

基于凸空间收缩滤波的噪声不确定时滞系统状态估计

王子赞^{1,2†}, 李南江², 王艳², 纪志成²

(1. 江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122;

2. 江南大学 物联网技术应用教育部工程研究中心, 江苏 无锡 214122)

摘要: 针对受未知但有界噪声干扰的噪声不确定时滞系统, 提出了一种基于凸空间收缩滤波的系统状态估计方法. 首先, 利用凸空间定义包裹系统真实状态的可行集, 求解下一时刻的凸空间体形状矩阵; 随后从凸空间收缩角度, 利用当前时刻噪声和扰动构造带空间, 得到满足状态预测和量测更新条件的凸空间结构; 进而, 依据时滞系统约束条件构造线性规划不等式方程组, 利用线性规划求解该凸空间, 得到包裹状态可行集的最紧致凸空间体; 最后, 通过数值仿真与电池化成工艺变换器案例仿真, 验证了本文所提方法解决不确定时滞系统状态估计问题的有效性和准确性.

关键词: 凸空间; 滤波; 时滞系统; 状态估计

引用格式: 王子赞, 李南江, 王艳, 等. 基于凸空间收缩滤波的噪声不确定时滞系统状态估计. 控制理论与应用, 2022, 39(12): 2331 – 2339

DOI: 10.7641/CTA.2022.10729

Convex space contraction filtering based state estimation for noise uncertainty time-delay systems

WANG Zi-yun^{1,2†}, LI Nan-jiang², WANG Yan², JI Zhi-cheng²

(1. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry (Ministry of Education),
Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China;

2. Engineering Research Center of Internet of Things Technology Applications (Ministry of Education),
Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

Abstract: For noise uncertainty time-delay systems, a convex space contraction filtering based state estimation algorithm is studied. First, a convex space is denoted to contain the feasible set of real state of the noise uncertainty time-delay systems, before obtaining the convex space shape matrix in next moment. Then, from the perspective of convex space contraction, the noise term and the disturbance at the present time are used to construct the strip space and to get a convex space structure that satisfies the conditions of state prediction and measurement update. Furthermore, linear programming inequalities are constructed based on the proposed constraints, the convex space is then solved by linear programming and the most compact convex space of the feasible set for wrapping the states is obtained. Finally, a numerical simulation and a case simulation of the battery forming process converter show the effectiveness and accuracy of the proposed algorithm on solving the state estimation problem for uncertain time-delay systems.

Key words: convex space; filtering; time-delay systems; state estimation

Citation: WANG Ziyun, LI Nanjiang, WANG Yan, et al. Convex space contraction filtering based state estimation for uncertain time-delay systems. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(12): 2331 – 2339

1 引言

在复杂的工艺系统和一些信号处理系统中, 由于外界因素多变、系统工况复杂等原因, 这些系统往往

存在时滞问题, 例如输入信号时滞、传感器传输时滞、信号网络传输时滞等^[1-4], 从而带来系统震荡、功能退化甚至失去其稳定性等不良影响. 现有的系统状

收稿日期: 2021-08-09; 录用日期: 2022-03-15.

本文责任编辑: 刘允刚.

†通信作者. E-mail: wangzy0601@163.com; Tel.: +86 13771237227.

江苏省自然科学基金面上项目(BK20221533), 国家重点研发计划项目(2020YFB1710600), 国家自然科学基金项目项目(61973138)和江苏省科协青年科技人才托举工程项目(TJ-2021-006)资助.

Supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20221533), the National Key Research and Development Program of China (2020YFB1710600), the National Natural Science Foundation of China (61973138) and the Jiangsu Science and Technology Association Young Science and Technology Talents Lifting Project (TJ-2021-006).

态估计研究成果主要针对线性离散系统, 相较而言对含时滞的系统研究较少. 近年来, 针对时滞现象的系统状态估计问题也逐渐受到学者们的关注^[5-7].

针对含时滞的系统状态估计问题, 当前的研究主要是利用状态扩维方法, 将系统转化为不含时滞的增广系统^[8]. 这类方法虽然简便, 但是会不可避免地增加系统的维数, 从而导致算法的计算复杂度增加. 刘飞等^[9]针对含状态时滞的线性离散时变系统, 提出了一类无偏有限脉冲响应滤波算法. 通过构造含有时滞状态的增广系统模型, 对原系统进行无时滞转换. 此外, H_∞ 滤波也是求解时滞系统状态估计的一类常用方法. 肖会敏等^[10]针对一类具有外部扰动的不确定广义时滞系统, 设计了 H_∞ 状态估计器进行状态估计; 齐迹等^[11]针对含有随机时变时滞的网络化切换控制系统, 采用满足Bernoulli分布的随机序列描述时变时滞现象, 基于李雅普诺夫方法给出了 H_∞ 性能指标的充分条件.

以卡尔曼滤波^[12-13]为代表的基于噪声信号概率分析方法, 是解决系统状态估计问题最主流的研究路径. 这些方法都需要预先假设噪声为满足某一分布规律, 或者已知噪声的部分或全部特性. 然而, 实际工业系统受到的噪声是无法采用某一先验分布规律精确描述的, 因此, 传统的基于噪声信号概率分析的状态估计方法在解决这类不确定系统状态估计时, 效果往往不好. 集员方法是通过采用规则化空间结构, 对系统状态进行包裹, 求解状态估计问题过程中仅需要已知噪声或干扰的上下界, 不需要预设噪声信号的先验分布规律, 适用性更广, 因此在状态估计、故障诊断、电子系统等许多领域都得到了广泛运用. 例如, 文献[14]研究了零初始状态下的系统状态估计问题. Li等^[15]将可行集估计的目标定义为在零初始条件下确定包含系统所有状态可行集的有界椭球, 这个定义忽略了初始状态值不同所带来的影响, 仅仅在稳态情况下可行. 近些年来也有一些学者研究非零初始状态下时滞系统的可行集估计, 并将其用于反馈控制器设计, 比如Nam等^[16]将可行集估计应用于输出反馈控制器设计. 集员方法的一个关键之处在于针对可行集的形状描述如何更加准确, 目前来描述可行集的方法主要有椭球^[17-19]、正多胞体^[20]、区间^[21]、全对称多胞体^[22-23]等. 沈艳霞等^[24]提出一种基于凸多面体的集员滤波方法, 利用包含所有参数可能存在的凸多面体, 结合Fourier-Motzkin消去法实现了对系统的状态估计. 文献[25]提出了一种基于最优定界椭球的状态估计方法, 借鉴了标准化椭球形状结构包裹零初始条件下的时滞系统真实状态, 然而该方法带来的椭球空间冗余度高, 难以得到紧致的时滞系统状态估计集合.

本文针对噪声不确定时滞系统, 提出一种基于凸空间收缩滤波状态估计方法, 通过构造包裹时滞系统

当前状态的凸空间结构, 实现凸空间包裹下的状态预测和量测更新. 本文所提方法与文献[25]提出的最优定界椭球算法相比, 省略了部分约束条件, 空间结构描述形式更简单且不失保守性. 同时, 本文所采用的凸空间体相比于传统椭球结构而言, 降低了计算复杂度的同时, 能够更加紧密贴合实际的系统状态可行集.

2 问题描述

首先定义本文所用的一些符号. $|X|_\infty$ 表示向量 X 的无穷范数, $|x|$ 表示元素 x 的绝对值; $a \in A$ 表示 a 属于集合 A , 或者称 a 是集合 A 中的元素; $A \subseteq B$ 表示集合 A 是集合 B 的真子集; A^{-1} 表示可逆矩阵 A 的逆, A^T 表示向量或矩阵 A 的转置, A^i 表示矩阵 A 的 i 次幂; I 表示单位矩阵, $A:=B$ 表示用矩阵 A 指代或定义矩阵 B .

考虑如下的噪声不确定时滞系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = \\ \begin{cases} Ax(k) + Bu(k) + Dw(k), & 0 < k < h, \\ Ax(k) + A_h x(k-h) + Bu(k) + Dw(k), & k \geq h, \end{cases} \\ y(k) = Cx(k) + v(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $y(k) \in \mathbb{R}^m$, $u(k) \in \mathbb{R}^r$ 分别是 k 时刻系统的状态量、输出量和输入量; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $A_h \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 均为已知矩阵; $w(k) \in \mathbb{R}^q$, $v(k) \in \mathbb{R}^n$ 分别为 k 时刻系统受到的干扰和测量噪声, h 表示时滞时间长度. 同时, 定义下列中间变量:

$$E := A_h + A^{h+1}, \quad (3)$$

$$F_i := A^i A_h, \quad 1 \leq i \leq h, \quad (4)$$

$$G_j := A^j B, \quad 0 \leq j \leq h, \quad (5)$$

$$H_l := A^l D, \quad 0 \leq l \leq h. \quad (6)$$

假设 1 对于给定的噪声不确定时滞系统(1)和式(3), 矩阵 A , A_h 和 E 均满秩.

假设 2 系统的干扰和噪声分别满足如下的未知但有界约束:

$$|w(k)|_\infty = \max_j |w_j(k)| \leq \bar{w}(k), \quad (7)$$

$$|v(k)|_\infty = \max_l |v_l(k)| \leq \bar{v}(k), \quad (8)$$

其中 k 时刻的干扰上限 $\bar{w}(k)$ 和噪声上限 $\bar{v}(k)$ 取决于当前时刻的传感器采样精度.

定义 1 定义包裹 k 时刻系统真实状态 $x(k)$ 的凸空间体 $\text{Set}(M_k, \alpha_k)$:

$$\begin{aligned} x(k) \in X(k) \subseteq \text{Set}(M_k, \alpha_k) = \\ \{x(k) | M_k x(k) \leq \alpha_k, k \geq h\}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $X(k)$ 表示包含 k 时刻系统真实状态 $x(k)$ 的状态可行集, M_k 和 α_k 表示 k 时刻凸空间体的形状矩阵和外界约束矩阵.

注 1 对于 $0 < k < h$ 时间段的系统状态 $x(k)$ 而言, 可将 $\text{Set}(M_0, \alpha_0)$ 视为包裹该时间段内系统真实状态的凸空间体.

本文旨在针对噪声不确定时滞系统, 考虑不确定噪声 $w(k)$ 、不确定干扰 $v(k)$ 和时滞信号的影响, 从空间几何学角度, 通过设计并求解规则且紧致的凸空间结构, 进而包裹不规则的系统状态可行集, 实现噪声不确定性时滞系统状态估计, 降低状态估计可行集的冗余度.

3 主要结论

3.1 状态预测

本节目的在于求解能够包裹 $k + 1$ 时刻的状态预测值的凸空间体. 在 $k \geq h$ 时, 对于噪声不确定时滞系统(1)而言, $k + 1$ 时刻的状态预测值属于集合 $\bar{X}(k + 1)$, 即

$$\begin{aligned} \bar{X}(k + 1) = & \{ \bar{x}(k + 1) | \bar{x}(k + 1) = A\bar{x}(k) + A_h\bar{x}(k - h) + \\ & Bu(k) + Dw(k), \bar{x}(k) \in \bar{X}(k), |w(k)|_\infty \leq \bar{w}(k) \}. \end{aligned}$$

下面给出包裹 $k + 1$ 时刻系统状态可行集的凸空间体存在性证明, 推导该凸空间体的表示方法.

定理 1 对于噪声不确定时滞系统(1), 存在矩阵 \bar{M}_{k+1} 和向量 $\bar{\alpha}_{k+1}$, 使得 $k + 1$ 时刻的状态预测值 $\bar{x}(k + 1)$ 满足

$$\bar{x}(k + 1) \in \bar{X}(k + 1) \subseteq \text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1}). \quad (10)$$

证 对于系统(1), 其 $k + 1$ 、 k 和 $k - h$ 时刻的系统状态预测值可分别表示为

$$\begin{aligned} \bar{x}(k + 1) = & A\bar{x}(k) + A_h\bar{x}(k - h) + \\ & Bu(k) + Dw(k), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}(k) = & A\bar{x}(k - 1) + A_h\bar{x}(k - h - 1) + \\ & Bu(k - 1) + Dw(k - 1), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}(k - h) = & A\bar{x}(k - h - 1) + A_h\bar{x}(k - 2h - 1) + \\ & Bu(k - h - 1) + Dw(k - h - 1). \end{aligned} \quad (13)$$

将式(12)–(13)代入式(11), 可得

$$\begin{aligned} \bar{x}(k + 1) = & A[A\bar{x}(k - 1) + A_h\bar{x}(k - h - 1) + \\ & Bu(k - 1) + Dw(k - 1)] + A_h\bar{x}(k - h) + \\ & Bu(k) + Dw(k) = \\ & (A_h + A^{h+1})\bar{x}(k - h) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^h A^i A_h \bar{x}(k - h - i) + \\ & \sum_{i=0}^h A^i (Bu(k - i) + Dw(k - i)). \end{aligned} \quad (14)$$

将式(3)–(6)定义各矩阵变量代入式(14), 那么 $k + 1$ 时刻的系统状态预测值可表示为

$$\begin{aligned} \bar{x}(k + 1) = & E\bar{x}(k - h) + \sum_{i=1}^h F_i \bar{x}(k - h - i) + \\ & \sum_{j=0}^h G_j u(k - j) + \sum_{l=0}^h H_l w(k - l). \end{aligned} \quad (15)$$

考虑到 $k - 2h$ 至 $k - h$ 时刻之间的系统状态预测值均满足

$$\begin{aligned} \bar{x}(k - i) \in \bar{X}(k - i) \subseteq \text{Set}(\bar{M}_{k-i}, \bar{\alpha}_{k-i}) = \\ \{ \bar{x}(k - i) | \bar{M}_{k-i} \bar{x}(k - i) \leq \bar{\alpha}_{k-i} \}, \quad h \leq i \leq 2h, \end{aligned}$$

且根据假设 1, A, A_h, E 均可逆, 可定义

$$\begin{aligned} A_0 & := \bar{M}_{k-h} E^{-1}, \\ A_i & := \bar{M}_{k-h-i} E_{0i}^{-1}, \end{aligned}$$

其中 $E_{0i} = A_0 F_i, 1 \leq i \leq h$. 将式(15)两边同时左乘 $\bar{M}_{k-h} E^{-1}$, 可得

$$\begin{aligned} \bar{M}_{k-h} E^{-1} \bar{x}(k + 1) \leq & \bar{\alpha}_{k-h} + \bar{M}_{k-h} E^{-1} [F_1 \bar{x}(k - h - 1) + \\ & F_2 \bar{x}(k - h - 2) + \dots + F_h \bar{x}(k - 2h) + \\ & \bar{M}_{k-h} E^{-1} [\sum_{j=0}^h G_j u(k - j) + \sum_{l=0}^h H_l \bar{w}(k - l)], \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} A_0 \bar{x}(k + 1) \leq & \bar{\alpha}_{k-h} + A_0 [F_1 \bar{x}(k - h - 1) + \\ & F_2 \bar{x}(k - h - 2) + \dots + F_h \bar{x}(k - 2h)] + \\ & A_0 [\sum_{j=0}^h G_j u(k - j) + \sum_{l=0}^h H_l \bar{w}(k - l)] = \\ & \bar{\alpha}_{k-h} + E_{01} \bar{x}(k - h - 1) + \\ & E_{02} \bar{x}(k - h - 2) + \dots + E_{0h} \bar{x}(k - 2h) + \\ & A_0 [\sum_{j=0}^h G_j u(k - j) + \sum_{l=0}^h H_l \bar{w}(k - l)], \end{aligned}$$

同理, 对上式依次左乘 $A_1, [A_1 E_{02}]^{-1}$ 和 \bar{M}_{k-h-2} 后, 整理可得

$$\begin{aligned} A_2 A_0 \bar{x}(k + 1) \leq & A_2 \bar{\alpha}_{k-h} + A_2 A_1^{-1} \bar{\alpha}_{k-h-1} + \bar{\alpha}_{k-h-2} + \\ & \dots + A_2 E_{0h} \bar{x}(k - 2h) + \\ & A_2 A_0 [\sum_{j=0}^h G_j u(k - j) + \sum_{l=0}^h H_l \bar{w}(k - l)]. \end{aligned}$$

依此类推, 可得 $k + 1$ 时刻的系统状态预测值 $\bar{x}(k + 1)$ 满足

$$\begin{aligned}
 & A_0 \bar{x}(k+1) \leq \\
 & \bar{\alpha}_{k-h} + A_1^{-1} \bar{\alpha}_{k-h-1} + \\
 & A_2^{-1} \bar{\alpha}_{k-h-2} + \dots + A_h^{-1} \bar{\alpha}_{k-2h} + \\
 & A_0 \left[\sum_{j=0}^h G_j u(k-j) + \sum_{l=0}^h H_l \bar{w}(k-l) \right] = \\
 & \bar{\alpha}_{k-h} + \sum_{i=1}^{h-1} A_i^{-1} \bar{\alpha}_{k-h-i} + A_h^{-1} \bar{\alpha}_{k-2h} + \\
 & A_0 \left[\sum_{j=0}^h G_j u(k-j) + \sum_{l=0}^h H_l \bar{w}(k-l) \right].
 \end{aligned}$$

依据定义1给出的凸空间体结构, 可知 $k+1$ 时刻的包裹系统状态预测值 $\bar{x}(k+1)$ 的可行集 $\bar{X}(k+1)$ 包含于下述凸空间体:

$$\bar{x}(k+1) \in \bar{X}(k+1) \subseteq \{ \bar{x}(k) | \bar{M}_{k+1} \bar{x}(k+1) \leq \bar{\alpha}_{k+1} \},$$

其中:

$$\begin{aligned}
 \bar{M}_{k+1} & := A_0, & (16) \\
 \bar{\alpha}_{k+1} & := \bar{\alpha}_{k-h} + \sum_{i=1}^{h-1} A_i^{-1} \bar{\alpha}_{k-h-i} + A_h^{-1} \bar{\alpha}_{k-2h} + \\
 & A_0 \left[\sum_{j=0}^h G_j u(k-j) + \sum_{l=0}^h H_l \bar{w}(k-l) \right]. & (17)
 \end{aligned}$$

证毕.

3.2 量测更新

在前述对 $k+1$ 时刻的系统状态预测基础上, 下面从凸空间收缩角度, 实现 $k+1$ 时刻的状态量测更新.

定义 $k+1$ 时刻包裹真实状态的带空间 S_{k+1} 为

$$\begin{aligned}
 S_{k+1} & = \\
 & \{ \tilde{x}(k+1) | y(k+1) = C\tilde{x}(k+1) + \\
 & v(k+1), |v(k+1)|_\infty \leq \bar{v}(k+1) \}. & (18)
 \end{aligned}$$

考虑到包裹 $k+1$ 时刻系统真实状态 $x(k+1)$ 的可行集 $X(k+1)$, 包含于式(18)所述带空间 S_{k+1} 和预测状态可行集 $\bar{X}(k+1)$ 之间的交集

$$x(k+1) \in X(k+1) \subseteq S_{k+1} \cap \bar{X}(k+1). \quad (19)$$

由 $k+1$ 时刻的系统预测状态可行集

$$\bar{X}(k+1) \subseteq \text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1}) \quad (20)$$

可知

$$S_{k+1} \cap \bar{X}(k+1) \subseteq S_{k+1} \cap \text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1}). \quad (21)$$

因此, 联立式(19)–(21)可得, $k+1$ 时刻系统的真实状态 $x(k+1)$ 应处于带空间 S_{k+1} 和前述预测状态凸空间体 $\text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1})$ 的交集区域, 即

$$\begin{aligned}
 x(k+1) & \in X(k+1) \subseteq \\
 & S_{k+1} \cap \bar{X}(k+1) \subseteq \\
 & S_{k+1} \cap \text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1}). & (22)
 \end{aligned}$$

定理2 对于噪声不确定时滞系统(1), $k+1$ 时刻包裹真实状态可行集 $X(k+1)$ 的凸空间体 $\text{Set}(M_{k+1}, \alpha_{k+1})$ 为

$$\begin{aligned}
 X(k+1) & \subseteq S_{k+1} \cap \text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1}) \subseteq \\
 \text{Set}(M_{k+1}, \alpha_{k+1}) & = \\
 & \{ x(k+1) | M_{k+1} x(k+1) \leq \alpha_{k+1} \}, & (23)
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 M_{k+1} & = \begin{bmatrix} \bar{M}_{k+1} \\ \tilde{M}_{k+1} \end{bmatrix}, \quad \alpha_{k+1} = \begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{k+1} \\ \tilde{\alpha}_{k+1} \end{bmatrix}, \\
 \bar{M}_{k+1} & = A_0, \quad \tilde{M}_{k+1} = [C \quad -C]^T, \\
 \bar{\alpha}_{k+1} & = \bar{\alpha}_{k-h} + \sum_{i=1}^{h-1} A_i^{-1} \bar{\alpha}_{k-h-i} + A_h^{-1} \bar{\alpha}_{k-2h} + \\
 & A_0 \left[\sum_{j=0}^h G_j u(k-j) + \sum_{l=0}^h H_l \bar{w}(k-l) \right], \\
 \tilde{\alpha}_{k+1} & = \begin{bmatrix} \bar{v}(k+1) + y(k+1) \\ \bar{v}(k+1) - y(k+1) \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

证 考虑到 $k+1$ 时刻系统输出采样受到的扰动 $v(k+1)$ 满足

$$|v(k+1)|_\infty = \max_l |v_l(k+1)| \leq \bar{v}(k+1),$$

将式(2)中 $k+1$ 时刻系统输出量代入上式, 可得

$$|y(k+1) - Cx(k+1)| \leq \bar{v}(k+1),$$

即

$$Cx(k+1) \leq \bar{v}(k+1) + y(k+1), \quad (24)$$

$$-Cx(k+1) \leq \bar{v}(k+1) - y(k+1), \quad (25)$$

定义矩阵

$$\tilde{M}_{k+1} := [C \quad -C]^T, \quad (26)$$

$$\tilde{\alpha}_{k+1} := \begin{bmatrix} \bar{v}(k+1) + y(k+1) \\ \bar{v}(k+1) - y(k+1) \end{bmatrix}. \quad (27)$$

将式(26)–(27)代入式(24)–(25), 整理后可得

$$\tilde{M}_{k+1} x(k+1) \leq \tilde{\alpha}_{k+1}. \quad (28)$$

与此同时, $k+1$ 时刻的系统状态预测值 $\bar{x}(k+1)$ 也满足下述状态预测条件:

$$\bar{x}(k+1) = (A_h + A^{h+1})\bar{x}(k-h) +$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{i=1}^h A^i A_h \bar{x}(k-h-i) + \\
 & \sum_{i=0}^h A^i (Bu(k-i) + Dw(k-i)),
 \end{aligned}$$

其中: $\bar{x}(k+1) \in \text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1})$, $|w(k-i)|_\infty \leq \bar{w}(k-i)$. 根据式(22), $k+1$ 时刻的系统真实状态 $x(k+1)$ 应满足 $x(k+1) \in S_{k+1} \cap \text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1})$, 即 $x(k+1)$ 处于带空间 S_{k+1} 和 $\text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1})$ 的交集区域. 由定理1, 有 $\bar{M}_{k+1} x(k+1) \leq \bar{\alpha}_{k+1}$, 同时, 与式(28)联合堆

砌为不等式组后等价表示为

$$\begin{bmatrix} \bar{M}_{k+1} \\ \tilde{M}_{k+1} \end{bmatrix} x(k+1) \leq \begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{k+1} \\ \tilde{\alpha}_{k+1} \end{bmatrix}. \quad (29)$$

依据定义1中给出的凸空间体结构, 可知包含 $k+1$ 时刻系统状态真值的凸空间体 $\text{Set}(M_{k+1}, \alpha_{k+1})$ 的形状矩阵为

$$M_{k+1} := \begin{bmatrix} \bar{M}_{k+1} \\ \tilde{M}_{k+1} \end{bmatrix}, \quad \alpha_{k+1} := \begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{k+1} \\ \tilde{\alpha}_{k+1} \end{bmatrix},$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{M}_{k+1} &= A_0, \quad \tilde{M}_{k+1} = [C \quad -C]^T, \\ \bar{\alpha}_{k+1} &= \bar{\alpha}_{k-h} + \sum_{i=1}^{h-1} A_i^{-1} \bar{\alpha}_{k-h-i} + A_h^{-1} \bar{\alpha}_{k-2h} + \\ &\quad A_0 \left[\sum_{j=0}^h G_j u(k-j) + \sum_{l=0}^h H_l \bar{w}(k-l) \right], \\ \tilde{\alpha}_{k+1} &= \begin{bmatrix} \bar{v}(k+1) + y(k+1) \\ \bar{v}(k+1) - y(k+1) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

证毕.

最后, 利用MATLAB软件自带优化工具箱内的线性规划函数, 求解式(29)所示的线性不等式组, 通过不断迭代预测步和更新步的线性不等式, 从而得到包裹各时刻系统状态真值的凸空间体及其上下界.

综上, 本文针对噪声不确定时滞系统提出的基于凸空间收缩滤波状态估计算法运行步骤如下:

步骤 1 定义状态估计步数 L 和时滞量 h , 定义包裹初始状态的凸空间体 $\text{Set}(M_0, \alpha_0)$, $0 \leq k < h$;

步骤 2 根据输入量 $u(k)$ 和已知状态矩阵, 求解状态预测凸空间体约束(16)和(17), 得到 $k+1$ 时刻状态预测凸空间体 $\text{Set}(\bar{M}_{k+1}, \bar{\alpha}_{k+1})$;

步骤 3 根据输出数据 $y(k)$ 和已知观测矩阵, 构造 $k+1$ 时刻用于量测更新的凸空间体(26)–(27);

步骤 4 利用线性规划函数求解不等式组(29), 得到 $k+1$ 时刻包含系统真实状态的凸空间体上下界;

步骤 5 置 $k=k+1$, 判断 k 是否等于 L . 若 $k=L$, 算法结束, 输出包裹系统状态的凸空间体 $\text{Set}(M_k, \alpha_k)$; 否则, 返回步骤2.

4 实例仿真

为了验证本文提出的基于凸空间收缩滤波状态估计方法的有效性, 采用两个示例进行仿真验证.

例 1 考虑如下不确定时滞系统:

$$x(k+1) =$$

$$\begin{cases} Ax(k) + Bu(k) + Dw(k), & 0 < k < h, \\ Ax(k) + A_h x(k-h) + Bu(k) + Dw(k), & k \geq h, \\ y(k) = Cx(k) + v(k), \end{cases}$$

相关系统矩阵分别为

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0.6 & -0.4 & 0.5 & -0.2 \\ 0.8 & -0.3 & 0.7 & -0.1 \\ 0.5 & -0.2 & 0.6 & -0.5 \\ 0.3 & -0.1 & 0.8 & -0.4 \end{bmatrix}, \\ A_h &= \begin{bmatrix} 0.06 & -0.04 & 0.05 & -0.02 \\ 0.08 & -0.03 & 0.07 & -0.01 \\ 0.05 & -0.02 & 0.06 & -0.05 \\ 0.03 & -0.01 & 0.08 & -0.04 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.1 \\ -0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

给定输入 $u(k) = 1.5 \sin(0.1k)$, $h = 5$, 其余初始状态与不确定扰动同样满足约束. 将本文提出的CSCF算法与文献[25]以及文献[26]进行对比, 仿真结果如图1–6所示.

如图1所示, 在 $k = 0 \sim 50$ 范围内间隔10步分别获取凸空间和椭圆空间, 黑色记号“ \times ”表示当前时刻状态真实值, 红色凸空间所包裹区域表示本文所提出的CSCF算法带来的状态可行集, 蓝色椭圆形包裹区域表示利用文献[25]的OBE算法得到的状态可行集, 绿色矩形包裹区域表示利用文献[26]的Orthopic算法得到的状态可行集. 由图1可以看出, 随时间增加, 3种算法均能够时刻跟随状态量变化而变化, 相比而言, 利用本文所提出的CSCF算法得到的区域更小, 意味着保守性更好.

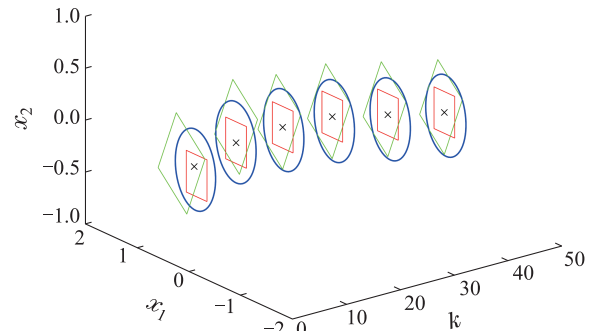


图 1 状态估计递归演化对比

Fig. 1 Comparison of recursive evolution

由图2–5可以看出, 3种方法的可行集上下界均能够实时包裹状态真实值, 放大对比后可以发现, 初始

情况下,本文提出的CSCF算法收敛更快,OBE算法最终误差也和本文算法相似,而文献[26]的Orthotopic算法初始比OBE算法误差更小,最后则是误差更大,总之CSCF算法估计效果在不失精准的前提下收敛效果较好.

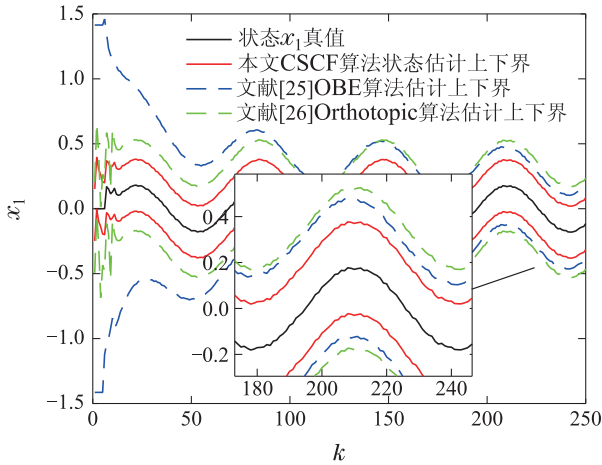


图2 状态 x_1 估计曲线对比

Fig. 2 Comparison of state estimates on x_1

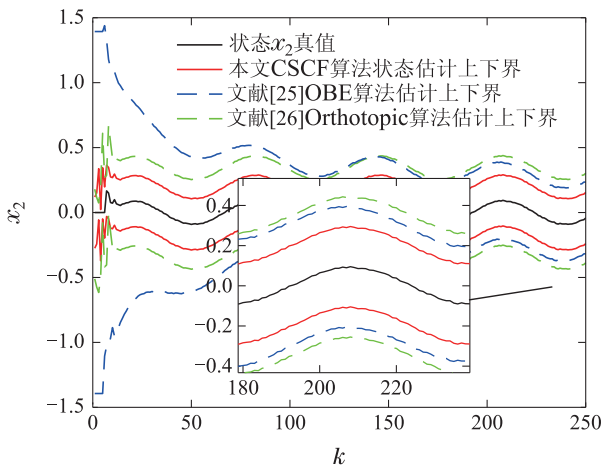


图3 状态 x_2 估计曲线对比

Fig. 3 Comparison of state estimates on x_2

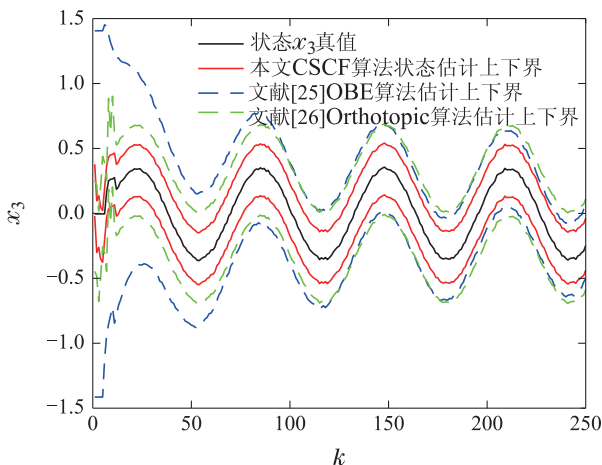


图4 状态 x_3 估计曲线对比

Fig. 4 Comparison of state estimates on x_3

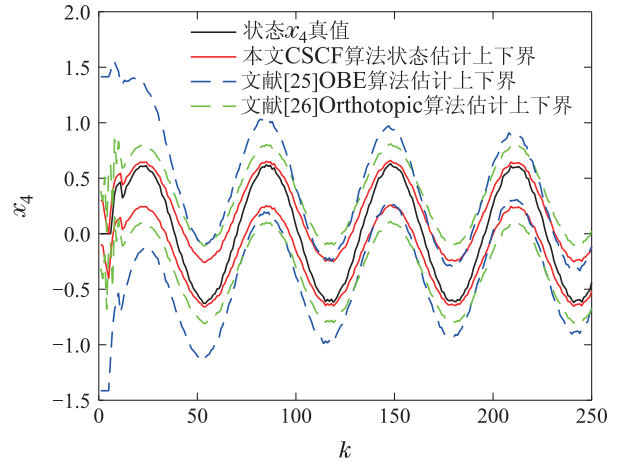


图5 状态 x_4 估计曲线对比

Fig. 5 Comparison of state estimates on x_4

图6展示了在 $k = 50, 100, 150, 200$ 等标志性时刻的凸空间和椭圆、正多胞体空间位置,以二维平面视角更加直观的展示仿真结果.黑色记号“ \times ”表示当前时刻状态真实值,红色矩形所包裹区域表示凸空间体算法得到的可行集,蓝色椭圆所包裹区域表示文献[25]OBE算法得到的可行集,绿色四边形所包裹区域表示文献[26]Orthotopic算法得到的可行集.从图6中可以直观看出凸空间结构包裹区域相较于对比算法而言更小,体现了本文所提出的算法保守性更小.

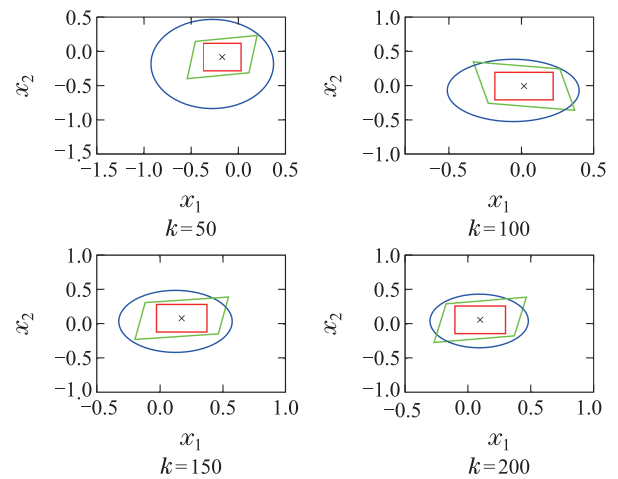


图6 状态可行集对比

Fig. 6 Comparison of feasibility state sets

例2 在动力电池化成工艺中,充放电恒流恒压以及间隔期间切换时,信号传输过程中的延时无法避免.下面针对图7所示的不确定干扰下带有时滞的双向DC-DC变换器系统,进一步验证本文提出的基于凸空间收缩滤波状态估计方法的有效性.

化成充放电过程中的间隔和切换过程离散化后,可采用状态空间方程描述为

$$x(k+1) =$$

$$\begin{cases} Ax(k) + Bu(k) + Dw(k), & 0 < k < h, \\ Ax(k) + A_h x(k-h) + Bu(k) + Dw(k), & k \geq h, \end{cases}$$

$$y(k) = Cx(k) + v(k),$$

其中: $x(k) = [i_{\text{cha}}(k) \ i_{\text{dis}}(k) \ v_c(k)]^T$, $i_{\text{cha}}(k)$ 为充电时流经电感的电流, $i_{\text{dis}}(k)$ 为放电时流经电感的电流, $v_c(k)$ 为变换器系统的输出电压. 系统输入 $u(k) = [d_1(k) \ d_2(k) \ 0]^T$, 其中: $d_1(k)$ 为开关管 Q_1 开关信号的占空比, $d_2(k)$ 为开关管 Q_2 开关信号的占空比. $w(k)$ 与 $v(k)$ 为系统过程噪声, 化成充放电过程状态空间方程中的已知矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{V_{\text{in}}KP_2}{V_{\text{m}}L} & 0 & -\frac{1}{L} - \frac{V_{\text{in}}KP_1KP_2}{V_{\text{m}}L} \\ 0 & -\frac{V_{\text{in}}KP_2}{V_{\text{m}}L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C_1 + C_2} & \frac{1}{C_1 + C_2} & -\frac{1}{R(C_1 + C_2)} \end{bmatrix},$$

$$A_h = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{V_{\text{in}}KI_1KP_2}{V_{\text{m}}L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{V_{\text{in}}KP_1KP_2}{V_{\text{m}}L} \\ -KP_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

系统具体参数如表1所示.

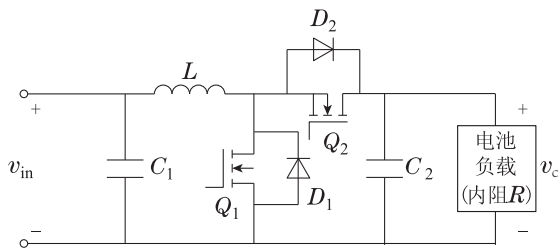


图 7 含时滞的双向DC-DC变换器系统

Fig. 7 Bidirectional DC-DC converter system with time delay

表 1 双向DC-DC变换器参数

Table 1 Parameters of bidirectional DC-DC converter

物理量描述	参数符号	数值
输入电压	V_{in}	10 V
输出电压	V_o	5 V
锯齿波幅值	V_{m}	1 V
电容1	C_1	220 μF
电容2	C_2	220 μF
电感	L	330 μH
负载内阻	R	3 Ω
电压环比例控制器	KP_1	0.28
电压环积分控制器	KI_1	264
电流环比例控制器	KP_2	0.106
电流环积分控制器	KI_2	410

将表1中的变换器各参数代入化成充放电状态空

间, 可以得到该模型的已知矩阵如下:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0032 & 0 & -0.0039 \\ 0 & -0.0032 & -0.0030 \\ 0.0023 & 0.0023 & -0.0068 \end{bmatrix},$$

$$A_h = \begin{bmatrix} 0 & -0.8480 & 0 \\ 0 & 0 & -8.99 \times 10^{-4} \\ -0.28 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

同时设定 $B = [0.2 \ 0.3 \ 0.8]^T$, $C = I_3$, $D = [0.1 \ 0.1 \ 0.1]^T$, 时滞步长 $h = 5$, 开关管 Q_1 和 Q_2 的开关信号的占空比分别为0.1和0.2. 针对电池化成充放电过程, 本文采用所提出的CSCF算法和文献[25]的OBE算法以及文献[26]的Orthotopic算法, 得到的仿真结果如图8-12所示.

图8所示为在 $k = 0 \sim 50$ 范围内间隔10步分别获取的凸空间和椭圆空间. 黑色记号“ \times ”表示当前时刻状态真实值, 红色凸空间所包裹区域表示本文所提出的CSCF算法带来的状态可行集, 蓝色椭圆形包裹区域表示利用文献[25]的OBE算法得到的状态可行集. 绿色矩形包裹区域表示利用文献[26]的Orthotopic算法得到的状态可行集.

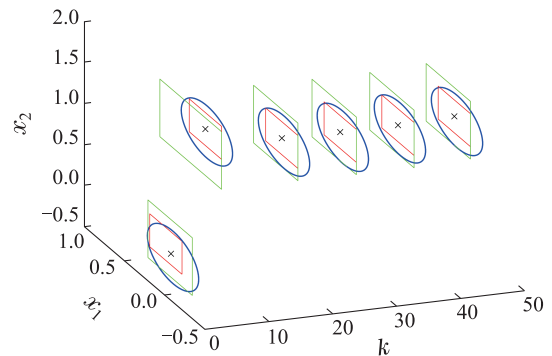


图 8 电感充放电电流状态估计递归演化对比

Fig. 8 Comparison of recursive evolution of inductor charging and discharge current state estimation

由图9-11可以看出, 3种方法带来的空间结构均能够实时包裹状态真实值, 但无论是从电感充放电电流估计递归演化情况, 还是从电感充电、放电以及输出电压状态估计曲线, 均能看出本文提出的CSCF算法带来的凸空间体包裹电流和电压状态上下界更小, 保守性更低.

图12展示了在 $k = 50, 100, 150, 200$ 等标志性时刻的凸空间和椭圆、正多胞体位置. 黑色记号“ \times ”表示当前时刻状态真实值, 红色矩形所包裹区域表示凸空间体算法得到的可行集, 蓝色椭圆所包裹区域表示文献[25]OBE算法得到的可行集, 绿色四边形所包裹区域表示文献[26]Orthotopic算法得到的可行集. 可以看出本文所提出的CSCF算法带来的凸空间能够更紧致的包裹电感充电和放电电流真实状态, 空间冗余度

更低.

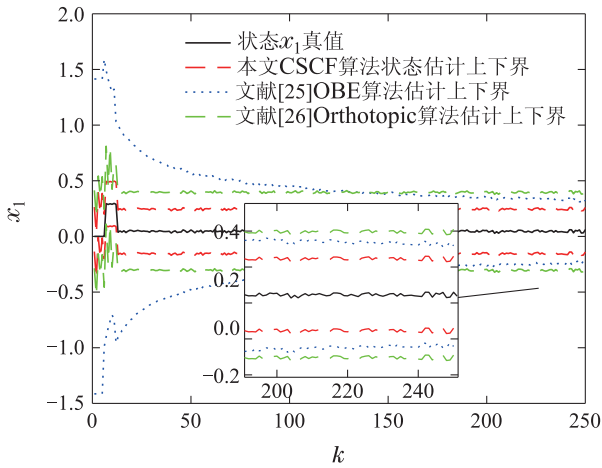


图9 电感充电电流状态估计对比

Fig. 9 Comparison of inductance charging current estimates

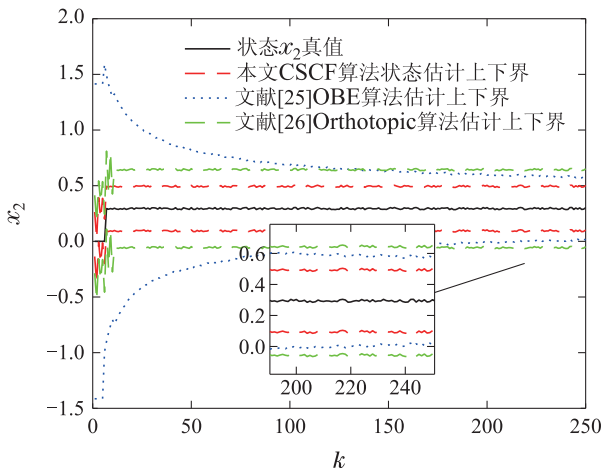


图10 电感放电电流状态估计对比

Fig. 10 Comparison of inductance discharge current estimates

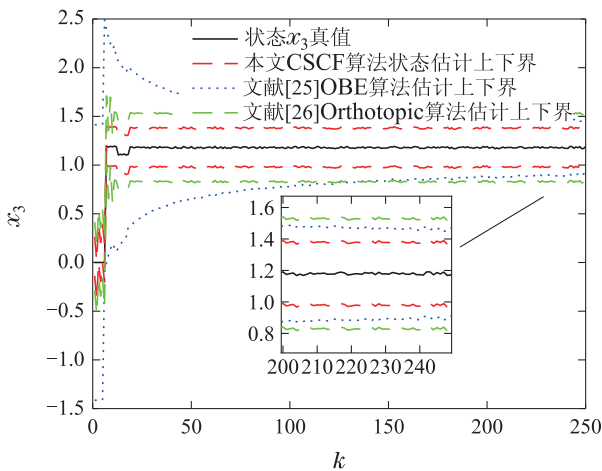


图11 输出电压状态估计对比

Fig. 11 Comparison of output voltage estimates

5 结论

本文针对不确定时滞系统的状态估计问题,提出了基于凸空间收缩滤波方法,利用未知但有界的噪声

和干扰条件,将带时滞的系统模型展开后得到状态预测后的凸空间体,随后利用当前时刻的噪声构造有界带空间,依据同时满足预测步和更新步约束的线性不等式组,求解预测凸空间体和带空间的交集,利用线性规划得到时滞系统真实状态的上下界,最后采用数值仿真和电池化成工艺案例进行仿真验证,验证了方法的有效性. 本文所提的基于凸空间收缩的滤波算法,需假定系统的部分矩阵满足可逆条件,如何进一步拓宽基于凸空间收缩的状态估计算法的适用领域还有待进一步研究. 本文的研究成果可以结合凸优化、区间观测器设计等方法,推广至解决不确定噪声扰动下的时滞非线性系统状态估计^[27]、故障诊断^[28]及其控制器设计问题^[29].

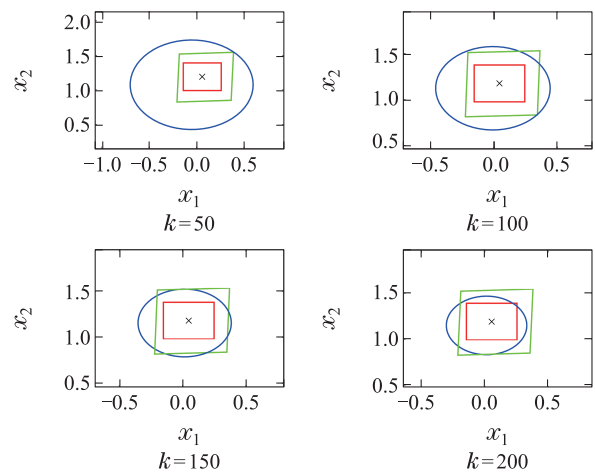


图12 电感充放电状态可行集对比

Fig. 12 Comparison of feasible state sets on inductance charge and discharge current

参考文献:

- [1] TANG Zhen, WANG Bing, LIU Weiyang, et al. Distributed control of offshore wind turbine group with input delay. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(12): 2581 – 2590. (唐桢, 王冰, 刘维扬, 等. 输入时滞的海上风电机组分布式控制. 控制理论与应用, 2020, 37(12): 2581 – 2590.)
- [2] HE Bo, FANG Yongchun, LU Biao. Robust control for an overhead crane with input delay. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(6): 1065 – 1073. (何博, 方勇纯, 卢彪. 针对输入时滞的桥式起重机鲁棒控制. 自动化学报, 2019, 45(6): 1065 – 1073.)
- [3] SUN Miaoping, JIANG Bo. Design of distributed power economic dispatch algorithm considering communication delay. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(11): 2303 – 2311. (孙妙平, 姜波. 考虑通信时滞的分布式电力经济调度算法设计. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2303 – 2311.)
- [4] LI Chaochao, HAN Chunyan, HE Fang. Receding horizon estimation for networked control systems with random transmission delays. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(5): 1118 – 1126. (李超超, 韩春艳, 何芳. 随机时滞网络控制系统的后退域估计. 控制理论与应用, 2020, 37(5): 1118 – 1126.)
- [5] LIAO Fucheng, WU Yingxue. Finite-time bounded tracking control for linear continuous systems with time-delay. *Control and Decision*, 2019, 34(10): 2095 – 2104.

- (廖福成, 吴莹雪. 线性连续时间时滞系统的有限时间有界跟踪控制. 控制与决策, 2019, 34(10): 2095 – 2104.)
- [6] ZHENG Yangdong. Adaptive control for time-delay systems adopting Smith predictor models. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(3): 416 – 424.
(郑仰东. 采用Smith预估器模型的时滞系统自适应控制. 控制理论与应用, 2021, 38(3): 416 – 424.)
- [7] LIU Yi, MEI Yupeng, LI Guoyan, et al. Non-fragile H_∞ control for multi-delay nonlinear network switching control system based on T-S models. *Control and Decision*, 2021, 36(5): 1087 – 1094.
(刘毅, 梅玉鹏, 李国燕, 等. 基于T-S模糊模型的多时滞非线性网络切换控制系统非脆弱 H_∞ 控制. 控制与决策, 2021, 36(5): 1087 – 1094.)
- [8] XIAO Shenping, LIAN Honghai, CHEN Gang, et al. Delaydependent robust stability and dissipativity analysis of neural networks with time-varying delays. *Control and Decision*, 2017, 32(6): 1084 – 1090.
(肖伸平, 练红海, 陈刚, 等. 时变时滞神经网络的时滞相关鲁棒稳定性和耗散性分析. 控制与决策, 2017, 32(6): 1084 – 1090.)
- [9] LIU Fei, FAN Xuefeng, ZHAO Shunyi. UFIR filtering algorithm for linear discrete system with state delay. *Control and Decision*, 2017, 32(6): 1109 – 1114.
(刘飞, 范雪峰, 赵顺毅. 线性离散状态时滞系统UFIR滤波算法. 控制与决策, 2017, 32(6): 1109 – 1114.)
- [10] XIAO Huimin, MENG Xin. Adaptive H_∞ control for a class of uncertain singular time-delay systems. *Control and Decision*, 2019, 34(10): 2157 – 2163.
(肖会敏, 孟欣. 一类不确定广义时滞系统的 H_∞ 自适应控制. 控制与决策, 2019, 34(10): 2157 – 2163.)
- [11] QI Ji, LI Yanhui. Observer and controller design for continuous switched systems in the network environment. *Control and Decision*, 2019, 34(12): 2649 – 2655.
(齐迹, 李艳辉. 网络环境下连续切换系统观测器和控制器设计. 控制与决策, 2019, 34(12): 2649 – 2655.)
- [12] LÜ Donghui, WANG Jiongqi, XIONG Kai, et al. Strong tracking Kalman filter for non-Gaussian observation. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(12): 1997 – 2004.
(吕东辉, 王炯琦, 熊凯, 等. 适用处理非高斯观测噪声的强跟踪卡尔曼滤波器. 控制理论与应用, 2019, 36(12): 1997 – 2004.)
- [13] PAN Jinghui, ZHANG Weicun. Application of extended complex Kalman filtering algorithm in direct torque control system of induction motor. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(7): 1562 – 1568.
(潘京辉, 张维存. 复数型扩展卡尔曼滤波算法在感应电机直接转矩控制系统中的应用. 控制理论与应用, 2020, 37(7): 1562 – 1568.)
- [14] XU Z, SU H, SHI P, et al. Reachable set estimation for Markovian jump neural networks with time-varying delays. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(10): 3208 – 3217.
- [15] LI J R, ZHAO Y X, FENG Z G, et al. Reachable set estimation and dissipativity for discrete-time T-S fuzzy singular systems with time-varying delays. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2019, 31: 166 – 179.
- [16] PHAN T N, PUBUDU N P, HIEU T. Convergence within a polyhedron: controller design for time-delay systems with bounded disturbances. *IET Control Theory & Applications*, 2015, 9(6): 905 – 914.
- [17] SONG Shasha, ZHAO Zhonggai, LIU Fei. Extended set membership filtering method for process with bounded-mismatch parameters. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(5): 648 – 654.
(宋莎莎, 赵忠盖, 刘飞. 模型参数失配有界下的扩展集员估计方法. 控制理论与应用, 2017, 34(5): 648 – 654.)
- [18] FEI Z Y, GUAN C X, SHI P. Reachable set estimation for discrete-time switched system with application to time-delay system. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 28(6): 2468 – 2483.
- [19] ZHOU Bo, QIAN Kun, MA Xudong, et al. A new nonlinear set membership filter based on guaranteed bounding ellipsoid algorithm. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(2): 150 – 158.
(周波, 钱堃, 马旭东, 等. 一种新的基于保证定界椭圆算法的非线性集员滤波器. 自动化学报, 2013, 39(2): 150 – 158.)
- [20] CASINI M, GARULLI A, VICINO A. A constraint selection technique for recursive set membership identification. *IFAC Proceedings Volumes*, 2014, 47(3): 1790 – 1795.
- [21] SHEN Qiang, LIU Jieyu, ZHAO Qian, et al. Central difference set-membership filter for nonlinear system. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(8): 1239 – 1249.
(沈强, 刘洁瑜, 赵乾, 等. 非线性系统中心差分集员估计方法. 控制理论与应用, 2019, 36(8): 1239 – 1249.)
- [22] CHAI Wei, SUN Xianfang. An improved estimation algorithm for set membership states by zonotopes. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(2): 273 – 277.
(柴伟, 孙先仿. 改进的全对称多胞形集员状态估计算法. 控制理论与应用, 2008, 25(2): 273 – 277.)
- [23] ZHANG Z H, WANG Z H, WANG Y, et al. Zonotopic reachable set estimation for bilinear systems with time-varying delays. *International Journal of Systems Science*, 2021, 52(4): 848 – 856.
- [24] SHEN Yanxia, YIN Tianjiao. A fault diagnosis method of set membership filter based on convex ploytope. *Control and Decision*, 2018, 33(1): 150 – 156.
(沈艳霞, 尹天骄. 一种基于凸多面体的集员滤波故障诊断方法. 控制与决策, 2018, 33(1): 150 – 156.)
- [25] ZHAO J M. A new result on reachable set estimation for time-varying delay singular systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 31(3): 806 – 816.
- [26] SAI F E H, MESSAOUD A, MOHAMED A. Recursive setmembership parameter estimation of fractional systems using orthotopic approach. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2018, 40(15): 1 – 13.
- [27] ZHAO Z Y, WANG Z D, ZOU L, et al. Finite-time state estimation for delayed neural networks with redundant delayed channels. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(1): 441 – 451.
- [28] PAN Y N, YANG G H. Event-driven fault detection for discrete-time interval type-2 fuzzy systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(8): 4959 – 4968.
- [29] LI Haojie, HE Hanlin, ZHA Miao. Anti-windup design for saturated time-delay nonlinear systems: an indirect linear matrix inequality-based approach. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(7): 1595 – 1600.
(李豪杰, 何汉林, 查苗. 饱和时滞非线性系统的间接线性矩阵不等式抗饱和和设计. 控制理论与应用, 2020, 37(7): 1595 – 1600.)

作者简介:

王子赞 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为复杂系统建模与系统辨识, E-mail: wangzy0601@163.com;

李南江 硕士研究生, 目前研究方向为滤波算法分析与系统状态估计, E-mail: 6201905026@stu.jiangnan.edu.cn;

王艳 教授, 博士生导师, 目前研究方向为生产过程建模与优化控制, E-mail: yanwang@jiangnan.edu.cn;

纪志成 教授, 博士生导师, 目前研究方向为工业过程建模与状态估计, E-mail: zcji@jiangnan.edu.cn.