

具有积分测量和时延的离散线性变参数系统故障与状态估计

乔 栋, 张潇潇, 王友清[†]

(山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590)

摘要: 故障检测与诊断(FDD)技术可以有效地提高系统的安全性和可靠性, 因此受到越来越多的关注. 目前, 关于离散系统的状态和故障估计问题的研究还不够充分. 本文针对具有积分测量和时延的线性变参数(LPV)系统, 提出了一种同时估计执行器/传感器故障和状态的方法. 首先, 系统当前状态、系统延迟状态和传感器故障构造一个扩维状态, 得到广义离散LPV系统. 其次, 给出了该观测器存在的充分条件并证明观测器是 H_∞ 稳定的. 然后, 将系统状态、执行器和传感器故障的同时估计转化为矩阵不等式的求解问题, 给出了观测器待设计矩阵的计算过程. 最后, 通过仿真验证了该方法的有效性.

关键词: 观测器; 积分测量; 故障估计; 广义LPV系统

引用格式: 乔栋, 张潇潇, 王友清. 具有积分测量和时延的离散线性变参数系统故障与状态估计. 控制理论与应用, 2021, 38(5): 587 – 594

DOI: 10.7641/CTA.2020.00458

Fault and state estimation for discrete-time linear parameter-varying systems with integral measurements and time-delay

QIAO Dong, ZHANG Xiao-xiao, WANG You-qing[†]

(College of Electrical Engineering and Automation, Shandong University of Science and Technology, Qingdao Shandong 266590, China)

Abstract: Fault detection and diagnosis (FDD) technology can effectively improve the security and reliability of systems, and hence it has received more and more attention. Currently, the research on state and fault estimation of discrete systems is not enough. In this paper, a method is presented to simultaneously estimate actuator/sensor faults and states for a class of discrete-time linear parameter-varying (LPV) systems with integral measurements and time-delay. First, the current state of the system, the delay state of the system and the sensor fault construct an extended dimension state to obtain the generalized discrete LPV system. Next, a constructive sufficient condition is presented and proved for the stability of the proposed observer. Then, the simultaneous estimation of the actuator/sensor faults and system state is transformed into the solution of linear matrix inequalities, and the calculation procedure of observer gains is given. Finally, an example validates the effectiveness of the proposed method.

Key words: observers; integral measurements; fault estimation; generalized LPV systems

Citation: QIAO Dong, ZHANG Xiaoxiao, WANG Youqing. Fault and state estimation for discrete-time linear parameter-varying systems with integral measurements and time-delay. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(5): 587 – 594

1 引言

实际系统在正常运行过程中往往会出现各类故障, 比如执行器故障和传感器故障, 故障的发生可能会造成巨大的安全问题和经济损失. 因此, 及时并且快速检测系统中出现的故障, 并对故障发生的位置、故障的幅度和发生的时间等进行分析、研究, 确保复杂系统的安全性与可靠性, 具有十分重要的意义, 并且得到了高度的重视. 故障检测与诊断(fault detection and

diagnosis, FDD)^[1-4]就是在这种背景下发展起来的.

时延现象在很多控制系统中普遍存在, 如网络传输等. 时延的存在往往影响着控制系统的不稳定性, 因此对系统的分析会更加复杂. 近年来, 很多论文是对时延系统进行稳定性的分析^[5-8], 对于时延无故障系统已经取得了很多的成果, 但对于带有故障的时延系统取得的成果还比较少.

近年来, 时延系统的故障检测^[9-10]取得了一些研

收稿日期: 2020-07-16; 录用日期: 2020-11-27.

[†]通信作者. E-mail: wang.youqing@iecc.org; Tel.: +86 532-86058179-809.

本文责任编辑: 邹云.

国家自然科学基金项目(61822308), 山东省自然科学基金项目(JQ201812)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61822308) and the National Natural Science Foundation of Shandong Province (JQ201812).

究结果, 这些研究并没有包括故障估计, 对于时延系统故障估计的研究结果还不是很多. 与无时延系统的故障估计相比, 时延系统故障估计^[11-12]的研究考虑了系统中出现的时延项, 在后续设计观测器时增加了难度, 显然这更具有挑战性. 文献[13]对具有参数不确定性和延迟环节的马尔科夫跳变系统, 在状态转移概率矩阵不确定的情况下, 设计了自适应观测器同时估计执行器和传感器故障. 该观测器存在的充分条件由线性矩阵不等式给出. 所提方法不用事先知道执行器或传感器故障的信息, 比如传感器的上界. 文献[14]利用鲁棒观测器和滑模控制, 研究了具有时变时延的不确定离散奇异系统的 H_∞ 控制问题. 该方法的特点是在估计状态的基础上构造了一个新的滑模面, 从而生成了一个全阶闭环系统. 在此基础上, 利用李雅普诺夫函数, 保证了闭环系统在 H_∞ 范数约束下是可允许的. 并通过对矩阵不等式的求解, 得到了与其所对应的滑模控制器. 文献[15]研究了一类具有随机通信丢包和乘性噪声的离散时间模糊混合时延系统的 H_∞ 模糊控制问题, 其中混合时延包括离散时变时延和分布时延. 在这种情况下, 给出了基于观测器的模糊反馈控制器存在的充分条件, 从而使闭环控制系统渐近均方稳定. 文献[16]研究了非线性不确定时延系统的 H_∞ 滑模控制问题, 利用滑模控制, 设计控制率, 使误差轨迹在一定时间内到达滑模面, 且误差系统渐近稳定. 文献[17]针对带有间隙和死区的复合非光滑三明治系统的状态估计问题, 提出了一种新型开关非光滑观测器, 并且与传统方法进行比较, 结果表明该非光滑方法在状态估计精度和状态估计收敛速度等方面都比传统方法有更好的性能. 文献[18]设计了一种用于估计具有迟滞的三明治系统状态和故障的切换比例积分观测器, 通过仿真和实际应用实例, 验证了该方法的有效性.

在上述研究中, 测量输出只取决于当前系统状态. 实际上, 由于数据采集和实时信号处理受到延迟的影响, 因此在给定时间段内, 系统测量值可能与系统状态的积分成比例关系, 这种现象被称为积分测量. 而积分测量经常出现在一些化学反应^[19]和核反应^[20]中. 文献[21]对于一种积分测量的新模型, 提出了一种变维无迹卡尔曼滤波器来估计非线性系统的状态. 文献[22]研究在部分解耦扰动下和具有积分测量的离散系统状态估计和故障重构问题. 在观测器设计过程中对扰动进行解耦. 构造了由系统当前状态、系统延迟状态和加性故障组成扩维状态, 并用广义形式描述了扩维后的系统. 然后, 构造一个未知的输入观测器, 并证明了未知输入观测器的存在条件, 给出观测器增益矩阵的算法. 最后, 通过仿真说明了该方法的有效性.

文献[23]对于一类具有参数依赖关系的离散线性变参数(linear parameter-varying, LPV)系统进行鲁棒

故障估计, 并构造了故障估计器. 文献[22]考虑具有积分测量的系统, 并在此系统下研究了系统的状态和故障估计. 虽然积分测量在工程中有着明显的实用价值, 但对于具有积分测量的系统的故障估计问题却没有得到足够的重视. 目前国内外对具有积分测量和时延的离散LPV系统同时估计系统的状态、执行器故障和传感器故障的研究很少见.

文献[24]针对离散LPV系统, 提出了一种同时估计系统状态和执行器/传感器故障的方法, 并且通过三容水箱系统进行仿真验证, 验证了该方法的有效性. 但是实际系统中因为数据采集和实时信号处理受到延迟的影响, 因此本文在文献[24]的基础上又考虑了延迟的影响. 根据上述问题, 本文研究了具有积分测量和时延的离散LPV系统的故障和状态估计问题. 首先, 构造了一个由当前系统状态、延迟系统状态和传感器故障组成扩维状态向量, 并将该扩维系统描述为广义系统的形式; 在此基础上, 构造了一个观测器, 提出并证明观测器存在的充分条件, 并给出了设计观测器增益的算法; 接着, 通过求解线性矩阵不等式, 得到观测器未知系数矩阵; 最后, 仿真算例验证了该设计方法的有效性. 本文所采用的方法能够较好的解决文献[24]所没有考虑的延迟的影响. 在一定程度上解决了该研究领域所存在的部分问题.

2 问题描述

考虑如下具有积分测量和时延的离散LPV系统:

$$\begin{cases} x_{k+1}^* = A^*(\alpha)x_k^* + B^*u_k + A_1^*x_{k-\tau}^* + \\ \quad D^*f_{a,k} + W_1^*w_k, \\ y = C^* \sum_{j=0}^s x_{k-j}^* + F^*f_{s,k} + W_2w_k, \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x_k^* \in \mathbb{R}^n$ 是系统的状态, $u_k \in \mathbb{R}^b$ 是系统的控制输入, $y_k \in \mathbb{R}^m$ 是系统的输出, $x_{k-\tau}^* \in \mathbb{R}^n$ 是系统的延迟状态, $f_{a,k} \in \mathbb{R}^p$ 和 $f_{s,k} \in \mathbb{R}^l$ 分别代表系统中的执行器故障和系统中的传感器故障, $f_{a,k} \in \mathbb{R}^p$ 是常值故障, $w_k \in \mathbb{R}^r$ 是有界干扰噪声, $A^*(\alpha)$ 是系统矩阵, A_1^* 是时延矩阵, B^* 是系统的输入矩阵, C^* 是输出矩阵, D^* , F^* , W_1^* , W_2 是适当维数的已知矩阵, s 是积分测量的区间, τ 是延迟时间. 其中: C^* 是行满秩矩阵, D^* , F^* 是列满秩矩阵.

$$A^*(\alpha) = A^* + A_0\alpha E_1, \quad (2)$$

其中: A_0 , E_1 是适当维数的已知矩阵,

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_l \end{pmatrix}. \quad (3)$$

假设 1 考虑如下有界干扰噪声:

$$w_k \in l_2, \tag{4}$$

其中:

$$l_2 := \{w_k \in \mathbb{R}^n \mid \|w\|_2 < \infty\}, \quad \|w\|_2 := \left(\sum_{k=1}^{\infty} \|w\|_2^2\right)^{\frac{1}{2}}.$$

为了同时估计故障和状态, 引入扩维向量

$$x_k = [x_k^{*T} \ x_{k-1}^{*T} \ \cdots \ x_{k-s}^{*T} \ f_{s,k}^T]^T, \\ E = [I \ 0] \in \mathbb{R}^{(s+1)n \times ((s+1)n+l)}.$$

所以, 系统(1)可以变成

$$\begin{cases} Ex_{k+1} = A(\alpha)x_k + Bu_k + A_1x_{k-\tau} + \\ \quad Df_{a,k} + W_1w_k, \\ y_k = Cx_k + W_2w_k, \end{cases} \tag{5}$$

其中:

$$A(\alpha) = \begin{pmatrix} A^*(\alpha) & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & A^*(\alpha) & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A^*(\alpha) & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(s+1)n \times ((s+1)n+l)},$$

$$B = \begin{bmatrix} B^* \\ B^* \\ \vdots \\ B^* \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(s+1)n \times b},$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} A_1^* & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & A_1^* & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_1^* & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(s+1)n \times ((s+1)n+l)},$$

$$D = \begin{bmatrix} D^* \\ D^* \\ \vdots \\ D^* \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(s+1)n \times p},$$

$$C = [C^* \ \cdots \ C^* \ F^*] \in \mathbb{R}^{m \times ((s+1)n+l)},$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} W_1^* \\ W_1^* \\ \vdots \\ W_1^* \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(s+1)n \times q}.$$

通过对积分测量项的处理, 将系统(1)转化为常见的系统形式(5), 为后面的处理提供了方便. 如果对系统(5)设计一个观测器, 就能够同时估计原系统的状态、执行器故障和传感器故障. 下一部分将给出观测器的结构.

3 观测器设计

针对系统(5), 此部分给出了一种观测器同时估计系统状态、执行器和传感器故障. 观测器的结构如下:

$$\begin{cases} z_{k+1} = Nz_k + L_1y_k + GBu_k + GA_1\hat{x}_{k-\tau} + \\ \quad GD\hat{f}_{a,k}, \\ \hat{x}_k = z_k - Hy_k, \\ \hat{f}_{a,k+1} = \hat{f}_{a,k} + L_2(y_k - C\hat{x}_k), \end{cases} \tag{6}$$

其中: z_k 是观测器的中间变量; \hat{x}_k 和 $\hat{f}_{a,k}$ 分别是状态 x_k 和执行器故障 $f_{a,k}$ 的估计; N, L_1, G, H 和 L_2 是适当维数的待设计的矩阵, 主要的目的是求矩阵 N, L_1, G, H 和 L_2 使得系统(6)可以满足 H_∞ 性能指标下估计系统(5)的状态, 同时能够正确的给出 $f_{a,k}$ 在 H_∞ 性能指标下的估计.

引理 1^[24] 存在有矩阵 $G \in \mathbb{R}^{(n+s) \times n}$ 以及 $H \in \mathbb{R}^{(n+s) \times p}$, 使得

$$[G \ H] \begin{bmatrix} E \\ C \end{bmatrix} = I_{n+s}, \tag{7}$$

即

$$GE + HC = I_{n+s}. \tag{8}$$

根据引理1, 本文能够得到引理2.

引理 2 存在矩阵 $G \in \mathbb{R}^{((s+1)n+l) \times (s+1)n}$ 和 $H \in \mathbb{R}^{((s+1)n+l) \times m}$, 使得

$$[G \ H] \begin{bmatrix} E \\ -C \end{bmatrix} = I, \tag{9}$$

即

$$GE - HC = I. \tag{10}$$

这里, 为了表示出观测器待设计的参数矩阵表达式, 本文定义了一个矩阵 $M, M = [E^T \ -C^T]^T$, 将式(9)进行化简可以得到 $[G \ H] = (M^T M)^{-1} M^T$, 即 $G = (M^T M)^{-1} E^T, H = -(M^T M)^{-1} C^T$ ^[25]. 定义状态估计误差如下:

$$e_k = x_k - \hat{x}_k = \\ (I + HC)x_k - z_k + HW_2w_k = \\ GEx_k - z_k + HW_2w_k, \tag{11}$$

于是有

$$z_k = -e_k + GEx_k + HW_2w_k. \tag{12}$$

根据式(11)可以得到

$$e_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} = GEx_{k+1} - z_{k+1} + HW_2w_{k+1}. \tag{13}$$

根据式(6)中的第1个公式可以得到

$$e_{k+1} = GEx_{k+1} - (Nz_k + L_1y_k + GBu_k + \\ GA_1\hat{x}_{k-\tau} + GD\hat{f}_{a,k}) + HW_2w_{k+1}. \tag{14}$$

根据式(12)可以得到

$$e_{k+1} = GEx_{k+1} - (N(-e_k + GEx_k + HW_2w_k) +$$

$$\begin{aligned}
& L_1 y_k + GBu_k + GA_1 \hat{x}_{k-\tau} + GD\hat{f}_{a,k}) + \\
& HW_2 w_{k+1} = \\
& GE x_{k+1} - (-Ne_k + NGE x_k + \\
& NHW_2 w_k + L_1 y_k + GBu_k + \\
& GA_1 \hat{x}_{k-\tau} + GD\hat{f}_{a,k}) + HW_2 w_{k+1} = \\
& GE x_{k+1} + Ne_k - NGE x_k - \\
& NHW_2 w_k - L_1 y_k - GBu_k - \\
& GA_1 \hat{x}_{k-\tau} - GD\hat{f}_{a,k} + HW_2 w_{k+1}. \quad (15)
\end{aligned}$$

再根据式(5)可以得到

$$\begin{aligned}
e_{k+1} = & GA(\alpha)x_k + GBu_k + GA_1 x_{k-\tau} + \\
& GDf_{a,k} + GW_1 w_k + Ne_k - \\
& NGE x_k - NHW_2 w_k - L_1 C x_k - \\
& L_1 W_2 w_k - GBu_k - GA_1 \hat{x}_{k-\tau} - \\
& GD\hat{f}_{a,k} + HW_2 w_{k+1}. \quad (16)
\end{aligned}$$

接着能够得到

$$\begin{aligned}
e_{k+1} = & Ne_k + (GA(\alpha) - NGE - L_1 C)x_k + \\
& GA_1 e_{k-\tau} + GDe_{f_{a,k}} + (GW_1 - \\
& NHW_2 - L_1 W_2)w_k + HW_2 w_{k+1}. \quad (17)
\end{aligned}$$

接着为了消除系统状态对估计误差的影响,应该满足以下等式:

$$GA(\alpha) - NGE - L_1 C = 0. \quad (18)$$

根据式(10)(18)等价于

$$GA(\alpha) - N - (NH + L_1)C = 0. \quad (19)$$

为了方便起见,引入一个中间变量

$$K = NH + L_1, \quad (20)$$

接着能够得到

$$N = GA(\alpha) - KC, \quad (21)$$

所以最终状态估计误差可以变为

$$\begin{aligned}
e_{k+1} = & (GA(\alpha) - KC)e_k + GDe_{f_{a,k}} + \\
& GA_1 e_{k-\tau} + (GW_1 - KW_2)w_k + \\
& HW_2 w_{k+1}. \quad (22)
\end{aligned}$$

假设 2 对于所有 $k \in N$, 故障满足 $0 \approx f_{a,k+1} - f_{a,k}$. 即所提出的 H_∞ 观测器是对于即执行器故障是恒定的和变化缓慢的.

根据假设2中的 $f_{a,k+1} - f_{a,k} \approx 0$ 和式(6)中的第3个公式,可以得到

$$\begin{aligned}
e_{f_{a,k+1}} = & f_{a,k+1} - \hat{f}_{a,k+1} = \\
& f_{a,k+1} - (\hat{f}_{a,k} + L_2(y_k - C\hat{x}_k)) = \\
& f_{a,k+1} - f_{a,k} + f_{a,k} - \hat{f}_{a,k} - \\
& L_2 C e_k - L_2 W_2 w_k \approx
\end{aligned}$$

$$e_{f_{a,k}} - L_2 C e_k - L_2 W_2 w_k. \quad (23)$$

为了方便求出 K 和 L_2 , 定义 $\bar{e}_k = [e_k^T \ e_{f_{a,k}}^T]^T$, 于是有

$$\begin{aligned}
\bar{e}_{k+1} = & \begin{bmatrix} GA(\alpha) - KC & GD \\ -L_2 C & I \end{bmatrix} \bar{e}_k + \begin{bmatrix} GA_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{e}_{k-\tau} + \\
& \begin{bmatrix} GW_1 - KW_2 \\ -L_2 W_2 \end{bmatrix} w_k + \begin{bmatrix} HW_2 \\ 0 \end{bmatrix} w_{k+1}, \quad (24)
\end{aligned}$$

等价于

$$\begin{aligned}
\bar{e}_{k+1} = & \begin{bmatrix} GA(\alpha) - KC & GD \\ -L_2 C & I \end{bmatrix} \bar{e}_k + \begin{bmatrix} GA_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{e}_{k-\tau} + \\
& \begin{bmatrix} GW_1 - KW_2 & HW_2 \\ -L_2 W_2 & 0 \end{bmatrix} v_k. \quad (25)
\end{aligned}$$

状态和故障估计误差最终可以变为

$$\bar{e}_{k+1} = X(\alpha)\bar{e}_k + Yv_k + Z\bar{e}_{k-\tau}, \quad (26)$$

其中:

$$X(\alpha) = \bar{A}(\alpha) - \bar{K}\bar{C}, \quad Y = \bar{W}_1 - \bar{K}\bar{W}_2, \quad (27)$$

$$Z = \begin{bmatrix} GA_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{A}(\alpha) = \begin{bmatrix} GA(\alpha) & GD \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K \\ L_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \ 0],$$

$$\bar{W}_1 = \begin{bmatrix} GW_1 & HW_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{W}_2 = [W_2 \ 0], \quad v_k = \begin{bmatrix} w_k \\ w_{k+1} \end{bmatrix}.$$

引理 3^[26] 给定常数矩阵 Ψ_1, Ψ_2 和 Ψ_3 , 其中: $\Psi_1 = \Psi_1^T$ 和 $\Psi_2 = \Psi_2^T$, 那么

$$\Psi_1 + \Psi_3^T \Psi_2^{-1} \Psi_3 < 0, \quad (28)$$

等价于

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 & \Psi_3^T \\ \Psi_3 & -\Psi_2 \end{bmatrix} < 0. \quad (29)$$

定理 1 假设存在正定矩阵 $P > 0$ 和 $Q > 0$, 适当维数矩阵 S 和正数 γ , 以下线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & 0 & \Phi_2^T \\ 0 & -Q & 0 & \Phi_3^T \\ 0 & 0 & -\gamma I & \Phi_4^T \\ \Phi_2 & \Phi_3 & \Phi_4 & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

成立, 则状态和故障估计误差式(26)是 H_∞ 稳定的, 其中: $\bar{K} = P^{-1}S$,

$$\begin{cases} \Phi_1 = -P + Q + I, \\ \Phi_2 = P\bar{A}(\alpha) - S\bar{C}, \\ \Phi_3 = PZ, \\ \Phi_4 = P\bar{W}_1 - S\bar{W}_2. \end{cases}$$

证 H_∞ 观测器的设计目的是为了得到增益矩阵 \bar{K} , 使得

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \bar{e}_k = 0, \text{ 当 } v_k \equiv 0, \quad (31)$$

$$\|\bar{e}_k\| \leq \sqrt{\gamma} \|v_k\|, \text{ 当 } v_k \neq 0, \bar{e}_0 = 0. \quad (32)$$

要解决上述问题, 选择如下Lyapunov函数:

$$V_k = V_{1,k} + V_{2,k}. \quad (33)$$

令

$$V_{1,k} = \bar{e}_k^T P \bar{e}_k, \quad V_{2,k} = \sum_{h=k-\tau}^{k-1} \bar{e}_h^T Q \bar{e}_h, \quad (34)$$

因此式(33)可以变为

$$V_k = \bar{e}_k^T P \bar{e}_k + \sum_{h=k-\tau}^{k-1} \bar{e}_h^T Q \bar{e}_h, \quad P, Q > 0. \quad (35)$$

只需要使得Lyapunov函数 V_k 满足下列不等式:

$$\Delta V_k + \bar{e}_k^T \bar{e}_k - \gamma v_k^T v_k < 0, \quad (36)$$

其中 $\Delta V_k = V_{k+1} - V_k$.

当 $v_k \equiv 0, k = 0, 1, 2, \dots$, 则式(36)变成

$$\Delta V_k + \bar{e}_k^T \bar{e}_k < 0. \quad (37)$$

当 $v_k \neq 0, k = 0, 1, 2, \dots$, 则式(36)变成

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (\Delta V_k + \bar{e}_k^T \bar{e}_k - \gamma v_k^T v_k) < 0, \quad (38)$$

进而式(38)可以变为

$$J = -V_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \bar{e}_k^T \bar{e}_k - \gamma \sum_{k=0}^{\infty} v_k^T v_k < 0. \quad (39)$$

可知当 $e_0 = 0$ 时, $V_0 = 0$. 进一步可得到

$$\begin{aligned} \Delta V_{1,k} &= \bar{e}_{k+1}^T P \bar{e}_{k+1} - \bar{e}_k^T P \bar{e}_k = \\ &\bar{e}_k^T X^T(\alpha) P X(\alpha) \bar{e}_k + \bar{e}_k^T X^T(\alpha) P Z \bar{e}_{k-\tau} + \\ &\bar{e}_k^T X^T(\alpha) P Y v_k + \bar{e}_{k-\tau}^T Z^T P X(\alpha) \bar{e}_k + \\ &\bar{e}_{k-\tau}^T Z^T P Z \bar{e}_{k-\tau} + \bar{e}_{k-\tau}^T Z^T P Y v_k + \\ &v_k^T Y^T P X(\alpha) \bar{e}_k + v_k^T Y^T P Z \bar{e}_{k-\tau} + \\ &v_k^T Y^T P Y v_k - \bar{e}_k^T P \bar{e}_k, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \Delta V_{2,k} &= \sum_{h=k+1-\tau}^k \bar{e}_h^T Q \bar{e}_h - \sum_{h=k-\tau}^{k-1} \bar{e}_h^T Q \bar{e}_h = \\ &\bar{e}_k^T Q \bar{e}_k - \bar{e}_{k-\tau}^T Q \bar{e}_{k-\tau}. \end{aligned} \quad (41)$$

由式(40)–(41), 最终可以得到

$$\begin{aligned} J &= \Delta V_k + \bar{e}_k^T \bar{e}_k - \gamma v_k^T v_k = \\ &\bar{e}_k^T (X^T(\alpha) P X(\alpha) - P + Q + I) \bar{e}_k + \\ &\bar{e}_k^T X^T(\alpha) P Z \bar{e}_{k-\tau} + \bar{e}_k^T X^T(\alpha) P Y v_k + \\ &\bar{e}_{k-\tau}^T Z^T P X(\alpha) \bar{e}_k + \bar{e}_{k-\tau}^T (Z^T P Z - Q) \bar{e}_{k-\tau} + \\ &\bar{e}_{k-\tau}^T Z^T P Y v_k + v_k^T Y^T P X(\alpha) \bar{e}_k + \\ &v_k^T Y^T P Z \bar{e}_{k-\tau} + v_k^T (Y^T P Y - \gamma I) v_k. \end{aligned} \quad (42)$$

定义 $v_k = [\bar{e}_k^T \quad \bar{e}_{k-\tau}^T \quad \bar{v}_k^T]^T$, 故式(42)可以变为

$$v_k^T U v_k < 0, \quad (43)$$

其中

$$U = \begin{bmatrix} \Xi & X^T(\alpha) P Z & X^T(\alpha) P Y \\ Z^T P X(\alpha) & Z^T P Z - Q & Z^T P Y \\ Y^T P X(\alpha) & Y^T P Z & Y^T P Y - \gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (44)$$

其中 $\Xi = X^T(\alpha) P X(\alpha) - P + Q + I$. 因此, 观测矩阵 U 必须是负定的, 并且可以写为

$$\begin{bmatrix} X^T(\alpha) \\ Z^T \\ Y^T \end{bmatrix} P [X(\alpha) \quad Z \quad Y] + \begin{bmatrix} -P + Q + I & 0 & 0 \\ 0 & -Q & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (45)$$

根据引理3, 式(45)等价于

$$\begin{bmatrix} -P + Q + I & 0 & 0 & X^T(\alpha) P^T \\ 0 & -Q & 0 & Z^T P^T \\ 0 & 0 & -\gamma I & Y^T P^T \\ P X(\alpha) & P Z & P Y & -P \end{bmatrix} < 0, \quad (46)$$

其中:

$$\begin{aligned} P X(\alpha) &= P \bar{A}(\alpha) - P \bar{K} \bar{C} = \\ &P \bar{A}(\alpha) - S \bar{C}, \end{aligned} \quad (47)$$

$$P Y = P \bar{W}_1 - P \bar{K} \bar{W}_2 = P \bar{W}_1 - S \bar{W}_2. \quad (48)$$

由 $P \bar{K} = S$, 故有 $\bar{K} = P^{-1} S$.

所以式(43)可以进一步变为

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & 0 & \Phi_2^T \\ 0 & -Q & 0 & \Phi_3^T \\ 0 & 0 & -\gamma I & \Phi_4^T \\ \Phi_2 & \Phi_3 & \Phi_4 & -P \end{bmatrix} < 0. \quad (49)$$

证毕.

引入式(43)来处理带有时延项的稳定性, 可以把系统的时延项、状态和故障引入到线性矩阵不等式中, 从而利用Lyapunov稳定性理论证明系统的状态和故障误差满足 H_∞ 性能指标. 由定理1可以得出, 系统(1)的观测器是系统(6), 能够估计系统状态和故障. 求解观测器未知系数的步骤如下:

步骤 1 由式(9)计算得出矩阵 G 和 H ;

步骤 2 通过求解式(30)可以得到 \bar{K} ;

步骤 3 矩阵 K 和 L_2 可通过 $\bar{K} = [K^T \quad L_2^T]^T$ 得到;

步骤 4 求解式(20)–(21)可得到矩阵 N, L_1 .

这样就得到观测器的系数矩阵, 证明了观测器(6)设计问题是可行的. 本文所给出的方法与文献[13]类似, 都是采用了广义描述系统的思想, 对于广义离散LPV系统设计观测器同时估计了系统的故障和状态.

4 仿真实证

为表明本文所设计方法的有效性, 本文参考文献[24]所给出的三容水箱的实际系统. 三容水箱实验系统是由水箱主体、检测元件、水泵、信号处理箱及控制计算机构成^[27], 总体结构示意图如图1所示.

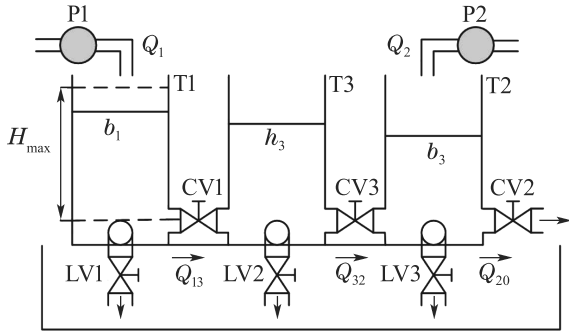


图1 三容水箱示意图^[27]

Fig. 1 Schematic map of three-tanks system^[27]

给出系统(1)的系数矩阵如下:

$$A^* = \begin{bmatrix} -0.0143 & 0.0 & 0.0143 \\ 0.0 & -0.0486 & 0.0244 \\ 0.0143 & 0.0244 & -0.0387 \end{bmatrix},$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0.0015 & 0.0 & -0.0015 \\ 0.0 & 0.0066 & -0.0043 \\ -0.0015 & -0.0043 & 0.0059 \end{bmatrix},$$

$$B^* = \begin{bmatrix} 0.0065 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0065 \\ 0.0 & 0.0 \end{bmatrix},$$

$$C^* = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 \end{bmatrix},$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{bmatrix}.$$

其他的矩阵本文考虑设置为

$$A_1^* = 0.01 \times \begin{bmatrix} 0.139 & 0.1 & 0.1 \\ 0.45 & 0.139 & 0.1 \\ -0.15 & 0.06 & 0.139 \end{bmatrix},$$

$$F^* = \begin{bmatrix} -1.0 \\ -0.1 \end{bmatrix},$$

$$D^* = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 1.0 \\ -0.1 \end{bmatrix},$$

$$W_1^* = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.01 & -0.01 \\ 0.0 & -0.5 & -0.02 \\ 0.209 & -0.003 & -0.099 \end{bmatrix},$$

$$W_2^* = 0.01 \times \begin{bmatrix} -0.266 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & -0.192 & 0.3 \end{bmatrix}.$$

考虑如下故障:

1) 执行器故障:

$$f_{a,k} = \begin{cases} 1, & 40 < k < 100, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (50)$$

2) 传感器故障:

$$f_{s,k} = \begin{cases} 1.5854 + k, & 40 < k < 100, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (51)$$

仿真中设置系统和观测器的初始值为

$$x_0 = [-0.3515 \quad -0.1297 \quad -0.0419]^T,$$

$$\hat{x}_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T,$$

系统的输入 $u_k = [21 \quad 19]^T$. 本文给定 $s = 2, \tau = 2$. 图2展示了系统状态 x_1 和使用观测器设计获得的 x_1 的估计, 图3-4给出了系统状态向量 x_2 和 x_3 以及使用观测器得到的估计.

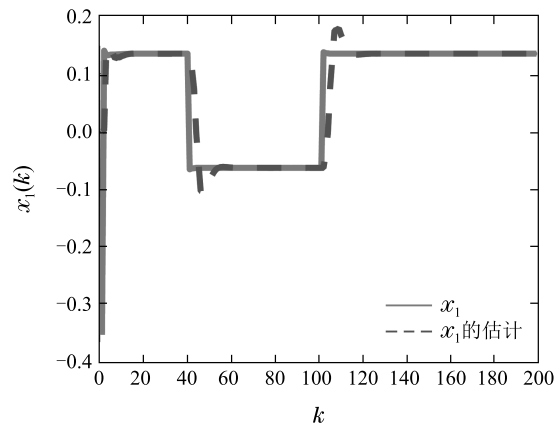


图2 x_1 及其估计

Fig. 2 x_1 and its estimation

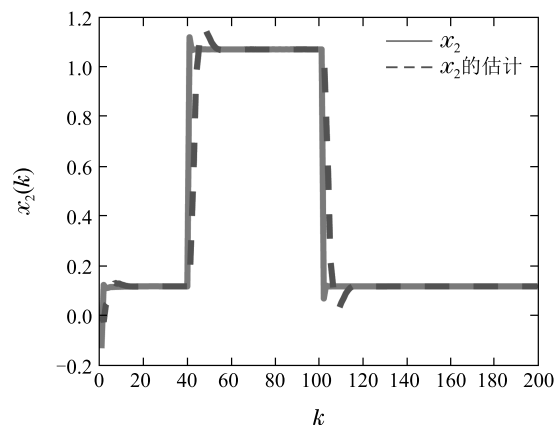


图3 x_2 及其估计

Fig. 3 x_2 and its estimation

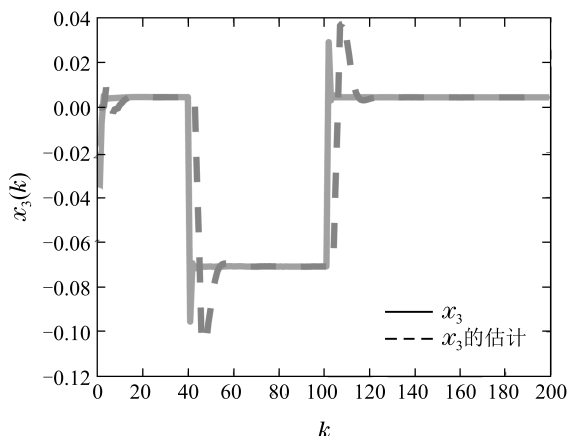


图 4 x_3 及其估计

Fig. 4 x_3 and its estimation

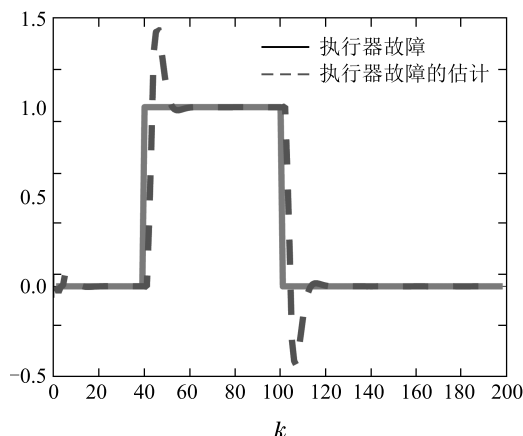


图 7 f_a 及其估计

Fig. 7 f_a and its estimation

图5显示观测器能够较好的估计状态. 图6-7分别提供了应用 H_∞ 观测器的传感器和执行器故障估计的结果. 图8可以看出通过本文所提方法得到故障估计误差. 从仿真结果可以看出, 所提观测器具有令人满意的估计效果.

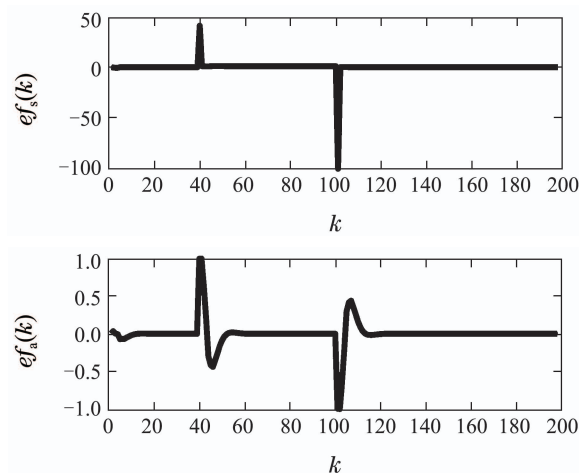


图 8 传感器故障和执行器故障估计误差

Fig. 8 Sensor fault and actuator fault estimation error

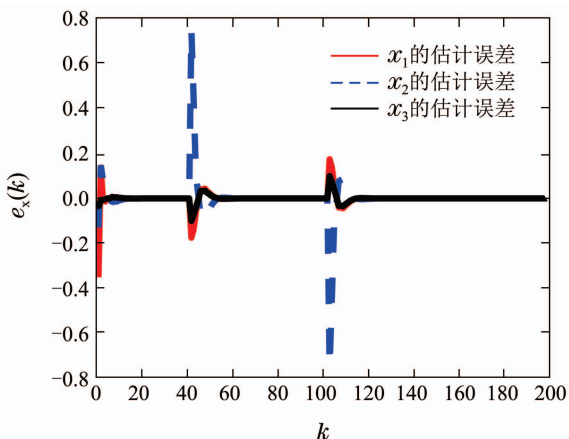


图 5 系统状态估计误差

Fig. 5 System state estimation errors

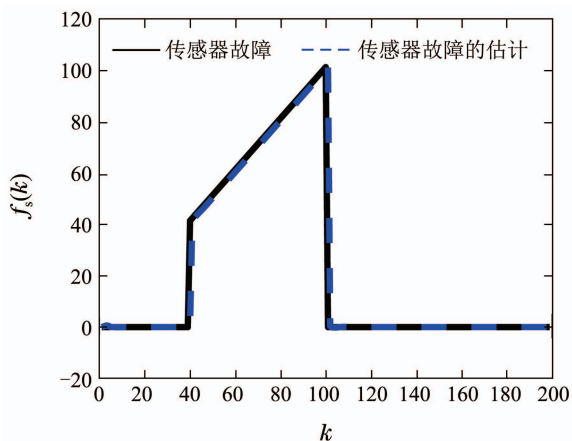


图 6 故障 f_s 及其估计

Fig. 6 f_s and its estimation

5 总结

本文主要研究了对具有积分测量和时延的离散 LPV 系统设计观测器进行故障和状态估计的问题. 首先, 将系统当前状态、系统延迟状态和传感器故障进行扩维; 其次, 对广义系统设计观测器同时估计系统状态、传感器故障和执行器故障; 接着, 通过求解线性矩阵不等式, 进一步得到观测器的待设计矩阵; 最后, 给出仿真验证该方法的有效性. 本文所采用的方法能够较好的解决文献[24]所没有考虑的延迟的影响. 在一定程度上解决了该研究领域所存在的部分问题.

本文只是研究了离散 LPV 系统的故障和状态估计问题, 未来还可以考虑根据得到的故障估计结果来设计容错控制器, 以补偿故障对系统产生的影响.

参考文献:

[1] ZHOU Donghua, SUN Youxian. *Fault Detection of Control System*. Beijing: Tsinghua University Press, 1994.
(周东华, 孙优贤. 控制系统的故障检测. 北京: 清华大学出版社, 1994.)

- [2] GAO Z, CECATI C, DING S X. A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques-part I: Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(6): 3757 – 3767.
- [3] GAO Z, CECATI C, DING S X. A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques-part II: Fault diagnosis with knowledge-based and hybrid/active approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(6): 3768 – 3774.
- [4] ZHOU Donghua, YE Yinzong. *Modern Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. (周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制. 北京: 清华大学出版社, 2000.)
- [5] ZENG H B, LIU X G, WANG W. A generalized free-matrix-based integral inequality for stability analysis of time-varying delay systems. *Applied Mathematics and Computation*, 2019, 354(8): 1 – 8.
- [6] ZENG H B, HE Y, WU M, et al. Free-matrix-based integral inequality for stability analysis of systems with time-varying delay. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(10): 2768 – 2772.
- [7] ZHANG X M, WU M, SHE J H. Delay-dependent stabilization of linear systems with time-varying state and input delays. *Automatica*, 2005, 41(8): 1405 – 1412.
- [8] ZENG H B, ZHAI Z L, HE Y, et al. New insights on stability of sampled-data systems with time-delay. *Applied Mathematics and Computation*, 2020, DOI: 374.10.1016/j.amc.2020.125041.
- [9] LI Xuan, WU Xiaobei. Fault detection of network control system with long delay and packet loss. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(33): 221 – 233. (黎焯, 吴晓蓓. 具有长时延和丢包的网络控制系统的故障检测. 计算机工程与应用, 2008, 44(33): 221 – 223.)
- [10] HUANG He, XIE Dexiao, ZHANG Dengfeng. Fault detection of network control system H_∞ with random Markov delay. *Information and Control*, 2010, 39(1): 6 – 12. (黄鹤, 谢德晓, 张登峰. 具有随机马尔可夫时延的网络控制系统 H_∞ 故障检测. 信息与控制, 2010, 39(1): 6 – 12.)
- [11] MA Y C, FU L. Finite-time H_∞ control for discrete-time switched singular time-delay systems subject to actuator saturation via static output feedback. *International Journal of Systems Science*, 2016, 47(14): 3394 – 3408.
- [12] DU D S, JIANG B. Actuator fault estimation and accommodation for switched systems with time delay: Discrete-time case. *ISA Transactions*, 2016, 62(5): 137 – 144.
- [13] LI Xiaohang, ZHU Fanglai. Simultaneous estimation of actuator and sensor faults in delayed uncertain Markov hopping systems. *Journal of Automation*, 2017, 43(1): 72 – 82. (李晓航, 朱芳来. 延迟不确定马尔科夫跳变系统的执行器和传感器故障同时估计方法. 自动化学报, 2017, 43(1): 72 – 82.)
- [14] HAN Y Q, KAO Y G, GAO C C. Robust observer-based H_∞ control for uncertain discrete singular systems with time-varying delays via sliding mode approach. *ISA Transactions*, 2018, 80(9): 81 – 88.
- [15] WEN S P, ZENG Z G, HUANG T W. Observer-based H_∞ fuzzy control for discrete-time Takagi-Sugeno fuzzy mixed delay systems with random packet losses and multiplicative noises. *International Journal of Systems Science*, 2015, 46(1): 159 – 169.
- [16] LIU L P, HAN Z Z, LI W L. H_∞ non-fragile observer-based sliding mode control for uncertain time-delay systems. *Journal of the Franklin Institute*, 2010, 347(2): 567 – 576.
- [17] ZHOU Z P, TAN Y H, XIE Y Q, et al. State estimation of a compound non-smooth sandwich system with backlash and dead zone. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 83(1): 439 – 449.
- [18] ZHOU Z P, LIU X F. State and fault estimation of sandwich systems with hysteresis. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(13): 3974 – 3986.
- [19] TRIPATHI S, GEHLOT M, HUSSAIN J K, et al. Field integral measurement of a six period undulator in a pulsed wire set up. *Optics Communications*, 2011, 284(1): 350 – 357.
- [20] CASOLI P, AUTHIER N, JACQUET X, et al. Characterization of the caliban and prospero critical assemblies neutron spectra for integral measurements experiments. *Nuclear Data Sheets*, 2014, 118(4): 554 – 557.
- [21] CUO Y F, HUANG B. State estimation incorporating infrequent, delayed and integral measurements. *Automatica*, 2015, 58: 32 – 38.
- [22] LIU Y, WANG Z D, ZHOU D H. State estimation and fault reconstruction with integral measurements under partially decoupled disturbances. *IET Control Theory and Applications*, 2018, 12(10): 1520 – 1526.
- [23] WANG Hanbin, CHEN Huamin, WENG Zhengxin. Robust fault estimation for discrete LPV systems. *Journal of Shanghai Institute of Technology (Natural Science edition)*, 2015, 15(3): 265 – 270. (王汉斌, 陈华民, 翁正新. 离散LPV系统的鲁棒故障估计. 上海应用技术学院学报(自然科学版), 2015, 15(3): 265 – 270.)
- [24] ZHANG X X, FENG X X, MU Z L, et al. State and fault estimation for nonlinear recurrent neural network systems: Experimental testing on a three-tank system. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 2018, 98(6): 1328 – 1338.
- [25] LIU M, ZHANG L X, SHI P, et al. Fault estimation sliding-mode observer with digital communication constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(10): 3434 – 3441.
- [26] LUO Y Q, WANG Z D, WEI G L, et al. State estimation for a class of artificial neural networks with stochastically corrupted measurements under Round-Robin protocol. *Neural Networks*, 2016, 77(5): 70 – 79.
- [27] XU Guowang. *Research on fault diagnosis algorithm of three-tanks System*. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2008. (徐国旺. 三容水箱系统故障诊断算法研究. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2008.)

作者简介:

乔 栋 硕士研究生, 目前研究方向为故障诊断与容错控制, E-mail: qd19960621@foxmail.com;

张潇潇 硕士研究生, 目前研究方向为故障诊断与容错控制, E-mail: zhangxxjs@qq.com;

王友清 教授, 博士生导师, 目前研究方向故障诊断与容错控制、人工智能、海洋无人系统等, E-mail: wang.youqing@ieee.org.