

含有非匹配干扰和未知动态的非仿射系统滑模控制算法

朱 斌¹, 孙瑞胜^{1†}, 陈洁卿¹, 陈 伟¹, 严大卫²

(1. 南京理工大学 能源与动力工程学院, 江苏 南京 210094; 2. 中国运载火箭技术研究院 战术武器事业部, 北京 100076)

摘要: 针对含有非匹配干扰和未知动态的非仿射系统控制问题, 提出了一种基于扩张状态观测器(ESO)的改进滑模控制(SMC)方案. 本文首先利用扩张状态观测器, 将原系统转变为一个包含干扰的二阶积分级联系统, 使含有未知动态的非仿射系统控制器设计问题转化为二阶积分级联系统的控制器设计问题, 从而使得控制器在设计过程中不需要对对象模型完全已知. 为了改善ESO的瞬态性能, 提出了一种含有预设性能函数(PPF)的改进ESO, 利用PPF对估计误差进行约束, 抑制ESO收敛过程中的振荡和超调. 其次, 提出了一种带有修正项的改进滑模面, 在降低ESO估计误差所带来的非匹配干扰影响的同时, 也提高控制系统的收敛速度和跟踪精度. 仿真算例表明, 所提的改进ESO能够更快收敛, 振荡次数显著减少, 改进的滑模控制能够处理非匹配干扰的影响, 并获得更快的收敛速度以及更高的跟踪精度.

关键词: 非仿射系统; 非匹配干扰; 预设性能函数(PPF); 扩张状态观测器(ESO); 滑模控制(SMC)

引用格式: 朱斌, 孙瑞胜, 陈洁卿, 等. 含有非匹配干扰和未知动态的非仿射系统滑模控制算法. 控制理论与应用, 2021, 38(6): 862 – 870

DOI: 10.7641/CTA.2020.00277

Sliding mode control for unknown non-affine system with mismatched disturbances

ZHU Bin¹, SUN Rui-sheng^{1†}, CHEN Jie-qing¹, CHEN Wei¹, YAN Da-wei²

(1. School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China;

2. Tactical Weapons Division, Chinese Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

Abstract: A sliding mode control (SMC) scheme based on the extended state observer (ESO) is proposed for unknown non-affine systems with mismatched disturbances. By using the extended state observer, the original system is transformed into a second-order integral series system with disturbance, and the problem of control design for the non-affine system with unknown dynamics and disturbances is transformed into that of an integral series system. Therefore, it is not necessary to completely know the model during the control design. Firstly, a modification with the prescribed performance function (PPF) is introduced into ESO design for improving the transient performance of the ESO. In the design, the PPF guarantees the bound of the estimation error and suppresses the oscillation and overshoot in the response process. Then, a sliding surface with a correction term is proposed to reduce the influence of mismatched disturbances caused by ESO estimation error, and improve the tracking speed and accuracy of the control scheme. Finally, the simulation results show that the proposed ESO converges faster and the oscillations are significantly suppressed. The improved SMC can deal with mismatched disturbances and has a faster convergence speed and higher tracking accuracy.

Key words: non-affine system; mismatched disturbance; prescribed performance function (PPF); extended state observer (ESO); sliding mode control (SMC)

Citation: ZHU Bin, SUN Ruisheng, CHEN Jieqing, et al. Sliding mode control for unknown non-affine system with mismatched disturbances. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(6): 862 – 870

1 引言

近年来, 通过与自适应、神经网络、模糊控制等理论的相互结合, 滑模控制^[1-4]、反步法^[5-8]、反馈线性化^[9-10]等方法在非线性控制领域涌现出许多新的成

果. 然而, 现有的研究成果绝大多数是解决仿射形式的非线性系统控制问题, 针对非仿射形式的非线性系统, 相关的研究成果仍然较少^[11]. 非仿射系统没有“控制增益”和“控制方向”的概念, 这使得针对仿

收稿日期: 2020-05-14; 录用日期: 2020-12-31.

†通信作者. E-mail: srscom@163.com; Tel.: +86 25-84315483.

本文责任编辑: 武玉强.

国家自然科学基金项目(51809138), 中国博士后科学基金项目(2019M651837)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (51809138) and the China Postdoctoral Science Foundation (2019M651837).

射形式的大量非线性控制方法难以直接使用. 但对于真实物理系统而言, 非仿射系统比仿射非线性系统更为广泛的存在. 因此, 对非仿射系统控制方法的研究可以解决更多的实际控制问题.

目前, 针对非仿射系统控制问题的主要思路有两种^[12]. 一是通过隐函数定理或中值定理将系统转化为仿射形式, 二是从原有模型中分离出线性控制项, 然后利用神经网络/模糊控制等逼近结构获取新的非线性项. 例如, 文献[13]通过自适应网络对非线性项进行逼近. 文献[11]则提出一种采用Nussbaum型函数处理非线性项的方法. 但文献[13-14]指出, 基于神经网络/模糊控制等逼近结构的方法在处理高级系统时, 往往需要虚拟控制量的导数信号, 增加了设计难度. 并且神经网络等方法待设计参数多, 输入复杂, 运算量大. 而文献[14]提出了一种使用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)进行非线性项估计的方法. ESO结构简单, 估计能力强, 这种方法大大简化了估计结构的设计难度. 然而需要注意到, ESO本质是一类高增益观测器, 因此存在高增益观测器中的峰化现象^[15], 可能导致状态变量超出稳定吸引区导致系统发散. 特别是某些场景中, 需要ESO有很快的估计速度, 而提高增益是增加观测器估计速度的一种最常见选择, 但这也带来一些负面影响. 例如提高增益后, 观测器在收敛初期的估计误差就可能出现超调、振荡等现象. 这些都可能导致状态变量超出稳定吸引区导致系统发散. 对此, 本文提出了一种基于预设性能函数的改进ESO结构, 以实现估计过程中瞬态性能表现改善的目的. 改进结构通过引入预设性能函数(prescribed performance function, PPF), 并进行估计误差变换, 在不改变ESO原有能力的基础上, 限制估计误差始终保持在一个预先设计的边界之内, 达到了约束瞬态性能表现的目的. 进而改善估计过程中出现的超调和振荡现象, 使得ESO在拥有较快估计速度的同时, 其估计初期的瞬态性能表现仍然能满足设计约束要求.

在通过ESO的变换后, 非仿射系统可以表达为如下形式的二阶系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + w_1, \\ \dot{x}_2 = u + w_2. \end{cases} \quad (1)$$

系统(1)是典型的包含匹配干扰和非匹配干扰的二阶系统. 其中 w_1 和 w_2 是每阶方程中除去第1项之后的未知总和扰动. 在使用传统自抗扰控制方法对式(1)进行控制时, 有两种方案: 一种是设计两个级联的自抗扰控制器, 另一种是直接将 u 设计为一个能够克服上述两种类型干扰的鲁棒控制律. 但无论哪种方法, 都需要考虑 w_1 和 w_2 的估计误差所带来的影响. 本文提出了一种基于滑模控制的方法, 并对滑模面的设计做出改进, 将所有不确定误差的处理统一转移到滑模面的设计当中, 使得系统具有更高的鲁棒性. 改进方

法放宽了传统滑模面 $s = 0$ 的要求, 只需要 s 收敛至一充分小的区间即可. 同时, 利用ESO的估计能力将未知非仿射系统转换为一个已知的仿射系统, 克服了滑模控制(sliding mode control, SMC)需要模型已知或部分已知的条件, 拓宽了SMC的应用范围.

2 问题描述

2.1 含有非匹配干扰的非仿射系统模型

考虑如下含有非匹配干扰的二阶单输入单输出(single input single output, SISO)非仿射系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2) + d_1, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, u) + d_2, \end{cases} \quad (2)$$

其中: x_1 和 x_2 是系统的状态变量, u 是系统的控制输入, d_1 和 d_2 是未知外部扰动, 而 f_1 和 f_2 是含有未知动态的非线性函数. 对于系统(2), 给出如下假设.

假设 1 系统状态 x_1 和 x_2 是已知的.

假设 2 f_1 和 f_2 是光滑连续非线性函数, 且存在正数 γ_1 和 γ_2 , 使得对于所有 $(x_1, x_2, u) \in \mathbb{R}^3$, 满足

$$\left| \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right| \geq \gamma_1, \quad \left| \frac{\partial f_2}{\partial u} \right| \geq \gamma_2,$$

且偏导数符号已知. 干扰 $d_i (i = 1, 2)$ 是可微的, 且导函数有界.

假设2是系统(1)全局可控的充分条件^[16]. 此外, 偏导数 $\frac{\partial f_1}{\partial x_2}$ 和 $\frac{\partial f_2}{\partial u}$ 的符号与具体对象相关联, 本文为了便于后文公式的书写及讨论, 假定偏导数符号均为正. 在处理具体问题时, 则需要根据系统特性确定符号正负.

令 $y_{i1} = x_i (i = 1, 2)$, 并将系统(2)变形为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{y}_{11} = \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)y_{21} + y_{12}, \\ \dot{y}_{21} = \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)u + y_{22}, \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} y_{12} &= f_1 + d_1 - \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)x_2, \\ y_{22} &= f_2 + d_2 - \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)u, \end{aligned}$$

$\operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数. 使用 $y_{i2} (i = 1, 2)$ 作为扩张状态, 将每一阶子式扩张为一个二阶扩张状态观测器, 则可获得如下系统:

$$\begin{cases} \dot{y}_{11} = y_{21} + y_{12}, \\ \dot{y}_{12} = w_1, \\ \dot{y}_{21} = u + y_{22}, \\ \dot{y}_{22} = w_2. \end{cases} \quad (4)$$

可以看到, 系统(4)和系统(2)是等价的, 因此可以针对系统(4)进行控制系统设计, 以实现系统(2)的

控制. 本文通过ESO和滑模控制技术, 使用系统(4)进行控制系统设计, 以实现系统(2)中状态变量 x_1 对期望信号 r 的跟踪.

2.2 预设性能函数

近年来提出了一种预设性能控制(prescribed performance control, PPC)^[17-18], 该方法通过将预设性能函数(prescribed performance function, PPF)和误差变换引入控制系统, 实现了对控制系统瞬态性能的设计. 经典的PPF与误差变换函数采用如下形式:

$$\sigma(t) = (\sigma_\infty - \sigma_0)e^{-lt} + \sigma_\infty, \quad (5)$$

$$\begin{cases} \mu = \frac{e}{\sigma}, \\ \eta = S^{-1}(\mu) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+\mu}{1-\mu}\right), \end{cases} \quad (6)$$

式中: σ 为误差边界, 即PPF, σ_0 和 σ_∞ 分别为边界初值及最终误差带大小; l 是控制收敛速度的参数; e 是系统跟踪误差; μ 为中间变量; η 是变换后的误差. 通过对 η 设计合适的控制律, 即可保证系统跟踪误差 e 满足下述约束^[17-18]

$$-\sigma(t) < e(t) < \sigma(t). \quad (7)$$

式(7)表明, 通过对 σ 的设计, 可以使收敛误差同时满足稳态误差和收敛速度的要求, 限制 e 的超调和振荡的幅值都保持在 σ 的约束当中.

3 带有瞬态性能约束的改进扩张状态观测器

3.1 改进的扩张状态观测器设计

系统(4)中, 每阶子系统都可以构成一个二阶ESO. 利用误差变换函数 $S^{-1}(\cdot)$, 可获得如下形式的扩张状态观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}}_{11} = z_{11} - y_{11}, \\ \mu_{11} = \frac{\hat{e}_{11}}{\sigma_{11}}, \\ \dot{z}_{11} = z_{21} + z_{12} - \beta_{11}\eta_{11}, \\ \hat{e}_{12} = z_{12} - y_{12} = z_{12} - (\dot{y}_{11} - y_{21}), \\ \mu_{12} = \frac{\hat{e}_{12}}{\sigma_{12}}, \\ \dot{z}_{12} = -\beta_{12}\eta_{12}, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}}_{21} = z_{21} - y_{21}, \\ \mu_{21} = \frac{\hat{e}_{21}}{\sigma_{21}}, \\ \dot{z}_{21} = u + z_{22} - \beta_{21}\eta_{21}, \\ \hat{e}_{22} = z_{22} - y_{22} = z_{22} - (\dot{y}_{21} - u), \\ \mu_{22} = \frac{\hat{e}_{22}}{\sigma_{22}}, \\ \dot{z}_{22} = -\beta_{22}\eta_{22}, \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\hat{e}_{i1}, \hat{e}_{i2} (i = 1, 2)$ 是观测器估计误差, z_{i1}, z_{i2} 是 y_{i1}, y_{i2} 的估计. \dot{y}_{i1} 作为 y_{i1} 的一阶导数, 可以通过跟踪微分器或滤波算法进行获取, 其收敛速度应远快于ESO. σ_{i1} 和 σ_{i2} 是约束估计误差所引入的PPF, 它的选择是根据初始误差, 稳态误差范围和所需求的瞬态性能共同决定的. β_{i1} 和 β_{i2} 是待设计的观测器参数, η_{i1} 和 η_{i2} 是利用式(6)获得的变换后的误差.

3.2 扩张状态观测器收敛性分析

将式(8)-(9)改为如下误差方程:

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}}_{11} = \hat{e}_{21} + \hat{e}_{12} - \beta_{11}\eta_{11}, \\ \dot{\hat{e}}_{12} = -w_1 - \beta_{12}\eta_{12}, \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}}_{21} = \hat{e}_{22} - \beta_{21}\eta_{21}, \\ \dot{\hat{e}}_{22} = -w_2 - \beta_{22}\eta_{22}. \end{cases} \quad (11)$$

根据假设2可知, w_1, w_2 有界, 则存在不等式

$$|w_i| < M_{i3}, \quad i = 1, 2.$$

令 $V_{i2} = 0.5\hat{e}_{i2}^2$, 考虑 \hat{e}_{i2} 与 η_{i2} 同号, 当 $|\eta_{i2}| > \frac{M_{i3}}{\beta_{i2}}$ 时,

有 $\dot{V}_{i2} < 0$, 可得 $|\hat{e}_{i2}| < \sigma_{i2}S\left(\frac{M_{i3}}{\beta_{i2}}\right) = M_{i2}$.

令 $V_{21} = 0.5\hat{e}_{21}^2$, 考虑 \hat{e}_{21} 与 η_{21} 同号, 且 $|\hat{e}_{22}| < M_{22}$,

当 $|\eta_{21}| > \frac{M_{22}}{\beta_{21}}$ 时, 有 $\dot{V}_{21} < 0$. 可得

$$|\hat{e}_{21}| < \sigma_{21}S\left(\frac{M_{22}}{\beta_{21}}\right) = M_{21}.$$

令 $V_{11} = 0.5\hat{e}_{11}^2$, 考虑 \hat{e}_{11} 与 η_{11} 同号, 且 $|\hat{e}_{21}| < M_{21}$,

当 $|\eta_{11}| > \frac{M_{12} + M_{21}}{\beta_{11}}$ 时, 有 $\dot{V}_{11} < 0$. 可得

$$|\hat{e}_{11}| < \sigma_{11}S\left(\frac{M_{12} + M_{21}}{\beta_{11}}\right) = M_{11}.$$

以上分析可知, 通过选择尽可能大的 β_{i1} 和 β_{i2} , 以保证估计误差 $\hat{e}_{i1}, \hat{e}_{i2}$ 收敛于边界 M_{i1}, M_{i2} 内. 由于误差变换函数满足 $|S(\cdot)| \in [0, 1)$, 因此估计误差满足 $|\hat{e}_{i1}| < \sigma_{i1}, |\hat{e}_{i2}| < \sigma_{i2}$, 即估计误差满足所设计的误差边界要求.

3.3 滑模控制器设计

定义系统跟踪误差 $e = x_1 - r$, 设计如下形式滑模面:

$$s = k_{11}e + \dot{e} + k_{12} \tanh \frac{e}{\varepsilon}, \quad (12)$$

其中: $k_{11} > 0, k_{12} > 0, 1 > \varepsilon > 0$. 利用观测器(8)可获取 y_{12} 的估计, 代入式(12)得

$$s = k_{11}e + x_2 + z_{12} - \dot{r} + k_{12} \tanh \frac{e}{\varepsilon}, \quad (13)$$

z_{12} 中包含非匹配干扰 d_1 的估计, 起到了干扰观测的作用. 相比只使用 x_2 代替 \dot{e} 的方法, 降低了式(12)的不确定性, 提高了跟踪误差 e 的收敛精度.

对式(13)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= k_{11}\dot{e} + \ddot{e} + \left(\frac{k_{12}}{\varepsilon}\right)[1 - \tanh^2\left(\frac{e}{\varepsilon}\right)]\dot{e} = \\ & \left(k_{11} + \frac{k_{12}}{\varepsilon}[1 - \tanh^2\left(\frac{e}{\varepsilon}\right)]\right) \times \\ & (x_2 + y_{12} - \dot{r}) + (\dot{x}_2 + \dot{z}_{12} - \ddot{r}) = \\ & \left(k_{11} + \frac{k_{12}}{\varepsilon}[1 - \tanh^2\left(\frac{e}{\varepsilon}\right)]\right) \times \\ & (x_2 + y_{12} - \dot{r}) + (u + y_{22} + \dot{z}_{12} - \ddot{r}). \end{aligned} \quad (14)$$

选择如下形式的趋近律:

$$\dot{s} = -k_2 \operatorname{sgn} s (|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p), \quad (15)$$

其中: $k_2 > 0, p > 1$.

结合式(14)-(15), 并将 \dot{z}_{12} 作为未知干扰, 可得滑模控制律为

$$\begin{aligned} u &= -k_2 \operatorname{sgn} s (|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p) - \\ & \left(k_{11} + \frac{k_{12}}{\varepsilon}[1 - \tanh^2\left(\frac{e}{\varepsilon}\right)]\right) \times \\ & (x_2 + y_{12} - \dot{r}) - (y_{22} + \dot{z}_{12} - \ddot{r}). \end{aligned} \quad (16)$$

根据观测器(8)-(9), 将 y_{12} 和 y_{22} 的估计 z_{12}, z_{22} 代入式(16), 得

$$\begin{aligned} u &= -k_2 \operatorname{sgn} s (|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p) - \\ & \left(k_{11} + \frac{k_{12}}{\varepsilon}[1 - \tanh^2\left(\frac{e}{\varepsilon}\right)]\right) \times \\ & (x_2 + z_{12} - \dot{r}) - (z_{22} - \ddot{r}). \end{aligned} \quad (17)$$

对于上式, 需要有两点注意: 1) p 不宜选择过大. 过大的 p 会导致 u 对 s 的变化过于敏感, 使得 s 在0附近时引发 u 的频繁抖动, 对控制系统造成不利影响. 本文建议 p 一般不大于3; 2) ε 不宜选择过小. 虽然该项越小对符号函数的逼近程度越高, 但 $|e| < \varepsilon$ 时, $\frac{k_{12}}{\varepsilon}[1 - \tanh^2\left(\frac{e}{\varepsilon}\right)]$ 会迅速增大至接近 $\frac{k_{12}}{\varepsilon}$, 使得该项出现一个近似从0到 $\frac{k_{12}}{\varepsilon}$ 的快速变化, ε 越小变化幅度越大, 式(12)也会有类似情况. 这些都会导致 u 产生一个尖峰信号, 同样对控制系统造成不利影响. 因此 ε 一般选择在 10^{-2} 这个量级.

3.4 滑模控制器稳定性分析

步骤1 滑模面收敛性分析.

取Lyapunov函数 $V_s = 0.5s^2$, 求导数得 $\dot{V}_s = s\dot{s}$. 将式(17)代入式(14), 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= s[-k_2 \operatorname{sgn} s (|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p) - \\ & \left(k_{11} + \frac{k_{12}}{\varepsilon}[1 - \tanh^2\left(\frac{e}{\varepsilon}\right)]\right)\dot{e}_{12} - \dot{e}_{22} + \dot{z}_{12}] < \\ & s[-k_2 \operatorname{sgn} s (|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p) + \\ & (k_{11} + 2\frac{k_{12}}{\varepsilon})M_{12} + M_{22} + N], \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $N > |\dot{z}_{12}|$, 为 \dot{z}_{12} 的上确界. 令

$$(k_{11} + 2\frac{k_{12}}{\varepsilon})M_{12} + M_{22} + N = N_s > 0,$$

可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= s[-k_2 \operatorname{sgn} s (|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p) + N_s] \leq \\ & -k_2 |s| (|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p - \frac{N_s}{k_2}). \end{aligned} \quad (19)$$

上式表明, \dot{V}_s 的正负性由 $(|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p - \frac{N_s}{k_2})$ 的正

负决定. 进一步分析可知, 当 $k_2 \geq \frac{N_s}{2}$ 时, 存在

$$1 \geq s_{\min} > 0.$$

使得对 $\forall |s| > s_{\min}, p > 1$, 有

$$|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p - \frac{N_s}{k_2} > 0,$$

其中 s_{\min} 是给定 $(p, \frac{N_s}{k_2})$ 时, 等式

$$|s|^{\frac{1}{p}} + |s|^p - \frac{N_s}{k_2} = 0$$

的解. 因此, 当 $k_2 \geq 0.5N_s$ 时, 控制律(17)可以使滑模面(12)收敛至 $[-s_{\min}, s_{\min}]$.

本文所提的控制律(17)未采用符号函数 $-\operatorname{sgn}(s)$ 克服不确定项 N_s . 通过式(13)可知, 使用 z_{12} 替代 y_{12} 时将存在估计误差. 即使 $s = 0$, 仍不能保证跟踪误差 e 收敛至0. 因此本文未在控制律设计中增加克服不确定性的鲁棒项, 而是将 s_{\min} 的影响转移到式(13)中, 和估计误差的影响一同处理. 这样可以降低控制律(17)的复杂度, 也回避了滑模面 s 的高频振荡问题.

步骤2 跟踪误差收敛性分析.

取Lyapunov函数 $V_e = 0.5e^2$, 求导数得 $\dot{V}_e = e\dot{e}$. 考虑 s 将收敛至 $\pm s_{\min}$, 有

$$\dot{e} = -[k_{11}e + \hat{e}_{12} + k_{12} \tanh \frac{e}{\varepsilon} \mp s_{\min}]. \quad (20)$$

将上式代入 \dot{V}_e , 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -e[k_{11}e + \hat{e}_{12} + k_{12} \tanh \frac{e}{\varepsilon} \mp s_{\min}] < \\ & -k_{11}e^2 - k_{12}|e| \tanh \frac{|e|}{\varepsilon} + \\ & M_{12}|e| + |e s_{\min}|. \end{aligned} \quad (21)$$

令 $M_{12} + |s_{\min}| = N_e > 0$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &< -k_{11}e^2 - k_{12}|e| \tanh \frac{|e|}{\varepsilon} + N_e|e| = \\ & |e|[-k_{11}|e| - k_{12} \tanh \frac{|e|}{\varepsilon} + N_e]. \end{aligned} \quad (22)$$

令

$$-k_{11}|e| - k_{12} \tanh \frac{|e|}{\varepsilon} + N_e < 0,$$

则存在 $0 < e_{\min} < \frac{N_e}{k_{11}}$, 使得 $|e| \geq e_{\min}$ 时, 有 $\dot{V}_e \leq 0$. 当跟踪误差 $|e| \leq e_{\min}$ 时, 进一步分析式(21)可以看到, 补偿项 $k_{12} \tanh \frac{e}{\varepsilon}$ 使得 \dot{V}_e 更小, 即

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -e[k_{11}e + \hat{e}_{12} + k_{12} \tanh \frac{e}{\varepsilon} \mp s_{\min}] \leq \\ &= -e[k_{11}e + \hat{e}_{12} \mp s_{\min}] = \\ &= \dot{V}_{e2}. \end{aligned} \tag{23}$$

根据比较引理^[15], 有

$$0.5e^2 = V_e \leq V_{e2} = 0.5e_2^2, \forall t \geq 0.$$

既 $e \leq e_2, \forall t \geq 0$, 补偿项 $k_{12} \tanh \frac{e}{\varepsilon}$ 使得跟踪误差 e 的收敛速度更快. 此外, 在 k_{11} 相同的条件下, 该项使得跟踪误差有更小的收敛区间, 提高了控制精度.

4 仿真实验

例 1 考虑如下二阶SISO非仿射系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{1 - e^{-x_1}}{1 + e^{-x_1}} + 1 + 1.2 \cos(2t) + \\ \quad x_2^3 + x_2 e^{-1-x_1^2}, \\ \dot{x}_2 = x_1^2 - 5 + 0.5 \sin(2t) + \sin(0.1u) \\ \quad 0.1(1 + x_2^2 + 1.5u^2)u, \end{cases} \tag{24}$$

其中: $x_{10} = -3, x_{20} = -3$, 期望信号 $r = 3$.

对系统(24)建立如下改进ESO:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = (4 - 0.1)e^{-8t} + 0.1, \\ \sigma_{12} = (80 - 1.5)e^{-5t} + 1.5, \\ \sigma_{21} = (15 - 0.1)e^{-10t} + 0.1, \\ \sigma_{22} = (150 - 2.5)e^{-4t} + 2.5, \\ \beta_{11} = 5, \beta_{12} = 15, \beta_{21} = 5, \beta_{22} = 15. \end{cases} \tag{25}$$

\dot{y}_{11} 和 \dot{y}_{21} 通过如下有限时间跟踪微分器^[19]获取

$$\begin{cases} \Delta_i = v_i - y_{i1}, i = 1, 2, \\ \dot{v}_{i1} = v_{i2}, \\ \dot{v}_{i2} = -50^2 [\text{sgn}(\Delta_i) |\Delta_i|^{\frac{1}{2}} + \text{sgn}(v_{i2}) |v_{i2}|^{\frac{2}{3}}]. \end{cases} \tag{26}$$

同时, 仿真采用如下形式的线性扩张状态观测器(linear extended state observer, LESO)^[19]作为对比

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}}_{11} = z_{11} - y_{11}, \\ \dot{z}_{11} = z_{21} + z_{12} - 5\hat{e}_{11}, \\ \dot{z}_{12} = -3 \times 5^2 \hat{e}_{11}, \\ \dot{\hat{e}}_{21} = z_{21} - y_{21}, \\ \dot{z}_{21} = u + z_{22} - 5\hat{e}_{21}, \\ \dot{z}_{22} = -3 \times 5^2 \hat{e}_{21}. \end{cases} \tag{27}$$

改进的滑模控制律如下:

$$\begin{cases} e = x_1 - r, \\ s = (x_2 + z_{12}) + 3e + 0.5 \tanh \frac{e}{0.01}, \\ c = \text{sgn } s [|s|^{1.2} + |s|^{\frac{1}{1.2}}], \\ u = - [3 + \frac{0.5}{0.01} (1 - \tanh^2 \frac{e}{0.01})] (x_2 + z_{12}) - \\ \quad 5c - z_{22}. \end{cases} \tag{28}$$

并采用如下不包含补偿项的SMC^[20]作为对比:

$$\begin{cases} e = x_1 - r, \\ s = (x_2 + z_{12}) + 3e, \\ c = \text{sgn } s [|s|^{1.2} + |s|^{\frac{1}{1.2}}], \\ u = -3(x_2 + z_{12}) - 5c - z_{22}. \end{cases} \tag{29}$$

为了避免状态观测器的峰化现象导致的控制系统发散^[15], 本文对控制输入 u 进行限幅处理, 保持 $|u| \leq 20$.

仿真结果如图1-7所示.

图1-4给出ESO的估计结果的对比. 可以看到, 改进ESO的收敛速度显著快于LESO. 即使进入稳态阶段, 改进ESO的估计误差也明显小于传统的LESO. 而图3显示, LESO的估计误差在1s~2s阶段甚至不能满足约束边界. 而改进ESO则可以将误差保持在设计的约束边界内.

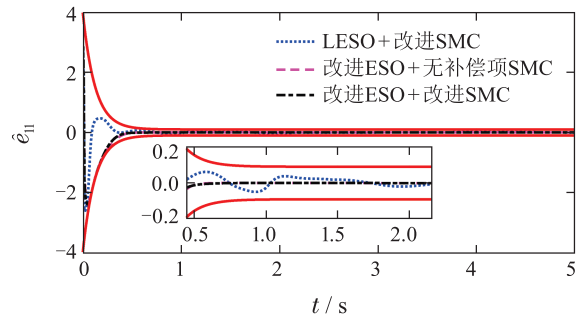


图1 x_1 估计误差

Fig. 1 Estimated error of x_1

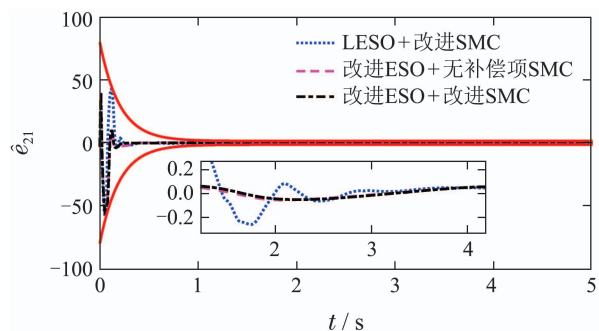


图2 x_2 估计误差

Fig. 2 Estimated error of x_2

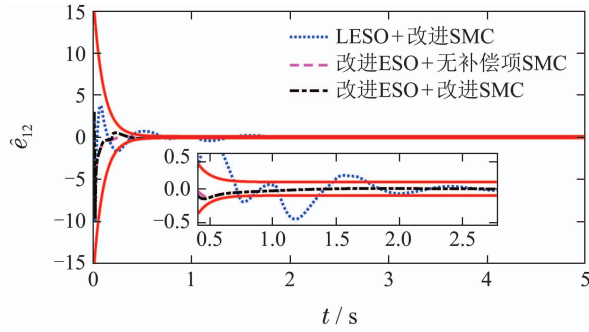


图 3 y_{12} 估计误差
Fig. 3 Estimated error of y_{12}

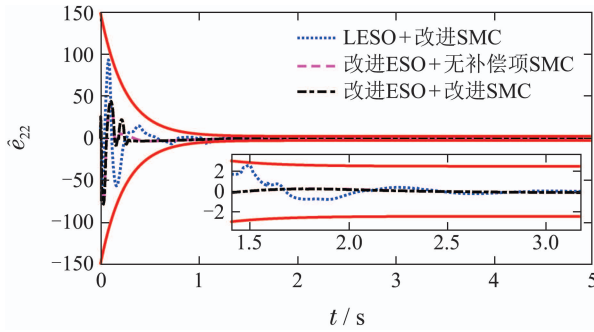


图 4 y_{22} 估计误差
Fig. 4 Estimated error of y_{22}

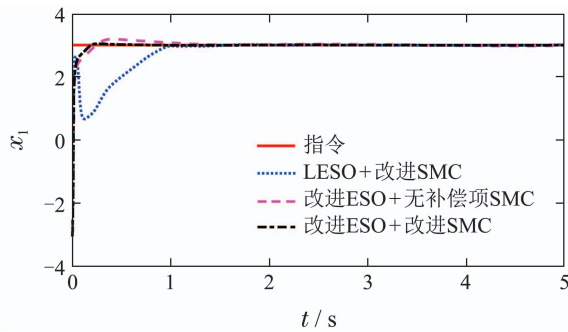


图 5 指令跟踪曲线
Fig. 5 Tracking curve

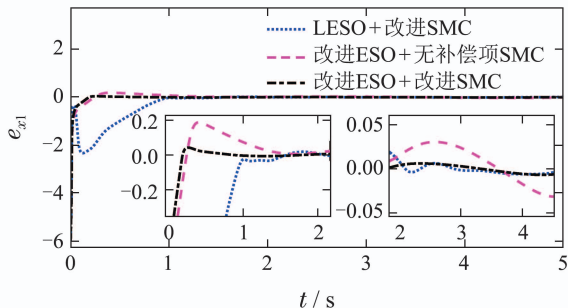


图 6 指令跟踪误差
Fig. 6 Tracking error

图5-7给出了控制系统的仿真结果. 可以看到, 由于改进ESO改善了估计过程的瞬态响应, 降低了超调, 减少了振荡, 使得控制系统在实现信号跟踪时获得更平滑的输出. 在初始的0.5 s内, LESO的估计误差还在

大幅振荡, 而改进ESO已经缓缓收敛至0. 而在此时段内, 采用LESO的控制系统也受到估计结果的影响. 跟踪误差在接近0后又出现一个扩大趋势, 然后才缓慢收敛, 大大增加了系统的调节时间.

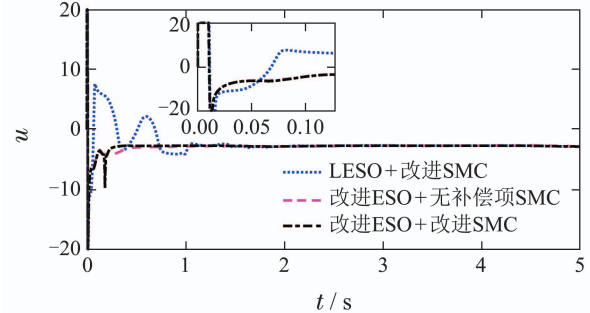


图 7 控制输入
Fig. 7 Control input

另一方面, 图6显示了SMC中补偿项的改进作用. 包含补偿项的SMC能够更快的收敛, 并且在稳态区间也有着更小的跟踪误差.

例 2 将本文所提方法应用在超声速飞行器纵 向面姿态控制当中. 对某超声速飞行器攻角调节过程 进行数值仿真. 简化飞行器动力学模型如下^[21-22]:

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega_z - \frac{L + T \sin \alpha}{mV} + \frac{g \cos \theta}{V}, \\ \dot{\omega}_z = \frac{M_z}{J_z}, \end{cases} \quad (30)$$

其中: $\alpha_0 = -3^\circ, \omega_{z0} = -3^\circ$, 期望信号 $\alpha = 3^\circ$. $L = c_1 q S, M_z = c_{m_z} q S l$. c_1 和 c_{m_z} 表达式如下:

$$\begin{cases} c_1 = c_1^0 + c_1^\alpha \alpha + c_1^{\delta_z} \delta_z + c_1^{\alpha \delta_z} \alpha \delta_z + \\ c_1^{\alpha^2} \alpha^2 + c_1^{\delta_z^2} \delta_z^2 + \Delta c_1, \\ c_{m_z} = c_{m_z}^0 + c_{m_z}^\alpha \alpha + c_{m_z}^{\delta_z} \delta_z + c_{m_z}^{\alpha \delta_z} \alpha \delta_z + \\ c_{m_z}^{\alpha^2} \alpha^2 + c_{m_z}^{\delta_z^2} \delta_z^2 + \Delta c_{m_z}. \end{cases} \quad (31)$$

可以看到, 飞行器的气动参数是飞行状态的复杂非线性函数. 当气动参数非线性很强时, 线性化处理会产生较大的模型偏差. 对系统 (30) 建立如下改进 ESO:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = (4 - 0.5)e^{-25t} + 0.5, \\ \sigma_{12} = (400 - 2)e^{-20t} + 2.0, \\ \sigma_{21} = (6 - 0.5)e^{-10t} + 0.5, \\ \sigma_{22} = (800 - 5)e^{-4t} + 5.0, \\ \beta_{11} = 5, \beta_{12} = 5, \beta_{21} = 5, \beta_{22} = 5. \end{cases} \quad (32)$$

\dot{y}_{11} 和 \dot{y}_{21} 通过式(26)的形式微分器获取. 用作对比的 LESO如下:

$$\begin{cases} \hat{e}_{11} = z_{11} - y_{11}, \\ \dot{z}_{11} = z_{21} + z_{12} - 20\hat{e}_{11}, \\ \dot{z}_{12} = -3 \times 20^2 \hat{e}_{11}, \end{cases} \quad (33a)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{e}}_{21} = z_{21} - y_{21}, \\ \dot{z}_{21} = u + z_{22} - 20\hat{e}_{21}, \\ \dot{z}_{22} = -3 \times 20^2 \hat{e}_{21}. \end{cases} \quad (33b)$$

改进的滑模控制律如下:

$$\begin{cases} e = \alpha - \alpha_c, \\ s = (\omega_z + z_{12}) + 4e + 0.2 \tanh \frac{e}{0.01}, \\ c = \text{sgn } s [|s|^{1.5} + |s|^{\frac{1}{1.5}}], \\ \delta_z = -[4 + \frac{0.2}{0.01} (1 - \tanh^2 \frac{e}{0.01})] (\omega_z + z_{12}) - 6c - z_{22}. \end{cases} \quad (34)$$

仍然添加不包含补偿项的SMC参与对比, 舵偏 δ_z 也进行限幅, 保持 $|\delta_z| \leq 25^\circ$.

仿真结果如图8-15所示.

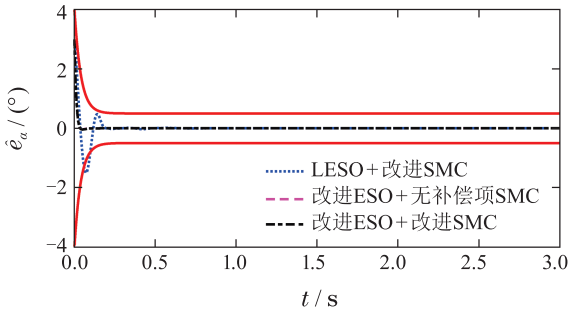


图8 攻角估计误差
Fig. 8 Estimated error of angle of attack

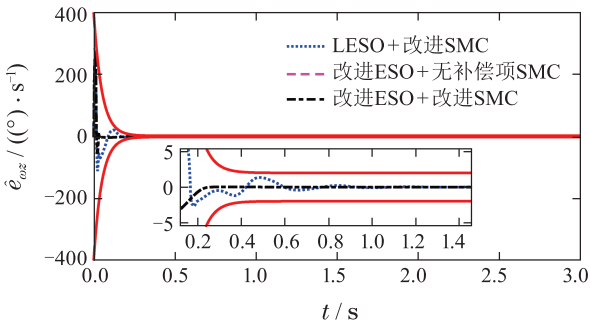


图9 俯仰角速度估计误差
Fig. 9 Estimated error of pitching rate

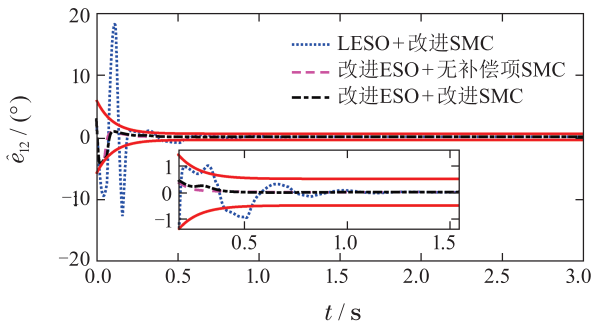


图10 y_{12} 估计误差
Fig. 10 Estimated error of y_{12}

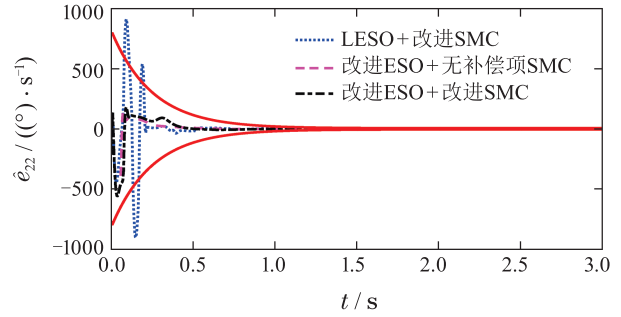


图11 y_{22} 估计误差
Fig. 11 Estimated error of y_{22}

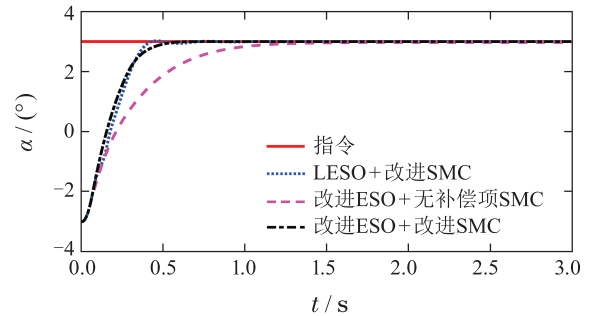


图12 攻角跟踪曲线
Fig. 12 Tracking curve of angle of attack

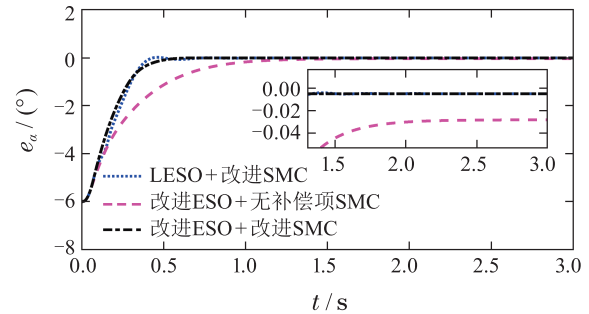


图13 攻角跟踪误差
Fig. 13 Tracking error of angle of attack

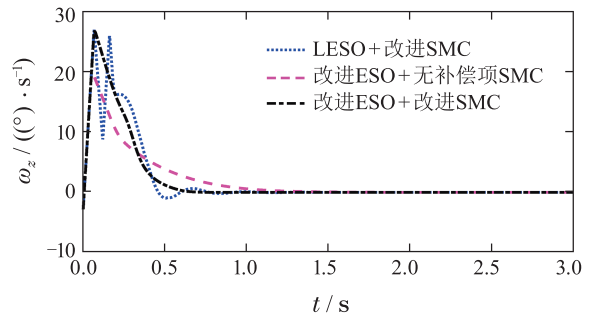


图14 俯仰角速度响应
Fig. 14 Response of pitching rate

图8-11给出ESO的估计结果的对比. 可以看到, 改进ESO的瞬态性能表现仍然优于LESO. 除角速度估计误差外, 其他估计误差均不能满足约束边界. y_{12} 和 y_{22} 的估计误差则在瞬态出现了幅值较大的振荡现象, 并对控制系统造成了明显影响.

图12-15给出了控制系统的仿真结果. 由于LESO瞬态过程存在大幅值的振荡, 使得舵偏在初始0.3 s内触发限幅, 反复出现满偏振荡现象. 这对超声速飞行器的控制而言是绝对不希望出现的. 而改进ESO在初始的尖峰现象结束后, 估计误差就快速收敛到0. 因此, 俯仰舵偏只出现一个短暂的满偏, 之后就进入平稳变化阶段, 并没有出现振荡现象. 图13展示出补偿项的改进效果. 包含补偿项的SMC在0.5 s既完成收敛, 最终的稳态误差也明显小于无补偿的方法.

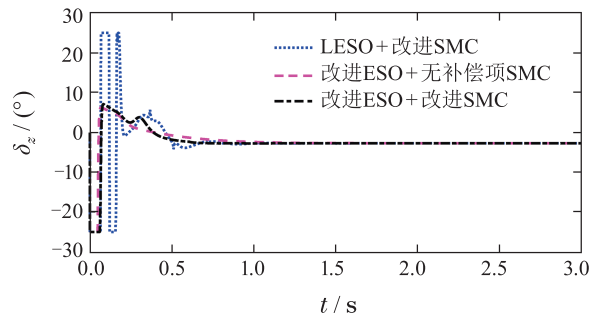


图 15 俯仰舵偏曲线

Fig. 15 Elevator deflection

5 结论

本文所提的改进ESO将非仿射系统转换为积分串联形式, 并采用ESO进行估计, 不需要对象模型的确切已知. 预设性能函数能够明显减少ESO瞬态过程中的超调和振荡次数. 同时估计结果包含了非匹配的外部扰动, 使得所提的控制方案能够利用估计结果处理非匹配干扰, 提高控制精度. 而所提的SMC方案在滑模面设计中添加了补偿项, 提高了SMC的收敛速度, 减小了稳态误差, 降低了ESO估计误差对控制系统的影响. 此外, 利用ESO的估计将未知非仿射系统变形为一个已知的仿射系统, 克服了SMC在应用时需要模型已知或部分已知的问题, 拓宽了SMC的应用范围. 因此, 本文所提的基于改进ESO的SMC方案是一种解决含有非匹配干扰的未知非仿射系统跟踪控制问题的有效方法.

参考文献:

- [1] GUO B, CHEN Y. Adaptive fast sliding mode fault tolerant control integrated with disturbance observer for spacecraft attitude stabilization system. *ISA Transactions*, 2019, 94: 1 – 9.
- [2] JIANG Daogen, JIANG Wei, PAN Shihua, et al. Adaptive integral back-stepping sliding mode control for an uncertain nonlinear systems. *Control Engineering of China*, [2021-05-28]. <https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20190593>. (江道根, 江维, 潘世华, 等. 不确定非线性系统自适应反演积分滑模控制. 控制工程, [2021-05-28]. <https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20190593>.)
- [3] LI Yaqi, LI Wei, CHEN Yingpeng, et al. Active suspension inversion sliding mode control strategy based on RBF. *Journal of Mechanical and Electrical Engineering*, 2020, 37(4): 425 – 428. (李雅琦, 李伟, 陈应鹏, 等. 基于RBF的主动悬架反演滑模控制策略研究. 机电工程, 2020, 37(4): 425 – 428.)
- [4] YANG Y, YAN Y. Backstepping sliding mode control for uncertain strict-feedback nonlinear systems using neural-network-based adaptive gain scheduling. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2018, 29(3): 580 – 586.
- [5] YANG X, ZHENG X. Adaptive NN backstepping control design for a 3-DOF helicopter: Theory and experiments. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(5): 3967 – 3979.
- [6] ZHANG Qiang, XU Hui, XU Dezhi, et al. Finite-time convergence backstepping control for a class of uncertain affine nonlinear systems based on disturbance observer. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(4): 747 – 757. (张强, 许慧, 许德智, 等. 基于干扰观测器的一类不确定仿射非线性系统有限时间收敛backstepping控制. 控制理论与应用, 2020, 37(4): 747 – 757.)
- [7] ZHANG Ying, GONG Yongguang, GUO Yajun. Application of adaptive fuzzy backstepping control in machine tool permanent magnet synchronous motor position control. *Machine Tool & Hydraulics*, 2020, 48(5): 119 – 123. (张莹, 巩永光, 郭亚军. 自适应模糊反演控制在机床永磁同步电机位置控制中的应用. 机床与液压, 2020, 48(5): 119 – 123.)
- [8] MAHMOODABADI M J, SOLEYMANI T. Optimum fuzzy combination of robust decoupled sliding mode and adaptive feedback linearization controllers for uncertain under-actuated nonlinear systems. *Chinese Journal of Physics*, 2020, 64: 241 – 250.
- [9] ZHOU Y, TAKABA K. Optimal landing control of an unmanned aerial vehicle via partial feedback linearization. *2019 International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS)*. Kusatsu, Shiga: IEEE, 2019: 218 – 223.
- [10] HUANG Yonghua, WANG Changsheng, HE Shutong, et al. Balance control for a two-bared and two-wheeled vehicle robot under synchronously bars turning. *Control Engineering of China*, 2019, 26(7): 1262 – 1269. (黄用华, 王昌盛, 何淑通, 等. 双车把两轮车机器人同步摆把平衡控制研究. 控制工程, 2019, 26(7): 1262 – 1269.)
- [11] CHEN Longsheng, WANG Qi. Adaptive robust control for a class of uncertain non-affine nonlinear system. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(2): 256 – 261. (陈龙胜, 王琦. 一类非仿射非线性不确定系统自适应鲁棒控制. 控制理论与应用, 2015, 32(2): 256 – 261.)
- [12] GAO Yang, WU Wenhai, ZHANG Yang. Active disturbance rejection backstepping control for uncertain nonaffine systems with asymmetrical input saturation. *Control and Decision*, 2020, 35(4): 885 – 892. (高阳, 吴文海, 张杨. 非对称输入饱和下的非仿射不确定系统自抗扰反演控制. 控制与决策, 2020, 35(4): 885 – 892.)
- [13] HU Yunan, CHENG Chunhua, ZOU Qiang, et al. Indirect adaptive neural networks controller for non-affine pure-feedback systems. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 467 – 478. (胡云安, 程春华, 邹强, 等. 非仿射纯反馈系统的间接自适应神经网络控制. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 467 – 478.)
- [14] CHENG Chunhua, HU Yunan, WU Jinghua. Auto disturbance controller of non-affine nonlinear pure feedback systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(7): 1528 – 1536. (程春华, 胡云安, 吴进华. 非仿射纯反馈非线性系统的自抗扰控制. 自动化学报, 2014, 40(7): 1528 – 1536.)
- [15] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*. 3rd Edition. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [16] PARKA J H, PARKB G T, KIMA S H, et al. Direct adaptive self-structuring fuzzy controller for nonaffine nonlinear system. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 153(3): 429 – 445.
- [17] BECHLIOLIS C P, ROVITHAKIS G A. Robust adaptive control of feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(9): 2090 – 2099.

- [18] BECHLIOLIS C P, ROVITHAKIS G A. Brief paper: Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems. *Automatica*, 2009, 45(2): 532 – 538.
- [19] ZHAO Zhiliang. *Convergence of nonlinear active disturbance rejection control*. Hefei: University of Science and Technology of China, 2012.
(赵志良. 非线性自抗扰控制的收敛性. 合肥: 中国科学技术大学, 2012.)
- [20] YANG L, YANG J. Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(16): 1865 – 1879.
- [21] BOLENDER M A, DOMAN D B. Nonlinear longitudinal dynamical model of an air-breathing hypersonic vehicle. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2007, 44(2): 374 – 387.
- [22] PARKER J T, SERRANI A, YURKOVICH S, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2007, 30(3): 856 – 869.

作者简介:

朱 斌 博士研究生, 主要从事飞行器非线性控制、鲁棒控制与制导研究, E-mail: zubin0618@126.com;

孙瑞胜 博士, 教授, 主要从事先进非线性飞行动力学建模与优化、鲁棒控制与制导、参数估计与系统辨识研究, E-mail: srscom@163.com;

陈洁卿 博士研究生, 主要从事飞行器自适应控制、参数估计与参数辨识研究, E-mail: chenjieqing@njust.edu.cn;

陈 伟 博士, 副教授, 主要从事协同导航、多智能体定位、状态估计以及滚动时域估计研究, E-mail: wchen@njust.edu.cn;

严大卫 硕士, 工程师, 主要从事导航、制导与控制设计, E-mail: yandw3201@126.com.