

连续搅拌反应釜的自适应输出反馈控制及参数整定

王素珍, 辛 诚[†], 孙国法

(青岛理工大学 信息与控制工程学院, 山东 青岛 266520)

摘要: 针对一类连续搅拌反应釜(CSTR), 提出了基于扩张状态观测器和反步法的自适应控制方法, 并结合连续动作强化学习器(CARLA)进行控制器参数整定. 将CSTR视为包含不确定函数的非严格反馈非线性系统, 利用扩张状态观测器对系统中的状态变量实时估计, 并对不确定函数在线逼近, 将系统补偿为线性二阶积分串联系统, 为其设计反步法控制器. 通过李雅普诺夫稳定性定理对系统稳定性进行分析, 证明了闭环系统中所有信号均有界. 最后, 针对大量控制器参数难以人工整定的问题, 设计CARLA算法快速搜索控制器参数最优值, 提升了控制品质. 仿真实验进一步验证了该方法的有效性.

关键词: 连续搅拌反应釜; 扩张状态观测器; 反步法; 自适应控制; 参数整定; 非线性系统

引用格式: 王素珍, 辛诚, 孙国法. 连续搅拌反应釜的自适应输出反馈控制及参数整定. 控制理论与应用, 2021, 38(10): 1587 – 1596

DOI: 10.7641/CTA.2021.00742

Adaptive output feedback control and parameter tuning for continuous stirred tank reactor

WANG Su-zhen, XIN Cheng[†], SUN Guo-fa

(School of Information and Control Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao Shandong 266520, China)

Abstract: For a class of continuous stirred tank reactor (CSTR), an adaptive control method based on extended state observer (ESO) and backstepping method is proposed. Meanwhile, continuous action reinforcement learning automata (CARLA) is used to tune the controller parameters. The CSTR is regarded as a non-strict-feedback nonlinear system with uncertain functions. The extended state observer is used to estimate the state variables of the system in real time, and the uncertain function of the system is approximated online by that. In this way, the system is compensated as a linear second-order integral series system, and the backstepping controller is designed for it. The stability of the system is analyzed by Lyapunov stability theorem, which is proved that all signals in the closed-loop system are bounded. Furthermore, CARLA algorithm is designed to search the optimal value of controller parameters rapidly, which solves the problem that a large number of controller parameters are difficult to be tuned manually, and the control quality is improved. Finally, the simulation results verify the effectiveness of this method, and the superiority of that is further proved by comparing with other methods.

Key words: continuous stirred tank reactor; extended state observer; backstepping; adaptive control; parameter tuning; nonlinear system

Citation: WANG Suzhen, XIN Cheng, SUN Guofa. Adaptive output feedback control and parameter tuning for continuous stirred tank reactor. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(10): 1587 – 1596

1 引言

连续搅拌反应釜 (continuous stirred tank reactor, CSTR) 广泛应用于化工领域, 其性能直接影响化学反应的最终结果和过程的安全性. 连续搅拌釜式反应器是一个非常复杂的被控对象, 在实际过程中, 由于受

到外部和内部因素的影响, 如反应物浓度变化, 副反应, 温度和汽液相位不均等, 使得CSTR数学模型具有强非线性、未知性和时变性等特点. 模型中诸多的不确定性和非线性因素增大了为CSTR系统设计控制器的难度. 针对以上特点, 部分学者采用反步法^[1-6]为

收稿日期: 2020-10-25; 录用日期: 2021-04-28.

[†]通信作者. E-mail: xincheng0409@163.com; Tel.: +86 17860776963.

本文责任编辑: 付俊.

国家自然科学基金项目(61640302, 61703224), 国家级大学生创新项目(GC202010429061)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61640302, 61703224) and the National Innovation Program for College Students (GC202010429061).

CSTR设计控制器取得了不错的控制效果,文献[1-4]提出将反步法与神经网络相结合的非线性自适应控制器.其中文献[2]提出一种基于极限学习机的自适应神经控制方法,利用极限学习机网络对系统中未知非线性函数在线逼近.文献[5]基于滑模控制理论为CSTR系统设计了增广反步法控制律,利用高增益切换项来增加控制器的鲁棒性.文献[6]提出了动态自适应反步法结合积分滑模的控制方法,在一定程度上改善了滑模抖振问题,提高了系统鲁棒性.以上文献提出的反步法多数采用神经网络拟合CSTR的数学模型中的未知非线性函数,导致参数过多,增加了系统的复杂性和计算成本,且降低了系统的抗扰性能.此外,反步法需要对虚拟控制信号重复求导,因此会产生复杂性爆炸问题.

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)^[7-11]在非线性和系统控制问题中有不错的表现,有学者将其应用于CSTR的控制.在文献[7]中,CSTR被视为多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)的非线性系统,系统内存在耦合,ADRC能够较好地用于对CSTR系统的扰动解耦控制.文献[8]利用跟踪微分器和扩张状态观测器改进经典PID算法,并应用于CSTR的温度控制.ADRC鲁棒性较强,但其控制器的设计存在较多的参数,在工程应用中,如何整定参数成为难题.文献[12]提出了带宽参数整定方法,并推导出了整定公式,简化了非线性扩张状态观测器的参数设计,但该方法需要确定的系统带宽.近几年,人工智能整定方法十分热门,如遗传算法^[13-18]、粒子群^[19-21]等优化方法.文献[15]给出了一种基于遗传算法的参数整定方法,用于三轴惯性稳定平台的自抗扰控制,具有较强的抗干扰能力.文献[19]将粒子群优化算法用于永磁同步电机的自抗扰控制参数整定,并应用于四旋翼无人机运动控制.基于该算法的控制器表现出稳定时间短、超调量小、姿态角跟踪误差小等优点.上述文献中的人工智能整定方法仍存在不足:遗传算法的实现较为繁琐,需要对实际问题进行编码和解码,并且整定结果依赖于原始种群的选择;粒子群算法则容易陷入局部最优,因此不利于工程实践.连续动作强化学习器(continuous action reinforcement learning automata, CARLA)^[22-25]由Howell等人首次提出,并应用于车辆悬架控制.该算法结构相对简单,每一个变量在迭代过程中相互独立,通过环境的动态连接共享一个目标函数.每次迭代开始时,待整定参数在学习空间中随机产生,避免陷入局部最优.

本文结合反步法和ADRC设计控制器,并引入CARLA算法整定控制器参数.ADRC的扩张状态观测器负责观测系统状态和未知非线性函数,相比其他方

法,既能准确估计未知非线性部分,也降低了系统的复杂程度.同时,应用一类非线性跟踪微分器对反步法中每一步的输入信号求导,避免了参数计算膨胀问题.最后采用CARLA算法,对控制器参数进行整定,避免了人工根据经验试凑参数,提高了设计效率.文章最后通过仿真实验验证了该方法的有效性.

本文的主要工作可概括为:

1) 将连续搅拌反应釜的数学模型变形为非线性标准二阶积分串联型结构,对其设计线性扩张状态观测器,估计系统状态变量的同时将系统补偿为线性标准二阶积分串联型结构.

2) 根据李雅普诺夫稳定性原理设计反步法控制器,并应用一类非线性跟踪微分器对反步法中每一步的输入信号求导,避免了参数计算膨胀问题.

3) 以李雅普诺夫稳定性为依据,分析参数选取对系统稳定性的影响,改进CARLA算法的参数整定策略,保证了参数在线学习过程中学习算法的有效性.

2 问题描述

CSTR作为反应器,需要精确控制物料反应后的浓度,其结构如图1所示.反应物料通过管道输入至反应器容器内,经过电机搅拌充分混合后,在一定温度下进行聚合放热反应,随后输出反应后的物料.反应所需的温度由外界输入至夹套内的冷(热)剂提供.本文将一类一阶不可逆反应 $A \rightarrow B$ 作为建模对象,同时提出如下假设.

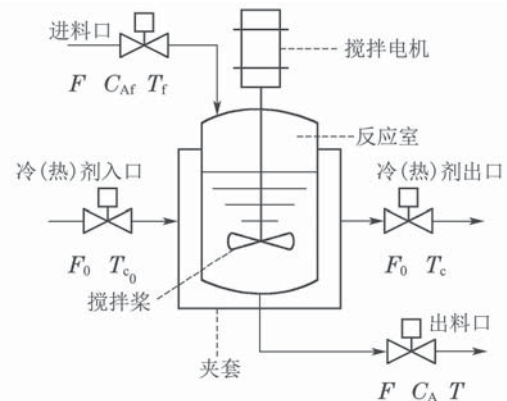


图1 连续釜式反应器结构图

Fig. 1 Schematic diagram of continuous stirred tank reactor

假设1 反应前后CSTR内物料的密度和体积不变.

假设2 CSTR内的物料得到充分混合,容器内物料的浓度和温度处处相等,物料的比热容、传热系数、进料口温度和流量恒定,冷却剂流量恒定,反应釜内液位保持不变,热损失忽略不计.

因此,根据物质和能量守恒定律,得到一阶不可逆放热反应的质量和能量平衡方程式^[26]为

$$\begin{cases} \frac{dC_A}{dt'} = \frac{F}{V}(C_{Af} - C_A) - r, \\ \frac{dT}{dt'} = \frac{F}{V}(T_f - T) + \frac{(-\Delta H)}{\rho C_p}r - \frac{hA}{V\rho C_p}(T - T_c), \end{cases} \quad (1)$$

其中 $r = k_0 C_A \exp(-\frac{E}{RT})$. 为便于控制器设计, 对系统(1)做无量纲化处理, 引入如下无量纲参数:

$$D_a = \frac{k_0 e^{-\gamma V}}{F_0}, \quad \gamma = \frac{E}{RT_f},$$

$$B_h = \frac{(-\Delta H)C_{Af}}{\rho C_p T_f}, \quad \beta = \frac{\eta A_h}{\rho C_p F_0}.$$

定义如下无量纲变量:

$$x_1 = \frac{C_{Af} - C_A}{C_A}, \quad x_2 = \frac{T - T_f}{T_f},$$

$$t = t' \frac{F_0}{V}, \quad u = \frac{T_c - T_{c_0}}{T_f}.$$

将式(1)转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + D_a(1 - x_1) \exp(\frac{x_2}{(x_2/\gamma) + 1}), \\ \dot{x}_2 = -x_2 + BD_a(1 - x_1) \exp(\frac{x_2}{(x_2/\gamma) + 1}) - \beta(x_2 - x_{2c}) + \beta u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (2)$$

式中: x_1 和 x_2 为系统状态, y 为输出量, 式(1)和式(2)中变量具体含义和取值参见表1^[27]. 控制目标是通过操纵冷却剂温度 T_c 使反应后物料A的浓度达到期望值, 即系统输出信号 $y = x_1$ 跟踪参考输入信号 x_r , 并保证闭环系统的信号均有界.

表 1 CSTR 数学模型符号及表示含义

Table 1 CSTR model parameters and meaning

符号	表示含义	符号	表示含义
C_A	A的浓度	k_0	反应速率常数
t'	时间	E	活化能
F	进料速率	R	通用气体常数
V	反应釜容积	F_0	冷却剂流速
C_{Af}	A的入口浓度	T_{c_0}	冷却剂温度参考值
T	反应温度	D_a	达姆科勒数
T_f	进料温度	γ	无量纲活化能
ΔH	反应释放热量	B_h	绝热温升
ρ	A的密度	β	无量纲传热系数
C_p	A的比热容	x_1	无量纲浓度
A_h	传热面积	x_2	无量纲温度
η	传热系数	t	无量纲时间
T_c	冷却剂温度	u	无量纲控制输入

3 控制器设计和稳定性分析

3.1 扩张状态观测器设计

扩张状态观测器将原 n 阶系统扩张为 $n + 1$ 系统,

其中第 $n + 1$ 阶状态值为系统中的非线性部分的估计值, 用于将原系统补偿为线性标准积分串联型系统. 这一方法对原系统要求较为严格, 即原系统需要具备以下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_i = x_{i+1}, \\ \dot{x}_n = x_{n+1} + b_0 u, \\ \dot{x}_{n+1} = h, \\ y = x_1, \quad i = 2, \dots, n - 1, \end{cases} \quad (3)$$

系统(2)为具有非严格反馈的二阶非线性系统, 不符合式(3)的形式, 无法直接为其设计扩张观测器, 因此考虑对原系统进行变形.

根据文献[28], 考虑非严格反馈的二阶非线性系统具有以下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(t, x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 = f_2(t, x_1, x_2) + \beta u. \end{cases} \quad (4)$$

令 $\bar{x}_1 = x_1, \bar{x}_2 = f_1(t, x_1, x_2),$

$$f_1(t, x_1, x_2) = -x_1 + D_a(1 - x_1) \exp(\frac{x_2}{(x_2/\gamma) + 1}),$$

$$f_2(t, x_1, x_2) = -x_2 + BD_a(1 - x_1) \exp(\frac{x_2}{(x_2/\gamma) + 1}) - \beta(x_2 - x_{2c}).$$

系统(2)等价于

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2, \\ \dot{\bar{x}}_2 = \frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} f_1(t, x_1, x_2) + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_2(t, x_1, x_2) + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \beta u. \end{cases} \quad (5)$$

若 $\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \neq 0$, 设非零函数 $\bar{b}(t)$ 是控制增益 $\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \beta$ 的估计值, 将

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2, \\ \dot{\bar{x}}_2 = \bar{x}_3 + \bar{b}(t)u(t), \\ \dot{\bar{x}}_3 = h \end{cases} \quad (6)$$

作为系统(5)标准积分串联型, 其中

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} f_1(t, x_1, x_2) +$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_2(t, x_1, x_2) + (\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \beta - \bar{b}(t))u \triangleq \bar{x}_3$$

为系统总扰动, 即系统(5)的扩张状态.

设计系统(5)的扩张状态观测器为

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - \bar{x}_1, \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 e_1, \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2 e_1 + \bar{b}(t)u(t), \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 e_1, \end{cases} \quad (7)$$

其中: $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T$ 为状态变量 $\bar{\mathbf{x}}$ 的估计值, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T$ 为扩张状态观测器的误差反馈增益. 利用扩张状态观测器观测到的总扰动, 反馈至系统(5)的输入端, 可实现系统的线性化.

下面证明扩张状态观测器(7)的稳定性. 定义扩张状态观测器的观测误差向量为

$$\mathbf{e} = \mathbf{z} - \bar{\mathbf{x}}, \quad (8)$$

那么

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{z}} - \dot{\bar{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{B}h, \quad (9)$$

其中: $\mathbf{e} = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$, $e_i = z_i - \bar{x}_i (i = 1, 2, 3)$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 \\ -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

引理 1 对于任意给定的矩阵 $\mathbf{Q}^T = \mathbf{Q} > 0$, 存在矩阵 $\mathbf{P}^T = \mathbf{P} > 0$, 使得

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} = -\mathbf{Q}. \quad (10)$$

当观测误差 $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}$ 时, 扩张状态观测器达到稳定, 因此选取Lyapunov泛函形式如下:

$$V_0 = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e}. \quad (11)$$

对式(11)求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{e}} = \\ & \mathbf{e}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{e} + h(\mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{B}). \end{aligned} \quad (12)$$

根据引理1和Young's不等式得

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{B} &\leq \|\mathbf{B}^T \mathbf{P}\|^2 + \|\mathbf{e}\|^2 \leq \\ & \|\mathbf{P}\|^2 + \|\mathbf{e}\|^2. \end{aligned} \quad (13)$$

假设 3 系统总扰动 \bar{x}_3 的导数 h 为有界变量, 存在一个正数 γ 使得 $\|h\| \leq \gamma$.

将式(10)和式(13)代入式(12)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &\leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q})\|\mathbf{e}\|^2 + h(\|\mathbf{P}\|^2 + \|\mathbf{e}\|^2) \leq \\ & -(\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - \gamma)\|\mathbf{e}\|^2 + \gamma\|\mathbf{P}\|^2 \leq \\ & -C V_0 + \gamma\|\mathbf{P}\|^2, \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $C = \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - \gamma}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}$, $\lambda_{\min}(\mathbf{Q})$ 为矩阵 \mathbf{Q} 的最小特征值, $\lambda_{\max}(\mathbf{P})$ 为矩阵 \mathbf{P} 的最大特征值.

式(14)两侧同乘 e^{Ct} 并对 t 积分得

$$0 \leq V_0 \leq (V_0(0) - \frac{\gamma\|\mathbf{P}\|^2}{C})e^{-Ct} + \frac{\gamma\|\mathbf{P}\|^2}{C}. \quad (15)$$

存在一个正实数 $\kappa > \frac{\gamma\|\mathbf{P}\|^2}{C}$ 使

$$(V_0(0) - \frac{\gamma\|\mathbf{P}\|^2}{C})e^{-Ct} + \frac{\gamma\|\mathbf{P}\|^2}{C} = \kappa, \quad (16)$$

得出 V_0 稳定在 $(0, \kappa)$ 区间所需时间为

$$t = \ln\left(\frac{V_0(0) - \frac{\gamma\|\mathbf{P}\|^2}{C}}{\kappa - \frac{\gamma\|\mathbf{P}\|^2}{C}}\right). \quad (17)$$

因此, 根据Lyapunov稳定性定理, 通过调整扩张状态观测器参数, 满足 $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) - \gamma > 0$ 和 $\gamma\|\mathbf{P}\|^2$ 有界的条件, 扩张状态观测器(7)即可在有限时间内稳定.

3.2 反步法设计

反步法是高阶系统有效的控制方法, 但存在微分爆炸问题. 本文采用非线性跟踪微分器作为滤波器对每一步参考信号预处理, 并获取参考信号的微分. 非线性跟踪微分器的表达式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} - k_{i,1} \cdot \text{fal}(\sigma_{i,1}, \varphi_{i,1}, \delta_i), \\ \dot{x}_{i,2} = -k_{i,2} \cdot \text{fal}(\sigma_{i,2}, \varphi_{i,2}, \delta_i), \\ \sigma_{i,1} = x_{i,1} - x_{i,d}, \\ \sigma_{i,2} = x_{i,2} - \dot{x}_{i,1}, \end{cases} \quad (18)$$

其中: 正常数 $k_{i,1}$ 和 $k_{i,2}$ 为反馈增益, $x_{i,d}$ 和 $x_{i,1}$ 分别为滤波器的输入信号和输出信号, $\sigma_{i,1}$ 和 $\sigma_{i,2}$ 为滤波器的滤波误差.

非线性函数表达形式为^[29]

$$\text{fal}(\sigma, \varphi, \delta) = \begin{cases} |\sigma|^\varphi \text{sgn } \sigma, & |\sigma| > \delta, \\ \sigma/\delta^{1-\varphi}, & |\sigma| \leq \delta, \end{cases} \quad (19)$$

式中 σ 为函数的输入误差信号, 调整参数 δ 和 φ , 可以改变函数的非线性区间范围和线性区间的斜率, 使得当误差信号 σ 比较大时, 产生较小的反馈增益, 反之, 则产生较大的反馈增益, 从而实现有效滤波.

当非线性跟踪微分器输入信号满足 $\dot{x}_{i,d} = 0$, 且 $x_{i,1}(0) = x_{i,d}(0)$, $x_{i,2}(0) = 0$, 通过选择合适的参数, 能够使非线性跟踪微分器的滤波误差在有限时间内收敛至0, 下面给出证明.

证^[30] 由于 $\text{fal}(\sigma, \phi, \delta)$ 为分段函数, 所以需要分段讨论滤波误差的收敛性.

1) 当 $|\sigma| \leq \delta$ 时, 式(18)等价于

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} - \frac{k_{i,1}}{\delta_i^{1-\varphi_{i,1}}} \sigma_{i,1}, \\ \dot{x}_{i,2} = -\frac{k_{i,2}}{\delta_i^{1-\varphi_{i,2}}} \sigma_{i,2}, \end{cases} \quad (20)$$

对滤波误差求时间的导数可得

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{i,1} = \sigma_{i,2} - \bar{k}_{i,1} \sigma_{i,1}, \\ \dot{\sigma}_{i,2} = -\bar{k}_{i,2} \sigma_{i,2}, \end{cases} \quad (21)$$

其中:

$$\bar{k}_{i,1} = \frac{k_{i,1}}{\delta_i^{1-\varphi_{i,1}}}, \bar{k}_{i,2} = \frac{k_{i,2}}{\delta_i^{1-\varphi_{i,2}}},$$

存在一个严格的Hurwitz矩阵

$$L_i = \begin{bmatrix} -\bar{k}_{i,1} & 1 \\ 0 & -\bar{k}_{i,2} \end{bmatrix},$$

且存在矩阵 $H_i = H_i^T > 0, G_i = G_i^T > 0$, 使得

$$L_i^T H_i + H_i L_i = -G_i. \quad (22)$$

选取Lyapunov函数

$$V_{\sigma,i} = \sigma_i^T H_i \sigma_i, \quad (23)$$

式中 $\sigma_i = [\sigma_{i,1} \ \sigma_{i,2}]^T$, 对式(23)求导并将式(22)代入, 可以推导得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\sigma,i} &= \dot{\sigma}_i^T H_i \sigma_i + \sigma_i^T H_i \dot{\sigma}_i = \\ &= \sigma_i^T (L_i^T H_i + H_i L_i) \sigma_i \leq \\ &= -\lambda_{\min}(G_i) \|\sigma_i\|^2, \end{aligned} \quad (24)$$

其中 $\lambda_{\min}(G_i)$ 为矩阵 G_i 的一个最小特征向量. 根据Lyapunov稳定性理论, 若要保证非线性滤波器(18)在有限时间内渐进稳定, 仅需使 $\lambda_{\min}(G_i) < 0$.

2) 当 $|\sigma| > \delta$ 时, 式(18)等价于

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} - k_{i,1} |\sigma_{i,1}|^{\varphi_{i,1}} \text{sgn} \sigma_{i,1}, \\ \dot{x}_{i,2} = -k_{i,2} |\sigma_{i,2}|^{\varphi_{i,2}} \text{sgn} \sigma_{i,2}. \end{cases} \quad (25)$$

当选取参数 $\varphi_{i,1} = \frac{2}{3}, \varphi_{i,2} = \frac{1}{2}$ 时, 非线性滤波器(25)为二阶Levant微分器^[31], 其稳定性已在文献[31]证明. 因此非线性滤波器(18)能在有限时间内渐进稳定, 即滤波误差 $\sigma_i \rightarrow 0$.

定义误差信号为

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = z_1 - x_r, \\ \varepsilon_2 = z_2 - \alpha_1, \end{cases} \quad (26)$$

其中 x_r 为系统的参考信号.

根据扩张状态观测器的状态观测值设计反步法得到虚拟控制信号, 再以总扰动观测值对虚拟控制信号进行补偿, 得到控制信号

$$u = \alpha_n - \frac{z_{n+1}}{b}. \quad (27)$$

本文反步法设计为2步.

步骤 1 考虑系统(5)的第1个子系统以及误差 ε_1 , 设计如下的虚拟控制信号 α_1 :

$$\alpha_1 = -c_1 \varepsilon_1 + \dot{x}_r. \quad (28)$$

结合式(26)和式(27)有

$$z_2 = \varepsilon_2 + \alpha_1, \quad (29)$$

$$\dot{\varepsilon}_1 = z_2 - \beta_1 e_1 - \dot{x}_r = \varepsilon_2 - c_1 \varepsilon_1 - \beta_1 e_1. \quad (30)$$

设计Lyapunov函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} \varepsilon_1^2. \quad (31)$$

对 V_1 求导, 得

$$\dot{V}_1 = \varepsilon_1 \dot{\varepsilon}_1 = -c_1 \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2 - \beta_1 e_1 \varepsilon_1. \quad (32)$$

步骤 2 考虑系统(5)的第2个子系统以及误差 ε_2 , 设计如下的虚拟控制信号 α_2 :

$$\alpha_2 = -c_2 \varepsilon_2 - \varepsilon_1 + \dot{x}_{1,c}. \quad (33)$$

结合式(26)和式(33), 并将式(27)代入, 得

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_2 &= z_2 - \dot{x}_{1,c} = \\ &= z_3 + \bar{b}u - \beta_2 e_1 - \dot{x}_{1,c} = \\ &= \alpha_2 - \beta_2 e_1 - \dot{x}_{1,c} = \\ &= -c_2 \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \beta_2 e_1. \end{aligned} \quad (34)$$

设计Lyapunov函数为

$$V_2 = \frac{1}{2} \varepsilon_2^2. \quad (35)$$

对 V_2 求导, 得

$$\dot{V}_2 = \varepsilon_2 \dot{\varepsilon}_2 = -c_2 \varepsilon_2^2 - \varepsilon_2 \varepsilon_1 - \beta_2 e_1 \varepsilon_2. \quad (36)$$

稳定性证明:

根据上述控制器的设计过程, 选取如下形式的

Lyapunov泛函:

$$V = V_0 + V_1 + V_2, \quad (37)$$

对其求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_0 + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \leq \\ &= -(c_1 \varepsilon_1^2 + \beta_1 e_1 \varepsilon_1 + c_2 \varepsilon_2^2 + \beta_2 e_1 \varepsilon_2) - \\ &= (\lambda_{\min}(Q) - \gamma) \|\mathbf{e}\|^2 + \gamma \|P\|^2. \end{aligned} \quad (38)$$

根据Young's不等式得到

$$-\beta_i e_i \varepsilon_i \leq \frac{\beta_i^2 e_i^2}{\tau} + \frac{\tau}{4} \varepsilon_i^2, \quad (39)$$

其中 τ 为设计参数, 为正值.

将式(39)代入式(38), 化简得

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -(c_1 \varepsilon_1^2 + \beta_1 e_1 \varepsilon_1 + c_2 \varepsilon_2^2 + \beta_2 e_1 \varepsilon_2) - \\ &= (\lambda_{\min}(Q) - \gamma) \|\mathbf{e}\|^2 + \gamma \|P\|^2 \leq \\ &= (c_1 - \frac{\tau}{4}) \varepsilon_1^2 - (c_2 - \frac{\tau}{4}) \varepsilon_2^2 + \gamma \|P\|^2 + \\ &= \frac{\beta_1^2 e_1^2}{\tau} + \frac{\beta_2^2 e_1^2}{\tau} - (\lambda_{\min}(Q) - \gamma) \|\mathbf{e}\|^2 \leq \\ &= -a_0 (V_1 + V_2) + d, \end{aligned} \quad (40)$$

其中: 参数

$$a_0 = \min\{2c_1 - \frac{\tau}{2}, 2c_2 - \frac{\tau}{2}\}$$

为正实数; 参数

$$d = \gamma \|P\|^2 + \frac{\beta_1^2 e_1^2}{\tau} + \frac{\beta_2^2 e_1^2}{\tau} - (\lambda_{\min}(Q) - \gamma) \|\mathbf{e}\|^2$$

与扩张状态观测器误差相关, 其有界性已经式(14)证明. 当 $V = V(0)$ 为常数时, 通过调整控制器参数使

$$a_0 > \frac{d}{V_1(0) + V_2(0)},$$

则可得 $\dot{V}(t) \leq 0$. 将式(40)两侧同乘以 $e^{a_0 t}$ 并求积分可得

$$0 \leq V(t) \leq \bar{V}_0 + \frac{\bar{d}}{a_0} + (V(0) - \bar{V}_0 - \frac{\bar{d}}{a_0})e^{-a_0 t}, \quad (41)$$

其中: $\bar{V}_0 \geq V_0(t)$, $\bar{d} \geq d(t)$. 由式(41)可得闭环系统的信号均是有界的. 因此, 闭环系统的稳定性与控制器参数的选取相关. 然而, 通过以上理论分析, 依然难以精确得出参数的整定范围. 在保证系统稳定性的前提下, 下文将提出参数整定策略.

4 参数整定

在反步法和扩张状态观测器的设计中, 参数的选取影响系统的稳定性和状态变量的收敛速度. 本控制方法中有6个参数需要整定, 分别为: 反步法增益 c_1, c_2 ; 扩张状态观测器增益 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 以及控制增益估计值 \bar{b} . 此时 \bar{b} 作为常数进行估计, 与实际值的误差则视为总扰动的一部分. 根据CARLA算法中的迭代方法^[22-25], 对本文控制方法中待整定的参数分别定义对应的学习空间 $\Omega_i = \{\omega_i | \omega_{i \min} \leq \omega_i \leq \omega_{i \max}\}$, 根据文献^[12]提出的方法大致确定一组参数, 以这组参数为中心扩展学习空间, 以此分别确定参数选取的最小值 $\omega_{i \min}$ 和最大值 $\omega_{i \max}$. 由于待整定参数与系统稳定性相关, 因此学习空间过大则会包涵导致系统不稳定的参数范围, 然而学习空间过小则会导致参数学习陷入局部最优解. 为保证在稳定性前提下, 提高参数的全局最优性, 下文将提出改进策略, 使学习空间可以尽量扩大. ω_i 的概率密度函数定义为 $f_i(\omega_i, 1)$. 为保证参数得到充足的学习, 概率密度初始化为以参数解区间为上下限的均匀分布

$$f_i(\omega_i, 1) = \begin{cases} \frac{1}{\omega_{i \max} - \omega_{i \min}}, & \omega_i \in \Omega_i, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (42)$$

为强化高概率动作附近的选取参数的可能性, 随机产生参数值, 定义如下参数随机选取方法:

$$\int_{\omega_{i \min}}^{\omega_{i \max}} f_i(\omega_i, k) d\omega_i = \theta_i(k), \quad (43)$$

$\theta_i(k)$ 为在 $[0, 1]$ 范围内生成了一个均匀分布的伪随机数. 该方法避免了参数 ω_i 的学习陷入局部最优解.

根据设计的目标函数值对参数进行评估, 并得到惩罚函数

$$\mu(k) = \min\{\max\{0, \frac{J_{\text{med}} - J(k)}{J_{\text{med}} - J_{\text{min}}}\}, 1\}, \quad (44)$$

其中: J_{med} 为目标函数值的中值, J_{min} 为目标函数值的最小值. 本次学习目标值小于以前最小值则给予奖励值, 否则给予惩罚值0.

更新概率密度

$$f_i(\omega_i, k+1) = \begin{cases} \phi(k)[f_i(\omega_i, k) + \mu(k)H(\omega_i, r)], & \omega_i \in \Omega_i, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (45)$$

其中 $H(\omega, r)$ 为以 $r = \omega_i$ 为中心的高斯分布函数

$$H(\omega, r) = \left(\frac{g_h}{(\omega_{\max} - \omega_{\min})}\right) \exp\left(-\frac{(\omega - r)^2}{2(g_w(\omega_{\max} - \omega_{\min}))^2}\right), \quad (46)$$

g_h 和 g_w 是自由参数, 通过调整 H 的标准化高度和宽度来确定学习的速度和分辨率.

$$\phi(k) = \frac{1}{\int_{\omega_{i \min}}^{\omega_{i \max}} [f_i(\omega_i, k) + \mu(k)H(\omega_i, r)] d\omega_i} \quad (47)$$

为归一化函数, 保证每次迭代更新的概率密度在定义域内的积分为1.

为保证系统输出跟随参考信号时具有良好的稳态性能和动态性能, 设计目标函数为

$$J = \int_0^T (\zeta^2 + v \cdot M_p) dt, \quad (48)$$

其中: $\zeta = x_1 - x_r$ 为系统跟踪误差, M_p 为超调量, 通过调节系数 v 可改变学习结果的动态性能. v 越小, 系统跟踪速度越快, 但容易产生超调. 反之, 系统跟踪速度越慢, 但不容易产生超调.

根据上文稳定性分析得出, 系统是否稳定取决于控制器参数的选择, 然而通过理论分析的方法推导出参数的搜索空间较为困难, 且存在不确定性, 因此在原有强化学习方法的基础上提出改进策略: 对系统中各阶状态变量的观测值 z_i 定义一个有效可行区间 $Z = \{z_i | \bar{x}_{i \min} \leq z_i \leq \bar{x}_{i \max}\}$, 其实际物理意义为系统在稳定运行的条件下能够接受的状态变量的范围. 当观测值 z_i 超出有效可行区间 Z 时, 控制对象终止运行, 并为目标函数 J 赋一个较大的正实数 M , 使系统产生不稳定的参数学习结果获得较小的奖惩值.

图2为CARLA算法流程图, 每步迭代开始时, 都根据式(43)生成一组参数代入系统中运行. 若观测值稳定在有效可行区间 Z 中, 则通过式(48)产生适应度函数值 J , 否则 $J = M$. 根据适应度函数值大小, 为这代参数的选取赋奖惩值. 奖惩值与以该代参数为中心的高斯函数相乘叠加至上次迭代产生的密度函数, 形成新的密度函数. 通过不断迭代, 直至迭代次数超过最大迭代次数 N , 优秀参数的概率值不断增大, 概率密度函数的最大值最终收敛至最优参数的邻域内.

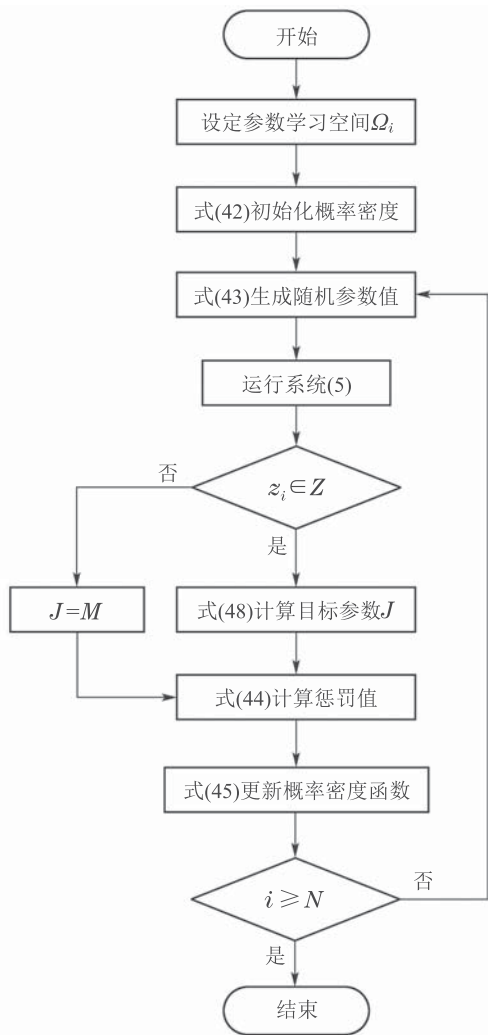


图 2 CARLA算法流程图
Fig. 2 Flow chat of CARLA

5 仿真

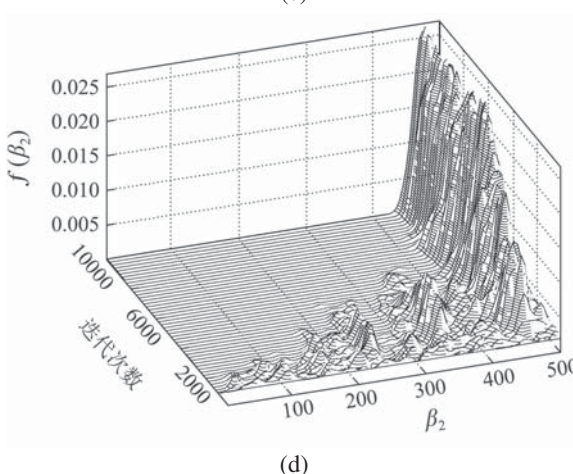
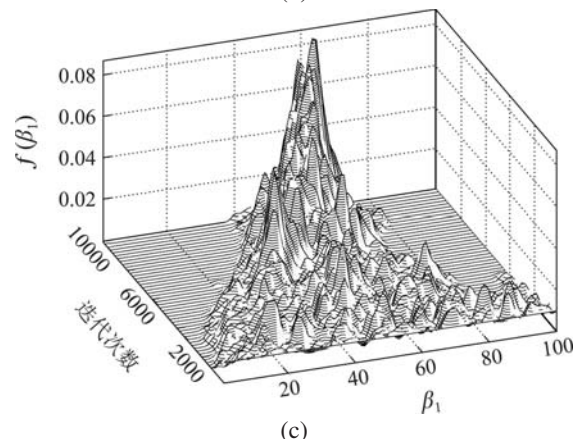
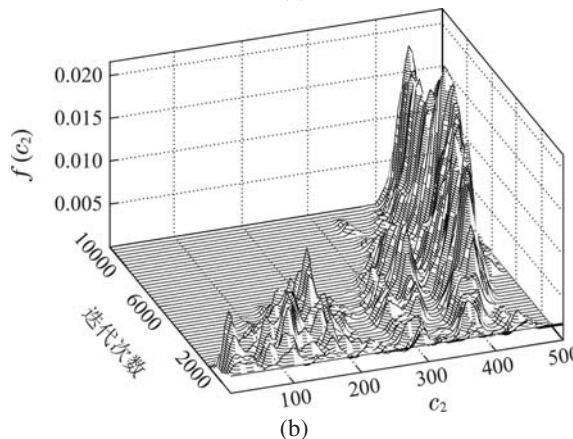
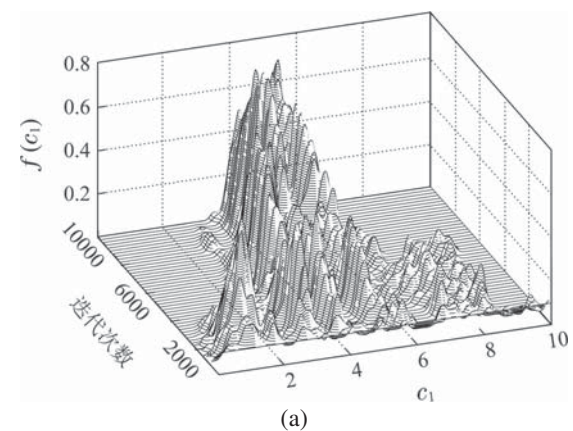
对系统(5)进行仿真实验. 控制目标是使浓度状态变量 $\bar{x}_1(t)$ 跟踪参考输入信号 $x_r(t)$. 为了获得平滑的参考输入轨迹, 利用二阶参考线性系统形成连续的方波信号, 线性二阶模型为

$$\frac{x_r(s)}{r(s)} = \frac{25}{s^2 + 25s + 25}, \quad (49)$$

其中: $r(s)$ 为设定的方波信号, $x_r(s)$ 为系统输入信号. 系统模型的参数分别设置为 $D_a = 0.078$, $\gamma = 20$, $B_h = 8$, $\beta = 0.3$.

仿真结果如图3-7所示. 图3为控制器参数强化学习过程中概率密度函数的变化趋势. 选取最后一次迭代时, 概率密度最大值对应的解作为参数最优值. 可以看出各概率密度函数随着迭代次数的增加, 最大值的解逐渐收敛至局域中, 参数的最优值在惩罚函数的作用下得到强化. 表2为控制器参数范围及最优值. 文献[12]中首次提出三阶线性扩张观测器参数整定公式, 即 $3\omega_o = 3\omega_o^2 = \omega_o^3$. 公式中的频率 ω_o 需要根据实际情况选取, ω_o 的选取直接影响扩张观测器的性能,

间接影响控制效果. 本文提出的整定方法仅需要粗略地估计频率 ω_o , 再由CARLA算法精确寻优, 提高了设计效率.



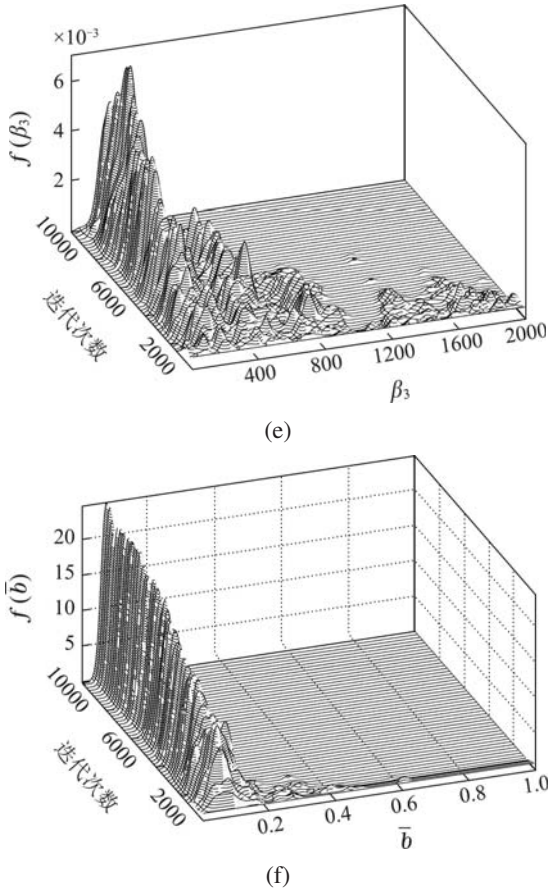


图3 控制器参数概率密度变化

Fig. 3 Tendency of probability density of controller parameters

表2 控制器参数范围及最优值

Table 2 Parameter range and optimal value of controller

参数	参数范围	最优值
c_1	[0, 10]	4.9550
c_2	[0, 500]	449.1018
β_1	[0, 100]	62.3762
β_2	[0, 500]	470.0599
β_3	[0, 2000]	231.8841
\bar{b}	[0.001, 1]	0.0729

图4为目标函数平均值变化趋势. 随着迭代次数的增加, 目标函数值平均值越来越小, 即系统输出误差越来越小. 图5为扩张状态观测器观测效果, 三阶状态变量信号观测误差均能在有限时间内收敛至零. 图7为控制效果, 将本文方法与其他2种方法作对比. 从图中可以看出本方法对比其他2种方法, 能够快速无超调的跟踪参考信号. CARLA-NPD是CARLA算法与传统自抗扰控制应用的非线性反馈控制(NPD)结合, 该方法虽然跟踪速度快, 但存在一定的超调. 同样在CARLA算法的优化下, 本文提出的反步法结合扩张状态观测器的方法不存在超调量, 明显提高了系统的

动态性能. GA-反步法为应用遗传算法(GA)进行参数整定的反步法结合扩张状态观测器的方法, 该方法仍存在相当的超调量. 遗传算法需要在每一步迭代中生成大量的参数集, 占用大量资源, 而CARLA算法只需要在每一步迭代中随机生成一组参数, 大大简化了运算过程, 提高了运算速度.

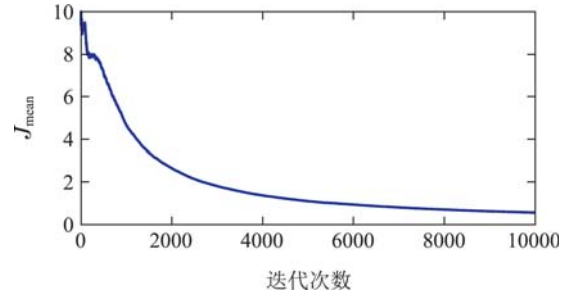


图4 目标函数平均值

Fig. 4 Mean of cost function

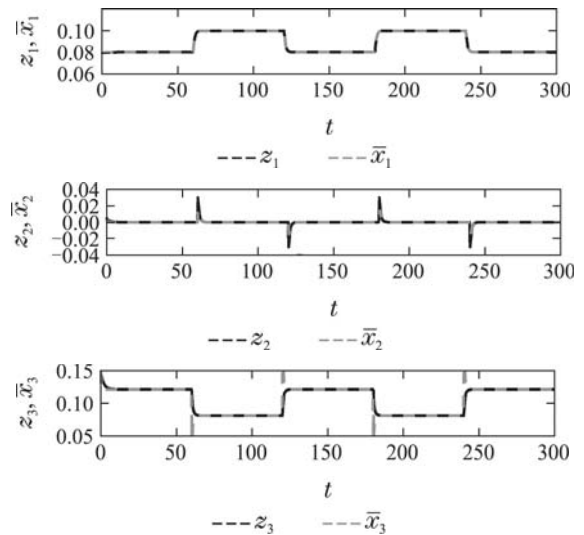


图5 扩张状态观测器观测效果

Fig. 5 Extended state observer observation effect

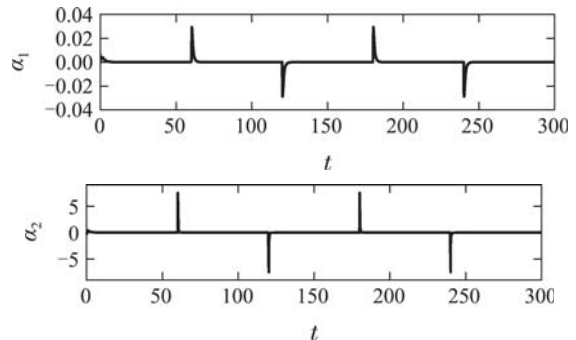


图6 虚拟控制信号

Fig. 6 Virtual control signal

6 结论

本文针对一类连续搅拌反应釜的控制问题提出了基于反步法与扩张状态观测器的控制方法, 并结合CARLA算法对控制器参数优化整定. 利用扩张状态观测器观测并补偿非线性系统中的不确定函数, 并对

线性化后的系统设计反步法控制器. 控制器能够快速无超调的跟踪参考信号, 控制效果优于传统方法, 有效解决了复杂的非严格反馈系统的控制问题. 通过李雅普诺夫稳定性理论证明了所提出控制方法的稳定性. CARLA 算法的应用高效地整定了控制器参数, 避免了人工调参, 且优化效果优于遗传算法. 文章最后的仿真实验验证了该方法的有效性.

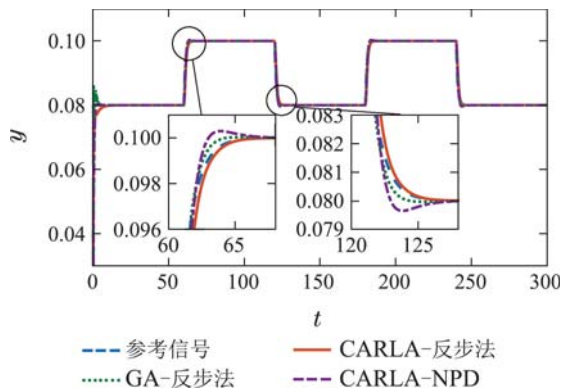


图 7 不同控制方法对方波信号跟踪效果对比

Fig. 7 Comparison of tracking effects of different wave control signals by different control methods

参考文献:

- [1] ALSHAMMARI O, MAHYUDDIN M N, JERBI H. A neural network-based adaptive backstepping control law with covariance resetting for asymptotic output tracking of a CSTR plant. *IEEE Access*, 2020, 8: 29755 – 29766.
- [2] LI Jun, SHI Qing. Adaptive control for a class of uncertain pure-feedback nonlinear systems using Backstepping based on extreme learning machine. *CIESC Journal*, 2016, 67(7): 2934 – 2943. (李军, 石青. 基于ELM的一类不确定性纯反馈非线性系统的Backstepping自适应控制. 化工学报, 2016, 67(7): 2934 – 2943.)
- [3] WANG Qingchao, YU Zhandong. Neural adaptive singularity-free controller for CSTR system based on backstepping. *Journal of Jilin University (Information Science Edition)*, 2006, 24(1): 28 – 35. (王庆超, 于占东. 基于反步法的CSTR神经网络非奇异自适应控制. 吉林大学学报(信息科学版), 2006, 24(1): 28 – 35.)
- [4] ZHANG T, GUAY M. Adaptive control of uncertain continuously stirred tank reactors with unknown actuator nonlinearities. *ISA Transactions*, 2005, 44(1): 55 – 68.
- [5] ALSHAMALI S, ZRIBI M. Backstepping control design for a continuous-stirred tank. *International Journal of Innovative Computing, Information & Control: IJICIC*, 2012, 8(11): 7747 – 7760.
- [6] MAHMOOD P, QUDRAT K, IQBAL B A, et al. Dynamical adaptive integral sliding backstepping control of nonlinear nontriangular uncertain systems. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, (2014): 251 – 266.
- [7] ZHENG Q, CHEN Z, GAO Z. A practical approach to disturbance decoupling control. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(9): 1016 – 1025.
- [8] YANG Huizhong, SU Sixian. CSTR control based on active disturbance rejection control. *Control Engineering of China*, 2011, 18(3): 369 – 372. (杨慧中, 苏思贤. 连续搅拌反应釜系统的自抗扰控制. 控制工程, 2011, 18(3): 369 – 372.)
- [9] MA Tongqiao, CHEN Zhijun. ADRC design for PVC reactor temperature. *Control and Instruments in Chemical Industry*, 2013, 40(10): 1203 – 1207. (马同桥, 陈志军. PVC反应釜釜温自抗扰控制器设计. 化工自动化及仪表, 2013, 40(10): 1203 – 1207.)
- [10] HU Y, CHEN Z, ZHAO J, et al. ADRC based cascade controller design for urea selective catalytic reduction system. *The 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*. Hangzhou: IEEE, 2015: 498 – 503.
- [11] CHEN Z, ZHENG Q, GAO Z. Active disturbance rejection control of chemical processes. *IEEE International Conference on Control Applications*. Singapore: IEEE, 2007: 855 – 861.
- [12] GAO Z. Scaling and parameterization based controller tuning. *American Control Conference*. Denver: IEEE, 2003: 4989 – 4996.
- [13] YANG Fuguang, LI Yibin, RUAN Jiuhong, et al. ADRC control for four wheel independent-drive electric vehicle TCS. *Electric Machines and Control*, 2009, 13(5): 739 – 743. (杨福广, 李贻斌, 阮久宏, 等. 独立电驱车辆车轮驱动防滑自抗扰控制. 电机与控制学报, 2009, 13(5): 739 – 743.)
- [14] LI Haisheng, ZHU Xuefeng. On parameters tuning and optimization of active disturbance rejection controller. *Control Engineering of China*, 2004, 11(5): 419 – 423. (李海生, 朱雪峰. 自抗扰控制器参数整定与优化方法研究. 控制工程, 2004, 11(5): 419 – 423.)
- [15] ZHOU X, GAO H, ZHAO B, et al. A GA-based parameters tuning method for an ADRC controller of ISP for aerial remote sensing applications. *ISA Transactions*, 2018, 81: 318 – 328.
- [16] LIU Huiibo, WANG Jing. Adaptive GA-ADRC in torque ripple reduction of brushless DC motor. *Research and Exploration in Laboratory*, 2012, 31(12): 43 – 46. (刘慧博, 王静. 自适应GA-ADRC在无刷直流电机转矩脉动抑制中的研究. 实验室研究与探索, 2012, 31(12): 43 – 46.)
- [17] LIU Y Y, ZHOU S L, SONG B. The structure and parameters optimization of ADRC for steam generator water level. *The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC)*. Changsha: IEEE, 2014: 1839 – 1844.
- [18] ZHU Liling, YU Xi'ning, LIU Lei, et al. Application and the parameter setting of ADRC based on genetic arithmetic. *Electronics Instrumentation Customer*, 2005, 12(4): 64 – 66. (朱丽玲, 于希宁, 刘磊, 等. 基于遗传算法的ADRC参数整定及其应用. 仪器仪表用户, 2005, 12(4): 64 – 66.)
- [19] PENG C, TIAN Y, BAI Y, et al. ADRC trajectory tracking control based on PSO algorithm for a quad-rotor. *The 8th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*. Melbourne: IEEE, 2013: 800 – 805.
- [20] LIU C, CHU Y, WANG L, et al. Application and the parameter tuning of ADRC based on BFO-PSO algorithm. *The 25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. Guiyang: IEEE, 2013: 3099 – 3102.
- [21] ZHOU G D, ZHANG D L. Improved PSO algorithm-based online optimization design for ADRC controller. *International Conference on Computer Science and Service System*. Nanjing: IEEE, 2012: 1798 – 1801.
- [22] HOWELL M N, FROST G P, GORDON T J, et al. Continuous action reinforcement learning applied to vehicle suspension control. *Mechatronics*, 1997, 7(3): 263 – 276.
- [23] HOWELL M N, BEST M C. On-line PID tuning for engine idle-speed control using continuous action reinforcement learning automata. *Control Engineering Practice*, 2000, 8(2): 147 – 154.
- [24] HOWELL M N, GORDON T J. Continuous action reinforcement learning automata and their application to adaptive digital filter design. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2001, 14(5): 549 – 561.

- [25] RODRÍGUEZ A, GRAU R, NOWÉ A. Continuous action reinforcement learning automata-performance and convergence. *International Conference on Agents and Artificial Intelligence*. Rome: SciTePress, 2011: 473 – 478.
- [26] ZHU Qunxiong, WANG Junxia. Robust optimal control for nonlinear continuous stirred tank reactor. *CIESC Journal*, 2013, 64(11): 4114 – 4120.
(朱群雄, 王军霞. 连续搅拌釜式反应器的鲁棒最优控制. 化工学报, 2013, 64(11): 4114 – 4120.)
- [27] COLANTONIO M C, DESAGES A C, ROMAGNOLI J A, et al. Nonlinear control of a CSTR: disturbance rejection using sliding mode control. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 1995, 34(7): 2383 – 2392.
- [28] HUANG Yi, XUE Wenchao. Active disturbance rejection control: thought, application and theoretical analysis. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2012, 32(10): 1287 – 1307.
(黄一, 薛文超. 自抗扰控制: 思想、应用及理论分析. 系统科学与数学, 2012, 32(10): 1287 – 1307.)
- [29] HAN Jingqing. Extended state observer for a class of uncertain plants. *Control and Decision*, 1995, 10(1): 85 – 88.
(韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器. 控制与决策, 1995, 10(1): 85 – 88.)
- [30] WANG Suzhen, XIN Cheng, DAI Mingxing. Adaptive output feedback control based on extended state observer. *Electronics Optics & Control*, 2021, 28(3): 7 – 12.
(王素珍, 辛诚, 代明星. 扩张状态观测器下的自适应输出反馈控制. 电光与控制, 2021, 28(3): 7 – 12.)
- [31] LEVANT A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control*, 2003, 76(9/10): 924 – 941.

作者简介:

王素珍 副教授, 目前研究方向为物联网及智能控制技术, E-mail: 417322899@qq.com;

辛 诚 硕士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制, E-mail: xin cheng0409@163.com;

孙国法 副教授, 目前研究方向为非线性系统智能自适应控制、自抗扰控制研究及应用、观测器设计等, E-mail: sunguofa_bo@163.com.