

# 非线性多智能体磁滞系统的分布式输出反馈渐近一致控制

刘 焯<sup>1†</sup>, 杨朋举<sup>1</sup>, 张 绪<sup>2</sup>

(1. 上海工程技术大学 电子电气工程学院, 上海 201620; 2. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 针对一类具有磁滞输入且状态未知的非线性多智能体系统, 本文提出了一种基于领导者-跟随者的分布式输出反馈渐近一致自适应控制方案. 首先, 构造了具有动态高增益的K-滤波器以估计多智能体系统的未知状态. 然后, 采用一种新型的动态面控制策略设计控制器. 不同于传统动态面控制策略所采用的一阶低通滤波器, 本文设计了含正时变积分函数的非线性滤波器, 该滤波器不仅能解决“微分爆炸”问题、降低计算负担, 而且能补偿传统动态面的边界层误差, 使跟踪误差收敛到零. 理论分析表明: 该控制方案能有效地消除未知磁滞的影响, 确保整个闭环系统的稳定性, 并使跟踪误差达到渐近收敛的目标. 最后, 通过仿真对所提出控制方案的有效性进行了分析和验证.

**关键词:** 未知磁滞; 输出反馈; 多智能体系统; 动态面控制; 分布式控制

**引用格式:** 刘焯, 杨朋举, 张绪. 非线性多智能体磁滞系统的分布式输出反馈渐近一致控制. 控制理论与应用, 2021, 38(7): 1102 – 1112

DOI: 10.7641/CTA.2021.00708

## Distributed output feedback asymptotic consensus control for nonlinear multi-agent systems with hysteresis

LIU Ye<sup>1†</sup>, YANG Peng-ju<sup>1</sup>, ZHANG Xu<sup>2</sup>

(1. School of Electronic and Electrical Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China;  
2. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Aiming at a class of nonlinear multi-agent systems with unknown states and hysteresis input, a distributed output feedback asymptotic consensus adaptive control scheme based on leader-follower is proposed in this paper. First, the K-filters with dynamic high gain are constructed to estimate the unknown states of the multi-agent systems. Then, a new dynamic surface control strategy is adopted to design controller. The nonlinear filters with a positive time-varying integral function are designed, which are different from the first order low pass filters adopted in the traditional dynamic surface control strategy. This filter can not only solve the problem of “differential explosion” and reduce the computational burden, but also it can compensate the boundary layer error of the traditional dynamic surface and make the tracking error converge to zero. Theoretical analysis shows that the control scheme can effectively eliminate the effects of unknown hysteresis, ensure the stability of the whole closed-loop system and make the tracking error reach the goal of asymptotic convergence. Finally, the effectiveness of the proposed control scheme is analyzed and verified by simulation.

**Key words:** unknown hysteresis; output feedback; multi-agent systems; dynamic surface control; distributed control

**Citation:** LIU Ye, YANG Pengju, ZHANG Xu. Distributed output feedback asymptotic consensus control for nonlinear multi-agent systems with hysteresis. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(7): 1102 – 1112

## 1 引言

近几十年来, 多智能体协调控制技术因其在集群控制, 如无人机群控制、水下协同作业、机器人编队以及卫星集群控制等相关领域的成功应用, 使多智能体协调控制问题逐渐成为学者们广泛关注的重点<sup>[1-3]</sup>. 多智能体间的协同控制主要包括一致性、蜂拥、聚集、群集等, 其中一致性问题在协同控制领域显示出

巨大的工程应用潜力, 是研究多智能体协调控制问题的关键<sup>[4-6]</sup>. 此外, 在多智能体的协调控制系统中, 所设计的控制器不仅需要当前智能体的信息, 还需要邻接多智能体的信息, 这使得分布式控制器的设计更加具有挑战性. 最近, 文献[7]通过著名的内模原理研究了具有扰动的不确定线性多智能系统的渐近协作输出调节问题, 并设计了两种基于自适应控制策略和事件触发机制的新型分布式控制器, 该控制器能大大减

收稿日期: 2020-10-14; 录用日期: 2021-05-27.

†通信作者. E-mail: liuye.buaa@126.com; Tel.: +86 18021071895.

本文责任编辑: 陈皓勇.

国家自然科学基金项目(61703269)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61703269).

少数据传输的频率并能避免Zeno行为. 在文献[7]的基础上, 文献[8]假设仅少数智能体外部系统的系统矩阵已知而各智能体的拓扑信息未知, 进一步设计了一种新颖的分布式观测器以估计与拓扑相关的信息, 实现了多智能体系统的渐近协同控制. 然而, 实际的物理系统往往存在非线性特性, 研究具有非线性动态的多智能体系统有助于更好地描述系统特性, 进而改善系统的控制性能. 针对含输入死区的多智能体二阶非线性系统, 文献[9]提出了一种基于一致性的分布式神经网络自适应控制策略. 文献[10]针对非线性的随机多智能体死区输入系统, 设计了一种分布式的一致性控制器, 其在状态已知的情况下得到了良好的实际跟踪控制效果. 文献[11]进一步扩展系统的应用范围, 考虑了执行器故障的情况, 并且其所设计的控制器能确保系统跟踪误差在预设性能界限范围内. 实际上, 存在大量物理系统的内部状态信息是未知的, 通常需要构造状态观测器以估计其内部状态信息, 并通过构造基于输出反馈的自适应控制器以达到控制目的. 在系统模型含有未知状态信息的情况下, 文献[12]设计了一种针对非线性高阶多智能体系统的一致性量化控制器, 其能有效地抵消智能体系统间存在的由未知动态非线性所造成的相互影响. 在文献[12]的基础上, 文献[13]在控制增益未知的情况下, 进一步研究基于分布式的高阶多智能体随机系统的一致性问题, 提出一种有效的输出反馈模糊控制方案.

然而, 不难发现文献[12-13]所提出的多智能体系统一致性控制方案采用传统反推法设计控制器, 其在设计的过程中需要对虚拟控制率进行重复微分而出现“微分爆炸”现象. 为克服这种不足, 文献[14]进一步研究了一类同时具有非线性项与未知参数的多智能体高阶系统的分布式一致性输出反馈问题, 其所设计的自适应动态面控制器能避免“微分爆炸”问题并降低系统的计算负担, 但是该控制器仅能使跟踪误差收敛至任意小的零的邻域范围内, 而无法令跟踪误差达到渐近收敛至零的程度. 最近, 在传统动态面控制方案<sup>[14-19]</sup>的基础上, 文献[20]针对一类具有磁滞输入的不确定非线性系统, 进一步研究动态面渐近跟踪控制问题, 其设计了带有正时变积分函数的新型非线性滤波器, 该滤波器能补偿传统一阶线性低通滤波器的边界层误差, 并能令跟踪误差达到渐近收敛至零的程度. 受此启示, 本文以含非线性项的多智能体高阶系统为对象, 在现存文献[7-20]的基础上, 进一步研究基于分布式的动态面输出反馈渐近一致控制问题.

另一方面, 多智能体系统的执行机构在实际的工程应用中往往因智能材料的使用而产生磁滞现象, 其严重影响系统的跟踪控制性能. 因此, 消除多智能体系统执行机构的磁滞效应以保证系统的稳定性进而

实现良好的跟踪控制性能成为研究热点. 在现有的文献中, 常用两种方法来处理磁滞现象, 其中一种是设计平滑的自适应磁滞逆以减轻磁滞效应的影响<sup>[21]</sup>, 另一种是将磁滞效应视为磁滞的有界扰动和详细特性<sup>[22]</sup>. 最近, 文献[23]提出了一种针对随机非线性多智能体磁滞系统的事件触发模糊反演控制方案, 该方案给出的控制器仅在采样时刻有条件地进行更新. 针对一类非线性的多智能体磁滞系统, 文献[24]在系统状态不可测的情况下, 进一步构造了一种基于神经网络的分布式输出反馈自适应控制器. 该控制器能够同时有效地消除磁滞输入和外部扰动对该控制系统的不良影响. 除了稳态跟踪性能, 文献[25]还进一步考虑多智能体系统的瞬态跟踪性能, 其利用RBF神经网络并结合特定的Nussbaum型函数以解决未知控制方向的问题, 且所提出的反演控制方案不仅能消除系统执行机构的磁滞现象, 而且还能确保各跟随者一致性误差均能被约束在预先设定的性能边界范围内. 然而, 虽对于含未知磁滞输入的多智能体高阶系统一致控制的研究已取得很多成果, 但是对该类系统动态面渐近控制的研究却仍然较少, 其难点在于新型滤波器的构造, 以及能补偿磁滞影响的控制器的设计.

本文考虑磁滞输入的影响, 研究了一类状态未知的多智能体非线性系统的分布式输出反馈领导者-跟随者自适应渐近一致控制问题. 其研究动机是对于具有智能材料执行器的多智能体工业系统, 其大多数情况只有输入输出状态可测, 此种情况下仍然保持高精度的跟踪控制. 本文通过构造具有动态增益的K-滤波器去估计多智能体系统的未知状态, 并对系统以及磁滞模型中的未知参数进行在线估计. 在此基础上, 利用非线性滤波器进行新型动态面控制器的设计. 所设计的控制器能有效地消除未知磁滞给控制系统所造成的不良影响, 确保整个多智能体闭环控制系统的所有信号均能达到半全局一致最终有界, 并使所有跟随者输出均能渐近跟踪领导者输出, 且跟踪误差能在理论上收敛至零. 本文的主要贡献如下:

- 1) 与现有的输出反馈控制系统<sup>[12-14]</sup>相比, 本文所研究的控制系统不仅具有未知参数, 而且有与未知状态线性相关的非线性项, 并且考虑了未知磁滞输入对系统跟踪性能的影响. 因此, 本文考虑的系统模型更为广泛, 更具一般性.

- 2) 构造了改进的动态高增益K-滤波器以估计非线性多智能体系统的未知状态, 与传统的K-滤波器相比, 其能够处理系统中与未知状态线性相关的非线性项, 并且其是渐近稳定的.

- 3) 设计了带有正时变积分函数的新型非线性滤波器, 该滤波器不仅能解决“微分爆炸”问题、降低计算负担, 而且还能补偿传统动态面控制方案<sup>[14-19]</sup>中存在的边界层误差, 使跟踪误差渐近收敛到零.

## 2 预备知识与问题描述

### 2.1 图论

在本文中,利用图论处理多智能体系统的渐近控制问题.首先,为了表示子系统组间的信息传输条件,定义有向图 $G = (\check{U}, \check{T}, \check{A})$ ,其中: $\check{U} = \{1, \dots, N\}$ 是节点集合; $\check{T} \subseteq \check{U} \times \check{U}$ 是边集合; $\check{A} = [\check{a}_{i,j}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 是有向图 $G$ 的邻接矩阵.假设有向图 $G$ 内部不存在自循环,即 $\check{a}_{i,i} = 0$ .其次,在邻接矩阵中,若节点 $j$ 能直接向节点 $i$ 传输信息,则 $\check{a}_{i,j} > 0$ ,否则,令 $\check{a}_{i,j} = 0$ .另外,可将有向图 $G$ 的入度矩阵定义为 $\check{D} = \text{diag}\{\check{d}_1, \dots, \check{d}_n\}$ ,其中: $\check{d}_i = \sum_{j=1}^N \check{a}_{i,j}$ ,  $i = 1, \dots, n$ .然后,有向图 $G$ 的拉普拉斯矩阵被定义为 $\check{L} = \check{D} - \check{A}$ .此外, $\check{\mu}_i = 1$ 代表第 $i$ 个跟随者能够直接与其领导者进行通讯,否则,令 $\check{\mu}_i = 0$ .最后,在有向图 $G$ 中,当某一个节点与其他所有节点之间均连接有向通道,则认为在有向图 $G$ 中存在有向生成树.

### 2.2 问题描述

考虑一系列具有磁滞输入、未知参数和非线性项的高阶多智能体系统.该系统包含 $N$ 个 $n$ 阶的跟随者子系统,其如下所示:

$$\dot{x}_i = A_i x_i + \varphi_{i,0}(y_i) + \sum_{k=1}^{r_i} a_{i,k} \varphi_{i,k}(y_i) +$$

$$F_i(y_i)x_i + b_i H_i(u_i),$$

$$y_i = c_i^T x_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & I_{n_i-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad c_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0_{(n_i-1) \times 1} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & f_{i,2,2} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & f_{i,2,n_i} & \cdots & f_{i,n_i,n_i} \end{bmatrix}, \quad b_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \bar{b}_i \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中: $x_i = [x_{i,1} \ \cdots \ x_{i,n_i}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ 和 $y_i \in \mathbb{R}$ 分别为第 $i$ 个跟随者子系统的状态和输出; $u_i \in \mathbb{R}$ 是磁滞模型输入; $\varphi_{i,0}(y_i) = [\varphi_{i,0,1}(y_i) \ \cdots \ \varphi_{i,0,n_i}(y_i)]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ 和 $\varphi_{i,k}(y_i) = [\varphi_{i,k,1}(y_i) \ \cdots \ \varphi_{i,k,n_i}(y_i)]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ 均为已知的非线性光滑函数向量; $a_{i,k}$ 是一个未知的实常数; $F_i(y_i) \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$ 为具有下三角形式的已知非线性光滑函数矩阵; $\bar{b}_i = [b_{i,m_i} \ b_{i,m_i-1} \ \cdots \ b_{i,0}]^T \in \mathbb{R}^{m_i+1}$ ,且 $b_{i,m_i}$ 是一个未知的非零常数; $\rho_i = n_i - m_i > 1$ ; $H_i(\cdot) \in \mathbb{R}$ 是磁滞模型的输出.本文选取的用以描述该系统执行机构磁滞现象的模型是Bouc-Wen模型,其数学定义如下:

$$H_i(u_i) = \varepsilon_i \varsigma_i u_i + (1 - \varepsilon_i) \varsigma_i \xi_i, \quad (4)$$

其中: $0 < \varepsilon_i < 1$ 是刚度比; $\varsigma_i$ 是与非线性伪自然频率有关正参数; $\xi_i$ 是辅助变量,其导数为

$$\dot{\xi}_i = \dot{u}_i - \vartheta_i |\dot{u}_i| |\xi_i|^{\lambda_i-1} \xi_i - \phi_i \dot{u}_i |\xi_i|^{\lambda_i}, \quad (5)$$

其中: $\vartheta_i$ 和 $|\phi_i|$ 分别是描述磁滞形状和振幅的常数,且 $\vartheta_i > |\phi_i|$ ; $\lambda_i \geq 1$ 能够控制磁滞曲线由初始斜率向临界斜率过渡的光滑性.

上述Bouc-Wen磁滞模型输入输出关系如图1所示,其中: $\xi_i(0) = 0$ ,  $u_i(t) = 5 \sin(2t)$ ,  $\varepsilon_i = 0.33$ ,  $\varsigma_i = 10$ ,  $\vartheta_i = 1$ ,  $\lambda_i = 2$ ,  $\phi_i = 0.5$ .

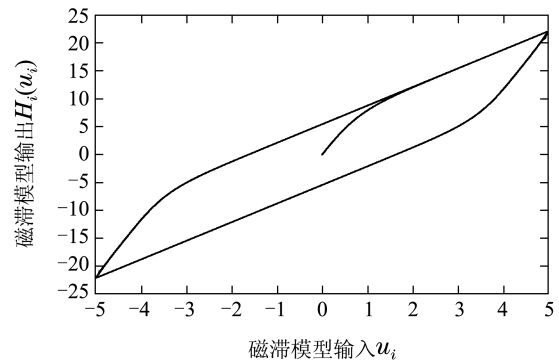


图1 Bouc-Wen磁滞

Fig. 1 Bouc-Wen hysteresis

为了实现对非线性多智能体系统(1)的控制目标,现提出如下一系列的假设和引理:

**假设1** 领导者输出 $y_r$ 及其导数 $\dot{y}_r$ 和 $\ddot{y}_r$ 均为光滑且有界的已知函数,  $[y_r \ \dot{y}_r \ \ddot{y}_r]^T \in \Omega_0$ , 而 $\Omega_0$ 将在稳定性分析时被定义.

**假设2** 不失一般性,不妨令式(3)中的 $b_{i,m_i}$ 为正常数,且其能够令 $\Delta_i(s) = b_{i,m_i} s^{m_i} + \cdots + b_{i,1} s + b_{i,0}$ 为赫尔维茨多项式.

**假设3** 在由系统(1)组成的有向图 $G$ 中,领导者至少向跟随者发出一棵有向生成树.

**假设4** 存在一个足够光滑且可积的有界正函数 $\sigma_i(t)$ ,满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \sigma_i(\tau_i) d\tau_i \leq \sigma_{i,1} < +\infty, \quad (6)$$

$$|\dot{\sigma}_i(t)| \leq \sigma_{i,2} < +\infty, \quad \forall t \geq 0, \quad (7)$$

其中: $\tau_i$ 是时间常数; $\sigma_{i,1}$ 和 $\sigma_{i,2}$ 均为正常数.

**引理1**<sup>[14]</sup> 对于任意 $r > 0$ 和 $x \in \mathbb{R}$ ,满足

$$0 \leq |x| - \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + r^2}} < r. \quad (8)$$

**引理2**<sup>[14]</sup> 存在正常数 $a_i$ ,  $\varrho_{i,1}$ ,  $\varrho_{i,2}$ 和对称正定矩阵 $P_i$ 使下式成立:

$$\varrho_{i,1} I_{n_i} \leq D_i P_i + P_i D_i + 2a_i P_i \leq \varrho_{i,2} I_{n_i}, \quad (9)$$

其中 $D_i = \text{diag}\{0, 1, \dots, n_i - 1\}$ .

**引理3**<sup>[20]</sup> 对于任意分段连续信号 $u_i$ 和 $\dot{u}_i$ , 微分方程(5)的解集满足

$$|\xi_i(t)| \leq \max\{|\xi_i(0)|, \frac{1}{\sqrt[n_i]{\theta_i + \phi_i}}\}, \quad (10)$$

其中:  $\xi_i(0)$ 是其初值条件;  $\max\{\cdot\}$ 表示最大值.

本文的控制目标是设计一种基于新型动态面的分布式自适应控制器, 保证所有跟随者和领导者的输出均能渐近趋于一致, 并使跟踪误差收敛到零. 同时, 确保闭环系统的所有信号均为半全局一致最终有界的.

**注 1** 本文考虑的系统模型更为广泛, 更具一般性. 根据式(1)和式(4), 所研究的非线性系统不仅涉及未知参数, 而且考虑了与未知状态线性相关的非线性项

$$F_i(y_i)x_i = [0 \ f_{i,2,2}(y_i)x_{i,2} \ \cdots \ \sum_{r=2}^j f_{i,r,j}(y_i)x_{i,r} \ \cdots \ \sum_{r=2}^{n_i} f_{i,r,n_i}(y_i)x_{i,r}]^T, \quad (11)$$

从式(11)可知: 非线性项 $F_i(y_i)x_i$ 表示未知状态 $x_i$ 与非线性函数 $F_i(y_i)$ 的乘积, 然而现有的输出反馈控制方案仅仅考虑了输出 $y_i$ 和非线性函数 $\varphi_{i,k}(y_i)$ . 因此, 现有的输出反馈控制方案<sup>[12-13]</sup>不能用于处理本文的系统, 那么设计能够处理与未知状态线性相关的非线性项的状态观测器是更加困难且更加具有挑战性的.

**注 2** 与现有的多智能体控制方案<sup>[11-13]</sup>相比, 本文所提出的控制方案采用动态面反推技术设计控制器, 该控制器仅需要知道各跟随者输出 $y_i$ 、领导者输出 $y_r$ 和其一阶导数 $\dot{y}_r$ . 此外, 本文所考虑的非线性多智能体系统(1)可以是异构的.

**注 3** 假设4中的正时变积分函数 $\sigma_i(t)$ 对于分析动态面控制系统的稳定性起着至关重要的作用, 可选取为 $\ell e^{-\nu t}$ ,  $1/(t^h + 1)$ , 其中:  $\ell > 0$ ,  $\nu > 0$ ,  $h \geq 1$ .

**注 4** 由于 $P_i$ 是对称正定矩阵, 那么只需选取足够大的 $a_i$ , 即可使式(9)成立.

### 3 自适应控制器设计

#### 3.1 状态估计

为估计非线性多智能体系统(1)的未知状态, 笔者设计如下一系列动态高增益K-滤波器:

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{i,0} = (A_i - l_i L_i q_i c_i^T) \zeta_{i,0} + l_i L_i q_i y_i + \varphi_{i,0}(y_i) + F_i(y_i) \zeta_{i,0}, \\ \dot{\zeta}_{i,k} = (A_i - l_i L_i q_i c_i^T) \zeta_{i,k} + \varphi_{i,k}(y_i) + F_i(y_i) \zeta_{i,k}, \quad 1 \leq k \leq r_i, \\ \dot{v}_{i,j} = (A_i - l_i L_i q_i c_i^T) v_{i,j} + E_{n_i, n_i - j} H_i(u_i) + F_i(y_i) v_{i,j}, \quad 0 \leq j \leq m_i, \end{cases} \quad (12)$$

其中:  $i \in [1, \dots, N]$ ;  $q_i = [q_{i,1} \ \cdots \ q_{i,n_i}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ ;  $E_{n_i, n_i - j} = [0 \ \cdots \ 0 \ 1_{n_i - j} \ 0 \ \cdots \ 0]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ ;  $\zeta_{i,0} =$

$[\zeta_{i,0,1} \ \cdots \ \zeta_{i,0,n_i}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ ;  $\zeta_{i,k} = [\zeta_{i,k,1} \ \cdots \ \zeta_{i,k,n_i}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ ;  $v_{i,j} = [v_{i,j,1} \ \cdots \ v_{i,j,n_i}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$ ;  $l_i$ 为该滤波器的动态增益, 且 $L_i = \text{diag}\{1, l_i, \dots, l_i^{n_i-1}\}$ . 此外, 动态增益 $l_i$ 由如下微分方程给出:

$$\dot{l}_i = -\kappa_i l_i^2 + \kappa_i l_i + l_i \psi_i(y_i) + \frac{\varpi_i l_i}{\varrho_{i,1}}, \quad l_i(0) = 1, \quad (13)$$

其中:  $l_i \geq l_i(0)$ ;  $\kappa_i$ 是正设计参数;  $\psi_i(y_i)$ 是非负光滑函数;  $\varpi_i = \frac{h_i}{2\delta_{i,1,1}} + \sum_{q=1}^N \frac{\ddot{\alpha}_{i,q}}{2\delta_{q,1,2}}$ ,  $\delta_{i,1,1}$ 和 $\delta_{q,1,2}$ 将在后续的设计步骤中定义. 然后, 将多智能体系统(1)未知状态的估计表示为

$$\hat{x}_i = \zeta_{i,0} + \sum_{k=1}^{r_i} a_{i,k} \zeta_{i,k} + \sum_{j=0}^{m_i} b_{i,j} v_{i,j}. \quad (14)$$

因此, 系统实际状态与状态估计之间的误差为

$$\epsilon_i = [\epsilon_{i,1} \ \cdots \ \epsilon_{i,n_i}]^T = x_i - \hat{x}_i, \quad (15)$$

其导数为

$$\dot{\epsilon}_i = (A_i - l_i L_i q_i c_i^T) \epsilon_i + F_i(y_i) \epsilon_i. \quad (16)$$

为便于分析, 记 $A_i - l_i L_i q_i c_i^T = l_i L_i (A_i - q_i c_i^T) L_i^{-1}$ . 然后, 进行坐标变换 $\bar{\epsilon}_i = l_i^{-a_i} L_i^{-1} \epsilon_i$ , 其中:  $a_i$ 为正常数, 其已在式(9)中被给出. 根据式(16), 对 $\bar{\epsilon}_i$ 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\epsilon}}_i &= l_i (A_i - q_i c_i^T) \bar{\epsilon}_i + L_i^{-1} F_i(y_i) L_i \bar{\epsilon}_i - \\ &\frac{\dot{l}_i}{l_i} (a_i I_{n_i} + D_i) \bar{\epsilon}_i. \end{aligned} \quad (17)$$

此外, 选取合适的参数 $q_i$ , 使 $(A_i - q_i c_i^T)$ 为赫尔维茨矩阵, 则必然存在正定对称矩阵 $P_i$ , 满足

$$(A_i - q_i c_i^T)^T P_i + P_i (A_i - q_i c_i^T) = -I_{n_i}. \quad (18)$$

**引理4** 对于状态观测器误差, 选取李雅普诺夫函数为

$$V_{i,\bar{\epsilon}_i} = \bar{\epsilon}_i^T P_i \bar{\epsilon}_i. \quad (19)$$

然后, 根据式(9)(13)(17)-(18), 并选取合适的正设计参数 $\kappa_i$ 和非负光滑函数 $\psi_i(y_i)$ , 得

$$\dot{V}_{i,\bar{\epsilon}_i} \leq -\frac{1}{2} l_i \|\bar{\epsilon}_i\|^2 - \varpi_i \|\bar{\epsilon}_i\|^2, \quad (20)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数.

**注 5** 这里已省略引理4的证明, 其相关证明过程可参考文献[12-14]. 此外, 根据式(20)可知, 本文所设计的动态高增益K-滤波器(12)是渐近稳定的, 且经该滤波器所测得的状态估计值与真实状态之间的误差可收敛至零.

#### 3.2 新型动态面控制设计

在这一部分, 将给出采用新型非线性滤波器的动态面控制器设计步骤. 首先, 为便于展开设计, 要进行如下坐标变换:

$$\begin{cases} z_{i,1} = \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q}(y_i - y_q) + \check{\mu}_i(y_i - y_r), \\ z_{i,j} = v_{i,m_i,j} - \bar{\alpha}_{i,j-1}, \\ s_{i,j-1} = \bar{\alpha}_{i,j-1} - \alpha_{i,j-1}, \end{cases} \quad (21)$$

其中:  $j = 2, \dots, \rho_i$ ;  $z_{i,1}$  是第  $i$  个跟随者的一致性误差;  $\check{a}_{i,q}$  和  $\check{\mu}_i$  是与通讯网络相关的设计参数, 其均在图论部分已被给出;  $\alpha_{i,j-1}$  和  $\bar{\alpha}_{i,j-1}$  分别是步骤  $(j-1)$  中的第  $i$  个跟随者在滤波前、后的虚拟控制率;  $s_{i,j-1}$  是步骤  $(j-1)$  中第  $i$  个跟随者滤波之后的边界层误差;  $v_{i,m_i,j}$  是向量  $v_{i,m_i}$  的第  $j$  个元素, 其已由式(12)给出.

**步骤 1** ( $i=1, \dots, N$ ) 根据式(1)(15)(21), 可将  $z_{i,1}$  的导数表示为

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,1} = & h_i(\epsilon_{i,2} + \zeta_{i,0,2} + \varphi_{i,0,1} + b_{i,m_i}v_{i,m_i,2} + \\ & \Theta_i^T \omega_i) - \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q}(\epsilon_{q,2} + \zeta_{q,0,2} + \\ & \varphi_{q,0,1} - \Theta_{i,q}^T \omega_{i,q}) - \mu_i \dot{y}_r, \end{aligned} \quad (22)$$

其中:

$$\begin{cases} h_i = \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q} + \check{\mu}_i, \\ \Theta_i = [b_{i,m_i} \ \dots \ b_{i,0} \ a_{i,1} \ \dots \ a_{i,r_i}]^T, \\ \omega_i = [0 \ v_{i,m_i-1,2} \ \dots \ v_{i,0,2} \ \Phi_i^T]^T, \\ \Phi_i = [\zeta_{i,1,2} + \varphi_{i,1,1} \ \dots \ \zeta_{i,r_i,2} + \varphi_{i,r_i,1}]^T, \\ \Theta_{i,q} = [b_{q,m_q} \ \dots \ b_{q,0} \ a_{q,1} \ \dots \ a_{q,r_q}]^T, \\ \omega_{i,q} = [-v_{q,m_q,2} \ \dots \ -v_{q,0,2} \ -\Phi_{i,q}^T]^T, \\ \Phi_{i,q} = [\zeta_{q,1,2} + \varphi_{q,1,1} \ \dots \ \zeta_{q,r_q,2} + \varphi_{q,r_q,1}]^T. \end{cases} \quad (23)$$

然后, 为了便于进行后续设计, 定义

$$\begin{cases} \theta_i = \max\{\|\Theta_i\|\}, \theta_{i,q} = \max\{\|\Theta_{i,q}\|\}, \\ \chi_i = \max\{b_{i,m_i}^2\}, p_i = b_{i,m_i}^{-1}, \end{cases} \quad (24)$$

其中:  $\max\{\cdot\}$  表示括号内部元素的最大值;  $\|\cdot\|$  表示欧几里得范数;  $b_{i,m_i}$  是未知非零常数, 其已在式(3)中给出. 然后, 选取该步骤的虚拟控制率  $\alpha_{i,1}$  为

$$\begin{cases} \alpha_{i,1} = \hat{p}_i \alpha_{i,1}^*, \\ \alpha_{i,1}^* = \frac{1}{h_i} \left[ -(c_{i,1} + \frac{\delta_{i,1,5}}{2} + \frac{h_i \delta_{i,1,1}}{2} l_i^{2a_i+2}) z_{i,1} - \right. \\ \left. h_i \zeta_{i,0,2} - h_i \varphi_{i,0,1} - \frac{\delta_{i,1,3} + \delta_{i,1,4}}{2} h_i z_{i,1} \hat{\chi}_i - \right. \\ \left. h_i \hat{\theta}_i g_i + \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q} (\zeta_{q,0,2} + \varphi_{q,0,1} - \hat{\theta}_{i,q} g_{i,q}) - \right. \\ \left. \sum_{q=1}^N \frac{\check{a}_{i,q} \delta_{i,1,2}}{2} z_{i,1} l_q^{2a_q+2} + \mu_i \dot{y}_r \right], \end{cases} \quad (25)$$

其中:  $c_{i,1}, \delta_{i,1,1}, \delta_{i,1,2}, \delta_{i,1,3}, \delta_{i,1,4}$  和  $\delta_{i,1,5}$  均为正设计参数;  $\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{i,q}, \hat{p}_i, \hat{\chi}_i$  分别是  $\theta_i, \theta_{i,q}, p_i, \chi_i$  的参数估计. 然后, 选取  $\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{i,q}, \hat{p}_i, \hat{\chi}_i$  的自适应率分别为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_{\hat{\theta}_i} h_i z_{i,1} g_i, \\ \dot{\hat{\theta}}_{i,q} = \gamma_{\hat{\theta}_{i,q}} z_{i,1} g_{i,q}, \\ \dot{\hat{p}}_i = -\gamma_{\hat{p}_i} z_{i,1} h_i \alpha_{i,1}^*, \\ \dot{\hat{\chi}}_i = \frac{\gamma_{\hat{\chi}_i} (\delta_{i,1,3} + \delta_{i,1,4})}{2} h_i z_{i,1}^2, \end{cases} \quad (26)$$

其中:

$$\begin{aligned} g_i &= \frac{z_{i,1} \|\omega_i\|^2}{\sqrt{z_{i,1}^2 \|\omega_i\|^2 + \sigma_i^2(t)}}, \\ g_{i,q} &= \frac{z_{i,1} \|\omega_{i,q}\|^2}{\sqrt{z_{i,1}^2 \|\omega_{i,q}\|^2 + \sigma_i^2(t)}}, \end{aligned}$$

$\sigma_i(t)$  是一个正时变积分函数, 其已在假设4中给出;  $\gamma_{\hat{\theta}_i}, \gamma_{\hat{\theta}_{i,q}}, \gamma_{\hat{p}_i}$  和  $\gamma_{\hat{\chi}_i}$  均为正设计参数. 然后, 使  $\alpha_{i,1}$  通过如下新型非线性滤波器:

$$\begin{cases} \tau_{i,1} \dot{\hat{\alpha}}_{i,1} = -s_{i,1} - \frac{\tau_{i,1} \hat{M}_{i,1}^2 s_{i,1}}{\sqrt{\hat{M}_{i,1}^2 s_{i,1}^2 + \sigma_i^2(t)}} - \tau_{i,1} z_{i,1}, \\ \hat{\alpha}_{i,1}(0) = \alpha_{i,1}(0), \end{cases} \quad (27)$$

$$\dot{\hat{M}}_{i,1} = \gamma_{\hat{M}_{i,1}} |s_{i,1}|, \quad (28)$$

其中:  $\tau_{i,1}$  是时间常数;  $\hat{M}_{i,1}$  是  $M_{i,1}$  的估计,  $M_{i,1}$  将在下面被定义;  $\sigma_i(t)$  是一个正时变积分函数, 其已在假设4中给出;  $\gamma_{\hat{M}_{i,1}}$  是正设计参数;  $s_{i,1} = \bar{\alpha}_{i,1} - \alpha_{i,1}$  是该步骤的边界层误差, 其导数为

$$\dot{s}_{i,1} = -\frac{s_{i,1}}{\tau_{i,1}} - \frac{\hat{M}_{i,1}^2 s_{i,1}}{\sqrt{\hat{M}_{i,1}^2 s_{i,1}^2 + \sigma_i^2(t)}} - z_{i,1} + B_{i,1}(\cdot), \quad (29)$$

其中:  $B_{i,1}(\cdot) = -\dot{\alpha}_{i,1}$  是关于  $z_{i,1}, \zeta_{i,0,2}, \zeta_{i,k,2}, \zeta_{q,0,2}, \zeta_{q,k,2}, l_i, \hat{p}_i, \hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{i,q}, \hat{\chi}_i, y_r, \dot{y}_r$  和  $\sigma_i(t)$  的光滑连续函数,  $q = 1, \dots, N, k = 1, \dots, r_i$ . 此外, 不妨认为在紧集  $\Omega_0 \times \Omega_1$  中存在正常数  $M_{i,1} \geq |B_{i,1}(\cdot)|$ , 其中  $\Omega_0$  和  $\Omega_1$  将在稳定性分析部分定义. 然后, 选取该步骤的李雅普诺夫函数为

$$\begin{aligned} V_{i,1} = & \frac{1}{2} z_{i,1}^2 + \frac{1}{2} s_{i,1}^2 + \frac{b_{i,m_i}}{2\gamma_{\hat{p}_i}} \tilde{p}_i^2 + \frac{1}{2\gamma_{\hat{M}_{i,1}}} \tilde{M}_{i,1}^2 + \\ & \frac{1}{2\gamma_{\hat{\chi}_i}} \tilde{\chi}_i^2 + \frac{1}{2\gamma_{\hat{\theta}_i}} \tilde{\theta}_i^2 + \sum_{q=1}^N \frac{\check{a}_{i,q}}{2\gamma_{\hat{\theta}_{i,q}}} \tilde{\theta}_{i,q}^2, \end{aligned} \quad (30)$$

其中:  $\tilde{p}_i = p_i - \hat{p}_i, \tilde{M}_{i,1} = M_{i,1} - \hat{M}_{i,1}, \tilde{\chi}_i = \chi_i - \hat{\chi}_i, \tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i, \tilde{\theta}_{i,q} = \theta_{i,q} - \hat{\theta}_{i,q}$ . 进而, 根据引理1和假设4, 可知

$$\hat{M}_{i,1}|s_{i,1}| - \frac{\hat{M}_{i,1}^2 s_{i,1}^2}{\sqrt{\hat{M}_{i,1}^2 s_{i,1}^2 + \sigma_i^2(t)}} < \sigma_i(t), \quad (31)$$

并结合式(23)–(24), 可得

$$\begin{cases} z_{i,1} h_i \theta_i^T \omega_i \leq h_i \theta_i z_{i,1} g_i + h_i \theta_i \sigma_i(t), \\ z_{i,1} \check{a}_{i,q} \theta_{i,q}^T \omega_{i,q} \leq \check{a}_{i,q} \theta_{i,q} z_{i,1} g_{i,q} + \check{a}_{i,q} \theta_{i,q} \sigma_i(t), \end{cases} \quad (32)$$

其中  $q = 1, \dots, N$ . 然后, 利用杨氏不等式, 并结合式(24), 可推导出

$$\begin{cases} z_{i,1} h_i \epsilon_{i,2} \leq \frac{h_i \delta_{i,1,1}}{2} z_{i,1}^2 l_i^{2a_i+2} + \frac{h_i}{2\delta_{i,1,1}} \bar{\epsilon}_{i,2}^2, \\ z_{i,1} \check{a}_{i,q} \epsilon_{q,2} \leq \frac{\check{a}_{i,q} \delta_{i,1,2}}{2} z_{i,1}^2 l_q^{2a_q+2} + \frac{\check{a}_{i,q}}{2\delta_{i,1,2}} \bar{\epsilon}_{q,2}^2, \\ z_{i,1} h_i b_{i,m_i} z_{i,2} \leq \frac{h_i \delta_{i,1,3}}{2} z_{i,1}^2 \chi_i + \frac{h_i}{2\delta_{i,1,3}} z_{i,2}^2, \\ z_{i,1} h_i b_{i,m_i} s_{i,1} \leq \frac{h_i \delta_{i,1,4}}{2} z_{i,1}^2 \chi_i + \frac{h_i}{2\delta_{i,1,4}} s_{i,1}^2, \\ s_{i,1} z_{i,1} \leq \frac{\delta_{i,1,5}}{2} z_{i,1}^2 + \frac{1}{2\delta_{i,1,5}} s_{i,1}^2, \end{cases} \quad (33)$$

其中:  $q = 1, \dots, N$ ;  $\delta_{i,1,1}, \delta_{i,1,2}, \delta_{i,1,3}, \delta_{i,1,4}$  和  $\delta_{i,1,5}$  均已在式(25)中给出. 然后, 可进一步根据式(22)–(29)(31)–(33)对式(30)求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} \leq & -c_{i,1} z_{i,1}^2 + \frac{h_i}{2\delta_{i,1,3}} z_{i,2}^2 - \left( \frac{1}{\tau_{i,1}} - \frac{h_i}{2\delta_{i,1,4}} - \right. \\ & \left. \frac{1}{2\delta_{i,1,5}} \right) s_{i,1}^2 + \frac{h_i}{2\delta_{i,1,1}} \bar{\epsilon}_{i,2}^2 + \sum_{q=1}^N \frac{\check{a}_{i,q}}{2\delta_{i,1,2}} \bar{\epsilon}_{q,2}^2 + \\ & (h_i \theta_i + \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q} \theta_{i,q} + 1) \sigma_i(t). \end{aligned} \quad (34)$$

步骤  $j$  ( $j = 2, \dots, \rho_i - 1, i = 1, \dots, N$ ) 根据式(1)和式(21), 可将  $z_{i,j}$  的导数表示为

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,j} = & -l_i^j q_{i,j} v_{i,m_i,1} + z_{i,j+1} + s_{i,j} + \alpha_{i,j} + \\ & \sum_{e=2}^j f_{i,e,j} v_{i,m_i,e} - \dot{\check{\alpha}}_{i,j-1}, \end{aligned} \quad (35)$$

当  $j = 2$  时, 选取该步骤的虚拟控制率  $\alpha_{i,2}$  为

$$\begin{aligned} \alpha_{i,2} = & -c_{i,2} z_{i,2} - \frac{h_i}{2\delta_{i,1,3}} z_{i,2} + l_i^2 q_{i,2} v_{i,m_i,1} - \\ & f_{i,2,2} v_{i,m_i,2} + \dot{\check{\alpha}}_{i,1}, \end{aligned} \quad (36)$$

当  $3 \leq j \leq \rho_i - 1$  时, 选取步骤  $j$  的虚拟控制率  $\alpha_{i,j}$  为

$$\begin{aligned} \alpha_{i,j} = & -c_{i,j} z_{i,j} - z_{i,j-1} + l_i^j q_{i,j} v_{i,m_i,1} - \\ & \sum_{e=2}^j f_{i,e,j} v_{i,m_i,e} + \dot{\check{\alpha}}_{i,j-1}, \end{aligned} \quad (37)$$

其中  $c_{i,j}$  是正设计参数. 然后, 使  $\alpha_{i,j}$  通过如下新型的

非线性滤波器:

$$\begin{cases} \tau_{i,j} \dot{\check{\alpha}}_{i,j} = -s_{i,j} - \frac{\tau_{i,j} \hat{M}_{i,j}^2 s_{i,j}}{\sqrt{\hat{M}_{i,j}^2 s_{i,j}^2 + \sigma_i^2(t)}} - \tau_{i,j} z_{i,j}, \\ \check{\alpha}_{i,j}(0) = \alpha_{i,j}(0), \end{cases} \quad (38)$$

$$\dot{\hat{M}}_{i,j} = \gamma_{\hat{M}_{i,j}} |s_{i,j}|, \quad (39)$$

其中:  $\tau_{i,j}$  是时间常数;  $\hat{M}_{i,j}$  是  $M_{i,j}$  的估计,  $M_{i,j}$  将在下面被定义;  $\sigma_i(t)$  是一个正时变积分函数, 其已在假设4中给出;  $\gamma_{\hat{M}_{i,j}}$  是正设计参数;  $s_{i,j} = \check{\alpha}_{i,j} - \alpha_{i,j}$  是步骤  $j$  的边界层误差, 其导数为

$$\dot{s}_{i,j} = -\frac{s_{i,j}}{\tau_{i,j}} - \frac{\hat{M}_{i,j}^2 s_{i,j}}{\sqrt{\hat{M}_{i,j}^2 s_{i,j}^2 + \sigma_i^2(t)}} - z_{i,j} + B_{i,j}(\cdot), \quad (40)$$

其中  $B_{i,j}(\cdot) = -\dot{\check{\alpha}}_{i,j}$  是关于  $z_{i,j}, v_{i,m_i,2}, \dots, v_{i,m_i,j}$  和  $\check{\alpha}_{i,j-1}$  的光滑连续函数. 此外, 在紧集  $\Omega_0 \times \Omega_i$  中, 存在正常数  $M_{i,j} \geq |B_{i,j}(\cdot)|$ , 其中  $\Omega_0$  和  $\Omega_i$  将在稳定性分析部分被给出. 然后, 可选取步骤  $j$  的李雅普诺夫函数为

$$V_{i,j} = V_{i,j-1} + \frac{1}{2} z_{i,j}^2 + \frac{1}{2} s_{i,j}^2 + \frac{1}{2\gamma_{\hat{M}_{i,j}}} \tilde{M}_{i,j}^2, \quad (41)$$

其中  $\tilde{M}_{i,j} = M_{i,j} - \hat{M}_{i,j}$ . 由引理1, 可知

$$\hat{M}_{i,j}|s_{i,j}| - \frac{\hat{M}_{i,j}^2 s_{i,j}^2}{\sqrt{\hat{M}_{i,j}^2 s_{i,j}^2 + \sigma_i^2(t)}} < \sigma_i(t), \quad (42)$$

其中:  $\sigma_i(t)$  为一个正时变积分函数, 其已在假设4中被定义. 然后, 可进一步根据式(35)–(40)(42)对式(41)求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,j} \leq & -\sum_{k=1}^j c_{i,k} z_{i,k}^2 + z_{i,j} z_{i,j+1} - \left( \frac{1}{\tau_{i,1}} - \right. \\ & \left. \frac{h_i}{2\delta_{i,1,4}} - \frac{1}{2\delta_{i,1,5}} \right) s_{i,1}^2 - \sum_{k=2}^j \frac{s_{i,k}^2}{\tau_{i,k}} + \\ & \frac{h_i}{2\delta_{i,1,1}} \bar{\epsilon}_{i,2}^2 + \sum_{q=1}^N \frac{\check{a}_{i,q}}{2\delta_{i,1,2}} \bar{\epsilon}_{q,2}^2 + \\ & (h_i \theta_i + \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q} \theta_{i,q} + j) \sigma_i(t). \end{aligned} \quad (43)$$

步骤  $\rho_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) 根据式(1)(4)(21), 可将  $z_{i,\rho_i}$  的导数表示为

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,\rho_i} = & -l_i^{\rho_i} q_{i,\rho_i} v_{i,m_i,1} + v_{i,m_i,\rho_i+1} + \varepsilon_i \varsigma_i u_i + \\ & \eta_i + \sum_{e=2}^{\rho_i} f_{i,e,\rho_i} v_{i,m_i,e} - \dot{\check{\alpha}}_{i,\rho_i-1}, \end{aligned} \quad (44)$$

其中  $\eta_i = (1 - \varepsilon_i) \varsigma_i \xi_i$ . 根据引理3可知,  $\eta_i$  是有界的, 不妨记其上界为  $\bar{\eta}_i$ . 然后, 实际的控制信号  $u_i$  和参数估计  $\hat{\xi}_i, \hat{\eta}$  的自适应率可分别设计为

$$\begin{cases} u_i = \hat{\xi}_i \bar{u}_i, \\ \bar{u}_i = \\ -c_{i,\rho_i} z_{i,\rho_i} - 2z_{i,\rho_i-1} + l_i^{\rho_i} q_{i,\rho_i} v_{i,m_i,1} - \\ v_{i,m_i,\rho_i+1} - \sum_{e=2}^{\rho_i} f_{i,e,\rho_i} v_{i,m_i,e} - \frac{s_{i,\rho_i-1}}{\tau_{i,\rho_i-1}} - \\ \frac{\hat{M}_{i,\rho_i-1}^2 s_{i,\rho_i-1}}{\sqrt{\hat{M}_{i,\rho_i-1}^2 s_{i,\rho_i-1}^2 + \sigma_i^2(t)}} - \\ \frac{\hat{\eta}_i^2 z_{i,\rho_i}}{\sqrt{\hat{\eta}_i^2 z_{i,\rho_i}^2 + \sigma_i^2(t)}}, \\ \dot{\hat{\xi}}_i = -\gamma_{\hat{\xi}_i} \bar{u}_i z_{i,\rho_i}, \\ \dot{\hat{\eta}}_i = \gamma_{\hat{\eta}_i} |z_{i,\rho_i}|, \end{cases} \quad (45)$$

$$\dot{\hat{\xi}}_i = -\gamma_{\hat{\xi}_i} \bar{u}_i z_{i,\rho_i}, \quad (46)$$

$$\dot{\hat{\eta}}_i = \gamma_{\hat{\eta}_i} |z_{i,\rho_i}|, \quad (47)$$

其中:  $c_{i,\rho_i}, \gamma_{\hat{\xi}_i}$  和  $\gamma_{\hat{\eta}_i}$  均为正设计参数;  $\hat{\xi}_i$  是  $\bar{\xi}_i = \frac{1}{\varepsilon_i \varsigma_i}$  的参数估计;  $\hat{\eta}_i$  是  $\bar{\eta}_i$  的参数估计. 然后, 选取该步骤的李雅普诺夫函数为

$$V_{i,\rho_i} = V_{i,\rho_i-1} + \frac{1}{2} z_{i,\rho_i}^2 + \frac{\varepsilon_i \varsigma_i}{2\gamma_{\hat{\xi}_i}} \bar{\xi}_i^2 + \frac{1}{2\gamma_{\hat{\eta}_i}} \bar{\eta}_i^2, \quad (48)$$

其中:  $\bar{\xi}_i = \bar{\xi}_i - \hat{\xi}_i, \bar{\eta}_i = \bar{\eta}_i - \hat{\eta}_i$  为参数估计误差. 根据引理1, 可得如下不等式:

$$\hat{\eta}_i |z_{i,\rho_i}| - \frac{\hat{\eta}_i^2 z_{i,\rho_i}^2}{\sqrt{\hat{\eta}_i^2 z_{i,\rho_i}^2 + \sigma_i^2(t)}} < \sigma_i(t), \quad (49)$$

其中:  $\sigma_i(t)$  为一个正时变积分函数, 其已在假设4中被定义. 然后, 进一步利用式(43)-(47)(49)对式(48)求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,\rho_i} \leq & -\sum_{k=1}^{\rho_i} c_{i,k} z_{i,k}^2 - \left(\frac{1}{\tau_{i,1}} - \frac{h_i}{2\delta_{i,1,4}} - \frac{1}{2\delta_{i,1,5}}\right) s_{i,1}^2 - \\ & \sum_{k=2}^{\rho_i-1} \frac{s_{i,k}^2}{\tau_{i,k}} + \frac{h_i}{2\delta_{i,1,1}} \bar{c}_{i,2}^2 + \sum_{q=1}^N \frac{\check{a}_{i,q}}{2\delta_{i,1,2}} \bar{c}_{q,2}^2 + \\ & (h_i \theta_i + \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q} \theta_{i,q} + \rho_i) \sigma_i(t). \end{aligned} \quad (50)$$

#### 4 稳定性分析

**定理 1** 考虑具有磁滞输入(4)、的高阶非线性多智能体系统(1)、状态观测器(12)、新型的非线性滤波器(27)和(38)、虚拟控制率(25)(36)(37)、控制器(45)与自适应率(26)(28)(39)(46)(47)构成闭环系统. 在满足假设1-4的条件下, 对于有界的初始条件, 若有  $V(0) \leq R_1$ , 则通过选取合适的设计参数  $c_{i,1}, \dots, c_{i,\rho_i}, \gamma_{\theta_i}, \gamma_{\bar{\theta}_i}, \dots, \gamma_{\bar{\theta}_{i,N}}, \gamma_{\bar{p}_i}, \gamma_{\bar{\chi}_i}, \gamma_{\bar{M}_{i,1}}, \dots, \gamma_{\bar{M}_{i,\rho_i-1}}, \gamma_{\bar{\xi}_i}, \gamma_{\bar{\eta}_i}, \delta_{i,1,1}, \dots, \delta_{i,1,5}, \tau_{i,1}, \dots, \tau_{i,\rho_i-1}$ , 便可使闭环系统内所有的信号全部达到半全局一致最终有界, 且跟踪误差可以渐近地收敛至零.

**证** 首先, 为便于进行稳定性分析, 令

$$\begin{cases} Z_i = [z_{i,1} \ \dots \ z_{i,\rho_i}] \in \mathbb{R}^{\rho_i}, \\ S_i = [s_{i,1} \ \dots \ s_{i,\rho_i-1}] \in \mathbb{R}^{\rho_i-1}, \\ \tilde{M}_i = [\tilde{M}_{i,1} \ \dots \ \tilde{M}_{i,\rho_i-1}] \in \mathbb{R}^{\rho_i-1}, \end{cases} \quad (51)$$

其中  $i = 1, \dots, N$ . 然后, 定义如下有界紧集:

$$\begin{cases} \Omega_0 = \{(y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r) : y_r^2 + \dot{y}_r^2 + \ddot{y}_r^2 \leq R_0\} \in \mathbb{R}^3, \\ \Omega_i = \{(Z_i, S_i, \tilde{M}_i, \tilde{p}_i, \tilde{\chi}_i, \tilde{\theta}_i, \tilde{\theta}_{i,q}, \tilde{\xi}_i, \tilde{\eta}_i) : \\ V_{i,\rho_i} + V_{i,\bar{\varepsilon}_i} \leq R_1\} \in \mathbb{R}^{3\rho_i+N+3}, \end{cases} \quad (52)$$

其中:  $i = 1, \dots, N; q = 1, \dots, N; R_0$  和  $R_1$  均为正常数. 然后, 选取整个系统的李雅普诺夫函数为

$$V = \sum_{i=1}^N (V_{i,\rho_i} + V_{i,\bar{\varepsilon}_i}), \quad (53)$$

并根据式(20)(50), 可得其导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^N \left\{ -\sum_{k=1}^{\rho_i} c_{i,k} z_{i,k}^2 - \frac{1}{2} l_i \|\bar{\varepsilon}_i\|^2 - \left(\frac{1}{\tau_{i,1}} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{h_i}{2\delta_{i,1,4}} - \frac{1}{2\delta_{i,1,5}}\right) s_{i,1}^2 - \sum_{k=2}^{\rho_i-1} \frac{s_{i,k}^2}{\tau_{i,k}} + \right. \\ & \left. (h_i \theta_i + \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q} \theta_{i,q} + \rho_i) \sigma_i(t) \right\}, \end{aligned} \quad (54)$$

然后, 同时令式(54)的两侧在  $[0, t]$  上做积分运算, 得

$$\begin{aligned} V(t) \leq & V(0) - \int_0^t \sum_{i=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^{\rho_i} c_{i,k} z_{i,k}^2(t_i) + \left(\frac{1}{\tau_{i,1}} - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{h_i}{2\delta_{i,1,4}} - \frac{1}{2\delta_{i,1,5}}\right) s_{i,1}^2(t_i) + \frac{1}{2} l_i \|\bar{\varepsilon}_i\|^2 + \right. \\ & \left. \sum_{k=2}^{\rho_i-1} \frac{s_{i,k}^2(t_i)}{\tau_{i,k}} \right\} dt_i + \int_0^t \sum_{i=1}^N (h_i \theta_i + \\ & \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q} \theta_{i,q} + \rho_i) \sigma_i(t_i) dt_i. \end{aligned} \quad (55)$$

根据式(55), 令  $\frac{1}{\tau_{i,1}} - \frac{h_i}{2\delta_{i,1,4}} \geq \frac{1}{2\delta_{i,1,5}}$ , 并结合假设4, 得

$$V(t) \leq V(0) + \Pi_i \sigma_{i,1}, \quad (56)$$

其中

$$\Pi_i = \sum_{i=1}^N \left( \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q} \theta_{i,q} + h_i \theta_i + \rho_i \right). \quad (57)$$

由此不难推断出  $z_{i,1}, \dots, z_{i,\rho_i}, s_{i,1}, \dots, s_{i,\rho_i-1}, \hat{p}_i, \hat{\chi}_i, \hat{\theta}_i, \hat{\theta}_{i,q}, \hat{M}_{i,1}, \dots, \hat{M}_{i,\rho_i-1}, \hat{\xi}_i, \hat{\eta}_i$  均为有界信号. 又根据式(12)(13)(21), 可知  $\zeta_{i,0}, \dots, \zeta_{i,r_i}, v_{i,0}, \dots, v_{i,m_i}, l_i, \alpha_{i,1}, \dots, \alpha_{i,\rho_i-1}, \bar{\alpha}_{i,1}, \dots, \bar{\alpha}_{i,\rho_i-1}$  也均为有界信号. 根据式(45)可知  $u_i$  有界. 至此, 该闭环控制系统内的所有信号均已证明是有界的. 此外, 由

式(55)–(57)可得

$$\int_0^t \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^{\rho_i} c_{i,k} z_{i,k}^2(l_i) dl_i \leq V(0) + \Pi_i \sigma_{i,1}. \quad (58)$$

进而, 根据式(58)并结合Barbalat引理, 得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_{i,1} = 0, \quad i = 1, \dots, N, \quad (59)$$

即实现了一致性误差的渐近收敛. 然后, 按照图论知识并根据该系统的通信网络去选择合适的设计参数  $\check{a}_{i,q}$  和  $\check{\mu}_i$ , 可使所有跟随者与其领导者的输出均趋于渐近一致, 且跟踪误差在理论上能渐近地收敛至零.

**注 6** 与现有的渐近跟踪控制方案<sup>[26–28]</sup>采用的反推法设计自适应渐近跟踪控制器相比, 本文所提出的动态面控制方案克服了传统反推法无法避免的因虚拟控制率重复微分所导致的“微分爆炸”问题, 大大降低了控制器的设计难度和计算负担, 从而使本文所提出的渐近跟踪控制方案更加简单, 且更加实用.

**注 7** 在设计自适应动态面控制器的过程中, 文献[14–19]采用一阶低通滤波器以克服“微分爆炸”问题, 但是这种传统的一阶低通滤波器存在边界层误差, 故只能实现有界的误差轨迹跟踪, 而不能保证其具有零误差的渐近跟踪. 本文通过设计一种新型非线性滤波器完全补偿了传统动态面控制方案中存在的由边界层误差所产生的未知非线性函数  $B_{i,j}(\cdot)$  的影响, 从而实现了对该多智能体控制系统的渐近跟踪.

**注 8** 根据定理1的稳定性条件, 只需使  $c_{i,1}, \dots, c_{i,\rho_i}, \gamma_{\check{\theta}_i}, \gamma_{\check{\theta}_{i,1}}, \dots, \gamma_{\check{\theta}_{i,N}}, \gamma_{\check{p}_i}, \gamma_{\check{\chi}_i}, \gamma_{\check{M}_{i,1}}, \dots, \gamma_{\check{M}_{i,\rho_i-1}}, \gamma_{\check{\xi}_i}, \gamma_{\check{\eta}_i}, \delta_{i,1,1}, \dots, \delta_{i,1,5}, \tau_{i,1}, \dots, \tau_{i,\rho_i-1}$  均大于零, 且满足  $\frac{1}{\tau_{i,1}} - \frac{h_i}{2\delta_{i,1,4}} \geq \frac{1}{2\delta_{i,1,5}}$ , 便可确保整个多智能体闭环控制系统的信号均能达到半全局的一致最终有界. 然后, 利用初始化技术做调参分析, 令  $z_{i,j} = 0, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, \rho_i$ . 根据式(27)(38), 可知  $s_{i,j}(0) = \bar{\alpha}_{i,j}(0) - \alpha_{i,j}(0) = 0$ , 其中:  $i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, \rho_i - 1$ . 由式(58), 可得

$$\int_0^t \sum_{i=1}^N z_{i,1}^2(l_i) dl_i \leq \frac{1}{c_{i,1}} [V(0) + \Pi_i \sigma_{i,1}], \quad (60)$$

其中

$$V(0) = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{b_{i,m_i}}{2\gamma_{\check{p}_i}} \check{p}_i^2(0) + \sum_{j=1}^{\rho_i-1} \frac{\check{M}_{i,j}^2(0)}{2\gamma_{\check{M}_{i,j}}} + \frac{\check{\chi}_i^2(0)}{2\gamma_{\check{\chi}_i}} + \frac{\check{\theta}_i^2(0)}{2\gamma_{\check{\theta}_i}} + \sum_{q=1}^N \frac{a_{i,q}}{2\gamma_{\check{\theta}_{i,q}}} \check{\theta}_{i,q}^2(0) + \frac{\varepsilon_i \varsigma_i}{2\gamma_{\check{\xi}_i}} \check{\xi}_i^2(0) + \frac{1}{2\gamma_{\check{\eta}_i}} \check{\eta}_i^2(0) + \check{\varepsilon}_i^T(0) P_i \check{\varepsilon}_i(0) \right]. \quad (61)$$

根据式(57)(60)–(61)可知, 通过增大一系列设计参数  $c_{i,1}, \gamma_{\check{p}_i}, \gamma_{\check{M}_{i,j}}, \gamma_{\check{\chi}_i}, \gamma_{\check{\theta}_i}, \gamma_{\check{\theta}_{i,q}}, \gamma_{\check{\xi}_i}$  和  $\gamma_{\check{\eta}_i}$ , 能够有效地改善整个多智能体闭环控制系统的瞬态跟踪性能, 其中:  $i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, \rho_i - 1, q = 1, \dots, N$ .

## 5 仿真结果

在这一部分, 考虑如下一系列同时具有磁滞输入、非线性项和未知参数的多智能体系统:

$$\text{跟随者 1: } \begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2}, \\ \dot{x}_{1,2} = \\ b_{1,0} H_1(u_1) + a_{1,1} \sin x_{1,1} - f_{1,2,2} x_{1,2}, \\ y_1 = x_{1,1}, \end{cases} \quad (62)$$

$$\text{跟随者 2: } \begin{cases} \dot{x}_{2,1} = x_{2,2}, \\ \dot{x}_{2,2} = \\ b_{2,0} H_2(u_2) + a_{2,1} \cos x_{2,1} - f_{2,2,2} x_{2,2}, \\ y_2 = x_{2,1}, \end{cases} \quad (63)$$

$$\text{跟随者 3: } \begin{cases} \dot{x}_{3,1} = x_{3,2}, \\ \dot{x}_{3,2} = \\ b_{3,0} H_3(u_3) + a_{3,1} \sin x_{3,1} - f_{3,2,2} x_{3,2}, \\ y_3 = x_{3,1}, \end{cases} \quad (64)$$

其中:  $b_{i,0} = 1, a_{i,1} = 1, f_{i,2,2} = y_i^2, \varepsilon_i = 0.5, \varsigma_i = 2, \vartheta_i = 1, \lambda_i = 3, \phi_i = 0.5, i = 1, 2, 3$ .

控制目标是基于本文所提出的分布式输出反馈渐近一致控制方案设计自适应控制率  $u_i$ , 使各跟随者输出  $y_i$  均与其领导者输出  $y_r = 0.5 \sin t$  趋于渐近一致. 为了达到该控制目标, 笔者根据式(12)–(13)设计了如下系列动态高增益K-滤波器:

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_{i,0} = \\ (A_i - l_i L_i q_i c_i^T) \zeta_{i,0} + l_i L_i q_i y_i + F_i(y_i) \zeta_{i,0}, \\ \zeta_{i,0}(0) = 0, \\ \dot{\zeta}_{i,1} = (A_i - l_i L_i q_i c_i^T) \zeta_{i,1} + \\ \varphi_{i,1}(y_i) + F_i(y_i) \zeta_{i,1}, \zeta_{i,1}(0) = 0, \\ \dot{v}_{i,0} = (A_i - l_i L_i q_i c_i^T) v_{i,0} + E_{2,2} H_i(u_i) + \\ F_i(y_i) v_{i,0}, v_{i,0}(0) = 0, \end{cases} \quad (65)$$

其中:  $i = 1, 2, 3, q_i = [2 \ 1]^T$ , 动态增益  $l_i$  由如下微分方程给出:

$$\dot{l}_i = -\kappa_i l_i^2 + \kappa_i l_i + l_i \psi_i(y_i) + \frac{\varpi_i l_i}{\varrho_{i,1}}, \quad l_i(0) = 1, \quad (66)$$



其中:  $\varpi_i = \frac{h_i}{2\delta_{i,1,1}} + \sum_{q=1}^3 \frac{\check{a}_{i,q}}{2\delta_{q,1,2}}$ ,  $\kappa_i = 0.5$ ,  $\psi_i(y_i) = 1.6y_i^2$ ,  $\varrho_{i,1} = 0.25$ .

然后,上述多智能体系统间的通讯网络如图2所示,其中节点0对应领导者系统,其他节点对应跟随者系统.基于该通信网络并按照图论知识,分别选取参数 $\check{a}_{i,1}$ ,  $\check{a}_{i,2}$ ,  $\check{a}_{i,3}$ 和 $\check{\mu}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )为

$$\begin{aligned} \check{a}_{1,1} &= 0, \check{a}_{1,2} = 0, \check{a}_{1,3} = 0, \check{a}_{2,1} = 1, \\ \check{a}_{2,2} &= 0, \check{a}_{2,3} = 0, \check{a}_{3,1} = 0, \check{a}_{3,2} = 1, \\ \check{a}_{3,3} &= 0, \check{\mu}_1 = 1, \check{\mu}_2 = 0, \check{\mu}_3 = 1. \end{aligned}$$

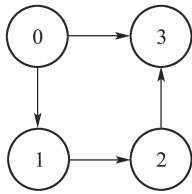


图2 通信网络

Fig. 2 Communication network

在此基础上,根据本文所提出的控制方案选取虚拟控制率和实际控制率分别为

$$\begin{cases} \alpha_{i,1} = \hat{p}_i \alpha_{i,1}^*, \\ \alpha_{i,1}^* = \frac{1}{h_i} \left[ -(c_{i,1} + \frac{\delta_{i,1,5}}{2} + \frac{h_i \delta_{i,1,1}}{2} l_i^{2a_i+2}) z_{i,1} - \right. \\ \quad h_i \zeta_{i,0,2} - h_i \varphi_{i,0,1} - \frac{\delta_{i,1,3} + \delta_{i,1,4}}{2} h_i z_{i,1} \hat{\chi}_i - \\ \quad \left. h_i \hat{\theta}_i g_i + \sum_{q=1}^3 \check{a}_{i,q} (\zeta_{q,0,2} + \varphi_{q,0,1} - \hat{\theta}_{i,q} g_{i,q}) - \right. \\ \quad \left. \sum_{q=1}^3 \frac{\check{a}_{i,q} \delta_{i,1,2}}{2} z_{i,1} l_q^{2a_q+2} + \mu_i \dot{y}_r \right], \end{cases} \quad (67)$$

$$\begin{cases} u_i = \hat{\xi}_i \bar{u}_i, \\ \bar{u}_i = -c_{i,2} z_{i,2} - \frac{h_i}{2\delta_{i,1,3}} z_{i,2} + l_i^2 q_{i,2} v_{i,0,1} - \\ \quad v_{i,0,3} - f_{i,2,2} v_{i,0,2} - z_{i,1} - \frac{s_{i,1}}{\tau_{i,1}} - \\ \quad \frac{\hat{M}_{i,1}^2 s_{i,1}}{\sqrt{\hat{M}_{i,1}^2 s_{i,1}^2 + \sigma_i^2(t)}} - \frac{\hat{\eta}_i^2 z_{i,2}}{\sqrt{\hat{\eta}_i^2 z_{i,2}^2 + \sigma_i^2(t)}}, \end{cases} \quad (68)$$

其中:

$$\begin{aligned} c_{i,1} &= c_{i,2} = 20, a_i = 1, \sigma_i(t) = \frac{1}{1+t^2}, \\ \delta_{i,1,1} &= \delta_{i,1,2} = \delta_{i,1,3} = \delta_{i,1,4} = \delta_{i,1,5} = 2, \\ \tau_{i,1} &= 0.05, h_i = \sum_{q=1}^N \check{a}_{i,q} + \check{\mu}_i, i = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

参数估计 $\hat{p}_i$ ,  $\hat{\chi}_i$ ,  $\hat{\theta}_i$ ,  $\hat{\theta}_{i,q}$ ,  $\hat{M}_{i,1}$ ,  $\hat{\xi}_i$ ,  $\hat{\eta}_i$ 的自适应率分别为

$$\begin{cases} \dot{\hat{p}}_i = -\gamma_{\hat{p}_i} z_{i,1} h_i \alpha_{i,1}^*, \\ \dot{\hat{\chi}}_i = \frac{\gamma_{\hat{\chi}_i} (\delta_{i,1,3} + \delta_{i,1,4})}{2} h_i z_{i,1}^2, \\ \dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_{\hat{\theta}_i} h_i z_{i,1} g_i, \\ \dot{\hat{\theta}}_{i,q} = \gamma_{\hat{\theta}_{i,q}} z_{i,1} g_{i,q}, \\ \dot{\hat{M}}_{i,1} = \gamma_{\hat{M}_{i,1}} |s_{i,1}|, \\ \dot{\hat{\xi}}_i = -\gamma_{\hat{\xi}_i} \bar{u}_i z_{i,\rho_i}, \\ \dot{\hat{\eta}}_i = \gamma_{\hat{\eta}_i} |z_{i,\rho_i}|, \end{cases} \quad (69)$$

其中:

$$\begin{aligned} g_i &= \frac{z_{i,1} \|\omega_i\|^2}{\sqrt{z_{i,1}^2 \|\omega_i\|^2 + \sigma_i^2(t)}}, \\ g_{i,q} &= \frac{z_{i,1} \|\omega_{i,q}\|^2}{\sqrt{z_{i,1}^2 \|\omega_{i,q}\|^2 + \sigma_i^2(t)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{\hat{p}_i} &= \gamma_{\hat{\chi}_i} = \gamma_{\hat{\theta}_i} = \gamma_{\hat{\theta}_{i,1}} = \gamma_{\hat{\theta}_{i,2}} = \gamma_{\hat{\theta}_{i,3}} = \\ \gamma_{\hat{\xi}_i} &= \gamma_{\hat{\eta}_i} = \gamma_{\hat{M}_{i,1}} = 5, i = q = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

在进行仿真时,分别选取了各个跟随者的状态初值为

$$\begin{aligned} x_{1,1}(0) &= 0.1, x_{1,2}(0) = 0.6, x_{2,1}(0) = 0.3, \\ x_{2,2}(0) &= 0.4, x_{3,1}(0) = 0.2, x_{3,2}(0) = 0.8. \end{aligned}$$

然后,选取该控制系统中的所有参数估计初值均为0.仿真结果如图3-6所示,分别给出了该非线性多智能体系统在本文所提出的新型动态面一致性控制方案下的输出信号、一致性误差信号、实际控制信号以及各跟随者状态信号的响应曲线图.

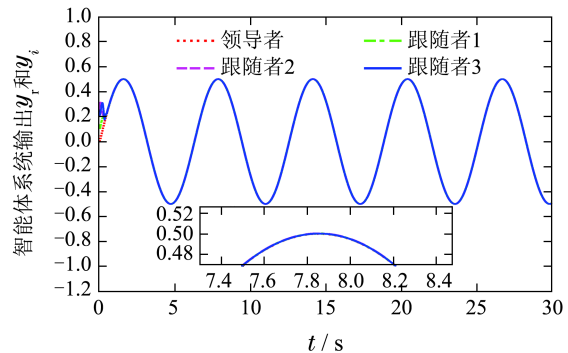


图3 新型动态面控制方案下的多智能体系统输出信号

Fig. 3 The output signals of multi-agent systems under new dynamic surface control scheme in this paper

然后,在领导者输出轨迹、控制器设计参数和状态初值等不变的条件下,进一步利用现存的传统动态面一致控制方案<sup>[14]</sup>去控制该非线性多智能体系统.仿真

结果如图7-8所示, 分别给出该多智能体系统在传统动态面一致控制方案下的系统输出和一致性误差的变化曲线.

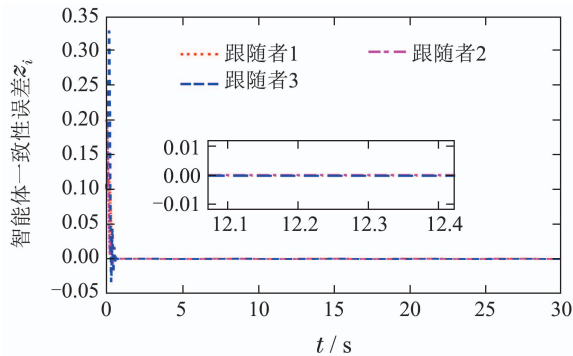


图4 新型动态面控制方案下的一致性误差信号

Fig. 4 The consensus error signals under new dynamic surface control scheme in this paper

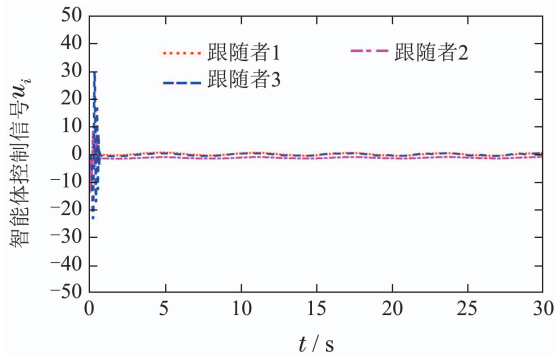


图5 新型动态面控制方案下的实际控制信号

Fig. 5 The actual control signals under new dynamic surface control scheme in this paper

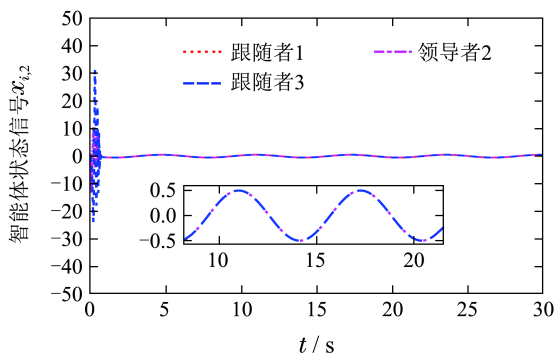


图6 新型动态面控制方案下的状态信号

Fig. 6 The state signals under new dynamic surface control scheme in this paper

从上述仿真结果可看出, 与现有的传统动态面一致性控制方案<sup>[14]</sup>相比, 本文所提出的带有新型非线性滤波器的动态面一致性控制方案具有更加良好的跟踪性能, 其可以解决传统动态面一致性控制方案无法令跟踪误差收敛至零的难题. 因此, 仿真结果进一步证明了该方案的正确性和优越性.

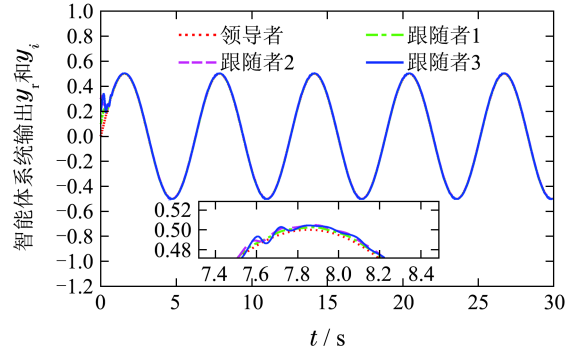


图7 传统动态面控制方案下的多智能体系统输出信号

Fig. 7 The output signals of multi-agent systems under the traditional dynamic surface control scheme

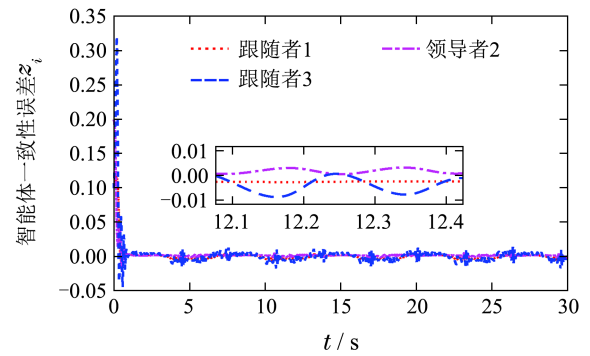


图8 传统动态面控制方案下的一致性误差信号

Fig. 8 The consensus error signals under the traditional dynamic surface control scheme

## 6 结论

本文研究了一类具有磁滞输入且状态未知的多智能体非线性系统的领导者-跟随者一致性渐近控制问题. 首先, 设计了渐近稳定的动态高增益K-滤波器去估计系统的未知状态, 其能够解决系统中与未知状态线性相关的非线性项. 然后, 设计了具有正时变积分函数的新型非线性滤波器, 该滤波器不仅可以避免传统反推法<sup>[11-13]</sup>无法避免的“微分爆炸”问题, 而且还能补偿传统动态面<sup>[14-19]</sup>的边界层误差. 理论分析表明该方案能有效地消除未知磁滞输入对系统跟踪控制性能的影响, 确保多智能体闭环控制系统的稳定性, 并实现跟踪误差的渐近收敛. 仿真结果也验证了该方案的有效性. 未来的研究应考虑对未知控制方向和更具一般性系统案例的扩展.

## 参考文献:

- [1] ZHANG Zhiqiang, WANG Long. Event-triggered control for multi-agent systems. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(8): 1051 – 1065.  
(张志强, 王龙. 多智能体系统的事件驱动控制. *控制理论与应用*, 2018, 35(8): 1051 – 1065.)
- [2] REN Hongwei, DENG Feiqi. Review on synchronization control in stochastic complex networks. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(10): 1261 – 1274.  
(任红卫, 邓飞其. 随机复杂网络同步控制研究进展综述. *控制理论与应用*, 2017, 34(10): 1261 – 1274.)

- [3] LIANG Jiaqi, BU Xuhui, LIU Jian, et al. Iterative learning consensus tracking control for a class of multi-agent systems with output saturation. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(6): 786 – 794. (梁嘉琪, 卜旭辉, 刘建, 等. 输出饱和和多智能体系统的迭代学习趋同跟踪控制. *控制理论与应用*, 2018, 35(6): 786 – 794.)
- [4] DUAN Yubo, YANG Zhenwei. Design and analysis of the consensus gain for stochastic multi-agent systems. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(4): 629 – 635. (段玉波, 杨振威. 随机多智能体系统一致性增益的设计与分析. *控制理论与应用*, 2019, 36(4): 629 – 635.)
- [5] CAO Ran, MEI Jie. Group consensus for networked euler-lagrangian systems under a directed graph without relative velocity information. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(1): 44 – 51. (曹然, 梅杰. 有向图中网络Euler-Lagrange系统无需相对速度信息的群一致性. *自动化学报*, 2018, 44(1): 44 – 51.)
- [6] LI Yang, XU Feng, XIE Guangqiang, et al. Survey of development and application of multi-agent technology. *Computer Engineering & Applications*, 2018, 54(9): 13 – 21. (李杨, 徐峰, 谢光强, 等. 多智能体技术发展及其应用综述. *计算机工程与应用*, 2018, 54(9): 13 – 21.)
- [7] YANG R, ZHANG H, FENG G, et al. Robust cooperative output regulation of multi-agent systems via adaptive event-triggered control. *Automatica*, 2019, 102: 129 – 136.
- [8] ZHANG H, CHEN J, WANG Z, et al. Distributed event-triggered control for cooperative output regulation of multiagent systems with an online estimation algorithm. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, DOI: 10.1109/TCYB.2020.2991761.
- [9] SHEN Q, SHI P. Output consensus control of multiagent systems with unknown nonlinear dead zone. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics: Systems*, 2015, 46(10): 1329 – 1337.
- [10] HUA C, ZHANG L, GUAN X. Distributed adaptive neural network output tracking of leader-following high-order stochastic nonlinear multiagent systems with unknown dead-zone input. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2015, 47(1): 177 – 185.
- [11] WU Z, WU Y, YUE D. Distributed adaptive neural consensus tracking control of MIMO stochastic nonlinear multiagent systems with actuator failures and unknown dead zones. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2018, 32(12): 1694 – 1714.
- [12] WANG C, WEN C, WANG W, et al. Output-feedback adaptive consensus tracking control for a class of high-order nonlinear multiagent systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27(18): 4931 – 4948.
- [13] LI Y, PARK J H, WU L, et al. Distributed output-feedback adaptive fuzzy leader-following consensus of stochastic nonlinear interconnected multiagent systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, DOI: 10.1109/TSMC.2020.3002331.
- [14] HUA C, LIU S, LI Y, et al. Distributed adaptive output feedback leader-following consensus control for nonlinear multiagent systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 50(11): 4309 – 4317.
- [15] LI Y, LI K, TONG S. Finite-time adaptive fuzzy output feedback dynamic surface control for MIMO nonstrict feedback systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 27(1): 96 – 110.
- [16] MA H, LIANG H, ZHOU Q, et al. Adaptive dynamic surface control design for uncertain nonlinear strict-feedback systems with unknown control direction and disturbances. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 49(3): 506 – 515.
- [17] ZHANG X, SU C, LIN Y, et al. Adaptive neural network dynamic surface control for a class of time-delay nonlinear systems with hysteresis inputs and dynamic uncertainties. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(11): 2844 – 2860.
- [18] YU Z, LI S. Neural-network-based output-feedback adaptive dynamic surface control for a class of stochastic nonlinear time-delay systems with unknown control directions. *Neurocomputing*, 2014, 129: 540 – 547.
- [19] LING S, WANG H, LIU P X. Adaptive fuzzy dynamic surface control of flexible-joint robot systems with input saturation. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2019, 6(1): 97 – 107.
- [20] LIU Y H, HU X, HUANG L. Adaptive asymptotic tracking of uncertain nonlinear systems with unknown hysteresis nonlinearity. *2017 32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*. New York, NY: IEEE, 2017: 46 – 51.
- [21] LIU Z, LAI G, ZHANG Y, et al. Adaptive neural output feedback control of output-constrained nonlinear systems with unknown output nonlinearity. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(8): 1789 – 1802.
- [22] LIU Z, LAI G, ZHANG Y, et al. Adaptive neural control for a class of nonlinear time-varying delay systems with unknown hysteresis. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, 25(12): 2129 – 2140.
- [23] ZHOU Q, WANG W, MA H, et al. Event-triggered fuzzy adaptive containment control for nonlinear multi-agent systems with unknown bouc-wen hysteresis input. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, DOI: 10.1109/TFUZZ.2019.2961642.
- [24] WANG J, CHEN K, LIU Q, et al. Observer-based adaptive consensus tracking control for nonlinear multi-agent systems with actuator hysteresis. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(3): 2181 – 2195.
- [25] WU Y, YUE D. Prescribed performance global stable adaptive neural dynamic surface consensus tracking control of stochastic multi-agent systems with hysteresis inputs and nonlinear dynamics. *International Journal of Systems Science*, 2018, 49(16): 3431 – 3447.
- [26] ZHANG X, LIN Y. Adaptive output feedback tracking for a class of nonlinear systems. *Automatica*, 2012, 48(9): 2372 – 2376.
- [27] WANG C, WEN C, LIN Y. Decentralized adaptive backstepping control for a class of interconnected nonlinear systems with unknown actuator failures. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(3): 835 – 850.
- [28] XIE K, CHEN C, LEWIS F L, et al. Adaptive asymptotic neural network control of nonlinear systems with unknown actuator quantization. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 29(12): 6303 – 6312.

#### 作者简介:

刘 焯 博士, 讲师, 目前研究方向为鲁棒控制、自适应控制和非线性系统, E-mail: liuye\_buaa@126.com;

杨朋举 硕士研究生, 目前研究方向为自适应控制和非线性系统, E-mail: yangpengju\_sues@163.com;

张 绪 博士, 助理教授, 目前研究方向为鲁棒控制、自适应控制和非线性系统, E-mail: zx350304@126.com.