

单输入线性系统的改进型动态抗饱和设计

蒋志勇¹, 闫鹏^{2†}

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191;

2. 山东大学 机械工程学院 高效清洁机械制造教育部重点实验室, 山东 济南 250061)

摘要: 本文基于状态重置的改进型动态抗饱和补偿方案, 研究了具有单输入的线性饱和系统的抗饱和控制问题. 相比较于传统的动态抗饱和补偿方案, 当执行器不饱和时, 改进的动态抗饱和补偿方案把动态抗饱和补偿器的状态重置为零. 所以当执行器不饱和时, 改进的动态抗饱和补偿器不会对控制器进行补偿. 进一步的, 提出了一个时间依赖的Lyapunov函数来分析闭环系统的稳定性, 并以LMIs的形式给出了闭环系统的控制综合条件. 最后, 通过压电纳米运动平台验证了所提出的改进型动态抗饱和补偿方案的有效性.

关键词: 状态重置; 动态抗饱和; 时间依赖的Lyapunov函数; 压电纳米运动平台

引用格式: 蒋志勇, 闫鹏. 单输入线性系统的改进型动态抗饱和设计. 控制理论与应用, 2023, 40(5): 792 – 800

DOI: 10.7641/CTA.2021.10343

Improved dynamic anti-windup design for single input linear systems

JIANG Zhi-yong¹, YAN Peng^{2†}

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Key Laboratory of High-efficiency and Clean Mechanical Manufacture, Ministry of Education, School of Mechanical Engineering, Shandong University, Jinan Shandong 250061, China)

Abstract: Based on the improved dynamic anti-windup compensation scheme with the state reset, the anti-windup control problem of the linear saturation systems with single input is studied in this paper. Compared with the traditional dynamic anti-windup compensation schemes, the improved dynamic anti-windup compensation scheme resets the state of the dynamic anti-windup compensator to zero when the actuator is not saturated. Thus the improved dynamic anti-windup compensator will not compensate the controller when the actuator is not saturated. Further, a time-dependent Lyapunov function is proposed to analyze the stability of the closed-loop system, and the control synthesis conditions of the closed-loop system are given in the form of LMIs. Finally, the effectiveness of the proposed improved dynamic anti-windup compensation scheme is verified by the piezoelectric nano-motion platform.

Key words: state reset; dynamic anti-windup; time-dependent Lyapunov function; piezoelectric nano-motion platform

Citation: JIANG Zhiyong, YAN Peng. Improved dynamic anti-windup design for single input linear systems. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(5): 792 – 800

1 引言

由于硬件条件的限制, 执行器饱和或控制输入受限在实际工程应用中普遍存在. 因此, 控制系统的抗饱和问题吸引了研究者的广泛关注^[1-2]. 目前, 抗饱和方法主要分为两类, 第1类是在设计控制器时同时考虑执行器饱和^[3]. 虽然这种方法在设计控制器时就考虑到了执行器饱和的问题, 但是这也导致控制器的设计变得更为复杂, 同时也增加了控制器的保守性. 此外, 对于某些实际情况, 比如设计鲁棒控制器时这种方法的

抗饱和效果并不好^[4]; 第2类是在设计控制器时不考虑执行器饱和, 当执行器发生饱和时对设计好的控制器再设计一个抗饱和补偿器^[5]. 由于这种抗饱和补偿方法更直观和方便, 同时可以最大程度的保证闭环系统的性能, 所以这类抗饱和补偿方法也是目前研究者关注最多的抗饱和方法.

目前研究者关注的抗饱和补偿方法主要分为两类, 一类是静态抗饱和补偿^[6], 另一类是动态抗饱和补偿^[7]. 其他的抗饱和补偿方法都是在这两种抗饱和补

收稿日期: 2021-04-23; 录用日期: 2021-12-30.

†通信作者. E-mail: yanpeng@sdu.edu.cn; Tel.: +86 18612978536.

本文责任编辑: 曾志刚.

国家自然科学基金项目(51775319), 山东省重点研发计划项目(2018GGX103009)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (51775319) and the Key Research and Development Program of Shandong Province (2018GGX103009).

偿方法上演化而来的. 静态抗饱和和补偿方法由于其设计简单, 且当执行器不饱和时不会影响控制器的性能, 所以其得到了广泛的研究及应用^[8-10]. 然而, 静态抗饱和和补偿方法虽然设计简单, 但是其具有较大的保守性, 而且对受控系统的要求较高, 适用范围比较小^[10].

为了弥补静态抗饱和和补偿方法的不足, 相关学者提出了动态抗饱和和补偿方法^[11-12]. 由于动态抗饱和和补偿器具有自己的动态, 因此动态抗饱和和补偿器相比于静态抗饱和和补偿器具有更好的补偿性能. 文献[13]设计了一个滞后激活型动态抗饱和和补偿器, 通过两个数值例子说明了滞后激活型动态抗饱和和补偿器相比于立刻激活型动态抗饱和和补偿器可以实现更好的补偿性能. 文献[14]设计了一个超前激活的动态抗饱和和补偿器, 并通过数值例子证实了超前激活的动态抗饱和和补偿器比立刻激活型和滞后激活型动态抗饱和和补偿器的补偿性能要好. 文献[15]基于控制输入的饱和程度对线性饱和系统设计了一个切换的动态抗饱和和补偿器, 并通过压电纳米运动系统的数值例子验证了其有效性. 此外, 文献[16]通过对输入死区函数进行分段处理设计了超前激活的动态抗饱和和补偿器, 从而建立一个保守性更弱的控制综合条件. 然而, 当执行器不饱和时, 动态抗饱和和补偿器也会对控制器进行补偿, 这显然会影响控制器的控制性能. 为了降低执行器不饱和时动态抗饱和和补偿器对控制器控制性能的影响, 文献[17]提出了一种修正的动态抗饱和和补偿方法来提高补偿器的补偿性能, 即当执行器不发生饱和时, 在动态抗饱和和补偿器后面串联了一个低通滤波器来加速衰减补偿器的补偿信号, 从而降低动态抗饱和和补偿器在执行器不饱和时对控制器性能的影响. 受到文献[17]的启发, 本文提出了一个改进的动态抗饱和和补偿策略来消除执行器不饱和时动态抗饱和和补偿器对控制器性能的影响.

本文基于状态重置的策略对单输入线性饱和系统设计了一种改进的动态抗饱和和补偿方法来提高整个闭环系统的控制性能. 当执行器发生饱和时, 动态抗饱和和补偿器被激活. 当执行器不饱和时, 把动态抗饱和和补偿器的状态重置为零, 这时动态抗饱和和补偿器不会对控制器进行补偿. 为了分析闭环系统的稳定性, 提出了一个时间依赖的Lyapunov函数来建立闭环系统的控制综合条件. 最后, 基于压电纳米运动平台, 在数值仿真和实验验证中验证了本文所提出的改进的动态抗饱和和补偿策略的有效性.

本文章节安排如下: 第2部分对抗饱和问题进行了描述; 第3部分分析了闭环系统的稳定性, 并引入了相关的定义和引理; 第4部分对抗饱和和补偿器进行了设计; 第5部分是数值仿真和实验验证; 第6部分对文章进行了总结.

符号说明: \mathbb{R}^n 表示 n 维欧氏空间. $\mathbb{R}^{n \times m}$ 表示所有 $n \times m$ 维矩阵的集合. $\|\cdot\|$ 定义为欧氏向量范数. \mathbb{N} 表示非负整数集. P^T 表示矩阵 P 的转置矩阵, $\text{He}\{P\}$ 表示为 $P + P^T$. $\lambda_{\max}(P)$ 和 $\lambda_{\min}(P)$ 分别表示为矩阵 P 的最大和最小特征值. 对于一个实对称矩阵 P , $P > 0$ ($\geq 0, < 0, \leq 0$)表示 P 是正定矩阵(半正定矩阵、负定矩阵、半负定矩阵). I 和 $\mathbf{0}$ 分别表示为具有合适维数的单位矩阵和零矩阵. 对于给定非负整数 $M \leq N$, $I[M, N]$ 定义为非负整数集 $\{M, M+1, \dots, N\}$. $\text{diag}\{X_1, X_2, \dots, X_p\}$ 表示对角线上为 X_1, X_2, \dots, X_p 的对角矩阵.

2 问题描述

考虑如下—类具有单输入的线性饱和系统:

$$\Sigma_P \sim \begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_{p1} w + B_{p2} \text{sat}(u), \\ z = C_{p1} x_p + D_{p11} w + D_{p12} \text{sat}(u), \\ y = C_{p2} x_p + D_{p21} w, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_p \in \mathbb{R}^{n_p}$ 是系统状态, $u \in \mathbb{R}^1$ 是控制输入, $z \in \mathbb{R}^{n_z}$ 是性能输出, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ 是测量输出, $w \in \mathbb{R}^{n_w}$ 是外部输入. $\text{sat}(\cdot) : \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ 是饱和函数, 定义为 $\text{sat}(u) = \text{sgn}u \min(|u|, \bar{u})$, 其中 \bar{u} 是控制输入 u 的饱和值.

当执行器不发生饱和时, 对控制系统(1)设计如下的线性动态控制器来实现理想的控制性能:

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_{c1} y + B_{c2} w, \\ u = C_c x_c + D_{c1} y + D_{c2} w, \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_c \in \mathbb{R}^{n_c}$ 是控制器状态, $u \in \mathbb{R}^1$ 是控制器输出, 此外还是控制系统(1)的控制输入. 当执行器不饱和时, 由控制系统(1)和控制器(2)组成的闭环系统是内部稳定的.

注意到, 由于硬件条件的限制, 控制系统不可避免的会发生执行器饱和. 因此, 本文的目的是当执行器发生饱和时为控制器(2)设计一个抗饱和和补偿方案来弥补执行器饱和所导致和控制性能下降.

当执行器发生饱和时, 下面对控制器(2)的状态和输出进行动态补偿来弥补执行器饱和所带来的控制性能下降, 其表示如下:

$$\Sigma_C \sim \begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_{c1} y + B_{c2} w + \eta_1, \\ u = C_c x_c + D_{c1} y + D_{c2} w + \eta_2, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\eta = [\eta_1^T \ \eta_2^T]^T$ 是改进的动态抗饱和和补偿器输出的补偿信号. 改进的动态抗饱和和补偿方案如图1所示, 其中改进的动态抗饱和和补偿器设计如下:

$$\Sigma_{AW} \sim \begin{cases} \dot{x}_{aw} = A_{aw} x_{aw} + B_{aw} q, \\ \eta = C_{aw} x_{aw} + D_{aw} q, \\ x_{aw}^+ = \mathbf{0}, \quad u \text{由饱和到不饱和时}, \end{cases} \quad (4)$$

其中: $x_{aw} \in \mathbb{R}^{n_p+n_c}$ 是补偿器状态, $\eta \in \mathbb{R}^{n_c+1}$ 是补偿

器的输出,用来补偿控制器(2)的状态和输出.输入死区函数 $q = u - \text{sat}(u)$. A_{aw} , B_{aw} , C_{aw} 和 D_{aw} 是需要设计的补偿器的增益矩阵.

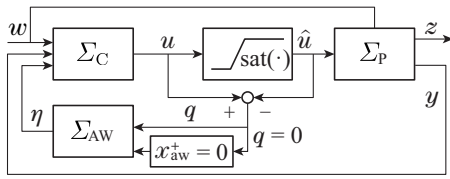


图1 改进的动态抗饱和补偿方案

Fig. 1 The improved dynamic anti-windup compensation scheme

令 $x = [x_p^T \ x_c^T \ x_{aw}^T]^T$. 通过式(1)(3)–(4)可知,闭环系统可以表示为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bq + B_w w, \\ u = C_1 x + D_1 q + D_{1w} w, \\ z = Cx + Dq + D_w w, \\ x^+ = \hat{E}x^-, \text{ } u \text{ 由饱和到不饱和时,} \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= \tilde{A}_{pc} + \tilde{B}_{pc3} K_1 \tilde{I}, \quad B = \tilde{B}_{pc1} + \tilde{B}_{pc3} K_2, \\ C_1 &= \tilde{C}_u + \tilde{D}_{u2} K_1 \tilde{I}, \quad C = \tilde{C}_z + \tilde{D}_{z3} K_1 \tilde{I}, \\ D_1 &= \tilde{D}_{u2} K_2, \quad D_{1w} = D_{c1} D_{p21} + D_{c2}, \\ D &= D_{z1} + \tilde{D}_{z3} K_2, \quad \tilde{I} = [\mathbf{0} \quad I], \\ D_w &= D_{p11} + D_{p12} (D_{c1} D_{p21} + D_{c2}), \\ B_w &= \begin{bmatrix} B_{pc2} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_{pc} = \begin{bmatrix} A_{pc} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_{pc1} = \begin{bmatrix} B_{pc1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}_{pc3} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & B_{pc3} \\ I & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad K_1 = \begin{bmatrix} A_{aw} \\ C_{aw} \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} B_{aw} \\ D_{aw} \end{bmatrix}, \\ \hat{E} &= \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad B_{pc1} = \begin{bmatrix} -B_{p2} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad B_{pc3} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & B_{p2} \\ I & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ A_{pc} &= \begin{bmatrix} A_p + B_{p2} D_{c1} C_{p2} & B_{p2} C_c \\ B_{c1} C_{p2} & A_c \end{bmatrix}, \\ B_{pc2} &= \begin{bmatrix} B_{p1} + B_{p2} (D_{c1} D_{p21} + D_{c2}) \\ B_{c1} D_{p21} + B_{c2} \end{bmatrix}, \\ \tilde{C}_u &= [C_u \quad \mathbf{0}], \quad \tilde{D}_{u2} = [\mathbf{0} \quad D_{u2}], \quad D_{u2} = [\mathbf{0} \quad I], \\ C_u &= [D_{c1} C_{p2} \quad C_c], \quad \tilde{D}_{z3} = [\mathbf{0} \quad D_{z3}], \\ \tilde{C}_z &= [C_z \quad \mathbf{0}], \quad D_{z3} = [\mathbf{0} \quad D_{p12}], \quad D_{z1} = -D_{p12}, \\ C_z &= [C_{p1} + D_{p12} D_{c1} C_{p2} \quad D_{p12} C_c]. \end{aligned}$$

注1 闭环系统(5)中的 x^+ 和 x^- 分别表示为 $x(t^+)$ 和 $x(t^-)$, 其中 $x(t^+)$ 和 $x(t^-)$ 分别定义为 $x(t^+) := \lim_{s \downarrow t} x(s)$, $x(t^-) := \lim_{s \uparrow t} x(s)$. 令 $x(t)$ 是右连续, 因此有 $x(t^+) = x(t)$.

3 闭环系统稳定性分析

在这一小节, 将分析闭环系统(5)的稳定性. 在进行下一步工作之前, 先引入下面的定义和引理.

定义1^[18] 设 $x(t)$ 是具有 $w = 0$ 的闭环系统(5)过 t_0 的解. 如果对任意的初始条件 $x(t_0)$, 存在正标量 c 和 K 使得下面的不等式成立:

$$\|x(t)\| \leq K \|x(t_0)\| e^{-c(t-t_0)}, \quad t \geq t_0,$$

则称具有 $w = 0$ 的闭环系统(5)是一致全局指数稳定的(uniformly globally exponentially stable, UGES).

定义2 对于给定的正标量 γ , 如果具有 $w = 0$ 的闭环系统(5)是UGES且在零初始条件下有下面的不等式成立:

$$\int_{t_0}^{\infty} z^T(t) z(t) dt \leq \gamma^2 \int_{t_0}^{\infty} w^T(t) w(t) dt, \quad t_0 \geq 0,$$

则称闭环系统(5)是内部UGES且 l_2 -增益小于 γ .

引理1^[14] 对于任意的 $u \in \mathbb{R}^1$ 和正定对角矩阵 $W \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, 下面的不等式恒成立:

$$q^T W (u - q) \geq 0.$$

引理2^[19] 对于给定的矩阵 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 和 $X \in \mathbb{R}^{p \times n}$, 如果存在矩阵 $\Xi = \Xi^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $K \in \mathbb{R}^{m \times p}$, $S \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $X_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $p \leq n$ 和正标量 ε , 使得下面的LMI成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi + \text{He}(B \bar{K} X) & X_1^T - X^T S^T + \varepsilon B \bar{K} \\ * & -\varepsilon \text{He}\{S\} \end{bmatrix} \leq 0,$$

其中 $\bar{K} = KS$. 则有

$$\Xi + \text{He}(BKX_1) \leq 0.$$

引理3^[19] 对于任意具有合适维数的矩阵 $P > 0$ 和 U , 总存在一个标量 $\nu > 0$ 使得下面的矩阵不等式成立:

$$UP^{-1}U^T \geq \nu(U + U^T) - \nu^2 P.$$

设动态抗饱和补偿器的状态重置时刻为 t_k , 满足 $t_{k+1} - t_k \geq T$, $t_0 \geq 0$, $k \in \mathbb{N}$, 其中 T 是给定的一个正标量. 因此, 动态抗饱和补偿器每两个状态重置时刻至少间隔为时间 T . 下面把间隔时间 T 平均分成 N 等份, 每一个小间隔为 T/N , 其中 N 为正整数. 对于 $t \in [t_k, t_{k+1})$, 其分隔后的坐标如图2所示. 需要指出的是, $t_k^0 = t_k$, $t_k^N = t_k + T$. 因此, 通过上面对时间区间 $[t_k, t_{k+1})$ 的分割可得, $t_k^l = t_k + lT/N$, $l \in \mathbf{I}[0, N]$. 考虑 $t \in [t_k^l, t_k^{l+1})$, 令

$$\rho_1(t) = \frac{t_k^{l+1} - t}{T/N}, \quad \rho_2(t) = 1 - \rho_1(t),$$

$$l \in \mathbf{I}[0, N - 1], \quad k \in \mathbb{N}.$$

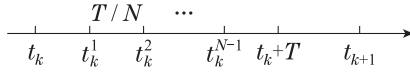


图 2 两个相邻切换时刻之间的时间划分

Fig. 2 Time division between two adjacent switching moments

基于上面的分析, 本文构造如下时间依赖的Lyapunov函数来分析闭环系统(5)的稳定性.

$$V(x) = x^T P(t)x, \quad (6)$$

其中:

$$P(t) = \begin{cases} \rho_1(t)P_l + \rho_2(t)P_{l+1}, & t \in [t_k^l, t_k^{l+1}), \\ P_N, & t \in [t_k + T, t_{k+1}), \end{cases}$$

$$l \in \mathbf{I}[0, N - 1], k \in \mathbf{N}.$$

$P_l, l \in \mathbf{I}[0, N]$ 是具有合适维数的正定矩阵.

注 2 注意到, 本文中要求动态抗饱和补偿器每两个状态重置时刻至少间隔为时间 T , 这是为了避免补偿器的状态重置发生Zeno效应. 对于重置间隔 T 的取值, 这与外部输入的参考信号相关. 对于正整数 N 的取值并不是越大越好, 还要考虑到算法的复杂度. 一般来说, 为了降低算法的复杂度, 在算法求解的过程中 N 会选取一个较小的值.

下面的定理将给出闭环系统(5)的稳定性条件.

定理 1 考虑闭环系统(5), 对于给定的正标量 T 和 N , 如果存在具有合适维数的矩阵 $P_l > 0, l \in \mathbf{I}[0, N]$, 对角矩阵 $W > 0$ 和正标量 γ , 使得下面的矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Omega_{1l} & \Psi_l & P_l B_w & C^T \\ * & \Omega_{22} & W D_{1w} & D^T \\ * & * & -\gamma I & D_w^T \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{2l} & \Psi_{l+1} & P_{l+1} B_w & C^T \\ * & \Omega_{22} & W D_{1w} & D^T \\ * & * & -\gamma I & D_w^T \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}(P_N A) & \Psi_N & P_N B_w & C^T \\ * & \Omega_{22} & W D_{1w} & D^T \\ * & * & -\gamma I & D_w^T \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$\hat{E} P_0 \hat{E} - P_N < 0, l \in \mathbf{I}[0, N - 1], \quad (10)$$

其中:

$$\Omega_{1l} = \text{He}(P_l A) + \frac{T}{N}(P_{l+1} - P_l),$$

$$\Omega_{2l} = \text{He}(P_{l+1} A) + \frac{T}{N}(P_{l+1} - P_l),$$

$$\Psi_l = P_l B + C_1^T W,$$

$$\Omega_{22} = \text{He}(W(D_1 - I)),$$

则闭环系统(5)是内部UGES且 l_2 -增益小于 γ .

证 考虑如式(6)所构造的时变Lyapunov函数来分析闭环系统(5)的稳定性. 对于 $t \in [t_k^l, t_k^{l+1}), l \in \mathbf{I}[0, N - 1], k \in \mathbf{N}$, 沿闭环系统(5)的状态轨迹对时变Lyapunov函数 $V(t)$ 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2x^T P(t)\dot{x} + \frac{T}{N}x^T(P_{l+1} - P_l)x = \\ &= x^T(\text{He}(P(t)A) + \frac{T}{N}(P_{l+1} - P_l))x + \\ &= 2x^T P(t)Bq + 2x^T P(t)B_w w. \end{aligned}$$

令 $J(t) = \dot{V}(t) + \frac{1}{\gamma}z^T z - \gamma w^T w$. 因此, 根据引理1可知, 存在一个具有合适维数的对角矩阵 $W > 0$, 使得下面的不等式成立:

$$\begin{aligned} J(t) &\leq \\ \dot{V}(t) + \frac{1}{\gamma}z^T z - \gamma w^T w + 2q^T W(u - q) &= \\ \xi^T(t)\Xi(t)\xi(t), \end{aligned}$$

其中: $\xi(t) = [x^T \ q^T \ w^T]^T, \Lambda = [C \ D \ D_w]$,

$$\Xi(t) = \begin{bmatrix} \Omega(t) & \Psi(t) & P(t)B_w \\ * & \Omega_{22} & W D_{1w} \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma}\Lambda^T \Lambda,$$

$$\Omega(t) = \text{He}(P(t)A) + \frac{T}{N}(P_{l+1} - P_l),$$

$$\Psi(t) = P(t)B + C_1^T W.$$

注意到, 根据 $P(t)$ 的定义可知, 通过式(7)–(8)可知下面的矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Omega(t) & \Psi(t) & P(t)B_w & C^T \\ * & \Omega_{22} & W D_{1w} & D^T \\ * & * & -\gamma I & D_w^T \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0. \quad (11)$$

通过Schur补充引理可知, 式(11)成立等价于 $\Xi(t) < 0$. 因此, 通过式(7)和式(8)可以保证 $J(t) < 0, t \in [t_k^l, t_k^{l+1})$. 又根据 $V(t)$ 的定义可得 $V(t_k^{l+1-}) = V(t_k^{l+1})$, 所以对 $J(t)$ 从 t_k 到 $t_k + T$ 积分可得

$$\begin{aligned} \int_{t_k}^{t_k+T} J(s)ds &= \sum_{l=0}^{N-1} \int_{t_k^l}^{t_k^{l+1}} J(s)ds = \\ V(t_k + T^-) - V(t_k) + \int_{t_k}^{t_k+T} \left(\frac{1}{\gamma}z^T z - \gamma w^T w \right) ds &< 0. \end{aligned} \quad (12)$$

此外, 对于 $t \in [t_k + T, t_{k+1})$, 沿闭环系统(5)的状态轨迹对时间依赖的Lyapunov函数 $V(t)$ 求导可得

$$\dot{V}(t) = x^T \text{He}(P_N A)x + 2x^T P_N Bq + 2x^T P_N B_w w.$$

因此, 对于 $t \in [t_k + T, t_{k+1})$, 根据引理1可知

$$\begin{aligned} J(t) &\leq \\ \dot{V}(t) + \frac{1}{\gamma}z^T z - \gamma w^T w + 2q^T W(u - q) &= \end{aligned}$$

$$\xi^T(t)\hat{\Xi}\xi(t),$$

其中

$$\hat{\Xi} = \begin{bmatrix} \text{He}(P_N A) & \Psi_N & P_N B_w \\ * & \Omega_{22} & W D_{1w} \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma} A^T A.$$

又根据Schur补充引理可知,式(9)成立等价于 $\hat{\Xi} < 0$.因此,当 $t \in [t_k + T, t_{k+1})$ 时,式(9)成立可以保证 $J(t) < 0$.所以,对 $J(t)$ 从 $t_k + T$ 到 t_{k+1} 积分可得

$$\int_{t_k+T}^{t_{k+1}} J(s)ds = V(t_{k+1}^-) - V(t_k + T) + \int_{t_k+T}^{t_{k+1}} \left(\frac{1}{\gamma} z^T z - \gamma w^T w\right) ds < 0. \quad (13)$$

又因为 $V(t_k + T^-) = V(t_k + T)$.因此,结合式(12)–(13),容易推导出

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} J(s)ds = V(t_{k+1}^-) - V(t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left(\frac{1}{\gamma} z^T z - \gamma w^T w\right) ds < 0. \quad (14)$$

对于抗饱和补偿器的状态重置时刻 t_k ,根据时间依赖的Lyapunov函数的定义可知

$$V(t_k^-) = x^T(t_k^-) P_N x(t_k^-), \\ V(t_k^+) = x^T(t_k^+) P_0 x(t_k^+) = x^T(t_k^-) \hat{E} P_0 \hat{E} x(t_k^-).$$

根据式(10)可得 $V(t_k^+) \leq V(t_k^-)$.因此,对于任意的 $t \geq t_0$,都有

$$\int_{t_0}^t J(s)ds \leq V(t) - V(t_0) + \int_{t_0}^t \left(\frac{1}{\gamma} z^T z - \gamma w^T w\right) ds < 0.$$

又因为对于任意的 $t \geq t_0$ 都有 $V(t) \geq 0$.因此,在零初始条件下,可得

$$\int_{t_0}^t \left(\frac{1}{\gamma} z^T z - \gamma w^T w\right) ds < 0.$$

对上式中的时间 t 从 t_0 到 $+\infty$ 积分可得

$$\int_{t_0}^{+\infty} z^T z ds < \gamma^2 \int_{t_0}^{+\infty} w^T w ds.$$

接下来证明闭环系统(5)没有外部输入时是UGES的.通过前面的分析,对于 $t \in [t_k, t_{k+1})$,式(7)–(9)可以保证存在一个充分小的正标量 c ,使得下面的不等式成立:

$$\dot{V}(t) + cV(t) \leq 0.$$

再基于式(10),对上式两边从 t_0 到 t 进行积分可得

$$V(t) \leq V(t_0)e^{-c(t-t_0)}.$$

令

$$\lambda_{\max} = \max\{\lambda_{\max}(P_l), l \in \mathbf{I}[0, N]\}, \\ \lambda_{\min} = \min\{\lambda_{\min}(P_l), l \in \mathbf{I}[0, N]\}.$$

因此有

$$\|x(t)\| \leq \mathcal{K}\|x(t_0)\|e^{-\frac{c}{2}(t-t_0)},$$

其中 $\mathcal{K} = \sqrt{\lambda_{\max}/\lambda_{\min}}$.因此,根据定义2可知,闭环系统(5)是内部UGES的且 l_2 -增益小于 γ .证毕.

注3 通过定理1中的条件(10)可以看出,本文中如果采用时不变的Lyapunov函数来分析闭环系统的稳定性,则不能保证定理1中给出的闭环系统的稳定性条件成立.

4 抗饱和补偿器设计

下面,对抗饱和补偿器的增益矩阵进行设计.为了方便后续的表达,先在这里给出相关符号的定义.令 $P_l^{-1} = X_l, l \in \mathbf{I}[0, N], W^{-1} = M, \bar{K}_1 = K_1 S, F_1 = B_{aw} M, F_2 = D_{aw} M, \hat{I} = [I \ I], H = [\tilde{B}_{pc3}^T \ \tilde{D}_{u2}^T \ \mathbf{0} \ \tilde{D}_{z3}^T]^T, H_1 = [H^T \ \mathbf{0}]^T, \bar{I} = [I \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}], \bar{I}_1 = [\bar{I} \ \mathbf{0}]$.下面的定理给出抗饱和补偿器增益矩阵的设计方法.

定理2 考虑闭环系统(5),对于给定的正标量 $T, N, \varepsilon_N, \varepsilon_{lh}$ 和 $\alpha_l, l \in \mathbf{I}[0, N-1], h=1, 2$,如果存在具有合适维数的矩阵 $X_l > 0, \bar{K}_1, F_1, F_2, S$,对角矩阵 $M > 0$ 和正标量 γ ,使得下面的LMIs成立:

$$\begin{bmatrix} \Upsilon_{11l} & \Upsilon_{12l} & B_w & \Upsilon_{14l} & X_l & \Upsilon_{16l} \\ * & \Upsilon_{22} & D_{1w} & \Upsilon_{24} & \mathbf{0} & \varepsilon_{l1} \tilde{D}_{u2} \bar{K}_1 \\ * & * & -\gamma I & D_w^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\gamma I & \mathbf{0} & \varepsilon_{l1} \tilde{D}_{z3} \bar{K}_1 \\ * & * & * & * & -\frac{N}{T} X_{l+1} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & * & -\text{He}(\varepsilon_{l1} S) \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11l} & \Phi_{12l} & B_w & \Phi_{14l} & \Phi_{15l} \\ * & \Upsilon_{22} & D_{1w} & \Upsilon_{24} & \varepsilon_{l2} \tilde{D}_{u2} \bar{K}_1 \\ * & * & -\gamma I & D_w^T & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\gamma I & \varepsilon_{l2} \tilde{D}_{z3} \bar{K}_1 \\ * & * & * & * & -\text{He}(\varepsilon_{l2} S) \end{bmatrix} < 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Upsilon_{12N} & B_w & \Upsilon_{14N} & \Psi_{15} \\ * & \Upsilon_{22} & D_{1w} & \Upsilon_{24} & \varepsilon_N \tilde{D}_{u2} \bar{K}_1 \\ * & * & -\gamma I & D_w^T & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\gamma I & \varepsilon_N \tilde{D}_{z3} \bar{K}_1 \\ * & * & * & * & -\text{He}(\varepsilon_N S) \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

$$\hat{E} X_N \hat{E} - X_0 < 0, l \in \mathbf{I}[0, N-1], \quad (18)$$

其中:

$$\Upsilon_{11l} = \text{He}(\tilde{A}_{pc} X_l) + \text{He}(\tilde{B}_{pc3} \bar{K}_1 \hat{I}) - \frac{T}{N} X_l,$$

$$\Upsilon_{12l} = B_F + X_l \tilde{C}_u^T + (\tilde{D}_{u2} \bar{K}_1 \hat{I})^T,$$

$$\Upsilon_{14l} = X_l \tilde{C}_z^T + (\tilde{D}_{z3} \bar{K}_1 \hat{I})^T,$$

$$\Upsilon_{16l} = X_l \tilde{I}^T - \hat{I}^T S^T + \varepsilon_{l1} \tilde{B}_{pc3} \bar{K}_1,$$

$$\Upsilon_{22} = \text{He}(D_{u2} F_2) - 2M,$$

$$\Upsilon_{24} = M D_{z1}^T + F_2^T D_{z3}^T,$$

$$\begin{aligned} \Phi_{11l} &= \text{He}(\tilde{A}_{pc}X_{l+1}) + \text{He}(\tilde{B}_{pc3}\tilde{K}_1\hat{I}) - \\ &\quad (2\alpha_l - \frac{T}{N})X_{l+1} + \frac{\alpha_l^2 N}{T}X_l, \\ \Phi_{12l} &= B_F + X_{l+1}\tilde{C}_u^T + (\tilde{D}_{u2}\tilde{K}_1\hat{I})^T, \\ \Phi_{14l} &= X_{l+1}\tilde{C}_z^T + (\tilde{D}_{z3}\tilde{K}_1\hat{I})^T, \\ \Phi_{15l} &= X_{l+1}\tilde{I}^T - \hat{I}^T S^T + \varepsilon_{l2}\tilde{B}_{pc3}\tilde{K}_1, \\ \Psi_{11} &= \text{He}(\tilde{A}_{pc}X_N) + \text{He}(\tilde{B}_{pc3}\tilde{K}_1\hat{I}), \\ \Psi_{15} &= X_N\tilde{I}^T - \hat{I}^T S^T + \varepsilon_N\tilde{B}_{pc3}\tilde{K}_1, \\ B_F &= \begin{bmatrix} B_{pc1}M + B_{pc3}F_2 \\ F_1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

则闭环系统(5)是内部UGES且 l_2 -增益小于 γ . 动态抗饱和和补偿器的增益矩阵设计如下:

$$K_1 = \tilde{K}_1 S^{-1}, B_{aw} = F_1 M^{-1}, D_{aw} = F_2 M^{-1}.$$

证 令 $X = \begin{bmatrix} * & * \\ S & S \end{bmatrix}$. 因此, 容易可以得到 $\tilde{I}X =$

$S\hat{I}$. 所以, 式(15)可以表示为如下形式:

$$\begin{bmatrix} \Xi_{1l} + \text{He}(H_1 K_1 \tilde{I} X \tilde{I}_1) & \hat{\Psi}_{1l} \\ * & -\text{He}(\varepsilon_{l1} S) \end{bmatrix} < 0, \quad (19)$$

其中:

$$\Xi_{1l} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11l} & \hat{Y}_{12l} & B_w & X_l \tilde{C}_z^T & X_l \\ * & Y_{22} & D_{1w} & Y_{24} & \mathbf{0} \\ * & * & -\gamma I & D_w^T & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\gamma I & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\frac{N}{T} X_{l+1} \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Psi}_{1l} = (\tilde{I}X_l \tilde{I}_1)^T - (\tilde{I}X \tilde{I}_1)^T + \varepsilon_{l1} H_1 K_1 S,$$

$$\hat{Y}_{11l} = \text{He}(\tilde{A}_{pc}X_l) - \frac{T}{N}X_l, \hat{Y}_{12l} = B_F + X_l \tilde{C}_u^T.$$

所以, 根据引理2和式(19)可以推导出如下的矩阵不等式成立:

$$\Xi_{1l} + \text{He}(H_1 K_1 \tilde{I} X_l \tilde{I}_1) < 0. \quad (20)$$

对式(20)应用Schur补充引理可得

$$\begin{bmatrix} \Omega_l & BM + X_l C_1^T & B_w & X_l C^T \\ * & Y_{22} & D_{1w} & Y_{24} \\ * & * & -\gamma I & D_w^T \\ * & * & * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0,$$

其中 $\Omega_l = \text{He}(AX_l) - \frac{T}{N}X_l + \frac{T}{N}X_l P_{l+1} X_l$. 对上式两边分别乘以矩阵 $\text{diag}\{P_l, W, I, I\}$, 容易得到其等价于定理1中的条件(7). 同理, 通过引理2和引理3, 根据上述的推导过程可知, 式(16)等价于定理1中的条件(8), 式(17)等价于定理1中的条件(9). 此外, 易知式(18)是等价于定理1中的条件(10). 因此, 定理2中给出的控制综合条件(15)–(18)可以保证定理1中的控制综合条件(7)–(10)成立. 所以, 闭环系统(5)是内部UGES

且 l_2 -增益小于 γ . 证毕.

注 4 定理2中的参数 $\varepsilon_N, \varepsilon_{lh}$ 和 $\alpha_l, l \in \mathbf{I}[0, N-1], h = 1, 2$ 是给定的可调参数. 在求解控制综合条件(15)–(18)时, 通过调节以上的可调参数可以使得设计出来的抗饱和和补偿器具有更小的保守性.

下面来分析闭环系统(5)的最小 l_2 -增益指标. 对于给定的正标量 $T, N, \varepsilon_N, \varepsilon_{lh}$ 和 $\alpha_l, l \in \mathbf{I}[0, N-1], h = 1, 2$, 可以通过求解下面的凸优化问题来获得闭环系统(5)的最小 l_2 -增益 γ :

$$\begin{cases} \min \gamma, \\ \text{s.t. 式(15)–(18)}. \end{cases} \quad (21)$$

5 数值仿真和实验验证

在这一小节中, 基于压电纳米运动平台来验证本文所提出的改进的动态抗饱和和补偿器的有效性.

考虑文献[20]中的压电纳米运动系统, 如图3所示. 图3中的压电纳米运动平台是由 X, Y, Z 3个方向所组成的一个三自由度运动平台. 其中在每个方向上都安装了一个输入电压限制在 $[-30 \text{ V}, 150 \text{ V}]$ 的压电执行器来驱动中心运动平台进行 X, Y, Z 3个自由度的运动. 此外, 在中心运动平台上安装了3个分辨率为 1.2 nm 的光栅传感器来实时监测中心运动平台的位置信息. 压电纳米运动系统的压电驱动模块可以对压电执行器的控制信号提供反向20倍的放大. 因此, 压电纳米运动系统的压电驱动模块输入信号的幅值限制在 $[-7.5 \text{ V}, 1.5 \text{ V}]$. 由于在纳米运动平台的机械设计过程中已经对 X, Y, Z 3个方向进行了机械解耦, 所以对于运动平台的单个运动方向可以描述为一个单输入的线性系统. 下面, 对压电纳米运动平台的 X 方向进行系统辨识, 其辨识后得到的系统的状态空间矩阵表示如下^[15]:

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7.541e^6 & -376.3 \end{bmatrix},$$

$$B_{p1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_{p2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 34.81 \end{bmatrix},$$

$$C_{p1} = [1 \ 0], C_{p2} = C_{p1},$$

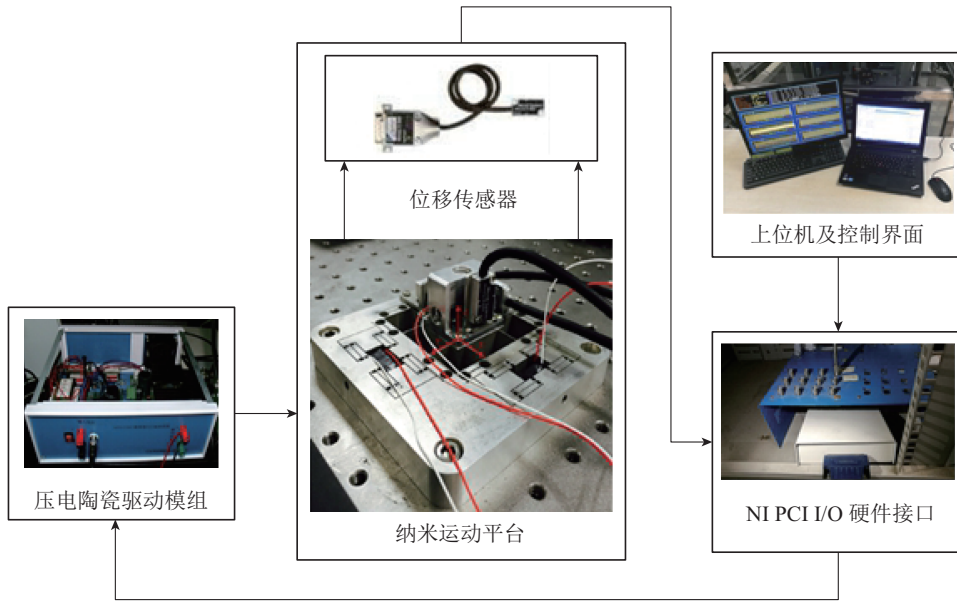
$$D_{p11} = -1, D_{p12} = D_{p21} = 0.$$

此外, 考虑到压电驱动模块的输入信号幅值限制为 $[-1 \text{ V}, 1 \text{ V}]$. 考虑文献[15]中所设计的PI控制器

$$A_c = 0, B_{c1} = -2.1312e^7, B_{c2} = -B_{c1},$$

$$C_c = 1, D_{c1} = -25, D_{c2} = -D_{c1}.$$

下面, 在数值仿真和实验验证中让压电纳米运动平台的控制输出 y 跟踪一个外部参考信号 w 来验证所提出的改进的动态抗饱和和补偿器的有效性.

图3 压电纳米运动系统^[20]Fig. 3 The piezoelectric nano-motion systems^[20]

5.1 数值仿真

给定参数 $T = 0.1$, $N = 2$, $\alpha_1 = 0.1$, $\alpha_2 = 0.1$, $\varepsilon_N = 0.01$ 和 $\varepsilon_{lh} = 0.01$, $l \in \mathbf{I}[0, N - 1]$, $h = 1, 2$, 通过求解优化问题(21)可以获得最小 l_2 -增益 $\gamma = 1.4704$ 及动态抗饱和补偿器的增益矩阵, 其表示如下:

$$A_{aw} = \begin{bmatrix} -1.4397e^3 & 1.0222 & 9.9413e^{-4} \\ -7.1921e^6 & -2.5275e^2 & -1.3770 \\ -2.3863e^7 & -1.2285e^3 & -1.1424e^2 \end{bmatrix},$$

$$C_{aw} = \begin{bmatrix} -2.4054e^6 & 3.3052e^2 & -1.0170e^2 \\ -5.7478e^3 & 0.1774 & 0.0034 \end{bmatrix},$$

$$B_{aw} = \begin{bmatrix} -1.7836e^{-3} \\ -4.7878 \\ -14.7358 \end{bmatrix}, D_{aw} = \begin{bmatrix} -25.0576 \\ 0.9896 \end{bmatrix}.$$

此外, 为了与现有的文献结果进行对比, 本文还分析了立刻激活型动态抗饱和补偿策略和文献[17]中提出的抗饱和补偿策略所推导出的控制综合条件, 并通过优化问题(21)进行求解分别得到最小 l_2 -增益 $\gamma_1 = 1.5555$ 和 $\gamma_2 = 1.6700$. 通过对比可以得出, 本文所提出的改进的动态抗饱和补偿策略可以获得更小的 l_2 -增益指标.

对于仿真研究, 基于如上所设计的动态抗饱和补偿器, 考虑让压电纳米运动平台的控制输出 y 跟踪一个幅值为 $10 \mu\text{m}$ 的阶跃信号. 其中, 给定文献[17]中的低通滤波器参数为 $(A_q, B_q, C_q) = (-5I, I, -0.5I)$. 图4呈现了不同抗饱和和补偿方法下压电纳米运动平台的跟踪轨迹. 其中图4中棕色矩形区域1和2的放大图如图5所示. 从图4-5可以看出, 本文中所提出的改进的动态抗饱和和补偿方案相比于立刻激活型动态抗饱

和补偿策略和文献[17]中提出的抗饱和补偿策略可以实现更好的补偿性能. 需要指出的是, 当没有抗饱和和补偿器时, 压电纳米运动平台的控制输出 y 是发散的. 此外, 图6给出了对应的压电纳米运动平台的控制输入 u 的轨迹.

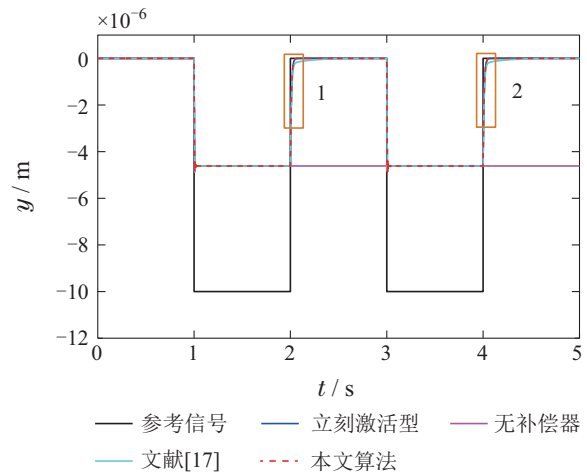


图4 不同抗饱和和补偿方法下压电纳米运动平台跟踪阶跃信号的轨迹

Fig. 4 The trajectories of step signal are tracked by piezoelectric nano-motion platform under different anti-windup compensation methods

5.2 实验验证

下面, 本文将提出的改进的动态抗饱和补偿方案应用到压电纳米运动平台来验证其有效性, 其中采样频率为 20 kHz .

在实验验证中, 本文把改进的动态抗饱和补偿器与没有抗饱和和补偿器和立刻激活型动态抗饱和和补偿

器进行了对比验证. 基于数值仿真部分所设计的动态抗饱和补偿器, 考虑让压电纳米运动平台的控制输出 y 跟踪一个幅值为 $10 \mu\text{m}$ 的阶跃信号. 图 7 给出了不同抗饱和补偿方案下压电纳米运动平台跟踪外部参考信号的轨迹. 其中图 7 中棕色矩形区域 1 和 2 的放大图如图 8 所示. 根据图 7-8 可以看出, 本文中所提出的改进的动态抗饱和和补偿方案可以实现更好的补偿性能. 此外, 图中的跟踪轨迹所对应的控制输入 u 如图 9 所示. 综上所述, 通过数值仿真和实验验证都可以证实本文中所提出的改进的动态抗饱和和补偿方案的有效性.

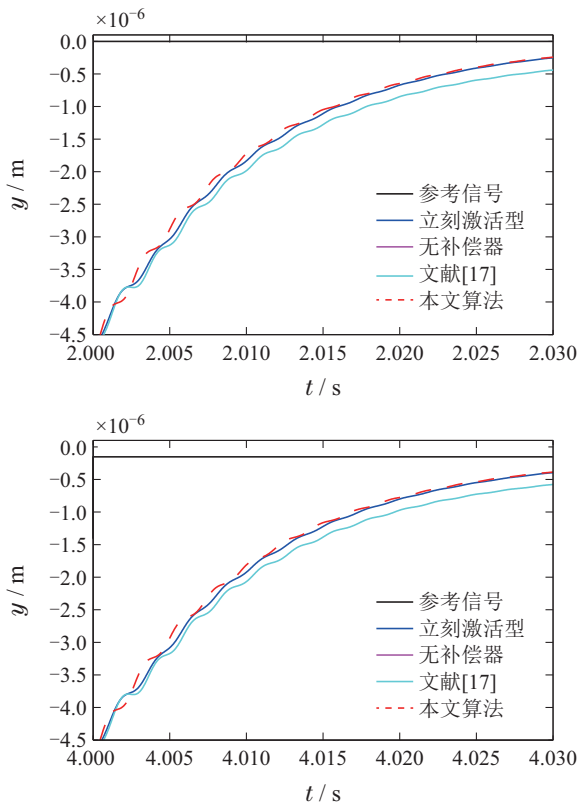


图 5 图 4 中棕色矩形区域 1 和 2 的放大图
Fig. 5 The zoom-in plot of the brown rectangular areas 1 and 2 in Fig. 4

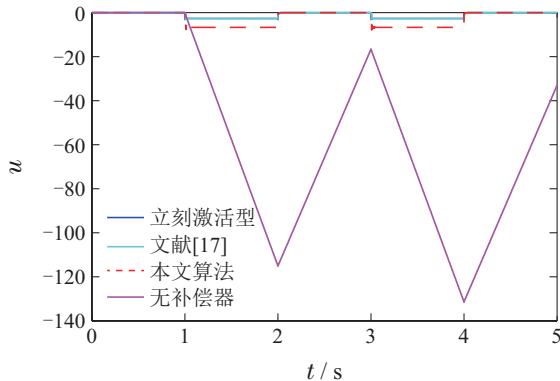


图 6 图 4 中轨迹所对应的控制输入 u
Fig. 6 The control inputs u corresponding to the trajectories in Fig. 4

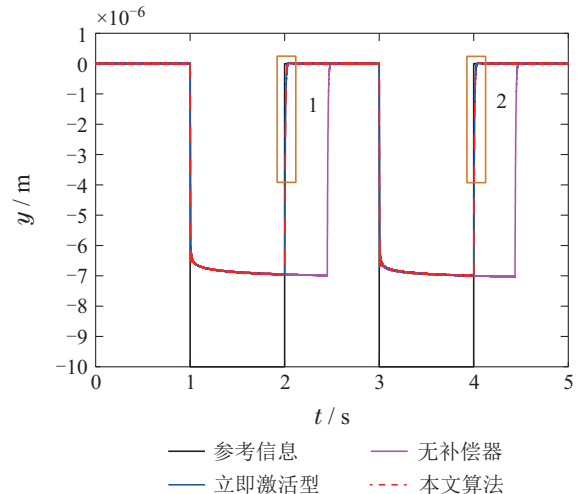


图 7 不同抗饱和和补偿方法下压电纳米运动平台跟踪阶跃信号的轨迹
Fig. 7 The trajectories of step signal are tracked by piezoelectric nano-motion platform under different anti-windup compensation methods

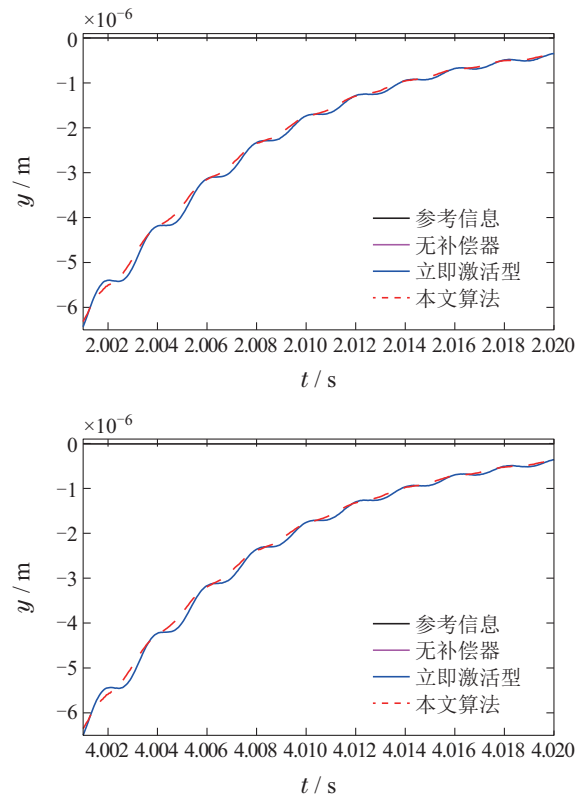


图 8 图 7 中棕色矩形区域 1 和 2 的放大图
Fig. 8 The zoom-in plot of the brown rectangular areas 1 and 2 in Fig. 7

6 本章小结

本文对单输入线性饱和系统设计了一个改进的动态抗饱和补偿器. 相比较于传统的动态抗饱和和补偿策略, 当执行器不饱和时, 本文中改进的动态抗饱和和补偿策略把动态抗饱和和补偿器的状态重置为零. 因此, 当执行器不饱和时, 改进的动态抗饱和和补偿策略并不

会对控制器进行补偿,从而不会影响到控制器的控制性能.所以,本文中提出的改进的动态抗饱和和补偿策略继承了静态抗饱和和补偿方法和动态抗饱和和补偿方法的优点,而规避了它们的不足.此外,本文中构造了一个时间依赖的Lyapunov函数来建立闭环系统的控制综合条件.最后,在数值仿真和实验验证部分,把本文中提出的抗饱和和补偿方法与传统的动态抗饱和和补偿方法在压电纳米运动平台上进行了对比验证.对比的结果表明,本文中提出的改进的动态抗饱和和补偿策略比传统的动态抗饱和和补偿方法具有更加优异的补偿性能.

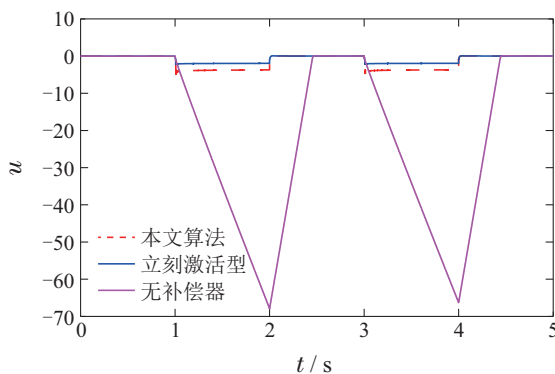


图9 图7中轨迹所对应的控制输入 u

Fig. 9 The control inputs u corresponding to the trajectories in Fig. 7

参考文献:

- [1] REINEH M S, SOLMAZ-KIA S, JABBARI F. New anti-windup structure for magnitude and rate limited inputs and peak-bounded disturbances. *Automatica*, 2018, 97: 301 – 305.
- [2] LI T, WANG T, YU Y, et al. Static anti-windup compensator for nonlinear systems with both state and input time-varying delays. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(2): 863 – 886.
- [3] WU F, LIN Z L, ZHENG Q. Output feedback stabilization of linear systems with actuator saturation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(1): 122 – 128.
- [4] TARBOURIECH S, TURNER M C. Anti-windup design: an overview of some recent advances and open problems. *IET Control Theory & Applications*, 2009, 3(1): 1 – 19.
- [5] WU X, LIN Z L. On immediate, delayed and anticipatory activation of anti-windup mechanism: static anti-windup case. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(3): 771 – 777.
- [6] YAO X, GUO L, WU L, et al. Static anti-windup design for nonlinear markovian jump systems with multiple disturbances. *Information Sciences*, 2017, 418: 169 – 183.
- [7] AKRAM A, HUSSAIN M, US SAQIB N, et al. Dynamic anti-windup compensation of nonlinear time-delay systems using LPV approach. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 90(1): 513 – 533.
- [8] LI Haojie, HE Hanlin, ZHA Miao. Anti-windup design for saturated time-delay nonlinear systems: An indirect linear matrix inequality-based approach. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(7): 1595 – 1600.
(李豪杰, 何汉林, 查苗. 饱和时滞非线性系统的间接线性矩阵不等式抗饱和设计. *控制理论与应用*, 2020, 37(7): 1595 – 1600.)
- [9] DA SILVA JR J G, OLIVEIRA M, COUTINHO D, et al. Static anti-windup design for a class of nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(5): 793 – 810.
- [10] GRIMM G, HATFIELD J, POSTLETTWAITE I. Anti-windup for stable linear systems with input saturation: an LMI-based synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(9): 1509 – 1525.
- [11] YOON S S, PARK J K, YOON T W. Dynamic anti-windup scheme for feedback linearizable nonlinear control systems with saturating inputs. *Automatica*, 2008, 44(12): 3176 – 3180.
- [12] DA SILVA JR J G, BENDER F A, TARBOURIECH S, et al. Dynamic anti-windup synthesis for state delayed systems: An LMI approach. *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control (CDC) Held Jointly with the 28th Chinese Control Conference*. Shanghai: IEEE, 2009: 6904 – 6909.
- [13] SAJJADI-KIA S, JABBARI F. Modified anti-windup compensators for stable plants. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(8): 1934 – 1939.
- [14] WU X, LIN Z L. Dynamic anti-windup design in anticipation of actuator saturation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2014, 24(2): 295 – 312.
- [15] JIANG Z Y, YAN P. Switching anti-windup design for saturated linear systems. *Proceedings of 2019 Chinese Automation Congress (CAC)*. Hangzhou, China: IEEE, 2019: 500 – 505.
- [16] TURNER M C, SOFRONY J, HERRMANN G. An alternative approach to anti-windup in anticipation of actuator saturation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2017, 27(6): 963 – 980.
- [17] TURNER M C, KERR M. A nonlinear modification for improving dynamic anti-windup compensation. *European Journal of Control*, 2018, 41: 44 – 52.
- [18] LIBERZON D. *Switching in Systems and Control*. Boston: Birkhauser, 2003.
- [19] JIANG Z Y, YAN P. H_∞ output-feedback control for discrete-time switched linear systems via asynchronous switching. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(14): 6215 – 6238.
- [20] ZHANG Y M, YAN P, ZHANG Z. Frequency-shaped sliding mode control of piezoelectric nano-stages with hysteresis estimation. *ISA Transactions*, 2020, 107: 340 – 349.

作者简介:

蒋志勇 博士, 目前研究方向为切换抗饱和和控制, E-mail: jiangzy2013@163.com;

闫鹏 博士, 教授, 目前研究方向为高精度机电一体化控制, E-mail: yanpeng@sdu.edu.cn.