分布式随机离散事件系统的模式故障预测

金衍伟[1], 刘富春[1†], 赵 锐[1], 曹卫华[1], 崔洪刚[1,2]

(1. 广东工业大学 计算机学院, 广东 广州 510006; 2. 东源县科技创新中心, 广东 河源 517500)

摘要: 本文以随机自动机为模型, 研究分布式随机离散事件系统的模式故障预测问题. 首先根据分布式随机离散事件系统的分布特性对模式故障协同可预测性概念进行形式化, 并通过构造模式故障识别器来识别系统中发生的模式故障. 然后, 构造一个模式故障协同预测器, 提出一种基于协同预测器的具有多项式复杂度的算法, 得到关于分布式随机离散事件系统模式故障协同可预测性的充分必要条件, 实现对分布式随机离散事件系统的模式故障预测.

关键词: 随机离散事件系统; 分布式; 模式故障; 故障预测

引用格式: 金衍伟, 刘富春, 赵锐, 等. 分布式随机离散事件系统的模式故障预测. 控制理论与应用, 2022, 39(1): 59 – 66

DOI: 10.7641/CTA.2021.00920

Coprognosability of pattern fault for decentralized stochastic discrete event systems

JIN Yan-wei[1], LIU Fu-chun[1†], ZHAO Rui[1], CAO Wei-hua[1], CUI Hong-gang[1,2]

(1. School of Computers, Guangdong University of Technology, Guangzhou Guangdong 510006, China;
2. Science and Technology Innovation Center of Dongyuan, Heyuan Guangdong 517500, China)

Abstract: The prognosis problem of pattern fault for decentralized stochastic discrete-event systems (DESs) is investigated. Firstly, the notion of coprognosability of pattern fault for decentralized stochastic DESs is formalized based on the characteristics of stochastic systems, and the pattern fault occurring in the system is identified by constructing the pattern fault recognizer. Then, a pattern fault coprognoser is constructed, and an algorithm with polynomial complexity for pattern fault coprognosis is proposed by using the pattern fault coprognoser. Particularly, the sufficient and necessary condition for pattern fault coprognosis of decentralized stochastic DESs is presented, which solves the prognosis problem of pattern fault for decentralized stochastic systems.

Key words: stochastic discrete-event systems; decentralized; patterns fault; fault prognosis

Citation: JIN Yanwei, LIU Fuchun, ZHAO Rui, et al. Coprognosability of pattern fault for decentralized stochastic discrete event systems. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(1): 59 – 66

1 引言

近年来, 随着计算机信息处理技术, 通信和传感技术的快速发展, 工业系统规模越来越大, 系统的运行难免会出现故障. 为保证系统可靠性, 控制工程师应设计一个能在正常范围内安全运行的系统, 并在系统故障发生前, 尽可能预测出即将发生的故障, 以采取相应措施, 对故障进行规避. 因此, 对离散事件系统预测问题的研究具有重要的研究意义. 在文献[1]中, 通过构造一个从字符串到语言的投影函数来研究串预测问题. Genc在文献[2]中研究了不完全可观下离散事件系统的故障事件的预测. 文献[3]研究了基于带标签的Petri网的故障预测问题. Chen和Kumar在文献[4]中将文献[3]的方法推广至随机离散事件系统, 引入了m步可预测的概念来表示系统在故障事件发生前的m步作出预测的能力.

上述研究都是针对集中式系统的故障预测. 然而, 大型复杂系统往往是分布式的, 这使得近年来针对分布式系统的预测算法得到广泛重视. Kumar等人提出了一种分布式预测方法[5], 该方法引入联合预测能力的概念来描述通过分布式站点可以预测出所有故障的情况. Yin将该框架进行了拓展, 对其性能边界及可靠性进行了研究, 提出两种基于状态的分布式协议来

收稿日期: 2020−12−26; 录用日期: 2021−05−18.
†通信作者. E-mail: fliu2011@163.com.
本文责任编委: 陈增强.
国家自然科学基金项目(61673122), 广东省自然科学基金项目(2019A1515010548, 2020A1515010941)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61673122) and the Natural Science Foundation of Guangdong Province (2019A1515010548, 2020A1515010941).

研究分布式离散事件系统的预测问题[6–7]. 本文则在文献[8] 中提出一种基于多项式验证器的分布式离散事件系统的离线故障预测算法.

值得指出的是, 在实际应用中, 系统的故障行为可以是单个错误事件, 也可以是多个事件组成的事件串(称为模式故障). 为此, 2006年, Jeron等在文献[9]中首次提出了离散事件系统模式故障的概念. 而针对单个错误事件的传统故障预测方法也不再适用. 文献[10]研究了经典离散事件系统的模式故障预测. 本文也对基于模式的安全故障诊断[11]开展了相关研究.

注意到, 关于分布式随机离散事件系统的模式故障预测研究仍未见报道. 离散事件系统的模型有自动机、概率布尔网络[12–13]、随机有限域网络[14]等. 本文以随机自动机为例, 将文献[4, 8, 10]的故障预测方法拓展到分布式随机离散事件系统的模式故障预测中. 先对分布式随机离散事件系统的模式故障可预测性进行形式化. 通过构造模式故障识别器, 得到一个模式故障预测的协同预测器, 并提出基于协同预测器的分布式随机离散事件系统模式故障可预测的充分必要条件, 然后提出了判断分布式随机系统是否具有模式故障可预测性的算法, 并对其复杂度进行分析, 得出该算法为多项式时间复杂度的结论.

2 分布式随机离散事件系统

一个随机离散事件系统[4]可用带有概率结构的有限状态自动机(finite state automation, FSA)来表示$G = (X, \Sigma, \delta, x_0)$, 其中$X$为有限状态空间, $x_0 \in X$为初始状态, Σ为有限事件集, $\delta: X \times \Sigma \times X \to [0, 1]$为状态转移概率函数: 对任意$x, x' \in X$且$\sigma \in \Sigma$, $\delta(x, \sigma, x')$表示状态x经过事件σ转移到状态x'的概率, 它满足$\forall x \in X, \sum\limits_{\sigma\in\Sigma}\sum\limits_{x'\in X}\delta(x, \sigma, x') = 1$.

事件集Σ可以分为可观事件集$\Sigma_{\rm o}$和不可观事件集$\Sigma_{\rm uo}$, 即$\Sigma = \Sigma_{\rm o} \bigcup \Sigma_{\rm uo}$. 记$\Sigma^*$为所有有限长事件串的集合, 且包含空串$\varepsilon$, Σ^n表示n个事件组成的事件串集合. 为简便起见, 用$\delta(x, \sigma)$来代替$\delta(x, \sigma, x')$, 并定义

$$\mathrm{P}(\sigma|x) = \delta(x, \sigma),\ \mathrm{P}(s\sigma|x) = \mathrm{P}(s|x)\delta(x, \sigma),$$

其中: $\delta(x, \sigma, x') > 0$, $s \in \Sigma^*$. 称X的子集X', 如果$\delta(X', \Sigma) \subseteq X'$, 则称$X'$是稳定的. 如果对任意$x \in X$, 都有$\Sigma(x) = \Sigma$, 则称$G$是完备的, 其中

$$\Sigma(x) = \{\sigma \in \Sigma \mid \exists\delta(x, \sigma) > 0\}.$$

对于事件串s, 用pref(s)表示s的所有前缀, 用$|s|$表示s的长度. 对于给定的语言L_1和L_2, 它们的连接为$L_1L_2 := \{st : s \in L_1, t \in L_2\}$. 用$L(G)$或$L$表示$G$产生的语言, 它是由正概率事件串的集合, 即

$$L = \{s \in \Sigma^* : (\exists x \in X)\delta(x_0, s, x) > 0\}.$$

对于有m个站点的分布式系统, 站点投影$P_i : \Sigma^* \to \Sigma^*_{{\rm o},i}$定义为$P_i(\varepsilon) = \varepsilon$, 且对于任意的$\sigma \in \Sigma, s \in \Sigma^*$, $P_i(s\sigma) = P_i(s)P_i(\sigma)$, 其中:

$$P_i(\sigma) := \begin{cases} \sigma,\ \ \sigma \in \Sigma_{{\rm o},i}, \\ \varepsilon,\ \ \sigma \in \Sigma_{\rm uo}, \end{cases} \tag{1}$$

反投影定义为$P_i^{-1}(u) := \{s \in L : P_i(s) = u\}$, 这里$i \in I = \{1, 2, \cdots, m\}$.

下面给出随机离散事件系统的模式故障的定义:

定义 1 系统$G = (X, \Sigma, \delta_{\rm G}, x_0)$的模式故障定义为有限状态自动机$\Omega = (Q_\Omega, \Sigma, \delta_\Omega, q_0, F_\Omega)$, 并称之为$G$的模式故障自动机, 其中$Q_\Omega$是$\Omega$的状态集, F_Ω是接收状态集, $\delta_\Omega : Q_\Omega \times \Sigma \to Q_\Omega$是$\Omega$的转移函数. 称$\Omega$具有确定性, 如果$\forall q \in Q_\Omega, \forall\sigma \in \Sigma$, 由$\delta_\Omega(q, \sigma) = q'$和$\delta_\Omega(q, \sigma) = q''$可推出$q' = q''$. 记$L_{F_\Omega}(\Omega)$为到达接收状态的语言, G的模式故障语言定义为$L(G) \bigcap L_{F_\Omega}(\Omega)$.

3 模式故障协同可预测性的形式化

下面先构造模式故障识别器, 以识别发生在系统G中的模式故障语言.

定义 2 给定系统$G = (X, \Sigma, \delta_{\rm G}, x_0)$及其模式故障$\Omega = (Q_\Omega, \Sigma, \delta_\Omega, q_0, F_\Omega)$, 构造模式故障识别器

$$G_\Omega = G \times \Omega = (X_{G_\Omega}, \Sigma, \delta_{G_\Omega}, (x_0, q_0), (x, F_\Omega)),$$

其中: $X_{G_\Omega} = X \times Q_\Omega$为状态集合; (x_0, q_0)为初始状态; (x, F_Ω)为接收状态集, 即X_{G_Ω}中达到F_Ω的状态; $\delta_{G_\Omega} : (X, Q_\Omega) \times \Sigma \times (X, Q_\Omega) \to [0, 1]$为$G_\Omega$中的概率转移函数, $\delta_{G_\Omega}((x, q), \sigma, (x', q')) = \delta_{\rm G}(x, \sigma, x')$, 当且仅当在$G$中$\delta_{\rm G}(x, \sigma, x') > 0$且在$\Omega$中$\delta_\Omega(q, \sigma) = q'$.

显然, $L_m(G_\Omega) = L(G) \bigcap L_{F_\Omega}(\Omega)$. 因此, 可利用模式故障识别器, 通过检查$L_m(G_\Omega)$就能找到发生在$G$中的模式故障语言.

例 1 考虑如图1所示的随机自动机$G = (X, \Sigma, \delta_{\rm G}, x_0)$, 其中初始状态$x_0 = 0$.

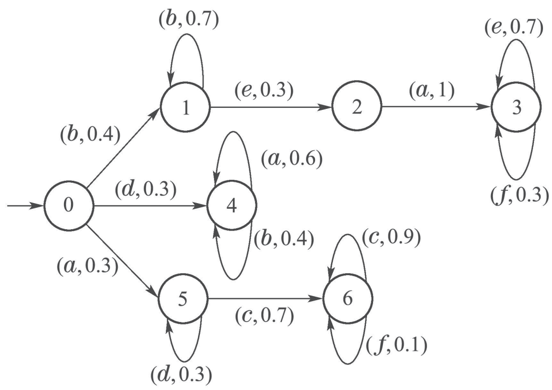

图 1 一个随机自动机G

Fig. 1 A stochastic automaton G

设有两个站点投影$P_i : \Sigma^* \to \Sigma^*_{{\rm o},i}, i \in \{1, 2\}$, 其

中$\Sigma_{\mathrm{o},1} = \{a, b, c\}, \Sigma_{\mathrm{o},2} = \{a, b, e\}$.

设其模式故障自动机$\Omega = (Q_\Omega, \Sigma, \delta_\Omega, q_0, F_\Omega)$ 如图2所示.

根据G和Ω, 可构造模式故障识别器$G_\Omega = G \times \Omega$如图3所示.

可以看出, $L_m(G_\Omega) = L(G) \bigcap L_{F_\Omega}(\Omega)$. 因此, 检查$G_\Omega$到达接收状态$(x, F_\Omega)$的语言$L_m(G_\Omega)$就可得出$G$关于其模式故障自动机$\Omega$的模式故障语言.

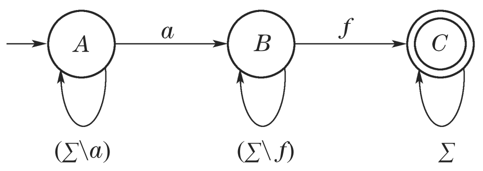

图 2　一个模式故障自动机Ω

Fig. 2　A pattern fault automaton Ω

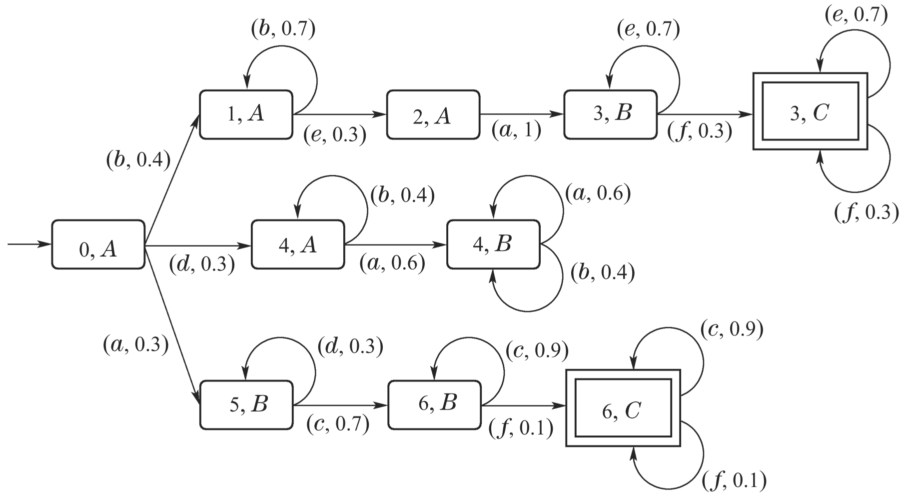

图 3　一个模式故障识别器$G_\Omega = G \times \Omega$

Fig. 3　A pattern fault recognizer $G_\Omega = G \times \Omega$

定义 3　设G有m个分布式站点, 定义$P^n_{i,\mathrm{SN}}(o)$为站点i在观测到事件$o \in P_i(L)$ 之后的n步之内不会出现模式故障的概率. $P^*_{i,\mathrm{SN}}(o)$为在分布式站点i观察到事件串$o \in P_i(L)$之后有限步内不会出现模式故障的最小概率, 即

$$P^n_{i,\mathrm{SN}}(o) := \frac{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}(o) \bigcap L_K\}\Sigma^n \bigcap L_K)}{\mathrm{P}(P_i^{-1}(o) \bigcap L(G))},$$

$$P^*_{i,\mathrm{SN}}(o) := \min_{n\in\mathbb{N}} P^n_{i,\mathrm{SN}}(o),$$

其中$L_K = L(G) - L_m(G_\Omega)$.

定义 4　对于$L(G)$和$L_m(G_\Omega)$给出以下定义:

1) 边界模式故障串集

$$\partial := \{s \in L_m(G_\Omega) : \mathrm{pref}(s) - s \subseteq L_K\};$$

2) 先驱串集

$$\wp := \{s \in L_K : \{s\} \bigcap L_m(G_\Omega) = \varnothing,\ \{s\}\Sigma \bigcap \partial\};$$

3) 永无模式故障串集

$$\aleph := \{s \in L_K : \forall n \in \mathbb{N}, \{s\}\Sigma^n \bigcap L_m(G_\Omega) = \varnothing\};$$

4) 指示器无模式故障串集

$$\Im := \{s \in L_K : \forall \rho > 0, \exists n \in \mathbb{N}, \mathrm{P}(\{s\}\Sigma^n \bigcap L_K) \leqslant \rho\};$$

5) 非指示器无模式故障串集

$$\Upsilon := \{s \in L_K : \exists \rho > 0, \forall n \in \mathbb{N}, \mathrm{P}(\{s\}\Sigma^n \bigcap L_K) > \rho\}.$$

直观上, ∂表示所有已发生模式故障但其前缀无模式故障的事件串组成的集合; $\wp$中的先驱串表示再经过一个事件就可能会发生模式故障; $\aleph$中的永无模式故障串表示即使再经过任意步长的串也不会发生模式故障; $\Im$表示所有后续不发生模式故障的概率充分小的串组成的集合; Υ则与$\Im$在L_K中是互补关系, 即$\Upsilon = L_K - \Im$.

同时在模式故障识别器G_Ω中有如下定义:

1) 先驱状态集是指G_Ω中(x_0, q_0)经过所有先驱串$s \in \wp$到达的状态集, 即

$$\partial(X \times Q_\Omega) := \{(x, q) \in X \times Q_\Omega : \exists s \in \partial, \delta_{G_\Omega}((x_0, q_0), s, (x, q)) > 0\};$$

2) 非指示器无模式故障状态集是指G_Ω中(x_0, q_0)经过所有非指示器无模式故障串$s \in \Upsilon$所到达的状态集, 即

$$\Upsilon(X \times Q_\Omega) := \{(x, q) \in X \times Q_\Omega : \exists s \in \Upsilon, \delta_{G_\Omega}((x_0, q_0), s, (x, q)) > 0\}.$$

接下来, 本文介绍模式故障协同可预测的定义.

定义 5　随机离散事件系统G关于模式故障自动

机Ω和分布式站点投影$P_i:\Sigma^*\to\Sigma_{\mathrm{o},i}^*, i\in I=\{1,2,\cdots,m\}$具有模式故障协同可预测性是指下式成立:

$$(\tau,\rho>0)\mathrm{P}(s\in\partial:[\forall u\in \mathrm{pref}(s),-\{s\},\ \forall i\in I, P_{i,\mathrm{SN}}^*(P_i(u))>\rho])<\tau. \tag{2}$$

直观上, 具有模式故障协同可预测性的系统G表示对任意阈值ρ和τ, 系统内属于边界模式故障串集∂中的事件串s, 其任意前缀u在所有分布式站点$i\in I$观察到事件串$P_i(u)$之后的判断为"有限步内不会出现模式故障"的最小概率都大于ρ的可能性小于τ.

根据系统模式故障协同可预测性的定义, 可以得到与之等价的引理1.

引理 1 随机离散事件系统G关于模式故障自动机Ω和分布式站点投影$P_i:\Sigma^*\to\Sigma_{\mathrm{o},i}^*, i\in I$具有模式故障协同可预测性, 当且仅当

$$(\forall s\in\partial)(\exists u\in \mathrm{pref}(s)-s,\exists i\in I)\times (P_i^{-1}P_i(u)\bigcap L_K\subseteq\Im). \tag{3}$$

证 充分性: 设对于任意的$s\in\partial$, 存在$u\in \mathrm{pref}(s)-s$和$i\in I$使得$P_i^{-1}P_i(u)\bigcap L_K\subseteq\Im$, 令

$$\Lambda=P_i^{-1}P_i(u)\bigcap L_K,$$

则

$$P_{i,\mathrm{SN}}^n(P_i(u))=\frac{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\Sigma^n\bigcap L_K)}{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\bigcap L)}=\frac{\sum\limits_{u'\in\Lambda}\mathrm{P}(\{u'\}\Sigma^n\bigcap L_K)}{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\bigcap L)}.$$

对任意$\rho>0$, 对每一串$u_i'\in P_i^{-1}P_i(u)$都有$\rho_{u_i'}=\rho\times\mathrm{P}(u_i')>0$. 因为$P_i^{-1}P_i(u)\bigcap L_K\subseteq\Im$, 所以对每一串$u_i'\in P_i^{-1}P_i(u)\bigcap L_K$, 都存在$n_{u_i'}\in\mathbb{N}$使得

$$\mathrm{P}(\{u'\}\Sigma^{n_{u_i'}}\bigcap L_K)\leqslant\rho_{u_i'}.$$

令$d=\max\limits_{u_i'\in P_i^{-1}P_i(u)} n_{u_i'}$. 于是得到

$$P_{i,\mathrm{SN}}^d(P_i(u))=\frac{\sum\limits_{u_i'\in\Lambda}\mathrm{P}(\{u_i'\}\Sigma^d\bigcap L_K)}{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\bigcap L)}\leqslant\frac{\sum\limits_{u_i'\in\Lambda}\rho\mathrm{P}(u_i')}{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\bigcap L)}=\frac{\mathrm{P}(\Lambda)}{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\bigcap L)}\rho\leqslant\rho.$$

因此, 有$P_{i,\mathrm{SN}}^*(P_i(u))\leqslant P_{i,\mathrm{SN}}^d(P_i(u))\leqslant\rho$. 根据定义5, G具有模式故障协同可预测性.

必要性: 反证法证明. 假设G具有模式故障协同可预测性, 并且存在$s'\in\partial$, 使得$\forall u\in \mathrm{pref}(s')-s', \forall i\in I, P_i^{-1}P_i(u)\bigcap L_K\bigcap\Upsilon\neq\varnothing$, 令$u_i'\in P_i^{-1}P_i(u)\bigcap L_K\bigcap\Upsilon$则有

$$P_{i,\mathrm{SN}}^n(P_i(u))=\frac{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\Sigma^n\bigcap L_K)}{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\bigcap L)}\geqslant\frac{\mathrm{P}(\{u_i'\}\Sigma^n\bigcap L_K)}{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\bigcap L)}.$$

因为$u_i'\in\Upsilon$则存在$\rho_{u_i'}>0$使得

$$\forall n\in\mathbb{N},\ \mathrm{P}(\{u_i'\}\Sigma^n\bigcap L_K)>\rho_{u_i'}.$$

因此,

$$P_{i,\mathrm{SN}}^n(P_i(u))\geqslant\frac{\mathrm{P}(\{u_i'\}\Sigma^n\bigcap L_K)}{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\bigcap L)}>\frac{\rho_{u_i'}}{\mathrm{P}(\{P_i^{-1}P_i(u)\}\bigcap L)}=\rho_u.$$

因此, 对于$\forall u\in \mathrm{pref}(s')-s'$都存在$\rho_u>0$使得对$\forall i\in I$都有$P_{i,\mathrm{SN}}^*(P_i(u))>\rho_u$从而对于任意$0<\rho<\min\limits_{u\in \mathrm{pref}(s)-s}\rho_u$和$0<\tau<\mathrm{P}(s')$有

$$\mathrm{P}(s\in\partial:[\forall u\in \mathrm{pref}(s)-\{s\},\forall i\in I, P_{i,\mathrm{SN}}^*(P_i(u))>\rho])\geqslant\mathrm{P}(s')>\tau.$$

根据定义5, 该系统不是模式故障可预测的, 这与假设相矛盾. 证毕.

注 1 引理1中的式(3)表示系统内所有属于边界模式故障串集∂中的事件串s, 都存在其前缀u, 存在分布式站点$i\in I$对其投影相同且无模式故障的串$P_i^{-1}P_i(u)\bigcap L_K$都属于指示器无模式故障串集$\Im$.

定理 1 随机离散事件系统G关于模式故障自动机Ω和分布式站点投影$P_i:\Sigma^*\to\Sigma_{\mathrm{o},i}^*, i\in I$具有模式故障协同可预测性, 当且仅当

$$(\forall s\in\wp)(\exists i\in I)(P_i^{-1}P_i(s)\bigcap\Upsilon)=\varnothing. \tag{4}$$

证 因为$\Upsilon=L-L_m(G_\Omega)-\Im$, 可将式(4)变为

$$(\forall s\in\wp,\exists i\in I)(P_i^{-1}P_i(s)\bigcap(L-L_m(G_\Omega)))\subseteq\Im.$$

充分性: 若式(4)成立, $\forall s\in\wp, \{s\}\Sigma\bigcap\partial\neq\varnothing$. 因此, $\forall s'\in\partial,\exists s\in \mathrm{pref}(s')-s',\exists i\in I$, 有

$$P_i^{-1}P_i(s)\bigcap L_K\subseteq\Im.$$

根据引理1可得该随机离散事件系统G具有模式故障协同可预测性.

必要性: 利用反证法. 假设系统G关于模式故障自动机Ω和分布式站点投影$P_i:\Sigma^*\to\Sigma_{\mathrm{o},i}^*, i\in I$具有模式故障协同可预测性, 并且存在$s\in\wp$, 对任意的$i\in I$, 有$(P_i^{-1}P_i(s)\bigcap L_K\not\subseteq\Im)$, 则存在$s'\in P_i^{-1}P_i(s)\bigcap L_K$, 使得$s'\in\Upsilon$, 则

$$\exists\rho>0,\ \forall n\in\mathbb{N},\ \mathrm{P}(\{s'\}\Sigma^n\bigcap L_K)>\rho.$$

对于任意的$u\in \mathrm{pref}(s)$, 存在$u'\in \mathrm{pref}(s')$, 使得$u'\in$

$P_i^{-1}P_i(u)\bigcap L_K$并且

$$\mathrm{P}(\{u'\}\Sigma^{n+|s'|-|u'|}\bigcap L_K)\geqslant\mathrm{P}(\{s'\}\Sigma^{n}\bigcap L_K)>\rho,$$

则可得$u'\in\Upsilon$. 因此, 若所有分布式站点对串s的观测不都属于指示器无模式故障串集$\Im$, 则对其前缀的观测也不都属于指示器无模式故障串集$\Im$. 根据引理1, 该系统不是模式故障协同可预测的, 则反之成立.

证毕.

注 2　定理1中式(4)表示系统G具有模式故障协同可预测性, 系统内所有属于边界模式故障串集∂中的串s, 均存在分布式站点$i\in I$对其投影相同的串$P_i^{-1}P_i(s)$与非指示器无模式故障串Υ不存在交集.

4　模式故障协同可预测性的判定算法

本节将构造一个以经典自动机为模型的模式故障协同预测器, 并在此基础上提出一个具有多项式复杂度的模式故障协同可预测性的判定算法.

下面先构造一个模式故障协同预测器, 步骤如下:

步骤 1　对给定的随机离散事件系统$G=(X,\Sigma,\delta_{\mathrm{G}},x_0)$及其模式故障自动机$\Omega=(Q_\Omega,\Sigma,\delta_\Omega,q_0,F_\Omega)$, 构造模式故障识别器$G_\Omega=G\times\Omega$.

步骤 2　构造G_Ω的协同预测器为一个非确定型自动机$G_{\mathrm{V}}=(Q_{\mathrm{V}},\Sigma_{\mathrm{V}},\delta_{\mathrm{V}},\varrho_0)$, 其中$Q_{\mathrm{V}}=(X_{G_\Omega})^{m+1}$是$G_{\mathrm{V}}$的状态集, 初始状态为

$$\varrho_0=((x_0^0,q_0^0);\cdots;(x_0^m,q_0^m)),$$

$\delta_{\mathrm{V}}:Q_{\mathrm{V}}\times\Sigma_{\mathrm{V}}\to Q_{\mathrm{V}}$为转移函数. 为简单起见, 本文在只考虑$|I|=2$的情况, 定义$\delta_{\mathrm{V}}:Q_{\mathrm{V}}\times\Sigma_{\mathrm{V}}\to 2^{Q_{\mathrm{V}}}$如下: 对任意的$\varrho=((x^0,q^0);(x^1,q^1);(x^2,q^2))\in Q_{\mathrm{V}}$和$\sigma\in\Sigma_{\mathrm{V}}$分以下4种情况:

1) 当$\sigma\in\Sigma_{1,\mathrm{o}}-\Sigma_{2,\mathrm{o}}$时, 则

$$\delta_{\mathrm{V}}(\varrho,\sigma)=\begin{cases}(\delta_{G_\Omega}((x^0,q^0),\sigma);\delta_{G_\Omega}((x^1,q^1),\sigma);(x^2,q^2)),\\((x^0,q^0);(x^1,q^1);\delta_{G_\Omega}((x^2,q^2),\sigma)),\\(\delta_{G_\Omega}((x^0,q^0),\sigma);\delta_{G_\Omega}((x^1,q^1),\sigma);\\\delta_{G_\Omega}((x^2,q^2),\sigma)).\end{cases}\tag{5}$$

2) 当$\sigma\in\Sigma_{2,\mathrm{o}}-\Sigma_{1,\mathrm{o}}$时, 则

$$\delta_{\mathrm{V}}(\varrho,\sigma)=\begin{cases}((x^0,q^0);\delta_{G_\Omega}((x^1,q^1),\sigma);(x^2,q^2)),\\(\delta_{G_\Omega}((x^0,q^0),\sigma);(x^1,q^1);\delta_{G_\Omega}((x^2,q^2),\sigma)),\\(\delta_{G_\Omega}((x^0,q^0),\sigma);\delta_{G_\Omega}((x^1,q^1),\sigma);\\\delta_{G_\Omega}((x^2,q^2),\sigma)).\end{cases}\tag{6}$$

3) 当$\sigma\in\Sigma_{1,\mathrm{o}}\bigcap\Sigma_{2,\mathrm{o}}$时, 则

$$\delta_{\mathrm{V}}(\varrho,\sigma)=(\delta_{G_\Omega}((x^0,q^0),\sigma);\delta_{G_\Omega}((x^1,q^1),\sigma);\\\delta_{G_\Omega}((x^2,q^2),\sigma)).\tag{7}$$

4) 当$\sigma\in\Sigma_{1,\mathrm{o}}\bigcup\Sigma_{2,\mathrm{o}}$时, 则

$$\delta_{\mathrm{V}}(\varrho,\sigma)=\begin{cases}(\delta_{G_\Omega}((x^0,q^0),\sigma);(x^1,q^1);(x^2,q^2)),\\((x^0,q^0);\delta_{G_\Omega}((x^1,q^1),\sigma);(x^2,q^2)),\\((x^0,q^0);(x^1,q^1);\delta_{G_\Omega}((x^2,q^2),\sigma)),\\(\delta_{G_\Omega}((x^0,q^0),\sigma);\delta_{G_\Omega}((x^1,q^1),\sigma);\\\delta_{G_\Omega}((x^2,q^2),\sigma)).\end{cases}\tag{8}$$

定理 2　随机离散事件系统G具有模式故障协同可预测性当且仅当在协同预测器G_{V}中第1分量为$(x^0,q^0)\in\wp(X\times Q_\Omega)$的所有状态

$$\varrho=((x^0,q^0);(x^1,q^1);\cdots;(x^m,q^m))$$

均存在$i\in I$使得$(x^i,q^i)\notin\Upsilon(X\times Q_\Omega)$.

证　充分性: 通过构建协同预测器G_{V}的过程可以得到, 对于任意的$s\in L$和$s'\in L_K$, 若存在$i\in I$使得$P_i(s)=P_i(s')$, 那么当且仅当在协同预测器G_{V}中存在状态$\varrho=((x^0,q^0);(x^1,q^1);\cdots;(x^m,q^m))$使得有$\delta_{G_\Omega}((x_0,q_0),\ s,(x^0,q^0))$和$\delta_{G_\Omega}((x_0,q_0),s',(x^i,\ q^i))$均大于0, 所以在$G_{\mathrm{V}}$中第1分量$(x^0,q^0)\in\wp(X\times Q_\Omega)$的所有状态$\varrho=((x^0,q^0);(x^1,q^1);\cdots;(x^m,q^m))$均存在$i\in I$使得$(x^i,q^i)\notin\Upsilon(X\times Q_\Omega)$, 即

$$(\exists i\in I)(P_i^{-1}P_i(\wp)\bigcap\Upsilon)=\varnothing,$$

根据定理1, G是模式故障协同可预测的.

必要性: 反证法证明. 若存在

$$\varrho=((x^0,q^0);(x^1,q^1);\cdots;(x^m,q^m)),$$

使得$(x^0,q^0)\in\wp(X\times Q_\Omega)$, 并且对任意的$i\in I$都有$(x^i,q^i)\in\Upsilon(X\times Q_\Omega)$, 则在$G_\Omega$中必有$\delta_{G_\Omega}((x_0,q_0),s,(x^0,q^0))$和$\delta_{G\times\Omega}((x_0,q_0),s',(x^i,q^i))$均大于0, 且$P_i(s)=P_i(s')$, 使得$(P_i^{-1}P_i(s)\bigcap\Upsilon)\neq\varnothing$, 根据定理1可得, G不是模式故障协同可预测的.　　证毕.

算法 1　分布式随机离散事件系统模式故障的协同可预测性判断算法.

输入: 分布式随机离散事件系统$G=(X,\Sigma,\delta_{\mathrm{G}},x_0)$及其模式故障自动机$\Omega=(Q_\Omega,\Sigma,\delta_\Omega,q_0,F_\Omega)$.

输出: 该分布式随机离散事件系统G是/不是模式故障协同可预测的.

步骤 1　构造模式故障识别器$G_\Omega=G\times\Omega$, 并计算G_Ω中的先驱状态集$\wp(X\times Q_\Omega)$和非指示器无模式故障状态集$\Upsilon(X\times Q_\Omega)$.

步骤 2　构造G_Ω的协同预测器$G_{\mathrm{V}}=(Q_{\mathrm{V}},\Sigma_{\mathrm{V}},\delta_{\mathrm{V}},\varrho_0)$, 其第1分量为$G_{\mathrm{V}}$执行的转移, 其第$i+1$个分量为执行在分布式站点$i$投影后与第1分量无差别的转移.

步骤 3　检查G_{V}中第1分量属于先驱状态集$\wp(X\times Q_\Omega)$的ϱ, 是否均存在$i\in I$使得

$$(x^i,q^i)\notin\Upsilon(X\times Q_\Omega),$$

若是, 则输出系统G为模式故障协同可预测的. 否则, 输出G不是模式故障协同可预测的.

复杂性分析: 给定的随机自动机$G=(X,\Sigma,\delta_{\rm G},x_0)$及其模式故障自动机$\Omega=(Q_\Omega,\Sigma,\delta_\Omega,q_0,F_\Omega)$设$|X|=n_1,|Q_\Omega|=n_2,|\Sigma|=n_3$, 分布式站点数$|I|=m$. 首先, 根据算法1, 构造模式故障识别器$G_\Omega=G\times\Omega$, 状态数为$\mathrm{O}(n_1n_2)$, 转移数为$\mathrm{O}(n_3)$. 因此, 协同预测器的状态最多为$(n_1n_2)^{m+1}$. 由式(5)–(8)可知, 每个状态最多有$(m+2)n_3$个转移, 因此该模式故障协同预测器构建的时间复杂度为$\mathrm{O}(mn_3n_1^{m+1}n_2^{m+1})$. 且在步骤2中, 计算出先驱状态集$\wp(X\times Q_\Omega)$的时间复杂度为$\mathrm{O}(n_1n_2n_3)$. 另外, 利用文献[15]中的算法, 通过确定在G_Ω中的所有无模式故障且封闭的强连通分量, 计算$\Im$ 的复杂度为$\mathrm{O}(n_1^3n_2^3)$, 因为$\Upsilon=L_K-\Im$, 所以计算$\Upsilon(X\times Q_\Omega)$的时间复杂度也为$\mathrm{O}(n_1^3n_2^3)$, 于是得到算法1的时间复杂度为$\mathrm{O}(mn_3n_1^{m+1}n_2^{m+1})$.

5 实例分析

下面在遵循匿名性协议的计算机网络集群系统的安全性设计中考虑其模式故障可预测性.

在计算机网络集群系统中, 匿名性协议是用来保护信息发送者身份的协议. 当一个发起者决定发送一个信息给网络服务器并同时想隐藏这个信息的来源时, 可通过集群系统将信息等概率路由给系统中的其他用户. 当集群系统中一个用户收到这个信息, 其可选择将信息发送给网络服务器或集群系统的另一个用户, 这样则可避免网络服务器识别信息来源. 但是, 在集群系统中, 有一些用户在接收信息时, 可能会丢失信息的头文件. 其中头文件中含有该信息的发送地址, 导致不明该信息的去向, 而将信息一直留在本地. 由于本地主机的漏洞存在, 最终可能导致信息被木马窃取. 如果将“丢失信息头文件并随后该信息被木马窃取”视为一个模式故障, 则本文考虑的问题是: 对于一个给定计算机网络集群系统(如图4所示), 能否提前预测该模式故障的发生以采取相应预防措施?

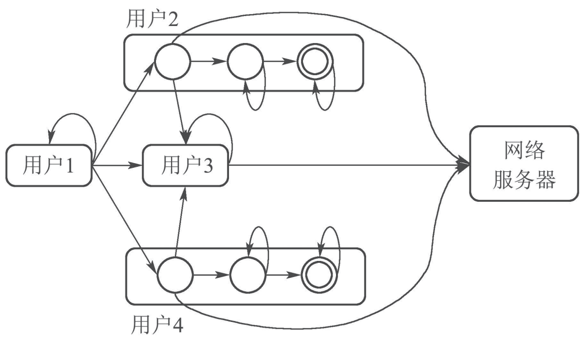

图 4 一个计算机网络集群系统

Fig. 4 A computer network cluster system

考虑如图4所示的4个用户的计算机集群系统, 其中可能会造成头文件丢失的用户为用户2和用户4, 并设其有3个状态, 分别为接收信息、丢失信息的头文件以及信息被木马窃取, 其中信息被木马窃取是接收状态, 表明模式故障已经发生. 由于用户的本地日志分享有局限性, 每个用户只能看到当前自己主机及其相近主机的操作日志, 所以可以将该系统看作是分布式系统. 假设该集群系统用如图5所示的自动机来描述, 可以将系统对操作日志的观测看成由两个分布式站点的投影$P_i:\Sigma^*\longrightarrow\Sigma_{{\rm o},i}^*, i\in\{1,2\}$, 其中:

$$\Sigma_{\rm o,1}=\{a,b,c,d,e,o,n,m,t,v\},$$
$$\Sigma_{\rm o,2}=\{g,b,j,h,k,o,n,m,t,v\},$$

bf为模式故障, 事件描述及概率转移如表1所示.

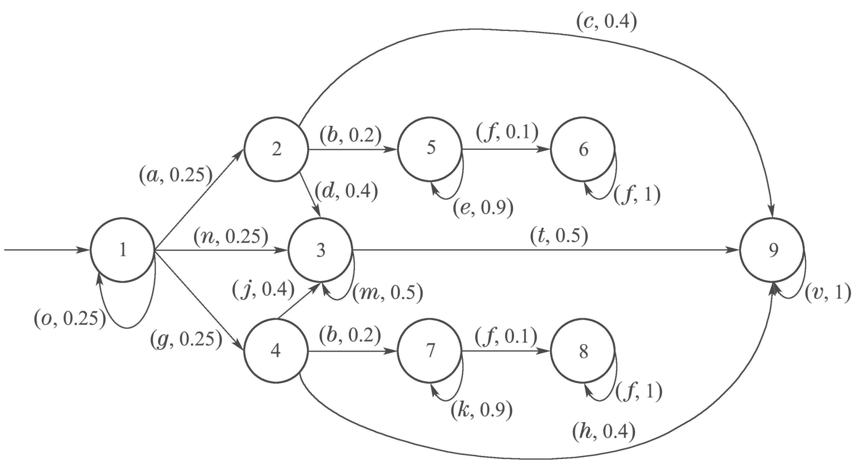

图 5 自动机G

Fig. 5 Automaton G

因此可以得到如图6所示的模式故障自动机Ω, 其中包含模式故障bf的边界模式故障串集

$$\partial=\{abe^*f\bigcup gbk^*f\}.$$

下面利用算法1求解. 根据系统G与其模式故障自

动机$\Omega=(Q_\Omega,\Sigma,\delta_\Omega,q_0,F_\Omega)$构造模式故障识别器$G_\Omega=G\times\Omega$如图7所示, 并计算出先驱状态集

$$\wp(X\times Q_\Omega)=\{(5,B),(7,B)\}$$

和非指示器无模式故障状态集

$$\Upsilon(X\times Q_\Omega)=\{(1,A),(3,A),(9,A)\}.$$

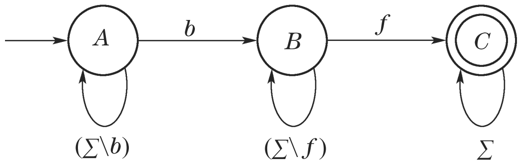

图 6 模式故障自动机Ω

Fig. 6 Pattern fault automata Ω

根据步骤2, 构造协同预测器$G_{\rm V}$如图8所示. 最后, 检查$G_{\rm V}$中第1分量属于先驱状态集的ϱ, 有

$$\varrho_1=((5,B),(5,B),(5,B)),$$

$$\varrho_2=((7,B),(7,B),(7,B)),$$

均存在$i\in\{1,2\}$使得$(x_i,q_i)\notin\Upsilon(X\times Q_\Omega)$. 根据定理2可知, 该系统是模式故障协同可预测的, 这表明对该系统中存在至少一个站点能够对任意因为信息头文件丢失导致信息被木马窃取这种模式故障在其发生之前将它预测出来. 因此, 本文在设计这样的计算机集群系统时, 可以通过算法1来判断所设计的系统是否能够对诸如"丢失信息头文件并随后该信息被木马窃取"的模式故障进行预测. 一旦预测到模式故障将要发生, 则可以在信息被窃取前采取相应的控制手段(如在一段时间检测不到信息头文件之后, 将信息删除, 以免造成更大的损失), 以规避模式故障的发生.

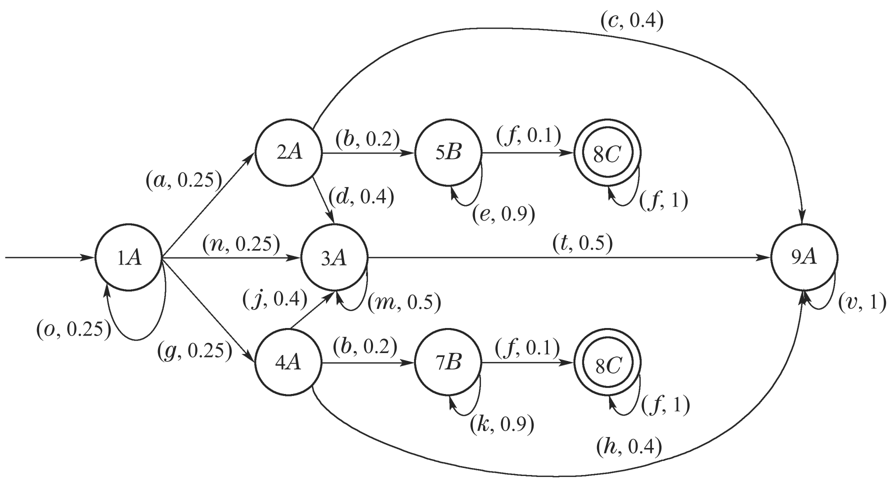

图 7 模式故障识别器G_Ω

Fig. 7 Pattern fault recognizer G_Ω

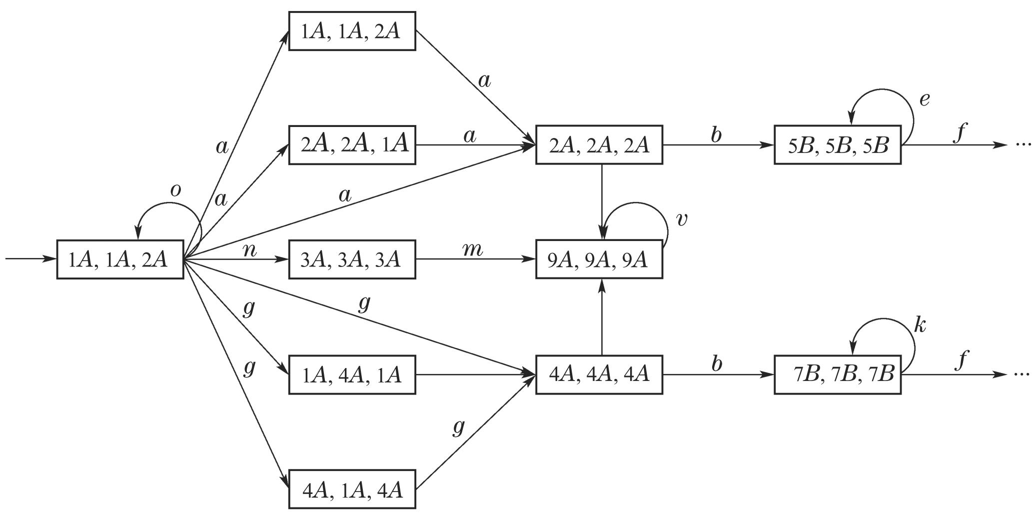

图 8 模式故障协同预测器$G_{\rm V}$

Fig. 8 Pattern fault coprognoser $G_{\rm V}$

表 1 计算机集群系统的事件描述及其生发概率

Table 1 Event description and occurrence probability of computer cluster system

事件	描述	概率
$\{a, n, g, o\}$	用户1发送信息给用户2, 3, 4及其自身	[0.25, 0.25, 0.25, 0.25]
$\{b\}$	在用户2或用户4中造成头文件丢失	[0.2]
$\{f\}$	在用户2或用户4中造成信息被木马窃取	[0.1]
$\{c, t, h\}$	用户2, 3, 4发送信息给网络服务器	[0.4, 0.5, 0.4]
$\{d, j\}$	用户2, 4发送信息给用户3	[0.4, 0.4]
$\{e, k\}$	用户2, 4在丢失头文件后检查信息头文件	[0.9, 0.9]
$\{m\}$	用户3将信息发送给自身	[0.5]
$\{v\}$	服务器收到信息	[1]

6 总结

本文对分布式随机离散事件系统的模式故障预测进行了研究. 本文将模式故障定义为一个自动机, 并将其与系统结合组成一个模式故障识别器来进行模式故障预测. 再用各站点观测到模式故障识别器的行为组成一个协同预测器来进行分布式预测, 降低了集中式模型的复杂性. 同时, 提出模式故障协同可预测的充分必要条件及其相应的协同可预测算法, 从而解决分布式随机离散事件系统中模式故障的预测问题.

参考文献:

[1] CAO X. The predictability of discrete event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1989, 4(11): 1168 – 1171.

[2] GENC S, LAFORTUNE S. Predictability of event occurrences in partially-observed discrete event systems. *Automatica*, 2009, 45(2): 301 – 311.

[3] YIN X. Verification of prognosability for labeled petri nets. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 63(6): 1828 – 1834.

[4] CHEN J, KUMAR R. Stochastic failure prognosability of discrete event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(6): 1570 – 1581.

[5] KUMAR R, TAKAI S. Decentralized prognosis of failures in discrete event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(1): 48 – 59.

[6] YIN X, LI Z. Decentralized fault prognosis of discrete event systems using state estimate based protocols. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(4): 1302 – 1313.

[7] YIN X, LI Z. Reliable decentralized fault prognosis of discrete-event systems. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Systems*, 2016, 46(11): 1598 – 1603.

[8] LIU F. Predictability of failure event occurrences in decentralized discrete-event systems and polynomial-time verification. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2019, 16(1): 498 – 504.

[9] JÉRON T, MARCHAND H, PINCHINAT S, et al. Supervision patterns in discrete event systems diagnosis. *IEEE 2006 8th International Workshop on Discrete Event Systems*. Ann Arbor: IEEE, 2006: 262 – 268.

[10] JÉRON T, MARCHAND H, GENC S, et al. Predictability of sequence patterns in discrete event systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 2008, 41(2): 537 – 543.

[11] LIU Fuchun, TANG Shunqiao, ZHAO Rui, et al. Safe pattern-based diagnosability of discrete-event systems. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(1): 165 – 171.
(刘富春, 唐顺桥, 赵锐, 等. 离散事件系统基于模式的安全故障诊断. 控制理论与应用, 2020, 37(1): 165 – 171.)

[12] LIU Y, LI H. Logical matrix factorization towards topological structure and stability of probabilistic Boolean networks. *Systems & Control Letters*, 2021, DOI: 10.1016/j.sysconle.2021.104878.

[13] LI Yalu, LI Haitao, DING Xueying. Stability and stabilization in distribution of probabilistic boolean networks with switching probability distribution. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(11): 1896 – 1904.
(李雅露, 李海涛, 丁雪莹. 具有切换概率分布的概率布尔网络的依分布稳定和镇定. 控制理论与应用, 2019, 36(11): 1896 – 1904.)

[14] LI Y, LI H, WANG S. Finite-time consensus of finite field networks with stochastic time delays. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, 67(12): 3128 – 3132.

[15] XIE A, BEEREL P. Efficient state classification of finite-state Markov chains. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 1998, 17(12): 1334 – 1339.

作者简介:

金衍伟 硕士研究生, 目前研究方向为离散事件系统控制理论、计算机控制, E-mail: cuzzj@qq.com;

刘富春 教授, 博士生导师, 目前研究方向为离散事件系统控制理论、计算机控制, E-mail: fliu2011@163.com;

赵 锐 讲师, 博士, 目前研究方向为离散事件系统控制理论、计算机控制, E-mail: zhaorui118204@163.com;

曹卫华 博士研究生, 目前研究方向为离散事件系统控制理论、计算机控制, E-mail: hqu_cweihua@163.com;

崔洪刚 讲师, 目前研究方向为大数据与智能计算等研究、离散事件系统监控与故障检测理论与应用, E-mail: cuihg@163.com.