

具有柔性特性的机电伺服系统辨识

闻 成, 谭敏哲, 卢洁莹, 苏为洲[†]

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

摘要: 机电伺服系统中的柔性谐振特性是限制系统性能的关键要素, 准确地描述柔性特性对于抑制谐振和提升伺服性能有重要意义. 本文采用伪随机序列作为辨识激励, 将脉冲响应相关性辨识和特征系统实现算法相结合, 提出了一套集实验设计、模型计算、模型验证于一体的系统辨识方案; 该辨识方案适用于机电伺服系统的辨识任务, 且能够有效识别系统的柔性模态. 本文以某大口径射电望远镜天线设备为应用实例, 详细介绍了本文所述辨识方案的实施细节, 得到了此天线伺服系统的模型. 为了评价所得模型的质量, 分别从频域和时域对比了本文方法、最小二乘和子空间方法所得模型与实测数据的拟合情况; 结果表明, 相比其他两种辨识方法, 本文方法获取的模型对柔性谐振的辨识更加准确.

关键词: 系统辨识; 机电伺服; 柔性模型; 伪随机序列

引用格式: 闻成, 谭敏哲, 卢洁莹, 等. 具有柔性特性的机电伺服系统辨识. 控制理论与应用, 2023, 40(4): 663 – 672

DOI: 10.7641/CTA.2021.10452

Identification of electromechanical servo systems with flexible characteristics

WEN Cheng, TAN Min-zhe, LU Jie-ying, SU Wei-zhou[†]

(School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: The flexible resonance characteristic in the electromechanical servo system is the key element that limits performances of the system. An accurate description of this characteristic is of great significance for suppressing resonance and improving the performance of the servo system. In this paper, adopting pseudo-random sequence as the identification input and combining impulse response correlation identification and eigen-system realization algorithm, an identification scheme which integrates experimental design, model calculation and model verification is proposed. This scheme can effectively identify the flexible modes, and hence is suitable for the identification of electromechanical servo systems. Using a large-aperture radio telescope antenna as the application example, the implementation of the identification scheme is detailed, and the models of the antenna servo system are obtained. The frequency-domain and time-domain fitting indexes indicate that, compared with the least square method and the subspace method, the model obtained by the method in this paper shows advantages in fitting flexible resonances.

Key words: system identification; electromechanical servo; flexible models; pseudo-random sequence

Citation: WEN Cheng, TAN Minzhe, LU Jieying, et al. Identification of electromechanical servo systems with flexible characteristics. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(4): 663 – 672

1 引言

柔性结构是引起机械谐振的主要原因之一, 其在工业机床、机械臂末端、空间飞行器、大口径天线等设备中广泛存在. 在过去几十年里, 工业控制任务相对简单, 并不追求很高的伺服带宽, 这种情况下柔性结构的谐振模态不会出现在伺服带宽内, 在控制设中

可以忽略柔性特性, 认为被控对象是刚性的. 随着现代生产任务的不断升级, 对伺服带宽追求也进一步提高, 柔性特性带来的谐振问题一定程度上制约了机电伺服系统的运动性能. 为了解决柔性谐振问题, 各种先进控制技术被尝试用于实际工业系统中^[1-4]. 相比传统控制方法, 先进控制算法的设计更加依赖于准确

收稿日期: 2021-05-25; 录用日期: 2021-12-22.

[†]通信作者. E-mail: wzhsu@scut.edu.cn; Tel.: +86 13570219957.

本文责任编辑: 陈虹.

国家自然科学基金项目(61933006)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61933006).

的系统模型,以控制设计为导向的系统辨识技术具有现实意义。

具有柔性特性系统辨识的重点和难点是对具有轻阻尼的谐振模态的准确识别。现代主流的辨识方法,如最小二乘法、梯度校正法和概率密度逼近法等,在假定模型结构的基础上,通过极小化模型与系统之间的误差指标来估计模型的参数^[5]。然而这类直接对参数模型辨识的方法在用于具有柔性特性的系统辨识任务时往往效果并不理想,这是因为在误差指标设置中很难直接考虑柔性谐振模态。例如最小二乘辨识法中的广义误差指标对柔性模态并不敏感,采用此方法获取的模型有时无法准确分辨出高频柔性模态。

特征系统实现算法(eigen-system realization algorithm, ERA)是一个公认有效的柔性模态识别方法。Ho和Kalman^[6]最早给出了利用系统脉冲响应(Markov参数)构造Hankel矩阵来求解系统状态空间最小实现模型的方法。考虑实际测量数据中存在噪声,Zeiger等^[7]以及Kung^[8]先后提出了将Ho-Kalman算法与奇异值分解技术相结合的模型辨识方法。在此基础上,Juang等^[9-12]提出了特征系统实现算法,其结合奇异值分解技术进一步推广了Ho-Kalman算法,并将实现的系统模型转换到模态空间进行模态参数识别以修正机理模型;该算法在Galileo空间飞行器、Hubble空间望远镜及Green Bank望远镜的柔性结构辨识中都取得了不错的效果。由线性系统理论可知,由系统脉冲响应构造的Hankel矩阵的奇异值可以表征系统状态在系统中的重要程度^[13]。特征系统实现算法中由于奇异值分解技术特有的主成分提取功能,辨识模型极大还原了系统的主要模态,这些模态通常会包括所关注的柔性谐振模态,所以此类辨识算法在具有柔性特性的系统辨识任务中表现良好。然而该方法辨识模型的准确性是建立在能够获取准确的系统脉冲响应(或Markov系数)的前提条件下的,然而上述研究很少对这一方面进行讨论。脉冲响应的辨识属于非参数模型辨识,其中利用随机信号作为辨识激励的相关分析方法具有较强的噪声抑制能力,能够准确地估计系统脉冲响应^[14]。在实际工程中,相比于常用的扫频信号、方波信号和随机信号,伪随机二值序列(pseudo-random binary sequence, PRBS)具有较高的有效带宽、易于设计和生成且自相关计算简单等特点,非常适合选作脉冲响应辨识的激励信号^[15]。

随着数值优化技术的发展,经典的两步辨识法,即先辨识脉冲响应和频率响应等非参数模型,然后基于非参数模型辨识参数模型的方法,一度被认为是繁琐且落后的技术。在具有柔性特性的模型辨识任务中,基于PRBS的脉冲响应相关性辨识属于非参数模型辨识,其能够从输入输出(input and output, IO)数据中有

效滤除噪声以准确估计系统的脉冲响应;特征系统实现算法属于参数模型辨识,其能够利用脉冲响应有效提取系统主模态并构建参数模型。将两种辨识技术合理结合以发挥各自的优势,有望提升柔性特性的辨识精度。

本文将非参数模型辨识和参数辨识模型技术结合,提出了一套适用于柔性机电伺服系统辨识方案,并给出了详细设计步骤:首先从频域角度出发,利用系统IO数据的功率谱密度(power spectrum density, PSD)计算频率响应模型,并定义了相干性谱对所得模型进行验证;随后,采用相关性分析方法从IO数据重建系统脉冲响应;其次,根据系统脉冲响应Hankel矩阵判定系统阶次,并基于特征系统实现算法获取系统参数模型。考虑到数字系统的普及,本文针对离散时间系统的辨识,对算法实现中的一些容易被忽视的细节问题进行了说明。最后,以某射电望远镜天线设备作为应用实例,演绎了本文所述辨识方案,得到了天线的单轴模型和双轴双输入双输出(double-input and double-output, DIDO)模型。为了评价所得模型的质量,文章定义了频域和时域误差指标以比较本文方法、最小二乘和子空间方法所得模型;相比于其他两种辨识方法,本文方法获取的模型在柔性谐振频段具有更小的拟合误差。

本文后续章节安排如下:第2节讨论了基于PRBS的脉冲响应和频率响应辨识;第3节结合特征系统实现算法,介绍了系统阶次及参数模型的辨识;第4节对前文总结给出了本文整体辨识流程;第5节基于天线实例详述了本文辨识技术的应用细节,并对比了不同方法的对于柔性特性的辨识效果;第6节总结全文。

2 非参数模型辨识

脉冲响应和频率响应属于非参数模型,其在时域和频域描述系统的本质特征。相比于参数模型,直接基于数据的非参数模型能够反映更多的信息,基于此有助于验证机理分析的正确性,并可用于辨识参数模型^[14]。本节考虑使用PRBS作为辨识激励,通过讨论脉冲响应和频率响应与系统IO数据之间的基本关系,给出离散时间系统非参数模型的辨识计算方法。

2.1 脉冲响应相关性辨识

考虑线性时不变离散时间系统 G ,记其脉冲响应序列为 $g(k)$ 。记系统IO序列为 $u(k)$ 和 $y(k)$,则脉冲响应与IO序列满足

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i)u(k-i) + w(k), \quad (1)$$

其中 $w(k)$ 为测量噪声。当 $u(k)$, $y(k)$ 和 $w(k)$ 为功率信号, $u(k)$ 的自相关序列以及 $y(k)$ 和 $u(k)$ 互相关序列运

算如下:

$$R_u(k) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} u(i-k)u(i), \quad (2)$$

$$R_{yu}(k) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{i=0}^{K-1} u(i-k)y(i). \quad (3)$$

将式(1)代入式(3), 则脉冲响应与IO的相关性序列满足

$$R_{yu}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} g(i)R_u(k-i) + R_{wu}(k). \quad (4)$$

需要说明的是式(2)和式(3)的相关性计算需用到无限时长的序列数据, 这在现实中是不可实现的. 考虑此问题, 这里给出如下两条假设:

假设 1 辨识输入 $u(k)$ 和输出 $y(k)$ 是周期为 N 的循环序列.

注 1 如若辨识输入 $u(k)$ 为循环周期信号, 使用其激励线性时不变系统 G , 当输出序列 $y(k)$ 具有较高信噪比时, $y(k)$ 也会趋向于周期序列. 为保证辨识所用 $y(k)$, $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$ 近似满足假设1中的周期性, 在辨识实验设置中需要在 $k=0$ 时刻前以 $u(k)$ 激励系统足够长时间, 以消除输出 $y(k)$ 中初始状态响应的影响.

假设 2 G 是稳定的且动态过程长度远小于 N , 即其脉冲响应 $g(k)$ 在 $k \geq N$ 值接近为0.

至此, 定义主值序列 $k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ 上的循环自相关和互相关运算如下:

$$R_u^c(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u(i-k)u(i), \quad (5)$$

$$R_{yu}^c(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u(i-k)y(i). \quad (6)$$

基于假设1, 易证 $R_u^c(k) = R_u(k)$, $R_{yu}^c(k) = R_{yu}(k)$. 将式(1)代入式(6)中, 并基于假设2, 有

$$R_{yu}^c(k) = \sum_{i=0}^{N-1} g(i)R_u^c(k-i) + R_{wu}^c(k). \quad (7)$$

注 2 式(5)–(6)提供了现实可用的相关性计算方法. 对比式(4)和式(7), 可见 R_{yu} 与 R_{yu}^c 的误差由假设2中对脉冲响应的截断以及假设1中对输出 $y(k)$ 中的噪声 $w(k)$ 的周期性假设引起的; 在高信噪比的情况下, 后者可以忽略.

式(7)描述了系统IO数据的相关性序列与脉冲响应的关系, 对其进行去卷积运算, 可以获取系统脉冲响应的估计. 选择互相关序列长度和脉冲响应长度为 N , 式(7)可以表述为如下向量/矩阵形式:

$$r_{yu} = gR_u + r_{wu}, \quad (8)$$

其中:

$$r_{yu} = [R_{yu}^c(0) \ R_{yu}^c(1) \ R_{yu}^c(2) \ \dots \ R_{yu}^c(N-1)],$$

$$g = [g(0) \ g(1) \ g(2) \ \dots \ g(N-1)],$$

$$r_{wu} = [R_{wu}^c(0) \ R_{wu}^c(1) \ R_{wu}^c(2) \ \dots \ R_{wu}^c(N-1)],$$

$$R_u = \begin{bmatrix} R_u^c(0) & R_u^c(1) & R_u^c(2) & \dots & R_u^c(N-1) \\ R_u^c(-1) & R_u^c(0) & R_u^c(1) & \dots & R_u^c(N-2) \\ R_u^c(-2) & R_u^c(-1) & R_u^c(0) & \dots & R_u^c(N-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_u^c(1-N) & R_u^c(2-N) & R_u^c(3-N) & \dots & R_u^c(0) \end{bmatrix}.$$

当输入序列 $u(k)$ 满足持续激励条件时, R_u 可逆, 则可由如下关系求取脉冲响应的估计 $\tilde{g}(k)$:

$$\tilde{g} = r_{yu}R_u^{-1}, \quad (9)$$

其中 $\tilde{g} = [\tilde{g}(0) \ \tilde{g}(1) \ \tilde{g}(2) \ \dots \ \tilde{g}(N-1)]$.

式(9)中, 当数据长度较大时, R_u^{-1} 的计算复杂度较高. 特别地, 当辨识激励 $u(k)$ 选用周期PRBS时, 可以基于相关性分析简化计算. PRBS的循环自相关序列满足如下性质:

$$R_u^c(k) = \begin{cases} a^2, & k=0, \\ -a^2/N, & k \neq 0, \end{cases} \quad (10)$$

其中: a 为信号幅值, N 为信号周期长度. 此时 R_u^{-1} 可以解析表示, 结合式(9)可得

$$\tilde{g}(k) = \frac{1}{a^2} \frac{N}{N+1} (R_{yu}^c(k) + \sum_{i=0}^{N-1} R_{yu}^c(i)). \quad (11)$$

利用PRBS的性质, 使得脉冲响应的辨识计算不再需要矩阵求逆, 十分快捷.

记估计的脉冲响应 $\tilde{g}(k)$ 和系统真实脉冲响应 $g(k)$ 误差为 $g_{\Delta}(k)$, 即

$$g_{\Delta}(k) = g(k) - \tilde{g}(k). \quad (12)$$

当使用PRBS作为辨识激励时, 有如下误差分析结论:

引理 1 激励序列 $u(k)$ 为PRBS, 其循环自相关序列满足式(10), 测量噪声 $w(k)$ 为平稳遍历白噪声, 且服从分布 $\mathcal{N}\{0, \sigma_w^2\}$, 则脉冲响应估计误差 $g_{\Delta}(k)$ 满足

$$E\{g_{\Delta}(k)\} = 0, \quad E\{(g_{\Delta}(k))^2\} = \frac{\sigma_w^2}{a^2} \frac{2}{N+1}. \quad (13)$$

由引理1可知估计误差的期望为零, 即此估计是无偏的; 另外估计误差的方差随序列长度 N 的增加而减小, 当 N 趋于无穷时方差趋于0, 即估计在均方意义下是一致的. 此外引理1还表示误差的方差与辨识输入的幅值 a 的平方成反比, 即辨识激励功率越强, 测量输出的信噪比越高, 估计误差的方差越小.

2.2 离散频率响应辨识

对系统脉冲响应序列进行离散时间傅立叶变换(discrete time fourier transformation, DTFT)可得到系统频率响应函数 $G(e^{j\omega})$, 即

$$G(e^{j\omega}) = \text{DTFT}[g(k)] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} g(i)e^{-j\omega i}. \quad (14)$$

然而,式(14)的DTFT计算需要无穷长度的序列,这在现实中是不可实现的.故而考虑使用脉冲响应序列的离散傅立叶变换(discrete fourier transformation, DFT)来描述系统的离散频率响应模型.

考虑假设2的截断,记 $G(e^{j\omega_k})$ 为系统 G 的离散频率响应序列,其为系统脉冲响应 $g(k)$ 的DFT,即

$$G(e^{j\omega_k}) = \text{DFT}[g(k)] = \sum_{i=0}^{N-1} g(i)e^{-j\omega_k i}, \quad (15)$$

其中离散频点 $\omega_k \in \{\frac{2\pi k}{N} | k = 0, 1, 2, \dots, N-1\}$.

注3 基于假设2,认为系统脉冲响应 $g(k)$ 在主值区间外取值接近为0.在此条件下的DFT避免了混叠.

对于周期序列 $u(k)$ 和 $y(k)$,其循环相关序列也为周期序列,对式(7)两侧进行DFT,则有

$$S_{yu}^c(e^{j\omega_k}) = G(e^{j\omega_k})S_u^c(e^{j\omega_k}) + S_{wu}^c(e^{j\omega_k}), \quad (16)$$

其中:

$$S_{yu}^c(e^{j\omega_k}) = \text{DFT}[R_{yu}^c(k)], \quad S_u^c(e^{j\omega_k}) = \text{DFT}[R_u^c(k)], \\ S_{wu}^c(e^{j\omega_k}) = \text{DFT}[R_{wu}^c(k)].$$

综上,在辨识获取系统脉冲响应序列 $\tilde{g}(k)$ 之后,对其进行DFT可获得系统 G 的离散频率响应估计,即

$$\tilde{G}(e^{j\omega_k}) = \text{DFT}[\tilde{g}(k)] = \sum_{i=0}^{N-1} \tilde{g}(i)e^{-j\omega_k i}. \quad (17)$$

也可对系统IO相关性序列进行DFT获取 $S_{yu}^c(e^{j\omega_k})$ 和 $S_u^c(e^{j\omega_k})$,由下式获取 $\tilde{G}(e^{j\omega_k})$,即

$$\tilde{G}(e^{j\omega_k}) = S_{yu}^c(e^{j\omega_k})(S_u^c(e^{j\omega_k}))^{-1}. \quad (18)$$

假定测量噪声 $w(k)$ 为零均值的随机噪声,则可以基于对多组测量数据的平均处理来评估频率响应模型各频点噪声的影响,这里给出一个评估指标.使用同一输入 $u(k)$ 激励系统获取 l 组输出 $y_i(k)$, $i = 1, 2, \dots, l$,定义频域相干性指标 $\Gamma(e^{j\omega_k})$,其满足

$$\Gamma(e^{j\omega_k}) = \sqrt{\frac{\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l |S_{y_i u}^c(e^{j\omega_k})|^2}{S_u^c(e^{j\omega_k}) \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l S_{y_i}^c(e^{j\omega_k})}}. \quad (19)$$

当输出 $y_i(k)$ 中不存在噪声成分,即其所有成分都是由输入激励系统产生的,则在所有频点必然 $\Gamma(e^{j\omega_k})$ 全为1.而当 $y_i(k)$ 存在噪声, $|\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l S_{y_i u}^c(e^{j\omega_k})|$ 由于平均作用减少了噪声的比重,使得 $\Gamma(e^{j\omega_k})$ 小于1.所以当指标 $\Gamma(e^{j\omega_k})$ 在某频点处的值接近1,说明测量输出在此频点处噪声分量的比重小,辨识IO相干性大,由IO数据获取的模型在此频点处可信度高;反之,测量输出在此频点处噪声分量的比重大,频率响应模型在此频点处可信度低.

3 基于脉冲响应的参数模型辨识

在已获取系统脉冲响应的基础上,本节将结合特征系统实现算法,介绍系统阶次及参数模型的辨识.

3.1 模型阶次分析

考虑系统 G ,其状态空间满足

$$G(z) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = C(zI - A)^{-1}B + D. \quad (20)$$

其脉冲响应序列 $g(k)$ 与状态空间参数满足如下关系:

$$g(k) = \begin{cases} D, & k = 0, \\ CA^{k-1}B, & k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (21)$$

使用脉冲响应序列 $g(k)$, $k \in \{1, 2, 3, \dots, 2d-1\}$ 构造 d 维Hankel矩阵 \mathcal{H} 如下:

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} g(1) & g(2) & g(3) & \cdots & g(d) \\ g(2) & g(3) & g(4) & \cdots & g(d+1) \\ g(3) & g(4) & g(5) & \cdots & g(d+2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g(d) & g(d+1) & g(d+2) & \cdots & g(2d-1) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

则系统 G 的阶次满足如下引理.

引理2 系统 G 的阶次为 r ,且 $r < d$,当且仅当 \mathcal{H} 的秩为 r (参见文献[13]定理7.7).

引理2说明随着矩阵 \mathcal{H} 的维数增加,其秩增长到等于系统的阶次时便不会再增加.故而可以基于 \mathcal{H} 的秩来确定系统的阶次.

在实际辨识任务中,考虑到实测或估计的脉冲响应序列中有噪声分量,当增加Hankel矩阵的维数,其秩会一直增加.然而,如若脉冲响应具有较高的信噪比,可以对Hankel矩阵的奇异值进行分析,认为较大的奇异值是由真实模态引起的,较小的奇异值由于噪声引起.故而可以通过较大的奇异值个数来判断系统阶次.使用实测或估计的脉冲响应序列 $\tilde{g}(k)$ 构造形如式(22)的 d 维Hankel矩阵 $\tilde{\mathcal{H}}$,对其进行奇异值分解,则有

$$\tilde{\mathcal{H}} = \tilde{U} \tilde{\Sigma} \tilde{V} = [\tilde{U}_r \quad \tilde{U}_r^\perp] \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_r \\ \tilde{\Sigma}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V}_r \\ \tilde{V}_r^\perp \end{bmatrix}, \quad (23)$$

其中: $\tilde{\Sigma}_r = \text{diag}\{\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2, \tilde{\sigma}_3, \dots, \tilde{\sigma}_r\}$, $\tilde{\Sigma}_e = \text{diag}\{\tilde{\sigma}_{r+1}, \tilde{\sigma}_{r+2}, \tilde{\sigma}_{r+3}, \dots, \tilde{\sigma}_d\}$.如若 $\tilde{\sigma}_1 \geq \tilde{\sigma}_2 \geq \tilde{\sigma}_3 \geq \dots \geq \tilde{\sigma}_r \gg \tilde{\sigma}_{r+1} \geq \tilde{\sigma}_{r+2} \geq \tilde{\sigma}_{r+3} \geq \dots \geq \tilde{\sigma}_d \geq 0$,则认为 $\tilde{\mathcal{H}}$ 具有 r 个显著大于零的奇异值,故判定系统阶次为 r .

在有噪声的情况下,直接对 $\tilde{\mathcal{H}}$ 的奇异值进行定量分析较为困难.这里假定实测或估计的脉冲响应 $\tilde{g}(k)$ 具有如下形式:

$$\tilde{g}(k) = g(k) + w(k), \quad (24)$$

其中 $w(k)$ 为 $\tilde{g}(k)$ 中的噪声分量.记 $\tilde{\sigma}_i$ 为 $E\{\tilde{\mathcal{H}}^T \tilde{\mathcal{H}}\}$ 或 $E\{\tilde{\mathcal{H}} \tilde{\mathcal{H}}^T\}$ 特征值的非负平方根,约定其满足 $\tilde{\sigma}_1 \geq \tilde{\sigma}_2$

$\geq \bar{\sigma}_3 \geq \dots \geq \bar{\sigma}_d$, 并定义 $\bar{\Sigma} = \text{diag}\{\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3, \dots, \bar{\sigma}_d\}$. 如果 $w(k)$ 为白噪声, 则有如下结论:

引理3 噪声 $w(k)$ 为平稳遍历白噪声, 且服从分布 $\mathcal{N}\{0, \sigma_w^2\}$, 则有

$$E\{\tilde{\mathcal{H}}^T \tilde{\mathcal{H}}\} = V^T \bar{\Sigma}^2 V, E\{\tilde{\mathcal{H}} \tilde{\mathcal{H}}^T\} = U \bar{\Sigma}^2 U^T, \quad (25)$$

$$\bar{\sigma}_i = \begin{cases} \sqrt{\sigma_i^2 + d\sigma_w^2}, & i \in \{1, 2, 3, \dots, r\}, \\ \sqrt{d}\sigma_w, & i \in \{r+1, r+2, \dots, d\}. \end{cases} \quad (26)$$

式(26)说明减小矩阵维数 d , 有助于减小噪声奇异值 $\bar{\sigma}_i$ 中的噪声分量, 使其更加接近于真实系统的Hankel奇异值. 然而过小的 d 会使得Hankel中的脉冲响应不够丰富不足以反映系统全部动态. 这里给出Hankel矩阵维数 d 的一个经验公式

$$d \approx (1 \sim 2) \frac{t_d}{t_s}, \quad (27)$$

其中: t_s 为系统采样时间, t_d 为脉冲响应动态时间.

如若 $\tilde{g}(k)$ 具有良好的信噪比, 即奇异值满足关系 $\sigma_r \gg \sqrt{d}\sigma_w$, 则有 $\sqrt{\sigma_r^2 + d\sigma_w^2} \gg \sqrt{d}\sigma_w$. 此时奇异值序列 $\bar{\sigma}_i, i \in \{1, 2, 3, \dots, d\}$ 中, $\bar{\sigma}_r$ 和 $\bar{\sigma}_{r+1}$ 在数值上存在跳变. 由于 $\bar{\sigma}_i$ 描述了 $\tilde{\sigma}_i$ 的期望特性, $\bar{\sigma}_i$ 也会存在类似的跳变, 故而可以依据此跳变判别系统阶次.

对实测脉冲响应构造的Hankel矩阵 $\tilde{\mathcal{H}}$ 的奇异值进行分析, 这里给出判断系统阶次的一个方法: 给定阈值 α , 如若矩阵 $\tilde{\mathcal{H}}$ 的第 $r \sim d$ 个奇异值满足

$$\frac{\tilde{\sigma}_r}{\tilde{\sigma}_{r+1}} > \alpha \text{ 且 } \frac{\tilde{\sigma}_l}{\tilde{\sigma}_{l+1}} < \alpha, l \in \{r+1, r+2, \dots, d\}. \quad (28)$$

则认为矩阵 $\tilde{\mathcal{H}}$ 的奇异值在第 r 个和第 $r+1$ 之间存在跳变, 可以选择 r 作为系统阶次的推荐值.

3.2 模型参数计算

由式(21)–(22)可知, 脉冲响应所构造的Hankel矩阵 \mathcal{H} 和系统状态空间参数具有特定的关系. 记 \mathcal{C} 和 \mathcal{O} 为系统 G 的扩展能控性和能观性矩阵, 其满足

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{d-1}B \end{bmatrix}, \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{d-1} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

基于式(21)–(22)可以验证

$$\mathcal{H} = \mathcal{O}\mathcal{C}. \quad (30)$$

考虑 \mathcal{H} 的奇异值分解

$$\mathcal{H} = U\Sigma V = \begin{bmatrix} U_r & U_r^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_r \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ V_r^\perp \end{bmatrix}. \quad (31)$$

选择

$$C = \Sigma_r^{\frac{1}{2}} V_r, \mathcal{O} = U_r \Sigma_r^{\frac{1}{2}}. \quad (32)$$

结合式(29)和式(32), 构造系统的状态空间实现如下^[6]:

$$\begin{bmatrix} A|B \\ C|D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_r^{-\frac{1}{2}} \bar{U}_r^\dagger U_r \Sigma_r^{\frac{1}{2}} & \Sigma_r^{\frac{1}{2}} V_r e_1 \\ e_1^T U_r \Sigma_r^{\frac{1}{2}} & g(0) \end{bmatrix}, \quad (33)$$

其中: \bar{U}_r 为 U_r 划去最后一行后的矩阵, U_r 为 U_r 划去第1行后的矩阵, e_1 为 d 维单位矩阵的第1列.

注4 不难验证, 式(33)所构造的系统实现是平衡实现. 同样, 也可以构造系统矩阵 $A = \Sigma_r^{\frac{1}{2}} \bar{V}_r^\dagger \Sigma_r^{-\frac{1}{2}}$, 其中 \bar{V}_r 为 V_r 划去最后一列后的矩阵, V_r 为 V_r 划去第1列后的矩阵. 另外文献[9]所提及的特征系统实现算法也是一种构造系统平衡实现的方法, 其与式(33)的实现方法本质上是相同的. 利用脉冲响应构造系统实现的更多方法可参见文献[13]第7.5节.

对于具有噪声分量的实测脉冲响应 $\tilde{g}(k)$, 也可以使用类似的方法重建模型参数. 由奇异值分解的性质可知, 矩阵 $\tilde{\mathcal{H}}$ 的Frobenious范数意义下最优逼近为

$$\tilde{\mathcal{H}}_r = \tilde{U}_r \tilde{\Sigma}_r \tilde{V}_r. \quad (34)$$

则类似于式(33), 系统状态空间模型参数估计如下:

$$\begin{bmatrix} \hat{A}|\hat{B} \\ \hat{C}|\hat{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_r^{-\frac{1}{2}} \tilde{U}_r^\dagger \tilde{U}_r \tilde{\Sigma}_r^{\frac{1}{2}} & \tilde{\Sigma}_r^{\frac{1}{2}} \tilde{V}_r e_1 \\ e_1^T \tilde{U}_r \tilde{\Sigma}_r^{\frac{1}{2}} & \tilde{g}(0) \end{bmatrix}, \quad (35)$$

其中: \tilde{U}_r 为 \tilde{U}_r 划去最后一行后的矩阵, \tilde{U}_r 为 \tilde{U}_r 划去第1行后的矩阵. 随后由上述状态空间参数可构造传递函数模型 $\hat{G}(z)$ 如下:

$$\hat{G}(z) = \hat{C}(zI - \hat{A})^{-1} \hat{B} + \hat{D}. \quad (36)$$

注5 文献[8]中定理3.2讨论了估计模型脉冲响应和实测脉冲响应 $\tilde{g}(k)$ 误差的上界. 在实际使用中, 由于其过分放大了式(35)中伪逆运算的误差, 此误差上界会相当保守.

假设式(24)中脉冲响应 $\tilde{g}(k)$ 中的噪声分量 $w(k)$ 为白噪声. 基于式(25), $\bar{\Sigma}, U$ 和 V 可描述 $\bar{\Sigma}, \tilde{U}$ 和 \tilde{V} 的期望特性. 类似于式(35), 使用 $\bar{\Sigma}, U$ 和 V 构造系统参数

$$\begin{bmatrix} \bar{A}|\bar{B} \\ \bar{C}|\bar{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\Sigma}_r^{-\frac{1}{2}} \bar{U}_r^\dagger U_r \bar{\Sigma}_r^{\frac{1}{2}} & \bar{\Sigma}_r^{\frac{1}{2}} V_r e_1 \\ e_1^T U_r \bar{\Sigma}_r^{\frac{1}{2}} & g(0) \end{bmatrix}. \quad (37)$$

记上述参数组成的传递函数模型为 $\bar{G}(z)$. 模型 $\bar{G}(z)$ 能够描述白噪声影响下估计模型 $\hat{G}(z)$ 的期望特性. 使用 $\bar{G}(z)$ 的脉冲响应构造 d 维Hankel矩阵 $\bar{\mathcal{H}}$, 即 $\bar{\mathcal{H}}(i, j) = \bar{C} \bar{A}^{i+j-2} \bar{B}$. 如下引理给出了期望意义模型 $\bar{G}(z)$ 和真实系统模型 $G(z)$ 的脉冲响应Hankel矩阵的距离上界.

引理4 噪声 $w(k)$ 为平稳遍历白噪声, 服从分布 $\mathcal{N}\{0, \sigma_w^2\}$, 且满足 $\sqrt{d}\sigma_w < \sigma_r$, 则有

$$\|\bar{\mathcal{H}} - \mathcal{H}\|_2 = \bar{\sigma}_r - \sigma_r \leq \bar{\sigma}_{r+1}. \quad (38)$$

注6 定义 $\hat{\mathcal{H}}$ 为 $\hat{G}(z)$ 的脉冲响应Hankel矩阵. 若 $\tilde{g}(k)$ 具有较高的信噪比, 则认为 $\hat{\mathcal{H}} \approx \tilde{\mathcal{H}}$, 此时 $\|\hat{\mathcal{H}} - \tilde{\mathcal{H}}\|_2 \approx \bar{\sigma}_{r+1}$.

故而可以用 $\tilde{\sigma}_{r+1}$ 去度量此拟合距离. 在具有柔性的系统中, 较大Hankel奇异值对应的模态会包含系统的主要柔性模态, 故而此度量指标能够更加合理地评判对主模态的拟合精度.

4 辨识流程

对第2节的非参数模型辨识和第3节的参数模型辨识进行总结, 给出整体辨识流程, 其步骤如下:

步骤 1(数据采集及预处理) 设计周期为 N 的循环序列 $u(k)$, 使用 $u(k)$ 激励系统, 待系统输出接近周期序列后记录 l 个周期的输出序列; 将测得的输出序列以周期进行分割, 获取 l 个输出序列 $y_i(k)$, $i = 1, 2, 3, \dots, l$; 对数据进行平均处理构造辨识输出序列 $y(k) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l y_i(k)$.

步骤 2(频率响应辨识) 使用 $u(k)$ 和 $y(k)$ 计算循环相关序列 $R_u^c(k)$ (5)和 $R_{yu}^c(k)$ (6). 对其进行DFT, 获取 $S_u^c(e^{j\omega_k})$ 和 $S_{yu}^c(e^{j\omega_k})$, 并基于式(18)估计系统的离散频率响应模型 $\tilde{G}(e^{j\omega_k})$.

步骤 3(频域相干性分析) 对 l 组输出序列 $y_i(k)$ 分别计算 $S_{y_i}^c(e^{j\omega_k})$ 和 $S_{y_i u}^c(e^{j\omega_k})$. 基于式(19)计算相干性指标函数 $\Gamma(e^{j\omega_k})$, 并根据此指标对实验数据进行评判或重新调整辨识激励.

步骤 4(脉冲响应辨识) 基于式(8)构造矩阵 \mathbf{r}_{yu} 和 \mathbf{R}_u , 并计算系统脉冲响应的估计 $\tilde{g}(k)$ (9).

步骤 5(阶次分析) 根据 $\tilde{g}(k)$ 和经验公式(27)选择Hankel矩阵维数 d , 使用 $\tilde{g}(k)$ 构造矩阵 $\tilde{\mathcal{H}}$. 对 $\tilde{\mathcal{H}}$ 进行奇异值分解, 设置阈值 α 基于式(28)对奇异值序列的跳变进行判断, 进而选定模型阶次.

步骤 6(参数模型计算) 基于式(35)构造模型参数 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ (35), 并获取参数模型 $\hat{G}(z)$ (36).

为了方便, 上述步骤是针对单输入单输出系统说明的, 实际上这些步骤同样适用于多输入多输出系统. 假若系统 G 为 q 维输入 p 维输出的系统, 此时 $\tilde{g}(k)$ 不再是标量, 而是维数为 $p \times q$ 的矩阵; 使用 $\tilde{g}(k)$ 构造Hankel矩阵 $\tilde{\mathcal{H}}$ 维数为 $dp \times dq$; 此时多输入多输出系统模型参数的估计如下:

$$\begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_r^{-\frac{1}{2}} \tilde{U}_r^{\dagger} \tilde{U}_r \tilde{\Sigma}_r^{\frac{1}{2}} & \tilde{\Sigma}_r^{\frac{1}{2}} \tilde{V}_r e_{1-p} \\ e_{1-p}^{\top} \tilde{U}_r \tilde{\Sigma}_r^{\frac{1}{2}} & \tilde{g}(0) \end{bmatrix}, \quad (39)$$

其中: \tilde{U}_r 重载为 \tilde{U}_r 划去最后 p 行后的矩阵, \tilde{U}_r^{\dagger} 重载为 \tilde{U}_r 划去前 p 行后的矩阵, e_{1-p} 为单位矩阵的第 $1-p$ 列组成的矩阵. 在第5.4节将介绍天线伺服系统DIDO模型辨识的结果.

5 天线伺服辨识实例

天线伺服系统通常需要执行对空间目标的定位指向或持续轨迹跟踪任务. 在执行具体任务的过程中, 由伺服电机单元实时调整天线幅面朝向角, 在克服外

界环境的扰动干扰的同时保证足够的指向或跟踪精度. 然而天线支架和幅面由于结构和材料的限制, 并不能具有很强的刚度, 会在高频段呈现柔性特性. 如若在控制设计中忽略了系统中的柔性特性, 会使得天线在快速转动的过程中出现抖动进而影响精度. 本节将以天线伺服系统作为实例说明上述辨识过程的具体实施流程, 并给出辨识结果.

某大口径射电望远镜天线如图1所示. 其中①和②分别为方位轴和俯仰轴伺服子系统, 其由两套电机驱动器单元构成; ③为射电发送/接收机, 由①和②构成的运动系统带动天线幅面转动使得其指向目标; ④为天线支架, 由工型钢构成, 用以提供结构支撑. 基于控制设计的需求, 本次辨识任务考虑建立两轴角速度通道模型, 辨识输入端为轴角速度给定端, 输出端为轴角速度测量端.

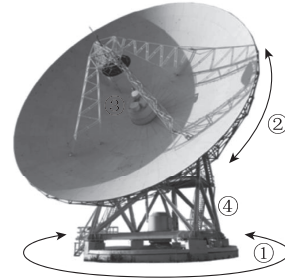


图1 某射电望远镜天线

Fig. 1 A radio telescope antenna

5.1 辨识激励PRBS设计

在辨识任务中, 根据系统模型的先验知识合理选择PRBS的参数, 设计出能够充分激励系统动态的辨识激励信号, 有助于提高辨识结果的准确性. 文献[16]详细介绍了连续时间PRBS的性质以及其参数选择方法. 在现代数字系统中, 离散时间的PRBS使用更加广泛, 这里结合天线伺服系统的辨识任务, 介绍离散时间PRBS参数选择的具体实施.

在此先简要介绍下PRBS的频域特征. PRBS可以由3个参数进行表征: 幅值 a , 脉冲宽度 t_{Δ} (序列中最窄脉冲的时间间隔, 为系统采样时间 t_s 的整数倍)和二值移位寄存器位数 b . 图2绘制了PRBS的PSD示意图. 记 $N_b = 2^b - 1$, $n_{\Delta} = t_{\Delta}/t_s$, 由PRBS性质可知其功率谱密度谱线间隔为 $1/(N_b t_{\Delta})$, 主峰带宽为 $1/t_{\Delta}$, Nyquist频率为 $1/(2t_s)$, 直流成分谱线值为 $a^2 n_{\Delta}/N_b$, 主峰高度为 $a^2 n_{\Delta} (N_b + 1)/N_b$.

1) 幅值 a 的选择. 信号幅值只影响功率谱线强度, 不影响信号带宽和谱线密度. 提升幅值有助于提升辨识信噪比, 但是过大的幅值会使得系统进入非线性工作区间或损伤设备. 一般选择 a 为其执行器限幅的1%~10%. 在实验中应从较小的幅值开始尝试, 依次激励系统并观察系统运行状态, 逐渐增加幅值至合适

值. 这里天线轴速度最大限幅为 $1^\circ/\text{s}$, 选择PRBS幅值为执行器限幅的5%, 即为 $0.05^\circ/\text{s}$.

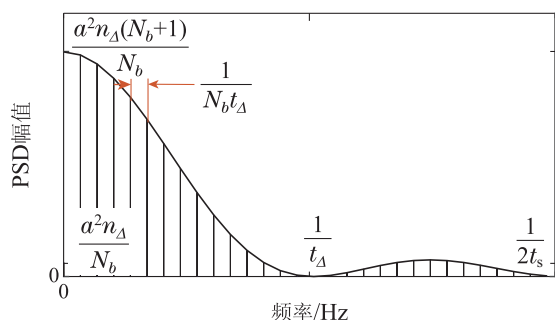


图2 PRBS的PSD示意

Fig. 2 PSD of a PRBS

2) 最小间隔 t_Δ 的选择. 增加脉冲宽度会增加谱线密度减小主峰宽度, 即增加频率分辨率减小可用带宽. 选择 t_Δ 使得激励信号在所关注的系统频段范围内都具有高的功率, 同时要求 t_Δ 不能小于系统采样时间, 有经验公式

$$t_s \leq t_\Delta \leq \frac{1}{(5 \sim 10)f_H}, \quad (40)$$

其中 f_H 为此次辨识关注的最高频率. 这里天线幅面尺寸为26 m, 根据经验公式(参见文献[17]第3.2.5节)可估计天线柔性谐振频率在2 Hz附近, 选择 f_H 为2 Hz; 另外, 此数字系统采样频率为20 Hz, 则采样时间 $t_s = 0.05$ s, 这里选择 t_Δ 为0.05 s.

3) 二值位数 b 的选择. 二值位数与信号带宽无关, 其影响功率强度和谱线密度. 在确定 t_Δ 后, b (或 N_b)决定谱线密度, 故而通过选择 b 来选择频率分辨率. 选择 b 使得PRBS功率谱密度中非直流的最小频率谱线能够覆盖所关注的系统模型的最低频率 f_L .

$$\frac{1}{N_b t_\Delta} \leq f_L. \quad (41)$$

另外, 对于具有柔性特性的系统, 假设基于先验模型信息, 已知系统谐振频率约为 f_n , 谐振品质为 Q . 过于稀疏的谱线会筛掉柔性谐振峰的关键信息, 如若需要在谐振峰处保证 l 条谱线覆盖, 则 b 需满足关系

$$\frac{l}{N_b t_\Delta} \leq \frac{f_n}{Q}. \quad (42)$$

低频阵风是此大口径天线伺服的主要扰动源, 期望在伺服设计中能够较好抑制低频扰动, 故而需要辨识出较为准确的低频模型. 这里选择 f_L 为0.01 Hz, 则由式(41)计算得 $N_b \geq 2000$, 故而选择 b 为11, N_b 为2047. 此时基于式(42)计算出在2 Hz的天线谐振频率处当 $Q < 10$ 时可分配大于20条谱线, 足够保证柔性谐振的辨识精度.

综上, 此天线伺服系统的辨识实验选择参数如下

的PRBS作为辨识激励:

$$a = 0.05^\circ/\text{s}, t_\Delta = 0.05 \text{ s}, b = 11.$$

5.2 方位轴模型辨识

对于此天线伺服系统, 方位轴子系统1和俯仰轴子系统2运动方向在空间上相互正交. 在辨识实验中可分别对两轴独立进行辨识, 本小节将介绍方位轴子系统的辨识.

依照第4节中流程, 将所设计PRBS输入方位轴子系统的辨识输入端, 并在辨识输出端记录系统输出, 基于步骤1对测量数据进行预处理得到长度为2047的IO序列 $u(k)$ 和 $y(k)$. 参照步骤2计算相关性序列, 并求取系统离散频率响应模型 $\tilde{G}(e^{j\omega_k})$, 其Bode图如图3中实线所示, 可见系统在2~4 Hz具有两个谐振峰, 其由柔性模态引起.

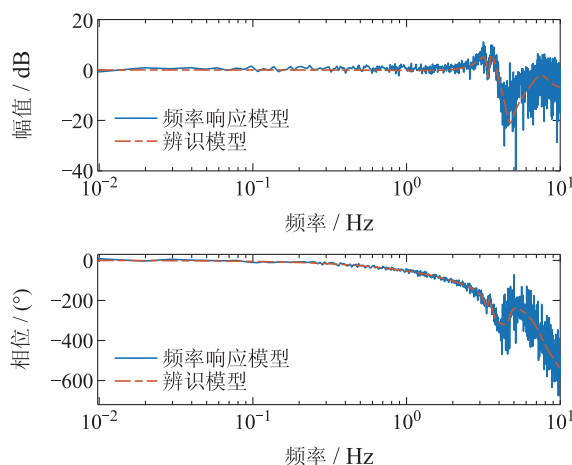


图3 方位轴模型Bode图

Fig. 3 Bode diagrams of Az axis model

参照步骤3, 对所测的9组辨识数据进行相关性计算和DFT计算, 并求取频域相干性指标 Γ , 其幅频谱如图4所示. 可见在0.01~4 Hz的范围内, IO数据的相干性高. 则可以认为图3中此频段的频率响应能够较可信地描述真实系统模型的特性.

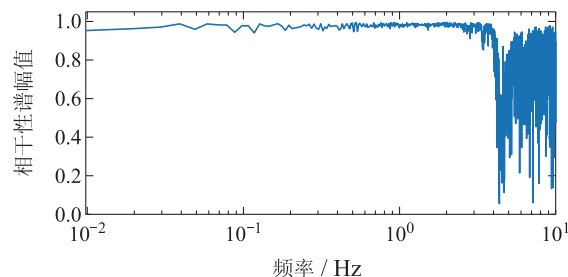


图4 方位轴模型频域相干性谱

Fig. 4 Freq. coherence spectrum of Az axis model

在步骤2的基础上, 基于步骤4, 估计系统脉冲响应序列 $\tilde{g}(k)$, 图5展示了其前200个点(10 s)的波形. 由图5可知脉冲响应动态过程约为3 s, 基于步骤5, 选择

Hankel矩阵维数 $d=60$,并构造Hankel矩阵 $\tilde{\mathcal{H}}$.对 $\tilde{\mathcal{H}}$ 进行奇异值分解获取奇异值序列,求取相邻Hankel奇异值比值序列如图6所示.基于式(28),判断第7和第8奇异值之间存在明显跳变,故而选择待辨识系统阶次 $r=7$.

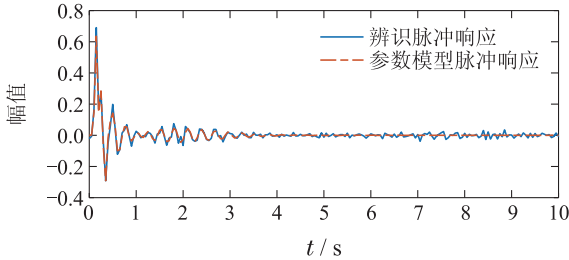


图5 方位轴模型脉冲响应

Fig. 5 Impulse response of Az axis model

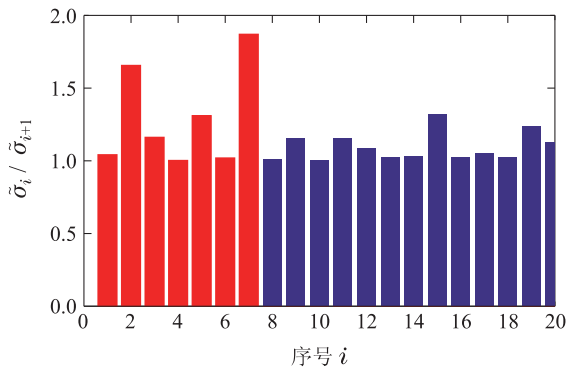


图6 相邻Hankel奇异值比值

Fig. 6 Ratio of adjacent Hankel singular values

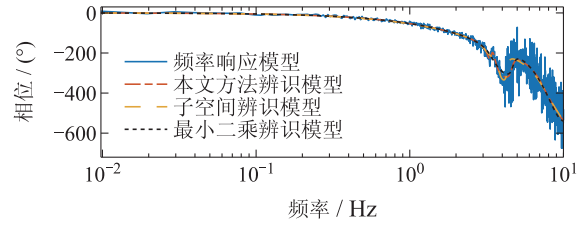
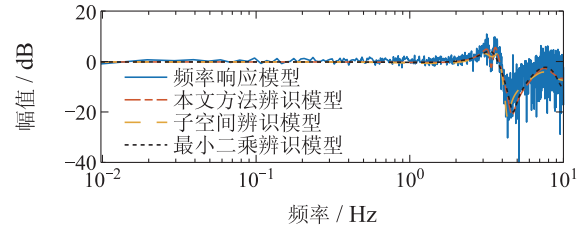
最后基于步骤6,由式(35)计算模型参数 \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} , \hat{D} ,并由式(36)获取参数模型 $\hat{G}(z)$,其Bode图如图3中点划线所示.可见参数模型基本能够拟合频率响应模型的主要特征,尤其在2~4 Hz的柔性谐振频段.

注7 对于上述辨识模型 $\hat{G}(z)$,考虑文献[8]中定理3.2,有 $\sum_{i=1}^{2d-1} |\hat{g}(i) - \tilde{g}(i)|^2 = 0.0297$, $(r+2)\sigma_{r+1}^2 = 0.6107$.这里使用者去度量前者的上界过于保守.

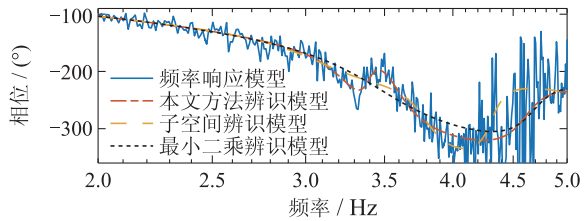
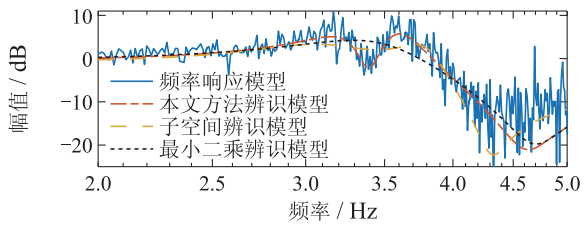
5.3 不同方法结果对比

为说明上述参数模型的准确性,本小节将其与两种常用辨识方法获取的参数模型进行对比.对同一组PRBS辨识IO数据分别采用本文辨识方法、子空间辨识方法和最小二乘辨识方法3种方法进行参数模型辨识.其中子空间方法使用MATLAB函数 $n4sid$,最小二乘方法使用MATLAB函数 arx .为了统一对比,3种辨识算法选择相同的模型阶次,即模型阶次为7.

由辨识数据获取的频率响应模型及3种辨识方法获取的参数模型的Bode图在图7中给出.使用同一辨识激励输入,系统的实测输出及3个参数模型的仿真输出在图8中给出.



(a) 全频段



(b) 谐振频段

图7 3种辨识方法参数模型Bode图对比

Fig. 7 Bode diagrams of parametric models obtained by three identification methods

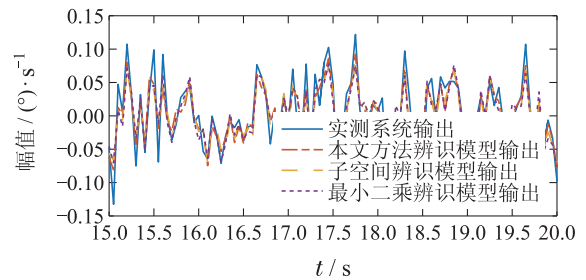


图8 3种辨识方法参数模型输出序列对比

Fig. 8 Output sequences of parametric models obtained by three identification methods

为了能够对3个参数模型进行量化比较,定义频域和时域上的相对误差指标.以频率响应模型作为参考,定义辨识所得参数模型 $\hat{G}(e^{j\omega_k})$ 与频率响应模型 $\tilde{G}(e^{j\omega_k})$ 的频域均方相对误差指标FMSRE如下:

$$\text{FMSRE} = \frac{\sum_{\omega_k} |\tilde{G}(e^{j\omega_k}) - \hat{G}(e^{j\omega_k})|^2}{\sum_{\omega_k} |\tilde{G}(e^{j\omega_k})|^2}. \quad (43)$$

另外,时域上以实际系统辨识输出作为参考,定义参

数模型的仿真输出 $\hat{y}(k)$ 与实测输出 $y(k)$ 的时域均方相对误差指标为TMSRE如下:

$$\text{TMSRE} = \frac{\sum_k |y(k) - \hat{y}(k)|^2}{\sum_k |y(k)|^2}. \quad (44)$$

3种辨识方法参数模型的误差指标统计在表1中.

综上所述, 3种辨识方法中本文所述方法获取的模型的在频域和时域上的拟合误差指标都是最小的, 其次是子空间方法, 最小二乘方法获取模型的误差指标最大. 另外, 表1的指标显示, 在柔性谐振频段, 本文方法模型的频域误差指标具有明显优势, 其为子空间模型误差指标的73.5%, 为最小二乘模型误差的61.1%. 在图7的Bode图中, 只有本文方法能够拟合频率响应模型的两个谐振峰.

表 1 辨识模型频域时域误差对比

Table 1 Model error in frequency and time domains

误差指标	本文方法	子空间	最小二乘
FMSRE(0~10 Hz)	0.2577	0.2792	0.2990
FMSRE(2~4 Hz)	0.1366	0.1859	0.2235
TMSRE	0.2609	0.2815	0.3010

5.4 双轴DIDO模型辨识

对于此天线伺服系统, 不仅需要辨识方位轴和俯仰轴两个主通道模型, 也需要对两轴交叉通道的模型进行辨识以衡量两轴系统的耦合影响. 这里考虑对两轴的DIDO模型进行辨识^[18].

为了避免两轴同时运动时相互干扰, 将此DIDO系统分解为两个单输入双输出系统进行辨识激励实验. 首先, 在方位轴辨识输入端激励序列 $u_A(k)$, 俯仰轴辨识输入端不施加激励, 记录方位轴辨识输出 $y_{AA}(k)$ 和俯仰轴辨识输出 $y_{EA}(k)$. 随后在俯仰轴辨识输入端激励序列 $u_E(k)$, 方位轴辨识输入端不施加激励, 记录方位轴辨识输出 $y_{AE}(k)$ 和俯仰轴辨识输出 $y_{EE}(k)$. 利用IO序列 $u_A(k)$ 和 $y_{AA}(k)$ 估计方位轴主通道的脉冲响应 $\tilde{g}_{AA}(k)$, 利用 $u_A(k)$ 和 $y_{EA}(k)$ 估计方位轴输入对俯仰轴耦合通道的脉冲响应 $\tilde{g}_{EA}(k)$, 利用 $u_E(k)$ 和 $y_{AE}(k)$ 估计俯仰轴输入对方位轴耦合通道的脉冲响应 $\tilde{g}_{AE}(k)$, 利用 $u_E(k)$ 和 $y_{EE}(k)$ 估计俯仰轴主通道的脉冲响应 $\tilde{g}_{EE}(k)$. 将此4个通道系统的估计脉冲响应组合为DIDO系统的脉冲响应, 记作 $\tilde{g}(k)$, 其满足

$$\tilde{g}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{g}_{AA}(k) & \tilde{g}_{AE}(k) \\ \tilde{g}_{EA}(k) & \tilde{g}_{EE}(k) \end{bmatrix}. \quad (45)$$

利用 $\tilde{g}(k)$ 构造Hankel矩阵 \tilde{H} , 此时 \tilde{H} 中每一子块 $\tilde{H}(i, j)$ 均为 2×2 的脉冲响应块; \tilde{H} 中较大的30个奇异值的相邻比值序列如图9所示, 这里选择系统阶次 $r = 10$.

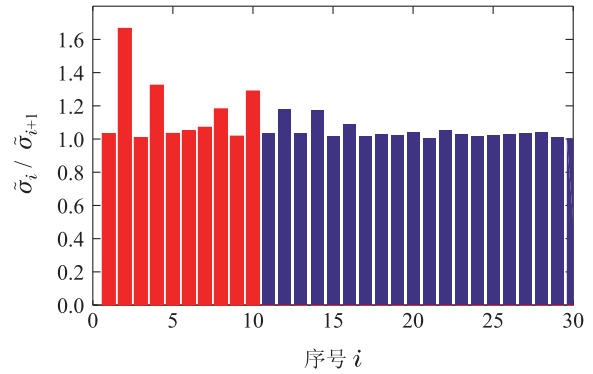
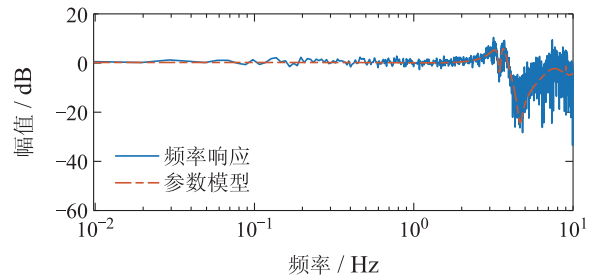


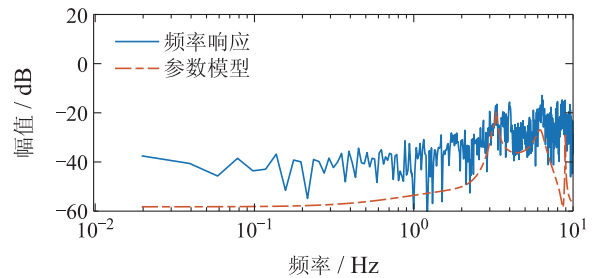
图 9 DIDO 系统相邻Hankel 奇异值比值

Fig. 9 Ratio of adjacent Hankel singular values of the DIDO system

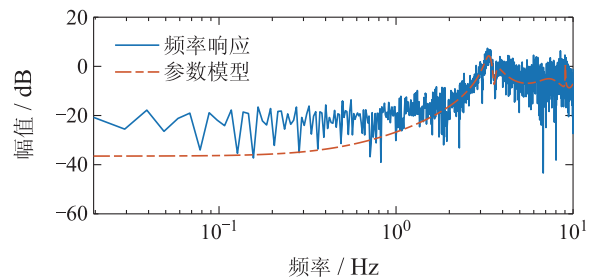
随后基于式(39)获取DIDO参数模型 $\hat{G}(z)$, 此4个通道参数模型及频率响应模型的幅频响应图对比在图10中给出. 可见此DIDO参数模型能够较好拟合主通道特性, 且在中高频能够拟合交叉通道的柔性模式. 另外, 由辨识可知俯仰输入-方位输出通道的幅值较小(基本小于-20 dB), 说明此通道耦合较小; 而方位输入-俯仰输出通道在柔性频段处的幅值大于0 dB, 说明方位轴的运动耦合引起俯仰轴的谐振, 对此需要进行解耦控制设计(参见文献[19]).



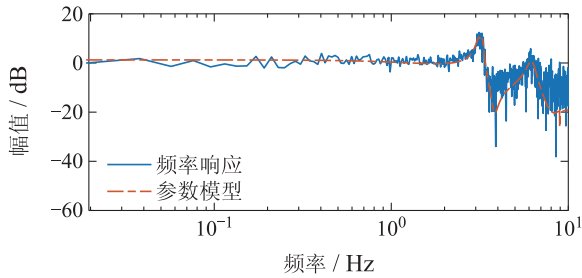
(a) 方位轴主通道



(b) 俯仰输入-方位输出耦合通道



(c) 方位输入-俯仰输出耦合通道



(d) 俯仰轴主通道

图 10 双轴模型幅频响应图

Fig. 10 Amplitude-frequency response diagrams of the biaxial model

6 总结

本文提出了一套集实验设计、模型计算、模型验证于一体的系统辨识复合方案;该辨识方案不同于现代主流的辨识方法将辨识问题转化为参数优化问题进行求解,而是通过非参数模型辨识到参数模型辨识的两步法。此两步法辨识过程中,提出将脉冲响应相关性辨识和特征模型实现算法的结合,能够很好地识别机电伺服系统的主要柔性模态。结合某大口射电望远镜天线设备作为应用实例,实验数据表明,相比于最小二乘和子空间方法,本文方法获取的模型对柔性谐振的辨识更加准确。

参考文献:

- [1] OOMEN T, VAN HERPEN R, QUIST S, et al. Connecting system identification and robust control for nextgeneration motion control of a wafer stage. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 22(1): 102 – 118.
- [2] CARACCILO R, RICHIEDEI D, TREVISANI A, et al. Robust mixed-norm position and vibration control of flexible link mechanisms. *Mechatronics*, 2005, 15(7): 767 – 791.
- [3] DE CASTRO J V C, DE SOUZA L C G. Comparison of the LQG and H_∞ techniques to design experimentally a flexible satellite attitude control system. *Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications*, 2010, 11(2): 17 – 25.
- [4] GAWRONSKI W. Control and pointing challenges of large antennas and telescopes. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2007, 15(2): 276 – 289.
- [5] ISERMANN R, MUNCHHOF M. *Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011.
- [6] HO B L, KALMAN R E. Effective construction of linear statevariable models from input/output data. *Proceedings of the 3rd Annual Allerton Conference on Circuit and System Theory*. Monticello: IEEE, 1965: 449 – 459.
- [7] ZEIGER H P, MCEWEN A J. Approximate linear realizations of given dimension via Ho's algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(2): 153.
- [8] KUNG S. A new identification and model reduction algorithm via singular value decomposition. *Proceedings of the 12th Asilomar Conference on Circuits, Systems and Computers*. Pacific Grove: IEEE, 1978: 705 – 714.
- [9] JUANG J N, PAPPAS R S. An eigensystem realisation algorithm for modal parameter identification and modal reduction. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 1985, 8(5): 620 – 627.
- [10] JUANG J N, COOPER J E, WRIGHT J R. An eigensystem realization algorithm using data correlations (ERA/DC) for modal parameter identification. *Control Theory and Advanced Technology*, 1988, 4(1): 5 – 14.
- [11] JUANG J N, PHAN M, HORTA L G, et al. Identification of observer/Kalman filter Markov parameters: Theory and experiments. *Journal of Guidance Control & Dynamics*, 1993, 16(2): 320 – 329.
- [12] RANKA T, GARCIA-SANZ M, WEADON T, et al. System identification of the Green Bank Telescope structure and servo system. *Proceedings of the 2014 American Control Conference*. Portland: IEEE, 2014: 3692 – 3697.
- [13] CHEN C T. *Linear System Theory and Design*. New York: Oxford University Press, 1999.
- [14] SCHOUKENS J, GODFREY K, SCHOUKENS M. Nonparametric data-driven modeling of linear systems: Estimating the frequency response and impulse response function. *IEEE Control System Magazine*, 2018, 38(4): 49 – 88.
- [15] SUNG S W, LEE J H. Pseudo-random binary sequence design for finite impulse response identification. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(8): 935 – 947.
- [16] LI Bainan. *Pseudo-random Signal and Correlation Identification*. Beijing: Science Press, 1987.
(李白男. 伪随机信号及相关辨识. 北京: 科学出版社, 1987.)
- [17] GAWRONSKI W. *Modeling and Control of Antennas and Telescopes*. New York: Springer, 2008.
- [18] WEN C, TAN M, SU W. Flexible structures identification for mobile satcom antenna servo systems. *Proceedings of the 2017 Chinese Control Conference*. Dalian, China: IEEE, 2017: 2253 – 2258.
- [19] WEN C, LI X, SU W. Decoupling compensation for a dual input dual output servo system in mobile sat-com antennas. *Proceedings of the 2017 Asian Control Conference*. Gold Coast, Australia: IEEE, 2017: 2250 – 2255.

作者简介:

闻成 博士研究生, 目前研究方向为伺服控制与鲁棒控制, E-mail: cheng.wen.95@outlook.com;

谭敏哲 博士研究生, 目前研究方向为鲁棒控制与鲁棒系统辨识, E-mail: tanminzhe1992@163.com;

卢洁莹 博士研究生, 目前研究方向为网络化控制系统分析与设计、最优与鲁棒控制、控制理论工程应用, E-mail: aujylu@scut.edu.cn;

苏为洲 教授, 博士生导师, 目前研究方向为网络化控制系统分析与设计、最优与鲁棒控制、控制理论工程应用, E-mail: wzhsu@scut.edu.cn.