D_d^T P_j A_d \\ A_d^T P_j B_d & A_d^T P_j D_d & A_d^T P_j A_d \end{bmatrix}.$$

基于克罗内克积

$$a^T W b = (b^T \otimes a^T) \text{vec}(W), \quad (47)$$

其中: 向量  $a \in \mathbb{R}^{va}$ ,  $b \in \mathbb{R}^{vb}$ ; 矩阵  $W \in \mathbb{R}^{va \times vb}$ . 然后, 定义以下符号:  $\mathbb{R}$  和  $\mathbb{Z}_+$  分别表示实数集和正整数集;  $\text{vec}(A) = [a_1^T \ a_2^T \ \cdots \ a_m^T]^T$ ,  $a_i \in \mathbb{R}^n$  表示  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$  中的第  $i$  列, 当  $m = n$  时,  $\lambda(A)$  是  $A$  的所有特征值的集合,  $\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$  表示矩阵  $A$  对角元素上的和. 对于一个对称矩阵  $P \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ,

$$\begin{aligned} \text{vecs}(P) = & [p_{11} \ 2p_{12} \ \cdots \ 2p_{1m} \ p_{22} \ 2p_{23} \ \cdots \ 2p_{m-1} \ p_{mm}]^T \in \\ & \mathbb{R}^{\frac{1}{2}m(m+1)}. \end{aligned}$$

对于  $v \in \mathbb{R}^n$  中的任何列向量,

$$\begin{aligned} \text{vecv}(v) = & [v_1^2 \ v_1 v_2 \ \cdots \ v_1 v_n \ v_2^2 \ \cdots \ v_{n-1} v_n \ v_n^2]^T \in \\ & \mathbb{R}^{\frac{1}{2}n(n+1)}. \end{aligned}$$

基于以上定义, 将给出基于VI的ADP控制器设计方法, 在VI迭代算法中, 是从一个随机值函数开始, 然后在迭代过程中找到一个新的(改进的)值函数, 直到得到最优值函数. 通过式(44)和式(46), 值迭代方程可以写为

$$\begin{aligned}
 & x_{k+1}^T Q x_{k+1} = \\
 & - x_{k+1}^T \mathcal{F}(P_j) x_{k+1} + x_{k+1}^T P_{j+1} x_{k+1} = \\
 & - x_{k+1}^T [H_j^{33} - (H_j^{13})^T (R + H_j^{11})^{-1} H_j^{13}] x_{k+1} + \\
 & \left( \begin{bmatrix} u_k \\ 1 \\ x_k \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} u_k \\ 1 \\ x_k \end{bmatrix} \right)^T \text{vec}(H_{j+1}) = \\
 & x_{k+1}^T [H_j^{33} - (H_j^{13})^T (R + H_j^{11})^{-1} H_j^{13}] x_{k+1} + \\
 & \left[ \text{vecv} \left( \begin{bmatrix} u_k \\ 1 \\ x_k \end{bmatrix} \right) \right]^T \text{vecs}(H_{j+1}) = \\
 & - \phi_{k+1}^j + \psi_k^T \text{vecs}(H_{j+1}), \tag{48}
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}(P_j) &= A_d^T P_j A_d - A_d^T P_j B_d (R + B_d^T P_j B_d)^{-1} \cdot \\
 & B_d^T P_j A_d, \\
 \phi_{k+1}^j &= -x_{k+1}^T [H_j^{33} - (H_j^{13})^T (R + H_j^{11})^{-1} H_j^{13}] \cdot \\
 & x_{k+1}, \\
 \psi_k &= \text{vecv}([u_k^T \quad 1 \quad x_k^T]^T).
 \end{aligned}$$

对任意采样点  $k \in \mathbb{Z}_+$ , 方程(48)成立. 为求出  $H_{j+1}$ , 在采样点  $k_0 < k_1 < \dots < k_N$  区间收集数据  $x$  和  $u$ . 其中  $N$  是一个足够大的整数. 通过定义

$$\begin{aligned}
 \psi_V &= [\psi_{k_0} \quad \psi_{k_1} \quad \dots \quad \psi_{k_s}]^T, \\
 \Phi_j^V &= \begin{bmatrix} x_{k_0+1}^T Q x_{k_0+1} + \phi_{k_0+1}^j \\ x_{k_1+1}^T Q x_{k_1+1} + \phi_{k_1+1}^j \\ \vdots \\ x_{k_s+1}^T Q x_{k_s+1} + \phi_{k_s+1}^j \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

式(48)可以写为

$$\psi_V \text{vecs}(H_{j+1}) = \Phi_j^V. \tag{49}$$

**假设 6** 存在一个正整数  $s_0 \in \mathbb{Z}_+$ , 对于所有的  $s > s_0$ ,  $\psi_V$  都是满秩的.

**注 1** 为使假设1成立, 将  $u_k = -K_0 x_k + e_k$  作为控制输入, 其中  $e_k$  是噪声.

在假设1成立的情况下, 矩阵方程(49)的唯一解可通过最小二乘法计算得到

$$\text{vecs}(H_{j+1}) = (\psi_V^T \psi_V)^{-1} \psi_V^T \Phi_j^V. \tag{50}$$

因此, 最优反馈增益  $K_{j+1}$  可通过式(50)的结果进行更

新:

$$K_{j+1} = (R + H_j^{11})^{-1} (H_j^{13}). \tag{51}$$

最优前馈分量  $\bar{U}$  可通过问题3得到

**问题 3**

$$\begin{aligned}
 & \min_{\bar{U}} \text{tr}(U^T \bar{R} U) \\
 & \text{s.t. } (H_j^{13})^T U + (H_j^{23})^T = 0,
 \end{aligned}$$

其中由式(50)可知  $(H_j^{13})^T$  和  $(H_j^{23})^T$ .

最后, 给出了基于ADP的浮选药剂剂量控制方法, 该方法不依赖于浮选过程动态模型, 只使用输入和状态数据. 基于VI的ADP算法详细步骤为

**步骤 1** 选择一个足够小的常数  $\epsilon > 0$ ;

**步骤 2** 在  $[0, k_{0,0})$  区间内, 给定一个任意的初始控制策略  $u_k, j \leftarrow 0, H_j \leftarrow 0, K_j \leftarrow 0$ ;

**步骤 3 repeat;**

**步骤 4** 在  $[k_{j,0}, k_{j,s}]$  区间内应用控制策略  $u_k^j = -K_j z_k + e_k$ ;

**步骤 5** 通过方程(49)求解  $H_{j+1}$ ;

**步骤 6**  $K_{j+1} \leftarrow (R + H_{j+1}^{11})^{-1} H_{j+1}^{13}$ ;

**步骤 7**  $j \leftarrow j + 1$ ;

**步骤 8 until**  $|H_j - H_{j-1}| < \epsilon$ .

下面的定理给出了所提算法的收敛结果.

**定理 2** 在假设1下, 基于VI的ADP算法, 可知:

- 1)  $\lim_{j \rightarrow \infty} H_j = H_d^*$ ;
- 2)  $\lim_{j \rightarrow \infty} K_j = K_d^*$ ,

$$\text{其中 } H_j^* = \begin{bmatrix} B_d^T P_j^* B_d & B_d^T P_j^* D_d & B_d^T P_j^* A_d \\ D_d^T P_j^* B_d & D_d^T P_j^* A_d & D_d^T P_j^* A_d \\ A_d^T P_j^* B_d & A_d^T P_j^* D_d & A_d^T P_j^* A_d \end{bmatrix}.$$

**证** 如果  $P_{j+1}$  是式(44)的解, 便可得到唯一解  $H_{j+1}$ . 通过式(48)可以明显的看出,  $H_{j+1}$  满足式(50). 可令  $H$  为式(50)的解, 因为  $\psi_V$  满秩, 可知  $H = H_{j+1}$ , 这意味着式(50)的最小二乘解等价于算法2的解. 所以, 问题3的解  $\bar{U}$  满足  $B_d U + D_d = 0$ , 表明  $\bar{U} = U^*$ . 因此,  $H_{j+1}$  和  $K_{j+1}$  收敛. 证毕.

然后, 给出了该控制器的局部稳定性.

**定理 3** 应用从所提算法中学习到的控制策略  $K_{j^*}$  后, 浮选指标跟踪目标值, 即  $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = 0$ .

**证** 基于定理2,  $A_d - B_d K_{j^*}$  是一个Schur矩阵. 将基于VI的ADP算法学习到的最优控制器应用到闭环系统, 满足

$$\bar{x}_{k+1} = (A_d - B_d K_{j^*}) \bar{x}_k. \tag{52}$$

根据定理2, 可知  $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = 0$ . 证毕.

### 5 仿真结果

为验证所提出数据驱动控制方法的有效性和稳定性,收集了浮选厂4000组药剂量添加数据,以及相应的4000组精矿品位和尾矿品位数据对浮选过程药剂量控制问题进行建模.采用龙格-库塔-费尔博格法和1stOpt提出的通用全局优化算法,最小化如下的目标函数:

$$J = [(R_1 - \bar{R}_1)^2 + (R_2 - \bar{R}_2)^2], \quad (53)$$

对第2节建立的动态模型(35)-(36)中的未知参数 $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$ 以及 $r_1, r_2$ 进行辨识.式中 $R_1$ 和 $R_2$ 分别表示实际采样点现场收集到的尾矿品位和精矿品位,可通过X荧光分析仪在线检测得到, $\bar{R}_1$ 和 $\bar{R}_2$ 表示在每个采样点上尾矿品位和精矿品位的模型计算值.系统模型(38)可写为

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 0.5851 & -0.0004 \\ -35.7490 & 0.2999 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} -0.0064 & 0.0001 & 0 & -0.0001 \\ -0.2248 & -0.0060 & 0.0061 & 0.0020 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 0.0185 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (54)$$

权重矩阵设为 $Q = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 \\ 0 & 10^5 \end{bmatrix}$ , $R$ 是单位矩阵,采样周期为1 s.为验证所提出数据驱动方法的有效性,通过状态空间模型(54)的矩阵系数 $A_d, B_d, D_d$ 求解DARE(42)计算最优控制增益 $H^*$ 和 $K^*$ .

#### 5.1 ADP控制器下仿真结果

在式(54)基础上,建立仿真环境,仿真中添加的噪声 $e = 10 \sum_{i=1}^2 \sin(w_i t)$ 是由随机发生器产生.其中, $w_i$ 为 $[0, 100]$ 里的随机数, $i = 1, 2$ .

根据浮选生产过程中采集的状态和输入数据,使用基于VI的ADP算法迭代学习最优控制器的反馈增益 $K_j$ .从图4可以看出,11次迭代后,使用基于VI的ADP算法迭代学习到的 $H_j$ 和 $K_j$ 已经收敛到经模型系数矩阵计算得到的最优值 $H^*$ 和 $K^*$ ,从而可得自适应最优控制器 $u_k = -Kx_k + U$ .

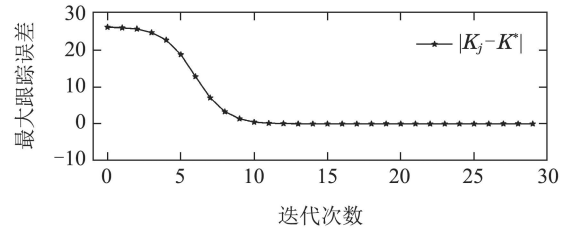
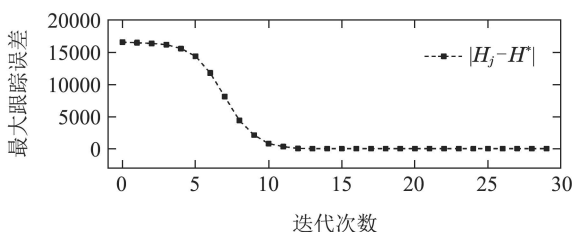


图4  $H_j$ 和 $K_j$ 及其最优值比较

Fig. 4 Compare  $H_j$  and  $K_j$  with optimal values

在 $k = 30$ 时,将本文提出的基于VI的ADP算法迭代学习到的最优控制策略应用于闭环系统中,得到以下结果:尾矿品位 $R_1$ 和精矿品位 $R_2$ 的跟踪误差 $x_1$ 与 $x_2$ 以极小的跟踪误差收敛到0,如图5所示.同时,图6给出了ADP控制器所建议的药剂量添加量 $u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]$ .

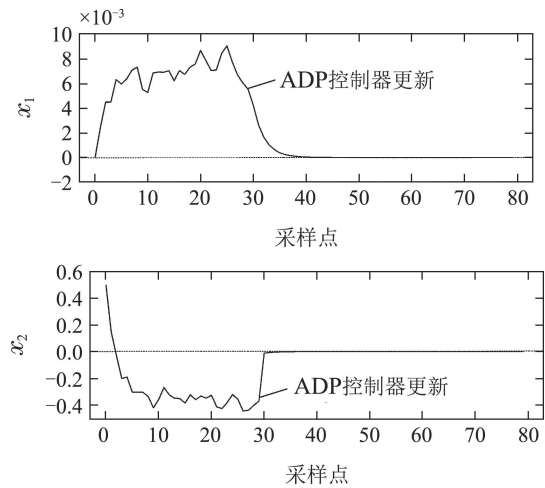
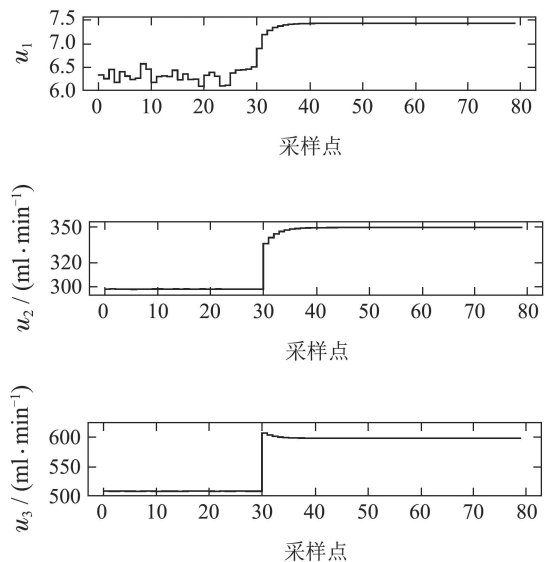


图5 基于ADP控制器的系统状态

Fig. 5 System states under ADP controller





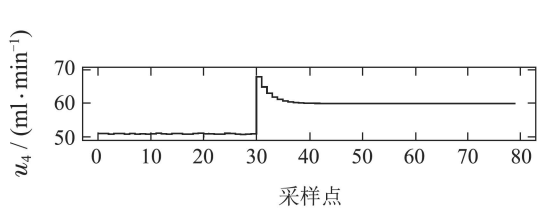


图 6 基于ADP控制器的控制输入

Fig. 6 Control inputs under ADP controller

### 5.2 MPC控制器下仿真结果

为评估所提出基于VI的ADP算法的有效性,应用模型预测控制(model predictive control, MPC)方法,与数据驱动的ADP控制方法进行了比较. 目标函数定义为

$$\min_u \sum_{j=0}^{N-1} \|x(k+j|k) - r(k+j)\|_Q^2 + \sum_{j=0}^{N_c-1} \|\Delta u(k+j|k)\|_R^2,$$

其中:  $r(k+j) = 0$  为跟踪误差  $x_k$  的目标值,  $u_k$  为药剂消耗量. MPC 控制策略采用二次规划(quadratic programming, QP)结构来求解<sup>[40]</sup>, 预测时域  $N$  和控制时域  $N_c$  分别设为 20 和 2. 图 7 和图 8 分别给出了基于 MPC 控制方法的系统状态跟踪误差和控制输入.

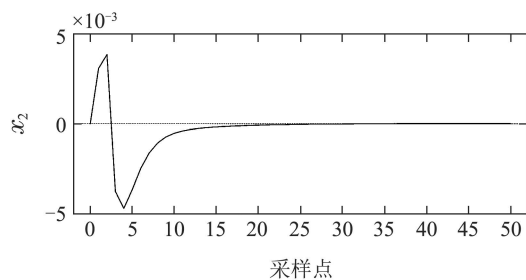
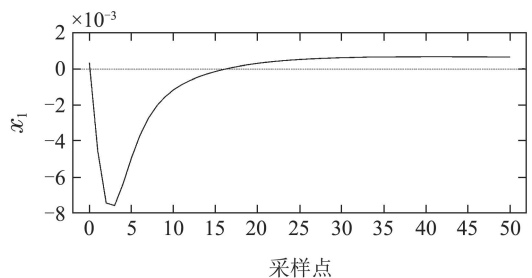


图 7 基于MPC控制器的系统状态

Fig. 7 System states under MPC controller

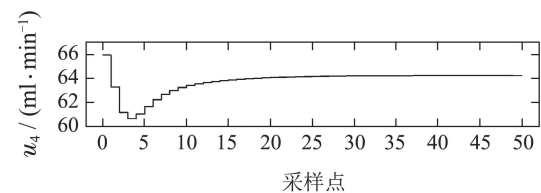
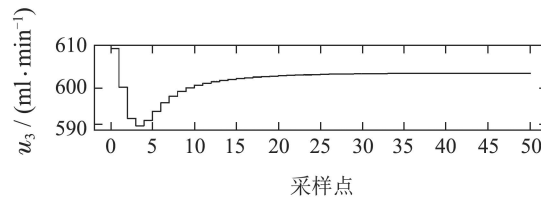
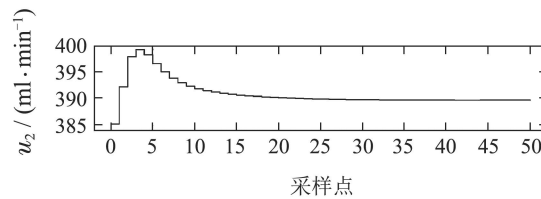
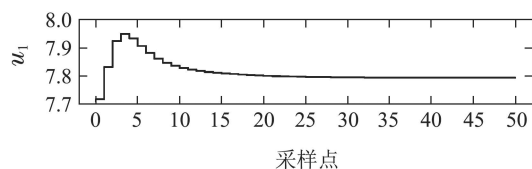


图 8 基于MPC控制器的控制输入

Fig. 8 Control inputs under MPC controller

从图8仿真结果可知, MPC控制器下浮选药剂  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  和  $u_4$  比ADP控制器下所建议的药剂消耗量分别高了 4.9%, 11.3%, 0.8% 和 6.8%, 药剂消耗量会增加选矿成本, 不利于浮选厂的经济效益. 此外, 从图7可以看出, 尾矿品位的跟踪误差  $x_1$  不能完全按照期望的轨迹运行, 使得控制精度难以满足生产要求.

### 5.3 两种控制器性能比较

表1分别给出了ADP和MPC两种控制器下, 系统状态收敛性能和控制输入. 通过结果对比可以看出, 本文提出的数据驱动的ADP控制方法, 系统状态的跟踪误差较小、药剂消耗量较小, 并且能很好地解决基于MPC控制方法依赖模型的缺点. 由此可知, 基于VI的ADP算法在不了解浮选过程数学模型的情况下, 仅依靠输入和测量状态数据即可对浮选过程药剂消耗量进行优化控制, 且能够有效抑制外界扰动.

为进一步说明本方法的有效性, 对铈浮选现场的人工加药量调节情况进行记录. 该铈浮选厂采用三班倒8小时工作制, 图9-12分别为2019年4月186条人工对PH值、捕收剂流量、活化剂流量和起泡剂流量的调节情况. 其中: PH值的波动范围在6.1~7.96之间, 捕收剂流量的波动范围在204.46~471.26 ml/min之间, 活化剂流量的波动范围在510.83~696.8 ml/min之间, 起泡剂流量的波动范围在44.13~129.64 ml/min之间.

综上, 本文提出数据驱动的ADP控制方法利用生产数据信息进行仿真实验的结果, 与实际浮选过程真实药剂调节具有较好的一致性, 可解决实际浮选现场采用人工调节方式药剂波动大, 易导致生产过程不稳定的问题.

表1 ADP控制器与MPC控制器性能比较

Table 1 The performance comparison between ADP controller and MPC controller

控制器	$u_1$	$u_2/(\text{ml} \cdot \text{min}^{-1})$	$u_3/(\text{ml} \cdot \text{min}^{-1})$	$u_4/(\text{ml} \cdot \text{min}^{-1})$	$x_1$	$x_2$
ADP	7.42	350	598.10	60	$3.73\text{e}-13$	$1.01\text{e}-13$
MPC	7.79	390	603	64.1	$3.32\text{e}-04$	$2.77\text{e}-05$

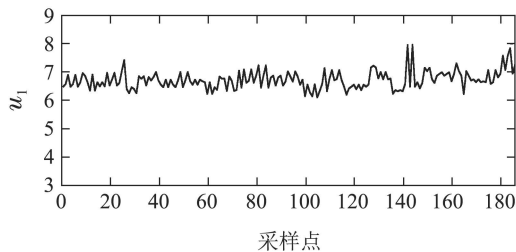


图9 人工调节PH值

Fig. 9 Manually adjustment of PH value

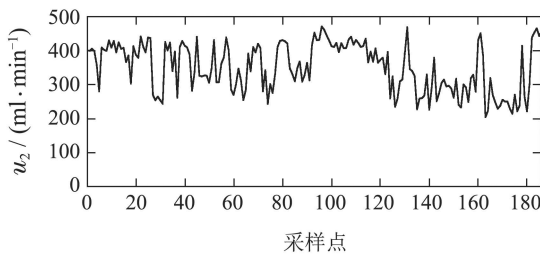


图10 人工调节捕收剂流量

Fig. 10 Manually adjustment of collector flow rate

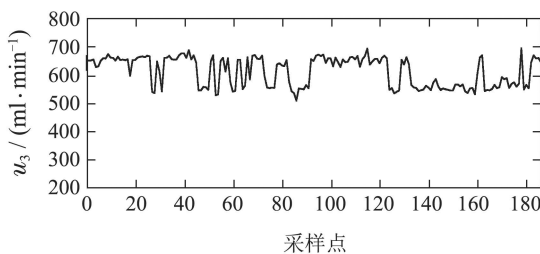


图11 人工调节活化剂流量

Fig. 11 Manually adjustment of activator flow rate

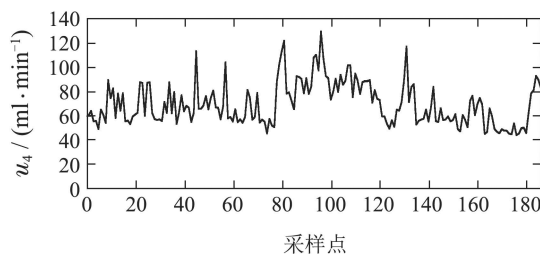


图12 人工调节起泡剂流量

Fig. 12 Manually adjustment of frother flow rate

## 6 总结

考虑到浮选过程的动态不确定性和外界扰动,本文采用基于VI的ADP控制方法,解决了浮选过程加药量优化控制问题.通过将浮选药剂控制问题转

化为两级优化问题,以最小化跟踪误差和药剂消耗量组成的二次型代价函数为目标,借助数据驱动的自适应动态规划方法,利用值迭代算法设计一种基于学习的自适应最优控制策略.同时,引入前馈补偿分量以抑制外界扰动.与传统的控制器设计不同,基于VI的ADP控制算法可以在不需要知道浮选过程模型和初始控制策略的情况下,仅通过实时采集浮选过程生产数据便可自适应的学习最优控制策略,从而跟踪期望的精矿品位和尾矿品位.这种数据驱动的自适应迭代学习控制方法具有较强的抗干扰能力,保证了浮选过程的稳定性.

随着分布式控制策略的集成,数据驱动的控制方法不仅可用于控制整个浮选厂的矿浆液位、通风量等其它控制变量,也可用于磨矿分级过程控制,今后将以不同控制器之间的协调优化控制为目标,为选矿过程全流程自动控制提供部分关键技术.

## 参考文献:

- [1] FENG Dandan, SU Yina, HU Dewen, et al. Analysis and prospect of the economic situation of mineral resources in 2018. *Natural Resource Economics of China*, 2019, 32(1): 30 – 35. (冯丹丹, 苏铁娜, 胡德文, 等. 2018年度矿产资源经济形势分析及展望. *中国国土资源经济*, 2019, 32(1): 30 – 35.)
- [2] FUERSTENAU M C, JAMESON G J, YOON R H. *Froth Flotation: a Century of Innovation*. Colorado: Society for Mining, Metallurgy & Exploration (SME), 2007.
- [3] IVES K J. *The Scientific Basis of Flotation*. Netherland: Springer Science & Business Media, 2012.
- [4] MALDONADO M, SBARBARO D, LIZAMA E. Optimal control of a rougher flotation process based on dynamic programming. *Minerals engineering*, 2007, 20(3): 221 – 232.
- [5] DESBIENS A, HODOUIN D, MAILLOUX M. Nonlinear predictive control of a rougher flotation unit using local models. *IFAC Proceedings Volumes*, 1998, 31(23): 287 – 292.
- [6] LIU F Z, GAO H J, QIU J B, et al. Networked multirate output feedback control for setpoints compensation and its application to rougher flotation process. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(1): 460 – 468.
- [7] KALYANI V K, PALLAVIKA D, CHAUDHURI S, et al. Study of a laboratory-scale froth flotation process using artificial neural networks. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, 2007, 29(2): 130 – 142.
- [8] NAKHAEI F, MOSAVI M R, SAM A, et al. Recovery and grade accurate prediction of pilot plant flotation column concentrate: neural network and statistical techniques. *International Journal of Mineral Processing*, 2012, 110: 140 – 154.

- [9] DONG Z Y, WANG R F, FAN M Q, et al. Switching and optimizing control for coal flotation process based on a hybrid model. *PloS One*, 2017, 12(10): e0186553.
- [10] BERGH L, YIANATOS J, ACUÑA C. Hierarchical control strategy for flotation columns. *Minerals Engineering*, 1995, 8(12): 1583 – 1591.
- [11] ZHU J Y, GUI W H, YANG C H, et al. Probability density function of bubble size based reagent dosage predictive control for copper roughing flotation. *Control Engineering Practice*, 2014, 29: 1 – 12.
- [12] ZHU Jianyong, GUI Weihua, YANG Chunhua, et al. Reagent dosage control based on bubble size random distribution for copper roughing. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(10): 2089 – 2097.  
(朱建勇, 桂卫华, 阳春华, 等. 基于泡沫尺寸随机分布的铜粗选药剂控制. *自动化学报*, 40(10): 2089 – 2097.)
- [13] LIU Jinping, GUI Weihua, TANG Zhaohui, et al. Dynamic bubble-size-distribution-based health status analysis of reagent-addition in froth flotation process. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(4): 492 – 502.  
(刘金平, 桂卫华, 唐朝晖, 等. 基于泡沫大小动态分布的浮选生产过程加药量健康状态分析. *控制理论与应用*, 2013, 30(4): 492 – 502.)
- [14] LI Z M, GUI W H. The method of reagent control based on time series distribution of bubble size in a gold-antimony flotation process. *Asian Journal of Control*, 2018, 20(6): 2223 – 2236.
- [15] MENDEL J M, MCLAREN R W. 8 reinforcement-learning control and pattern recognition systems. *Mathematics in Science and Engineering*, 1970, 66: 287 – 318.
- [16] WERBOS P. *Beyond regression: new tools for prediction and analysis in the behavioral sciences*. Cambridge: Harvard University, 1974.
- [17] LEWIS F L, LIU D R. *Reinforcement Learning and Approximate Dynamic Programming for Feedback Control*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2013.
- [18] LEWIS F L, VRABIE D, SYEMOS V L. *Optimal Control*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2012.
- [19] LIU D R, WEI Q L, WANG D, et al. *Adaptive Dynamic Programming with Applications in Optimal Control*. Switzerland: Springer, 2017.
- [20] ZHANG H W, LIU D R, LUO Y H, et al. *Adaptive Dynamic Programming for Control: Algorithms and Stability*. London: Springer Science & Business Media, 2012.
- [21] JIANG Y, JIANG Z P. *Robust Adaptive Dynamic Programming*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2017.
- [22] PANG B, BIAN T, JIANG Z P. Adaptive dynamic programming for finite-horizon optimal control of linear time-varying discrete-time systems. *Control Theory and Technology*, 2019, 17(1): 73 – 84.
- [23] JIANG Y, JIANG Z P. Computational adaptive optimal control for continuous-time linear systems with completely unknown dynamics. *Automatica*, 2012, 48(10): 2699 – 2704.
- [24] TANG Y F, HE H B, NI Z, et al. Adaptive modulation for dfig and statcom with high-voltage direct current transmission. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 27(8): 1762 – 1772.
- [25] YANG X, HE H B, ZHONG X N. Adaptive dynamic programming for robust regulation and its application to power systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(7): 5722 – 5732.
- [26] WANG D, LIU D R, LI H L, et al. Neural-network-based robust optimal control design for a class of uncertain nonlinear systems via adaptive dynamic programming. *Information Sciences*, 2014, 282: 167 – 179.
- [27] HUANG M Z, GAO W N, JIANG Z P. Connected cruise control with delayed feedback and disturbance: an adaptive dynamic programming approach. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2019, 33(2): 356 – 370.
- [28] BASCUR R O, HERBST J A. *Developments in Mineral Processing: on the Development of A Model-Based Control Strategy for Copper-Ore Flotation*. Amsterdam: Elsevier, 1989.
- [29] BASCUR R O. *Modeling and Computer Control of A Flotation Cell*. Salt Lake City, UT: The University of Utah, 1983.
- [30] VERA M A, FRANZIDIS J P, MANLAPIG E. Simultaneous determination of collection zone rate constant and froth zone recovery in a mechanical flotation environment. *Minerals Engineering*, 1999, 12(10): 1163 – 1176.
- [31] HONAKER R Q, MOHANTY M K, CRELLING J C. Coal maceral separation using column flotation. *Minerals Engineering*, 1996, 9(4): 449 – 464.
- [32] BARTOLACCI G, PELLETIER P, TESSIER J, et al. Application of numerical image analysis to process diagnosis and physical parameter measurement in mineral processes – part i: flotation control based on froth textural characteristics. *Minerals Engineering*, 2006, 19(6/8): 734 – 747.
- [33] VERA M A, MATHE Z T, FRANZIDIS J P, et al. The modelling of froth zone recovery in batch and continuously operated laboratory flotation cells. *International Journal of Mineral Processing*, 2002, 64(2/3): 135 – 151.
- [34] MMATHE Z T, HARRIS M C, O'CONNOR C T. A review of methods to model the froth phase in non-steady state flotation systems. *Minerals Engineering*, 2000, 13(2): 127 – 140.
- [35] LI Zhongmei. *Operating condition recognition and adaptive optimal reagents control for antimony flotation process*. Changsha: Central South University, 2019.  
(李中美. 铋浮选过程工况识别与药剂剂量自适应最优控制. 长沙: 中南大学, 2019.)
- [36] ÅSTRÖM K J, WITTENMARK B. *Computer-Controlled Systems: Theory and Design*. New Jersey: Courier Corporation, 2013.
- [37] HU Shousong, WANG Zhiquan, HU Weili. *Optimal Control Theory and System*. Beijing: Science Press, 2017.  
(胡寿松, 王执钏, 胡维礼. 最优控制理论与系统. 北京: 科学出版社, 2017.)
- [38] HUANG J. *Nonlinear Output Regulation: Theory and Applications*. Philadelphia: Siam, 2004.
- [39] LANCASTER P, RODMAN L. *Algebraic Riccati Equations*. Oxford: Clarendon Press, 1995.
- [40] WANG L P. *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB®*. London: Springer Science & Business Media, 2009.

### 作者简介:

**李中美** 博士, 目前研究方向为复杂工业过程建模及优化控制、自适应控制、故障诊断等, E-mail: zhongmeili@csu.edu.cn;

**黄梦哲** 博士研究生, 目前研究方向为自适应动态规划、最优控制以及协同自适应巡航控制等, E-mail: m.huang@nyu.edu;

**桂卫华** 中国工程院院士, 教授, 主要研究方向为复杂工业过程建模与优化控制、故障诊断及分散鲁棒控制等, E-mail: gwh@csu.edu.cn.