

# 基于迭代学习与模型预测控制的交通信号混合控制方法

闫飞<sup>†</sup>, 李浦, 续欣莹

(太原理工大学 电气与动力工程学院, 山西 太原 030024)

**摘要:** 针对基于迭代学习控制的交通信号控制方法对于路网中存在的非重复性实时干扰不能进行有效处理的问题, 本文在基于迭代学习控制的交通信号控制方法基础上, 结合模型预测控制滚动优化和实时校正的特点, 提出了一种基于迭代学习与模型预测控制的交通信号混合控制方法. 该方法在有效利用交通流周期性特征改善路网交通状况的同时, 可借助模型预测控制的优点对非重复性的实时干扰进行处理, 从而进一步提高交通信号的控制效率. 通过仿真实验对该方法的有效性进行了验证. 实验结果表明, 基于迭代学习与模型预测控制的交通信号混合控制方法能够更有效地均衡路网内的车辆密度, 进一步提高了路网的通行效率. 最后, 本文还对该方法的收敛性进行了分析.

**关键词:** 迭代学习控制; 模型预测控制; 交通信号控制; 收敛性分析

**引用格式:** 闫飞, 李浦, 续欣莹. 基于迭代学习与模型预测控制的交通信号混合控制方法. 控制理论与应用, 2021, 38(3): 339–348

DOI: 10.7641/CTA.2020.91025

## Traffic signal hybrid control method based on iterative learning and model predictive control

YAN Fei<sup>†</sup>, LI Pu, XU Xin-ying

(College of Electrical and Power Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan Shanxi 030024, China)

**Abstract:** The traffic signal control method based on iterative learning control can not effectively deal with the non-repetitive real-time disturbance in the road network. Based on the iterative learning traffic signal control method, a mixed traffic signal control method based on iterative learning and model predictive control is proposed through combining the rolling optimization and real-time correction characteristics of model predictive control. The proposed method can effectively improve the traffic conditions of the road network by using the periodic characteristics of traffic flow and deal with the real-time disturbance through the advantages of model predictive control. Thus, the control efficiency of the traffic signals is further improved. The effectiveness of the proposed method is verified by simulation experiments. The experimental results show that the hybrid traffic signal control method based on iterative learning and model predictive control can more effectively balance the vehicle density in the road network, and further improve the traffic efficiency of the road network. Finally, the convergence of the proposed method is also analyzed.

**Key words:** iterative learning control; model predictive control; traffic signal control; convergence analysis

**Citation:** YAN Fei, LI Pu, XU Xinying. Traffic signal hybrid control method based on iterative learning and model predictive control. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(3): 339–348

### 1 引言

交通拥堵几乎作为世界所有大中型城市的通病, 严重制约了城市的健康发展, 为了解决城市交通拥堵这一“城市病”, 世界各国智能交通控制领域的研究者们做出了无数的努力. 而作为城市交通控制的重要组成部分, 城市道路的交通信号控制有着极其重要的

作用. 研究表明, 自适应的城市交通信号控制策略相对比固定配时的交通信号控制策略能更有效的提高城市路网的通行效率<sup>[1]</sup>. 因此, 进行智能高效的交通信号控制策略的研究, 对解决城市交通拥堵及促进城市的健康发展都有着积极的作用.

虽然路网的交通流具有一定的复杂性, 但随着对

收稿日期: 2019–12–24; 录用日期: 2020–10–04.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: yanfei@tyut.edu.cn; Tel.: +86 13333401580.

本文责任编辑: 侯忠生.

国家自然科学基金项目(61703300), 中国博士后科学基金项目(2019M651082), 山西省应用基础研究项目(201801D221191), 山西省研究生教育创新计划项目(2019SY157)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61703300), the China Postdoctoral Science Foundation (2019M651082), the Applied Basic Research Program of Shanxi Province (201801D221191) and the Graduate Education Innovation Project of Shanxi Province (2019SY157).

路网宏观交通流的研究发现,在每天相同的时间和区域,路网的宏观交通流都表现出了很强的周期性特征,交通拥堵也常常发生在相同的时间和地点<sup>[2]</sup>.为了充分利用这种宏观交通流所固有的周期性特征进行交通控制策略的研究,迭代学习控制在交通控制领域中开始有了更多的应用.迭代学习控制(iterative learning control, ILC)最初是由日本学者Arimoto等<sup>[3]</sup>于1984年为研究机器人操纵器而引入的一种控制算法,它不需要精确的数学模型,能通过系统先前的控制经验和输出误差对系统输入进行不断的学习调整,最终使系统输出达到零误差跟踪期望轨迹的目的.关于迭代学习控制在交通控制领域中的应用,最初,侯忠生等<sup>[4-7]</sup>将迭代学习控制用在了快速路匝道口车流量的控制中,通过对匝道口进入快速路车流量的控制,使入口匝道所在路段的车辆密度完全跟踪上期望密度,有效地提高了快速路的通行效率;而随后闫飞等<sup>[8-11]</sup>在城市路网的交叉口信号控制中引入了迭代学习控制策略,通过对交叉口信号的迭代学习控制,使其能够适应不断变化的交通状况,有效提高了路网的通行效率,并在文献[12]中分析了基于迭代学习控制的交通信号控制策略对路网宏观基本图的影响.目前,迭代学习控制在交通控制领域中的应用,主要是通过使用前一次的迭代跟踪误差序列来计算下一次的控制输入序列,采用该控制方法对于不同的迭代批次有着明显的控制效果,但对时间轴上存在的非重复性实时干扰却不能进行有效的处理.为此,将迭代学习控制与基于时间轴的控制相结合,对非重复性实时干扰进行有效的抑制,可进一步改善迭代学习控制在交通控制中的性能<sup>[2,5-7]</sup>.

模型预测控制(model predictive control, MPC)作为一种优化控制算法具有在线滚动优化和实时校正的特点.它可以根据采集到的实时数据,进行控制方案的调整.如今,模型预测控制在交通控制领域中的研究与应用也取得了一定的成果,如Wang等<sup>[13]</sup>提出了一种基于模型预测控制的交叉口信号控制方法,该方法将整个交通系统分解为基于节点的子系统,并通过模型预测控制对一定循环次数的交通流进行提前优化,从而实现协同工作的控制目标.而Lu等<sup>[14]</sup>采用了一种显式模型预测控制信号分割控制方法,该方法可将重复的在线信号分离优化为离线的信号,通过对交通运输状态相对应的查找表,使实时的信号控制变得更加容易,降低在线优化复杂度的同时,明显提高了实际交通系统的适用性.虽然模型预测控制在交通信号控制中取得了一定的成果,但其控制效果很大程度上依赖于交通流模型的质量.而与之不同的是,迭代学习控制在不确定模型质量的情况下也能使系统输出收敛到参考轨迹,但却不能有效处理非重复性的实时干扰.因此,进行将迭代学习控制与模型预测控

制相结合的交通控制策略的研究,在不过度依赖数学模型质量的同时,又能有效抑制非重复性实时干扰,可以有效结合两种控制算法的优点.关于迭代学习控制与模型预测控制相结合的研究在其他领域已有一些相关成果,如在不同批次的过程处理中Li等<sup>[15]</sup>将迭代学习控制与模型预测控制相结合,在模型预测控制中加入了迭代学习控制函数,使得系统的跟踪能力和抗干扰能力都有了明显的改善.但在交通控制领域,相关的研究与应用却相对较少.

因此,本文在学习了文献[15]中关于迭代学习控制与模型预测控制相结合的方法的基础上,结合路网内车辆密度均衡的控制思想<sup>[16]</sup>,研究了一种基于迭代学习与模型预测控制的交通信号混合控制方法.该方法既包括了迭代学习控制对路网内宏观交通流固有的周期性特点的学习,也有效利用了模型预测控制基于时间轴的控制功能,通过对路网交通信号的实时动态调整,达到有效抑制路网内的非重复实时交通干扰,提高路网通行效率缓解城市交通拥堵的目的.最后本文也对该方法的收敛性进行了分析,并通过仿真实验验证了该方法的有效性.

## 2 预测模型的建立

### 2.1 建立路网交通流模型的系统增量模型

结合实际中的路网交通流情况,本文所采用的城市路网宏观交通流模型是由Gazis等<sup>[17]</sup>早期提出的存储转发模型.假设两相邻交叉口的交通流如图1所示,图中交叉口M和N分别为Z路段相邻的两个交叉口; $q_z$ 为驶离交叉口M进入路段Z的车辆流; $r_z$ 为驶离路段Z进入交叉口N的车辆流; $s_z$ 和 $d_z$ 分别为驶入和驶出路段Z的扰动车辆流.

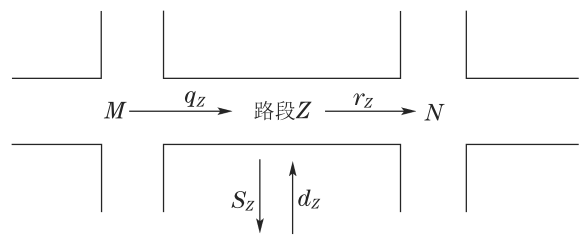


图1 路段交通流模型

Fig. 1 The road traffic flow model

根据图1中的Z路段交通流示意图情况,结合实际路网及交叉口信号灯的相关情况,最终可推导出路网中全部受控路段的交通流状态空间方程,如式(1)所示,具体的交通流模型建模过程可见参考文献[8].

$$\begin{cases} x_k(t+1) = Ax_k(t) + Bu_k(t) + Ed_k(t), \\ y_k(t) = Cx_k(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_k(t+1)$ 为状态向量,反映所有道路的车辆数; $u_k(t)$ 为控制向量为各相位的绿灯时长; $y_k(t)$ 为输出向量,反映所有道路的车辆占有率; $d_k(t)$ 为状态扰动

向量; 状态矩阵 $A$ 为单位矩阵; 输入矩阵 $B$ 反映了路网的拓扑结构、相位、周期、饱和流量及转向率等特征; 输出矩阵 $C$ 为对角矩阵与道路的容纳能力有关. 为了在模型中结合模型预测控制, 此处引入了相邻两时刻的交叉口信号绿灯时长增量关系 $\delta u_k(t) : \delta u_k(t) = u_k(t) - u_k(t-1)$ , 其中 $\delta u_k(t)$ 为第 $k$ 次迭代时, 第 $t$ 时刻和第 $t-1$ 时刻控制输入的增量. 则可将式(1)重新写为城市路网交通流模型的增量模型

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_k(t+1) \\ u_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A} \\ 0 \quad I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k(t) \\ u_k(t-1) \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \tilde{B} \\ I \end{bmatrix} \delta u_k(t) + \begin{bmatrix} \tilde{E} \\ 0 \end{bmatrix} d_k(t), \\ y_k(t) = \begin{bmatrix} C \\ \tilde{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k(t) \\ u_k(t-1) \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (2)$$

表达式(2)可简写为

$$\begin{cases} \tilde{x}_k(t+1) = \tilde{A}\tilde{x}_k(t) + \tilde{B}\delta u_k(t) + \tilde{E}d_k(t), \\ y_k(t) = \tilde{C}\tilde{x}_k(t). \end{cases} \quad (3)$$

## 2.2 预测模型的建立

在有限的时间间隔范围内 $t \in [0, N]$ , 表达式(3)可被整理为输出向量的预测表达式

$$\hat{\mathbf{y}}_k = \mathbf{G}_n \delta \mathbf{u}_k + \mathbf{F}_n \tilde{x}_k(0) + \mathbf{W}_n \mathbf{d}_k, \quad (4)$$

式中: 符号“ $\hat{\cdot}$ ”为预测值符号, 向量 $\hat{\mathbf{y}}_k$ 和 $\mathbf{d}_k$ 以及向量 $\delta \mathbf{u}_k$ 分别为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{y}}_k \triangleq [\hat{y}_k^T(1) \quad \hat{y}_k^T(2) \quad \cdots \quad \hat{y}_k^T(N)]^T, \\ \mathbf{d}_k \triangleq [d_k^T(0) \quad d_k^T(1) \quad \cdots \quad d_k^T(N-1)]^T, \\ \delta \mathbf{u}_k \triangleq [\delta u_k^T(0) \quad \delta u_k^T(1) \quad \cdots \quad \delta u_k^T(N-1)]^T. \end{cases} \quad (5)$$

式(4)中,  $\mathbf{F}_n$ ,  $\mathbf{G}_n$ 和 $\mathbf{W}_n$ 分别定义如下:

$$\begin{cases} \mathbf{F}_n \triangleq [\tilde{C}\tilde{A} \quad \tilde{C}\tilde{A}^2 \quad \cdots \quad \tilde{C}\tilde{A}^N]^T, \\ \mathbf{G}_n \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{B} & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{B} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{N-1}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{A}^{N-2}\tilde{B} & \cdots & \tilde{C}\tilde{B} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{W}_n \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{E} & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A}\tilde{E} & \tilde{C}\tilde{E} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{N-1}\tilde{E} & \tilde{C}\tilde{A}^{N-2}\tilde{E} & \cdots & \tilde{C}\tilde{E} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (6)$$

在式(4)中, 引入相邻两次迭代间的关系, 用符号 $\Delta$ 表示. 则输出预测表达式最终可整理为

$$\hat{\mathbf{y}}_k = \mathbf{y}_{k-1} + \mathbf{G}_n \Delta \delta \mathbf{u}_k + \mathbf{F}_n \Delta \tilde{x}_k(0) + \mathbf{W}_n \Delta \mathbf{d}_k, \quad (7)$$

其中:

$$\begin{cases} \Delta \delta u_k(t) = \{u_k(t) - u_k(t-1)\} - \{u_{k-1}(t) - \\ u_{k-1}(t-1)\}, \\ \Delta \tilde{x}_k(0) = \tilde{x}_k(0) - \tilde{x}_{k-1}(0), \\ \Delta d_k(t) = d_k(t) - d_{k-1}(t). \end{cases} \quad (8)$$

## 2.3 控制目标

在路网条件和车辆数相同的情况下, 由路网的宏观基本图理论可知, 当路网内的车辆密度越均衡时, 其通行效率也相对越高<sup>[18]</sup>. 而道路内的车辆占有率在一定程度上反映了道路的车辆密度情况. 因此, 本文的控制目标为寻找合适的交叉口绿灯时长, 使路网中各交叉口对应道路的车辆占有率趋于均衡. 从而使路网中各道路的车辆密度趋于均衡, 确保交叉口绿灯时间得到充分利用, 有效提高路网的通行效率.

结合实际的路网交通情况, 以具有四条道路的交叉口为例, 同一交叉口相邻各道路之间的车辆占有率差值可任选其中的某一条道路的车辆占有率为参考, 假设选取交叉口1中道路1内的车辆占有率为参考, 则可将交叉口1内剩余其他道路的车辆占有率与道路1的车辆占有率差值作为向量 $\check{\mathbf{y}}_{1,k}(t)$ , 假设该交叉口1在第 $k$ 次迭代第 $t$ 时刻4条道路的车辆占有率分别为 $y_{1,1,k}(t)$ ,  $y_{1,2,k}(t)$ ,  $y_{1,3,k}(t)$ ,  $y_{1,4,k}(t)$ , 则该交叉口各道路的车辆占有率差值情况可描述如下:

$$\begin{aligned} \check{\mathbf{y}}_{1,k}(t) &= \begin{bmatrix} y_{1,2,k}(t) - y_{1,1,k}(t) \\ y_{1,3,k}(t) - y_{1,1,k}(t) \\ y_{1,4,k}(t) - y_{1,1,k}(t) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,1,k}(t) \\ y_{1,2,k}(t) \\ y_{1,3,k}(t) \\ y_{1,4,k}(t) \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{D}_1 \mathbf{y}_{1,k}(t). \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{y}_{1,k}(t)$ 为交叉口1内的道路车辆占有率向量; 对于交叉口1的车辆占有率误差值 $\mathbf{e}_1(k)$ , 可用各道路之间期望的车辆占有率差值 $\check{\mathbf{y}}_{1,d}(t)$ 减去各道路之间实际的占有率差值 $\check{\mathbf{y}}_{1,k}(t)$ 得到, 因此, 对于交叉口1第 $k$ 次的迭代第 $t$ 时刻的误差 $\mathbf{e}_{1,k}(t)$ , 可表示为

$$\mathbf{e}_{1,k}(t) = \check{\mathbf{y}}_{1,d}(t) - \check{\mathbf{y}}_{1,k}(t). \quad (10)$$

通过式(10)可推导出对于整个路网的第 $k$ 次迭代第 $t$ 时刻的误差向量 $\mathbf{e}_k(t)$ 为

$$\mathbf{e}_k(t) = \check{\mathbf{y}}_d(t) - \check{\mathbf{y}}_k(t), \quad (11)$$

式中:  $\check{\mathbf{y}}_d(t)$ 为交叉口对应道路期望的占有率误差向量;  $\check{\mathbf{y}}_k(t) = [\check{\mathbf{y}}_{1,k}(t) \quad \check{\mathbf{y}}_{2,k}(t) \quad \cdots \quad \check{\mathbf{y}}_{N,k}(t)]^T$ ; 控制目标为使误差 $\mathbf{e}_k(t)$ ,  $\forall t \in [0, T]$ 在不断的迭代学习控制中最终接近甚至达到最小值0, 即

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \mathbf{e}_k(t) \rightarrow 0, \quad \forall t \in [0, T], \quad (12)$$

其中 $e_k(t)$ 为第 $k$ 次迭代后的误差.

### 2.4 误差预测模型的建立

由上述式(9)可知,对于整个被控路网有 $\check{y}_k(t) = D\mathbf{y}_k(t)$ ,结合式(7)并对两边同乘 $D$ 可得

$$D\hat{\mathbf{y}}_k = D[\mathbf{y}_{k-1} + \mathbf{G}_n \Delta \delta \mathbf{u}_k + \mathbf{F}_n \Delta \tilde{x}_k(0) + \mathbf{W}_n \Delta \mathbf{d}_k], \quad (13)$$

其中 $D = [D_1 \ D_2 \ \dots \ D_N]^T$ .

根据式(11)对误差 $e_k(t)$ 的定义,结合期望的占有率差值向量 $\check{y}_d(t)$ 和式(13)可进一步整理得到误差预测式

$$\hat{e}_k = e_{k-1} - D\mathbf{G}_n \Delta \delta \mathbf{u}_k - D\mathbf{F}_n \Delta \tilde{x}_k(0) - D\mathbf{W}_n \Delta \mathbf{d}_k. \quad (14)$$

根据式(14)中得到的误差预测模型表达式,在第 $k$ 次迭代的第 $t$ 时刻,对预测范围 $p$ 未来的预测情况可由控制范围 $m$ 之前的控制状态和初始状态来表示,如式(15)所示:

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}_k(t+1) \\ \tilde{e}_k(t+2) \\ \vdots \\ \tilde{e}_k(t+p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{e}_{k-1}(t+1) \\ \tilde{e}_{k-1}(t+2) \\ \vdots \\ \tilde{e}_{k-1}(t+p) \end{bmatrix} - D[I + J + K + M + N], \quad (15)$$

其中:  $I, J$ 表示强迫响应,  $K, M, N$ 表示自由响应,

$$I = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{B} & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{B} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{p-1}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{A}^{p-2}\tilde{B} & \dots & \tilde{C}\tilde{A}^{p-m}\tilde{B} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \delta u_k(t) \\ \Delta \delta u_k(t+1) \\ \vdots \\ \Delta \delta u_k(t+m-1) \end{bmatrix},$$

$$J = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{E} & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A}\tilde{E} & \tilde{C}\tilde{E} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{p-1}\tilde{E} & \tilde{C}\tilde{A}^{p-2}\tilde{E} & \dots & \tilde{C}\tilde{A}^{p-m}\tilde{E} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta d_k(t) \\ \Delta d_k(t+1) \\ \vdots \\ \Delta d_k(t+m-1) \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A}^t\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{A}^{t-1}\tilde{B} & \dots & \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B} \\ \tilde{C}\tilde{A}^{t+1}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{B} & \dots & \tilde{C}\tilde{A}^2\tilde{B} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{t+p-1}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{A}^{t+p-2}\tilde{B} & \dots & \tilde{C}\tilde{A}^p\tilde{B} \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta u_k(0) \\ \Delta \delta u_k(1) \\ \vdots \\ \Delta \delta u_k(t-1) \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A}^t\tilde{E} & \tilde{C}\tilde{A}^{t-1}\tilde{E} & \dots & \tilde{C}\tilde{A}\tilde{E} \\ \tilde{C}\tilde{A}^{t+1}\tilde{E} & \tilde{C}\tilde{E} & \dots & \tilde{C}\tilde{A}^2\tilde{E} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{t+p-1}\tilde{E} & \tilde{C}\tilde{A}^{t+p-2}\tilde{E} & \dots & \tilde{C}\tilde{A}^p\tilde{E} \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} \Delta d_k(0) \\ \Delta d_k(1) \\ \vdots \\ \Delta d_k(t-1) \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{A}^{t+1} \\ \tilde{C}\tilde{A}^{t+2} \\ \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{t+p} \end{bmatrix} \Delta \tilde{x}_k(0).$$

在表达式(15)中,中括号内的自由响应项可以化简为由当前的状态项表示,如取自由响应项第1行进行化简,则其化简过程如下所示:

$$\begin{aligned} & \tilde{C}\tilde{A}^t\tilde{B}\Delta\delta u_k(0) + \tilde{C}\tilde{A}^{t-1}\tilde{B}\Delta\delta u_k(1) + \dots + \\ & \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B}\Delta\delta u_k(t-1) + \tilde{C}\tilde{A}^t\tilde{E}\Delta d_k(0) + \\ & \tilde{C}\tilde{A}^{t-1}\tilde{E}\Delta d_k(1) + \dots + \tilde{C}\tilde{A}\tilde{E}\Delta d_k(t-1) + \\ & \tilde{C}\tilde{A}^{t+1}\Delta\tilde{x}_k(0) = \\ & \tilde{C}\tilde{A}^t(\tilde{A}\Delta\tilde{x}_k(0) + \tilde{B}\Delta\delta u_k(0) + \tilde{E}\Delta d_k(0)) + \\ & \tilde{C}\tilde{A}^{t-1}\tilde{B}\Delta\delta u_k(1) + \dots + \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B}\Delta\delta u_k(t-1) + \\ & \tilde{C}\tilde{A}^{t-1}\tilde{E}\Delta d_k(1) + \dots + \tilde{C}\tilde{A}\tilde{E}\Delta d_k(t-1) = \\ & \tilde{C}\tilde{A}^t\Delta\tilde{x}_k(1) + \tilde{C}\tilde{A}^{t-1}\tilde{B}\Delta\delta u_k(1) + \dots + \\ & \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B}\Delta\delta u_k(t-1) + \tilde{C}\tilde{A}^{t-1}\tilde{E}\Delta d_k(1) + \dots + \\ & \tilde{C}\tilde{A}\tilde{E}\Delta d_k(t-1) = \\ & \tilde{C}\tilde{A}\Delta\tilde{x}_k(t). \end{aligned} \quad (16)$$

结合式(16)中的化简方法,最终可将误差预测模型整理为

$$\hat{e}_k^p(t+1|t) = e_{k-1}^p(t+1) - D\mathbf{G}\Delta\delta u_k^m(t) - D\mathbf{F}\Delta\tilde{x}_k(t) - D\mathbf{W}\Delta\mathbf{d}_k, \quad (17)$$

式中:

$$\mathbf{G} \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{B} & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{B} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{p-1}\tilde{B} & \tilde{C}\tilde{A}^{p-2}\tilde{B} & \dots & \tilde{C}\tilde{A}^{p-m}\tilde{B} \end{bmatrix}, \quad (18a)$$

$$\mathbf{W} \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{C}\tilde{E} & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{C}\tilde{A}\tilde{E} & \tilde{C}\tilde{E} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}\tilde{A}^{p-1}\tilde{E} & \tilde{C}\tilde{A}^{p-2}\tilde{E} & \cdots & \tilde{C}\tilde{A}^{p-m}\tilde{E} \end{bmatrix}, \quad (18b)$$

$$\mathbf{F} \triangleq [\tilde{C}\tilde{A} \ \tilde{C}\tilde{A}^2 \ \cdots \ \tilde{C}\tilde{A}^p]^T. \quad (18c)$$

### 3 基于迭代学习与模型预测控制的控制器设计及收敛性分析

#### 3.1 控制器设计

本文选用如表达式(19)所示的目标函数进行迭代学习与模型预测控制的控制器设计:

$$\min_{\Delta\delta\mathbf{u}_k^m(t)} J = \frac{1}{2} \{ \hat{\mathbf{e}}_k^p(t+1|t)^T \mathbf{Q} \hat{\mathbf{e}}_k^p(t+1|t) + \Delta\delta\mathbf{u}_k^m(t)^T \mathbf{R} \Delta\delta\mathbf{u}_k^m(t) \}, \quad (19)$$

式中: 矩阵 $\mathbf{Q}$ 和矩阵 $\mathbf{R}$ 为非负对角加权矩阵, 其中 $\mathbf{Q} = \text{diag}\{q_1, q_2, \dots, q_p\}$ 为误差权重矩阵,  $q_i$ 为权重系数; 式中的 $\mathbf{R} = r\mathbf{I}$ , 其中 $r$ 是通过平衡输出和输入变量通过试错法获得的,  $\mathbf{I}$ 为对应维数的单位矩阵. 通过将算式(17)带入式(19)中并令其偏导数 $\frac{\partial J}{\partial \Delta\delta\mathbf{u}_k^m(t)}$

$= 0$ , 则可得最优控制律表达式

$$\delta\mathbf{u}_k^m(t) = \delta\mathbf{u}_{k-1}^m(t) + \mathbf{H}(\mathbf{e}_{k-1}^p(t+1) - \mathbf{D}\mathbf{F}\Delta\tilde{x}_k(t)), \quad (20)$$

式中:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{G}^T \mathbf{D}^T \mathbf{Q} \mathbf{D} \mathbf{G} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{D}^T \mathbf{Q}. \quad (21)$$

根据算式(20)最终可得到的学习控制律表达式如下所示:

$$\delta\mathbf{u}_k(t) = \delta\mathbf{u}_{k-1}(t) + \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{e}_{k-1}^p(t+1) - \mathbf{D}\mathbf{F}\Delta\tilde{x}_k(t)), \quad (22)$$

式中

$$\tilde{\mathbf{H}} = [\mathbf{I} \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0] \mathbf{H}, \quad (23)$$

式中的 $\tilde{\mathbf{H}}$ 为学习增益.

因此, 最终得到的绿灯时长计算方法如下:

$$u_k(t) = u_k(t-1) + \delta u_k(t). \quad (24)$$

由于在实际的交通路网中, 城市的各个交叉口信号周期时长一般为固定不变的, 且交叉口信号中的绿灯时长会受到现实环境的限制, 因此实际的交叉口信号绿灯时长必然存在一定的范围. 因此, 绿灯时长及控制律应满足如下约束:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{u}_{\max}, \\ \delta\mathbf{u}_{\min} \leq \delta\mathbf{u}(k) \leq \delta\mathbf{u}_{\max}, \\ \sum_{i \in F_M} u_{M,i}(k) + t_L = C, \end{cases} \quad (25)$$

其中:  $F_M$ 为交叉口 $M$ 对应的相位集合;  $u_{M,i}(k)$ 为交叉口 $M$ 对应 $i$ 相位的绿灯持续时间;  $t_L$ 为一个周期的总损失时间;  $C$ 为周期时间.

#### 3.2 基本假设

为了便于稍后的收敛性分析, 此处做出以下假设.

**假设 1** 在系统重复的迭代过程中, 满足初始重置条件, 即

$$\mathbf{x}_k(0) = \mathbf{x}_d(0), \mathbf{y}_k(0) = \mathbf{y}_d(0), \quad (26)$$

式中:  $\mathbf{x}_d(0)$ 和 $\mathbf{y}_d(0)$ 分别为期望状态的初值和期望输出的初值,  $k$ 为迭代次数.

**假设 2** 相邻两次迭代间的扰动变化量为有界, 其界为 $b_d$ , 即

$$\sup_{t \in [0, T]} \|\mathbf{d}_{k+1}(t) - \mathbf{d}_k(t)\| \leq b_d, \quad (27)$$

式中 $\mathbf{d}_k(t)$ 和 $\mathbf{d}_{k+1}(t)$ 分别为第 $k$ 次迭代和第 $k+1$ 次迭代的扰动.

假设1中要求在系统重复的迭代学习过程中, 初始状态与期望状态保持一致, 而在实际的路网交通流中该条件可能无法得到满足. 由于交通流初始状态的变化通常是在一个很小的范围内波动, 因此当该条件无法满足时, 可将初始状态与期望状态的变化量假定为有界值, 即采用文献[12]中的方法进行处理.

#### 3.3 收敛性分析

本文借鉴了文献[15]中的收敛性分析方法和思路对本文的方法进行收敛性的分析.

根据上述式(22)可知控制律为

$$\Delta\delta\mathbf{u}_k(t) = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{e}_{k-1}^p(t+1) - \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{D}\mathbf{F}\Delta\tilde{x}_k(t). \quad (28)$$

通过表达式(3)和相邻迭代间的关系可进一步推导出 $\Delta\tilde{x}_k(t)$ 如下所示:

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{x}_k(t) = & \tilde{A}\Delta\tilde{x}_k(t-1) + \tilde{B}\Delta\delta\tilde{u}_k(t-1) + \tilde{E}\Delta\tilde{d}_k(t-1) = \\ & \sum_{i=0}^{t-1} \tilde{A}_k^i \tilde{B}_k \Delta\delta\tilde{u}_k(t-1-i) + \tilde{E}\Delta\tilde{d}_k(t-1). \end{aligned} \quad (29)$$

结合式(28)–(29)整理可得

$$\begin{aligned} \Delta\delta\mathbf{u}_k(0) = & \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{e}_{k-1}^p(1) - \varepsilon_1 \Delta\tilde{x}_k(0) = \\ & \tilde{H}_1 \mathbf{e}_{k-1}(1) + \tilde{H}_2 \mathbf{e}_{k-1}(2) + \cdots + \tilde{H}_p \mathbf{e}_{k-1}(p), \end{aligned} \quad (30a)$$

$$\begin{aligned} \Delta\delta\mathbf{u}_k(1) = & \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{e}_{k-1}^p(2) - \varepsilon_1 \Delta\tilde{x}_k(1) = \\ & \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{e}_{k-1}^p(2) - \varepsilon_1 \tilde{B}_k \Delta\delta\mathbf{u}_k(0) - \varepsilon_1 \tilde{E}_k \Delta\mathbf{d}_k(0), \end{aligned} \quad (30b)$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ \Delta\delta\mathbf{u}_k(N-1) = & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \bar{\mathbf{H}}\mathbf{e}_{k-1}^p(N) - \varepsilon_1 \sum_{i=0}^{N-2} \tilde{A}_k^i \tilde{B}_k \Delta \delta u_k(N-2-i) - \\ & \varepsilon_1 \sum_{i=0}^{N-2} \tilde{A}_k^i \tilde{E}_k \Delta d_k(N-2-i). \end{aligned} \quad (30c)$$

根据式(30)通过归纳整理可得表达式

$$\mathbf{H}_b \Delta \delta \mathbf{u}_k = \bar{\mathbf{H}} \mathbf{e}_{k-1} - \mathbf{H}_d \Delta \mathbf{d}_k, \quad (31)$$

式中:

$$\left\{ \begin{aligned} & \mathbf{H}_b \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & \cdots & 0 \\ \varepsilon_1 B_k & \mathbf{I} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_1 A_k^{N-2} B_k & \varepsilon_1 A_k^{N-3} B_k & \cdots & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \\ & \mathbf{H}_d \triangleq \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \varepsilon_1 E_k & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_1 A_k^{N-2} E_k & \varepsilon_1 A_k^{N-3} E_k & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \\ & \varepsilon_1 = \bar{\mathbf{H}} \mathbf{D} \mathbf{F}, \\ & \Delta \delta \mathbf{u}_k \triangleq \begin{bmatrix} \Delta \delta u_k(0) \\ \Delta \delta u_k(1) \\ \vdots \\ \Delta \delta u_k(N-1) \end{bmatrix}, \\ & \mathbf{e}_{k-1} \triangleq \begin{bmatrix} e_{k-1}(1) \\ e_{k-1}(2) \\ \vdots \\ e_{k-1}(N) \end{bmatrix}, \\ & \bar{\mathbf{H}} \triangleq \begin{bmatrix} \bar{H}_1 & \bar{H}_2 & \cdots & \bar{H}_P & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \bar{H}_1 & \bar{H}_2 & \cdots & \bar{H}_P & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{H}_1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \right. \quad (32)$$

根据式(31), 最终可得到系统误差与控制输入的关系式

$$\Delta \delta \tilde{\mathbf{u}}_k = \mathbf{H}_b^{-1} (\bar{\mathbf{H}} \mathbf{e}_{k-1} - \mathbf{H}_d \Delta \mathbf{d}_k). \quad (33)$$

将等式(14)与等式(33)结合, 整理可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_k &= \mathbf{e}_{k-1} - \mathbf{D} \mathbf{G}_n \mathbf{H}_b^{-1} (\bar{\mathbf{H}} \mathbf{e}_{k-1} - \mathbf{H}_d \Delta \mathbf{d}_k) - \\ & \mathbf{D} \mathbf{F}_n \Delta \tilde{\mathbf{x}}_k(0) - \mathbf{D} \mathbf{W}_n \Delta \mathbf{d}_k. \end{aligned} \quad (34)$$

根据假设1可知  $\Delta \tilde{\mathbf{x}}_k(0) = \tilde{\mathbf{x}}_k(0) - \tilde{\mathbf{x}}_{k-1}(0) = 0$ . 因此式(34)可进一步整理为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_k &= \mathbf{e}_{k-1} - \mathbf{D} \mathbf{G}_n \mathbf{H}_b^{-1} \bar{\mathbf{H}} \mathbf{e}_{k-1} + \mathbf{D} \mathbf{G}_n \mathbf{H}_b^{-1} \mathbf{H}_d \Delta \mathbf{d}_k - \\ & \mathbf{D} \mathbf{W}_n \Delta \mathbf{d}_k. \end{aligned} \quad (35)$$

将式(35)进一步化简, 可得

$$\mathbf{e}_k = \varepsilon_2 \mathbf{e}_{k-1} + \varepsilon_3 \Delta \mathbf{d}_k, \quad (36)$$

式中:

$$\begin{cases} \varepsilon_2 = \mathbf{I} - \mathbf{D} \mathbf{G}_n \mathbf{H}_b^{-1} \bar{\mathbf{H}}, \\ \varepsilon_3 = \mathbf{D} \mathbf{G}_n \mathbf{H}_b^{-1} \mathbf{H}_d - \mathbf{D} \mathbf{W}_n. \end{cases} \quad (37)$$

对式(36)两边取范数可得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_k\| &= \|\varepsilon_2\| \|\mathbf{e}_{k-1}\| + \|\varepsilon_3\| \|\Delta \mathbf{d}_k\| \leq \\ & \|\varepsilon_2\| \|\mathbf{e}_{k-1}\| + \|\varepsilon_3\| b_d. \end{aligned} \quad (38)$$

由式(38)可进一步推导出

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}_k\| &\leq \\ & \|\varepsilon_2\| \|\mathbf{e}_{k-1}\| + \|\varepsilon_3\| b_d \leq \\ & \|\varepsilon_2\|^2 \|\mathbf{e}_{k-2}\| + \|\varepsilon_2\| \|\varepsilon_3\| b_d + \|\varepsilon_3\| b_d \leq \\ & \|\varepsilon_2\|^{k-1} \|\mathbf{e}_1\| + \cdots + \|\varepsilon_2\| \|\varepsilon_3\| b_d + \|\varepsilon_3\| b_d \leq \\ & \|\varepsilon_2\|^{k-1} \|\mathbf{e}_1\| + \frac{\|\varepsilon_3\| b_d (1 - \|\varepsilon_2\|^{k-2})}{1 - \|\varepsilon_2\|}. \end{aligned} \quad (39)$$

由文中对  $\varepsilon_3$  的定义可知,  $\varepsilon_3$  为定常矩阵, 而  $b_d$  为相邻两次迭代间的扰动变化量有界值, 因此对于式(39)当迭代次数  $\lim_{k \rightarrow \infty}$  时, 若当  $\|\varepsilon_2\| < 1$  时, 则有

$$\|\mathbf{e}_k\| \leq \frac{\|\varepsilon_3\| b_d}{1 - \|\varepsilon_2\|}. \quad (40)$$

因此, 随着迭代次数的增加, 误差范数  $\|\mathbf{e}_k\|$  最终会收敛到有界值  $\frac{\|\varepsilon_3\| b_d}{1 - \|\varepsilon_2\|}$ . 故系统的收敛性得到了证明.

## 4 仿真实验

### 4.1 仿真参数设置

为了进一步验证本文所研究的基于迭代学习与模型预测控制的交通信号混合控制方法的有效性, 本文选取了太原市某区域的部分主要道路作为仿真测试区域如图2, 通过VISSIM和MATLAB搭建的仿真平台进行对比仿真实验. 该区域的道路结构简图如图3所示, 共包含9个交叉口和23条双向通行道路, 各道路所包含的车道数见表1, 每条车道宽约为3 m, 根据HCM 2000手册可估算出每条单向行驶车道理想情况下的饱和流量为1800 veh/h, 但由于在实际的道路中饱和流量受道路环境等诸因素的影响, 因此实际的道路饱和流量计算方式如下:

$$C_p = C_B \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4, \quad (41)$$

式中:  $C_p$  为实际的道路饱和流量;  $C_B$  为理想情况下道路的饱和流量;  $R_1$  为道路宽度修正系数取值为0.75;  $R_2$  为侧向净空修正系数取值为0.8;  $R_3$  为行车视距修正系数取值为0.8;  $R_4$  为沿途修正系数取值为0.7. 以上取值均结合仿真路网与HCM2000手册计算得出, 因此最终计算出各道路实际的饱和流量如表2所示.

本次仿真实验共采用了4种交通信号控制方案进行对比实验, 控制方案具体如下:

1) 固定配时: 通过经典的韦伯斯特配时法给出交叉口固定配时的绿信比约为1: 1;

2) 模型预测控制: 根据交通流模型(1), 可将其简化为非线性交通流模型如下:

$$\mathbf{y}(t+1) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t), \mathbf{u}(t)), \quad (42)$$

式(42)中的 $f(\cdot)$ 为非线性函数, 若设定预测时域为 $N_p$ , 则有

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{y}}(t) = [\hat{y}(t+1|t) \ \hat{y}(t+2|t) \ \cdots \ \hat{y}(t+N_p|t)]^T, \\ \hat{\mathbf{x}}(t) = [\hat{x}(t|t) \ \hat{x}(t+1|t) \ \cdots \ \hat{x}(t+N_p-1|t)]^T, \\ \mathbf{u}(t) = [u(t) \ u(t+1) \ \cdots \ u(t+N_p-1)]^T, \end{cases} \quad (43)$$

式中符号“ $\hat{\cdot}$ ”表示为预测值.



图2 太原市某区域路网

Fig. 2 The regional network of Taiyuan

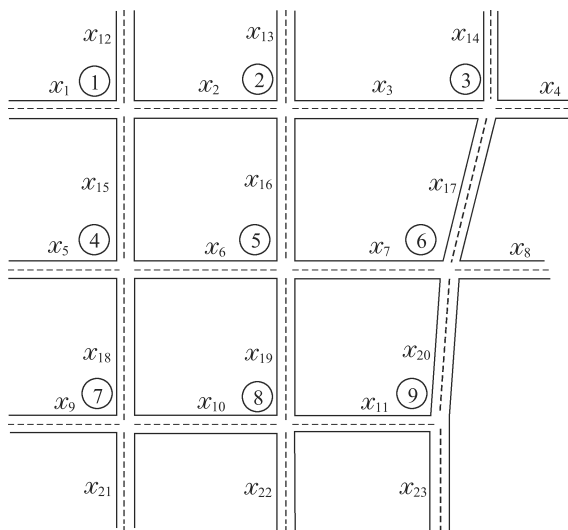


图3 太原市某区域路网结构简图

Fig. 3 The road network structure of one region in Taiyuan

表1 各路段车道数

Table 1 The number of lanes in each link	
道路情况	道路编号
双向3车道	$x_1, x_2, x_3, x_4, x_9,$ $x_{10}, x_{11}, x_{14}, x_{17}, x_{20}, x_{23}$
双向4车道	$x_{12}, x_{13}, x_{15}, x_{16}, x_{18}, x_{19}, x_{21}, x_{22}$
双向7车道	$x_5, x_6, x_7, x_8$

表2 道路实际饱和流量(veh/h)

Table 2 The actual capacity of the road (veh/h)	
道路情况	饱和流量
7车道	4233
4车道	2419
3车道	1814

本次模型预测控制方案选取的优化目标函数为

$$\min_{\mathbf{u}(t)} J = \min_{\mathbf{u}(t)} \sum_{i=t+1}^{t+p} (\mathbf{y}_d(i) - \hat{\mathbf{y}}(i|t))^2, \quad (44)$$

$$\text{s.t. } \hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t),$$

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(t) \leq \mathbf{u}_{\max},$$

$$\Phi(\mathbf{u}(t)) = 0(\text{信号周期恒定}),$$

$$\mathbf{y}(t+j+1) = F(\mathbf{x}(t+j), \mathbf{y}(t+j), \mathbf{u}(t+j)),$$

$$j = 0, 1, \dots, N_p - 1.$$

(45)

最终可通过式(44)获得预测优化后的信号绿灯时长 $\mathbf{u}(t)$ .

3) 迭代学习控制: 以交叉口对应道路的车辆占有率均衡为控制目标, 使用的交通流模型和对误差 $\mathbf{e}_k$ 的定义均与本文所描述的一致, 采用 $P$ 型迭代学习控制律, 具体获得的信号绿灯时长 $\mathbf{u}_k(t)$ 的控制律为

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \beta \mathbf{e}_k(t+1). \quad (46)$$

由参考文献[7]可知, 当 $\|I - CB\beta\| < 1$ 时, 系统(1)会在控制律(46)的作用下使系统的输出沿迭代轴收敛于期望输出. 关于迭代学习增益矩阵 $\beta$ 的取值可结合系统(1)通过算式 $\beta = (CB)^{-1}$ 方法获得.

4) 基于迭代学习与模型预测控制的混合控制方法: 采用本文所研究的控制策略.

其他仿真参数设置如下: 由于在实际路网的主干道中, 交通流中的直行车辆数要略多于其他转向的车辆数, 因此为便于仿真, 本次不同路段间的转向率直行: 左转: 右转均设置为3: 1: 1; 路网交叉口均设置为东西和南北2个相位, 信号周期时长均设置为120 s; 不同控制方案的绿信比初始设置均为1: 1; 每次实验仿真时长为3600 s; 结合表2中的各道路饱和流量情况, 本次仿真路网的综合输入流量占饱和流量的百分比情况如表3所示, 具体的车辆输入情况如表4; 其他仿

真参数均采用VISSIM的默认值。

表3 输入流量占饱和流量的百分比

Table 3 The input flow as a percentage of saturated flow

时段/min	饱和流量百分比/%
0 ~ 20	0.8
20 ~ 40	1
40 ~ 60	0.9

表4 路网的起始输入流量(veh/h)

Table 4 The inflows of the road network (veh/h)

时段/min	$x_1, x_4, x_9,$	$x_{13}, x_{22}$	$x_5, x_8$
	$x_{12}, x_{14}, x_{21}, x_{23}$		
0 ~ 20	1600	3000	2000
20 ~ 40	2000	3400	2400
40 ~ 60	1800	3200	2200

### 4.2 仿真结果分析

本次仿真采用不同的VISSIM随机种子数模拟每天不同时刻车辆进入路网的波动情况如图4; 结合本文的控制目标, 最终通过仿真得到了固定配时, 模型预测控制, 迭代学习控制以及本文研究的迭代学习与模型预测控制混合控制4种不同控制方案下的路网道路车辆密度差值情况如图5, 可以看出相对比其他3种控制方案, 迭代学习与模型预测控制混合控制方案在相同的条件下能更有效的均衡路网内的车辆密度, 因此该方案下的路网内道路车辆密度差值也最小, 同时迭代学习控制和模型预测控制方案也要优于传统的固定配时方案. 而图6给出了不同控制方案下路网的车辆平均延迟时间情况. 可以看出在迭代学习与模型预测控制混合控制方案下路网中的车辆平均延迟时间也明显少于其他3种控制方案.

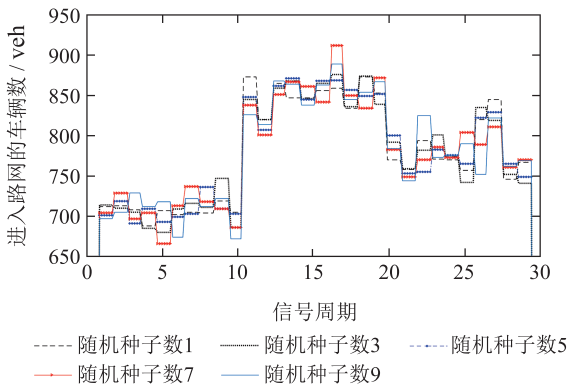


图4 VISSIM设置不同随机种子数时的车辆进入路网情况

Fig. 4 The vehicles entering situation of the road network when VISSIM sets different random seed numbers

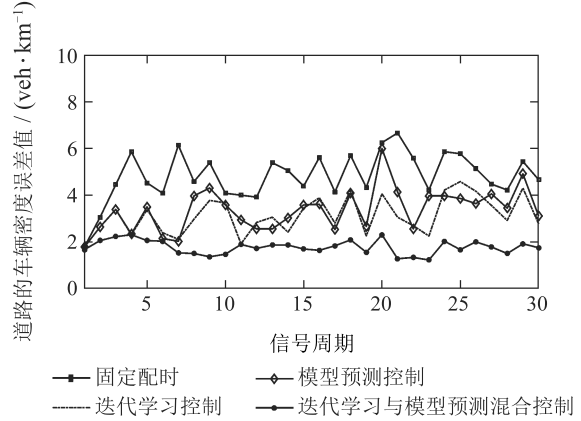


图5 4种控制方案下道路的车辆密度误差值

Fig. 5 The error value of vehicle density at network road for the four control schemes

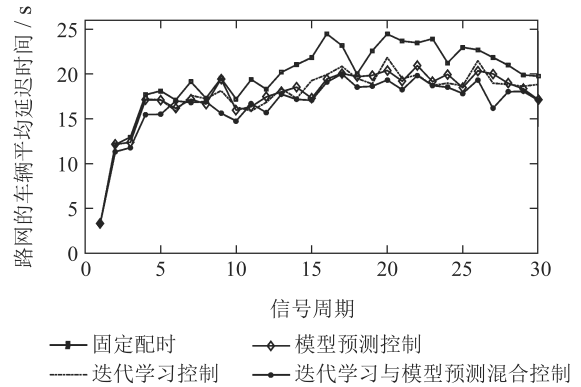


图6 4种控制方案下路网的平均延迟时间

Fig. 6 The average delay time of road network for the four control schemes

图7为路网内的车辆平均停车次数情况, 同样也可以看出迭代学习与模型预测控制混合控制方案下车辆的平均停车次数也整体少于其他3种控制方案; 关于4种控制方案对路网中车辆平均速度的影响, 通过图8可以看出, 经过迭代学习与模型预测控制混合控制方案后的路网车辆平均速度整体也要略高于其他3种控制方案.

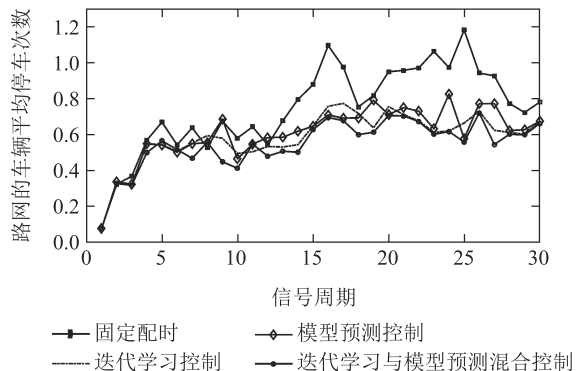


图7 4种控制方案下路网的平均停车次数

Fig. 7 The average number of stops for the four control schemes



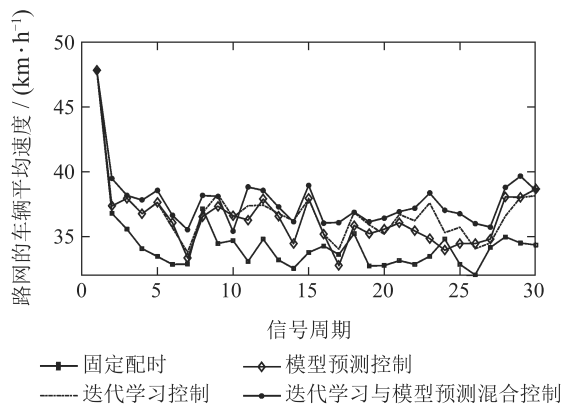


图8 4种控制方案下路网内车辆的平均速度

Fig. 8 The average speed of vehicles for the four control schemes

为了更清楚的对比几种不同的控制策略在有无扰动时对单个交叉口的影响, 此处以交叉口5为例, 进行了有无扰动时交叉口道路车辆密度差值情况的仿真实验, 本次实验对交叉口5东西方向的道路增加了20%的车辆扰动, 其他仿真参数不变. 仿真结果如图9-12.

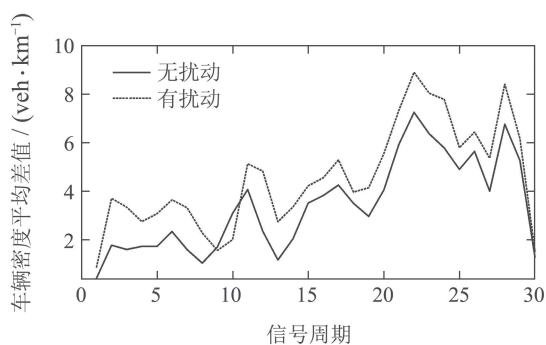


图9 固定配时方案下交叉口5的道路车辆密度平均差值

Fig. 9 The average difference of road vehicle density at intersection 5 for the fixed timing scheme

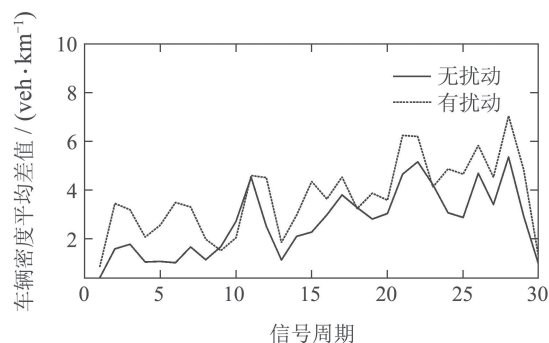


图10 迭代学习控制方案下交叉口5的道路车辆密度平均差值

Fig. 10 The average difference of road vehicle density at intersection 5 for the iterative learning control scheme

图9-12可以看出迭代学习控制和模型预测控制以及本文研究的迭代学习与模型预测控制混合控制方

案均能减小道路车辆密度的平均差值, 但在加有扰动的情况下, 本文所研究的迭代学习与模型预测控制混合控制方案受扰动影响相对更小.

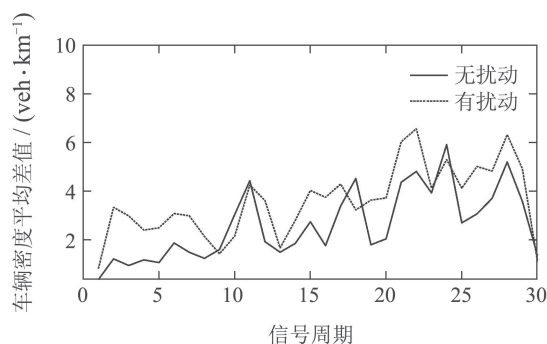


图11 模型预测控制方案下交叉口5的道路车辆密度平均差值

Fig. 11 The average difference of road vehicle density at intersection 5 for the model predictive control scheme

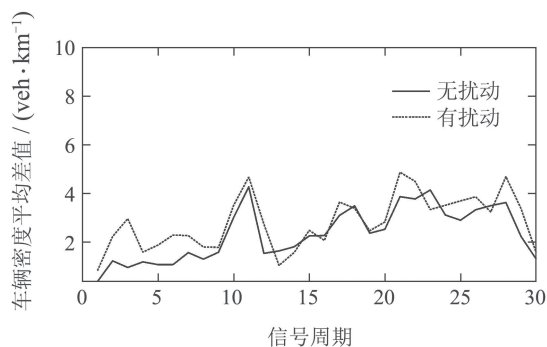


图12 代学习与模型预测混合控制方案下交叉口5的道路车辆密度平均差值

Fig. 12 The average difference of road vehicle density at intersection 5 for the iterative learning and model prediction hybrid control scheme

因此, 综合交叉口5的相关仿真以及全路网的仿真结果分析可知, 在路网道路存在一定扰动且路网内的综合输入车流量在道路的饱和流量附近波动时, 本文研究的基于迭代学习与模型预测控制混合控制的交通信号控制方案可在不改变道路设施的基础上, 通过对交叉口信号的控制调节, 能更有效的提高路网的通行效率.

### 5 总结

本文研究了一种基于迭代学习与模型预测控制的交通信号混合控制方法. 综合了迭代学习控制和模型预测控制的优点, 通过对路网历史车流信息的学习并结合当前的交通流状况, 实现对交叉口绿灯时间的自适应调整, 有效克服了基于单一迭代学习控制的交通信号控制策略不能有效处理非重复性实时扰动的缺点, 同时减少了基于模型预测控制的交通信号控制策略对交通流模型的过分依赖, 该方法有效提高了交叉

口信号的控制效率. 最后以太原市的某路网为例进行了仿真验证, 结果验证了该方法的有效性.

### 参考文献:

- [1] GENDERS W, RAZAVI S. Asynchronous n-step Q-learning adaptive traffic signal control. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 2019, 23(4): 319 – 331.
- [2] HOU Z S, XU J X, YAN J W. An iterative learning approach for density control of freeway traffic flow via ramp metering. *Transportation Research Part C*, 2008, 16(1): 71 – 97.
- [3] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robots by learning. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123 – 140.
- [4] HOU Z S, XU J X. Freeway traffic density control using iterative learning control approach. *International Conference on Intelligent Transportation Systems*. Shanghai, China: IEEE, 2003: 1081 – 1086.
- [5] HOU Zhongsheng, YAN Jingwen. Model free adaptive control based freeway ramp metering with feedforward iterative learning controller. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(5): 588 – 595.  
(侯忠生, 宴静文. 带有迭代学习前馈的快速路无模型自适应入口匝道控制. *自动化学报*, 2009, 35(5): 588 – 595.)
- [6] HOU Z S, XU X, YAN J W, et al. A complementary modularized ramp metering approach based on iterative learning control and ALINE. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2011, 12(4): 1305 – 1318.
- [7] HOU Z S, YAN J W, XU J X, et al. Modified iterative-learning-control-based ramp metering strategies for freeway traffic control with iteration-dependent factors. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2012, 13(2): 606 – 618.
- [8] YAN Fei, TIAN Fuli, SHI Zhongke. Iterative learning control strategy for traffic signal of urban area. *Control and Decision*, 2015, 30(8): 1411 – 1416.  
(闫飞, 田福礼, 史忠科. 城市区域交通信号迭代学习控制策略. *控制与决策*, 2015, 30(8): 1411 – 1416.)
- [9] YAN F, TIAN F L, SHI Z K. An extended signal control strategy for urban network traffic flow. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2016, 445(3): 117 – 127.
- [10] YAN F, TIAN F L, SHI Z K. Effects of iterative learning based signal control strategies on macroscopic fundamental diagrams of urban road networks. *International Journal of Modern Physics C*, 2016, 27(4): 1650045.
- [11] YAN F, YAN G W, REN M F, et al. A novel control strategy for balancing traffic flow in urban traffic network based on iterative learning control. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2018, 508(10): 519 – 531.
- [12] YAN Fei, TIAN Fuli, SHI Zhongke. Iterative learning control for urban traffic signals and the impacts on macroscopic fundamental diagram of road networks. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(5): 645 – 652.  
(闫飞, 田福礼, 史忠科. 城市交通信号的迭代学习控制及其对路网宏观基本图的影响. *控制理论与应用*, 2016, 33(5): 645 – 652.)
- [13] WANG Y, WANG D W, XU B, et al. Junction-based model predictive control for urban traffic light control. *International Conference on Connected Vehicles and Expo*. Las Vegas, USA: IEEE, 2013: 54 – 59.
- [14] LU K, DU P P, CAO J D, et al. A novel traffic signal split approach based on explicit model predictive control. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2019, 155(1): 105 – 114.
- [15] LI J, WEN D T. Just-in-time learning based integrated MPC–ILC control for batch processes. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2018, 26(8): 1713 – 1720.
- [16] SHIM J, YEO J, LEE S, et al. Empirical evaluation of influential factors on bifurcation in macroscopic fundamental diagrams. *Transportation Research Part C*, 2019, 102(5): 509 – 520.
- [17] GAZIS D C, POTTS R B. The oversaturated intersection. *Proceedings of the 2nd International Symposium on the Theory of Road Traffic Flow*. Paris: Organization for Economic Cooperation and Development, 1965: 221 – 237.
- [18] DAGANZO C F, GEROLIMINIS N. An analytical approximation for the macroscopic fundamental diagram of urban traffic. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2008, 42(9): 771 – 781.

### 作者简介:

闫飞 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为迭代学习控制、城市交通信号控制、智能交通系统, E-mail: yanfei@tyut.edu.cn;

李浦 硕士研究生, 目前研究方向为迭代学习控制、城市交通信号控制, E-mail: lipu.lp@aliyun.com;

续欣莹 教授, 硕士生导师, 目前研究方向为粒计算、计算机视觉、智能控制, E-mail: xuxinying@tyut.edu.cn.