

线性自抗扰控制的对偶性分析

谭文[†], 韩文杰, 户杏启

(华北电力大学 控制与计算机工程学院, 北京 102206)

摘要: 本文对线性自抗扰控制的结构进行了分析, 证明了线性自抗扰控制结构实际上是一种基于观测器的比例-积分-微分(PID)结构的对偶. 该结构中状态反馈就是常规(高阶)PID控制, 而PID控制中输出的积分和各阶导数由一不依赖于模型的扩张观测器获得. 这种对偶性表明PID控制和线性自抗扰控制采用了同一个标准系统作为被控对象, 但从不同的角度进行处理. 理论及仿真表明, 线性自抗扰控制是常规PID控制的扩展, 克服了常规PID控制受测量噪声影响的问题, 为高阶PID的应用提供了实际可行的实现.

关键词: 自抗扰控制; PID控制; 对偶性; 状态空间

引用格式: 谭文, 韩文杰, 户杏启. 线性自抗扰控制的对偶性分析. 控制理论与应用, 2023, 40(6): 1005–1013

DOI: 10.7641/CTA.2022.11015

Duality analysis of linear active disturbance rejection control

TAN Wen[†], HAN Wen-jie, HU Xing-qi

(School of Control & Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: Structural analysis of linear active disturbance rejection control (LADRC) is investigated in this paper. It is shown that LADRC is the dual of an observer-based proportional-integral-derivative (PID) control structure, where the state feedback is the (high-order) PID control, and the integral and derivatives of the plant output are obtained via a model-independent extended state observer. The duality reveals that PID and LADRC are using the same canonical system as the controlled plant but treating it with different viewpoints. Theory and simulation results show that LADRC is an extension of the conventional PID structure. It can reduce the effect of sensor noise in the conventional PID and provides a practical realization of high-order PID control.

Key words: active disturbance rejection control; PID control; duality; state-space

Citation: TAN Wen, HAN Wenjie, HU Xingqi. Duality analysis of linear active disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(6): 1005–1013

1 引言

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)是韩京清教授提出的新型控制技术^[1], 以克服常规比例-积分-微分(proportional-integral-derivative, PID)控制技术的局限性. 与其他现代控制技术不同, 一旦确定阶数, 线性自抗扰(linear ADRC, LADRC)具有固定的控制结构, 该结构不依赖于被控对象, 其性能完全由参数确定, 从而方便现场安装实施及在线整定^[2-3]. LADRC之所以与现有的先进控制方法不同, 体现在3个方面: 1) 直接采用被控对象输出及其导数作为控制器状态, 具有明显的物理意义, 而且其状态不依赖于被控对象模型; 2) 采用了扩张状态, 也就是所谓的“总扰动”, 来反映被控对象的内部和外部扰动, 以达到快速消除扰动的目的; 3) 可以采用带宽整定法

整定参数^[4], 不仅简化了LADRC的设计, 而且使得在线整定成为可能. 现有的基于状态空间的设计方法, 比如线性二次高斯(linear quadratic gaussian, LQG)控制, 虽然也得到一个基于观测器的状态反馈控制器, 但是其结构依赖于被控对象的模型, 且其状态不一定具有特定的物理意义(如果模型是通过辨识得到的). LADRC这3个方面的特点, 使得其具有替代PID控制技术的所有特性^[5], 因此在工业中得到广泛的应用. 有关ADRC最新研究成果可以参看文献[6-8].

熟知目前PID控制是真正在实际工程中得到广泛应用的控制结构, 因此, 研究LADRC与PID控制结构的关系, 是控制理论及实践中亟待解决的问题. 文献[9]从传递函数角度出发发现二阶LADRC本质上是PID控制加上一个二阶滤波器; 文献[10-11]提出从理

收稿日期: 2021-10-24; 录用日期: 2022-06-28.

[†]通信作者. E-mail: wtan@ieee.org; Tel.: +86 10-61772107.

本文责任编辑: 左志强.

国家自然科学基金项目(61573138)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61573138).

想PID控制器参数获得二阶LADRC参数的方法;文献[12]在被控对象输出的导数可测量的假设下提出关联PID参数与一阶(降阶)LADRC参数的简单公式.尽管上述文献揭示了PID和LADRC的关系,但都是从外部输入输出角度进行分析,两者内部结构之间的关系还不明确.

本文研究LADRC控制器的对偶结构,发现其对偶可以看成(高阶)PID+观测器的结构(本文称为基于观测器的PID).因此,从内部结构角度来看,LADRC与基于观测器的PID互为对偶;而从输入输出角度来看,LADRC与基于观测器的PID的传递函数是互为转置的关系.本文结果具有以下意义:1)从内部结构上证明LADRC不仅是PID+滤波器的结构,而且也是PID+观测器的结构.观测器和滤波器从输入输出效果来看可以等价,但是内部结构是不同的;2)理论上证明LADRC结构是(高阶)理想PID控制的一个实现,该实现不依赖于被控对象模型,可以减小噪声对微分的影响;3)更为重要的是,本文结果表明:与LADRC一样,(基于观测器的)PID控制实际也是假设被控对象是串联积分模型,只不过从不同的角度进行设计:PID控制采用输出的积分作为扩张状态,将串联积分模型扩张成一个能控的状态空间实现;而LADRC采用总扰动作为扩张状态,将串联积分模型扩张成一个能观的状态空间实现;这进一步解释了LADRC与PID的关系.理论及仿真表明:线性自抗扰控制是常规PID控制的扩展,克服了常规PID控制受测量噪声影响的问题,为高阶PID的应用提供了实际可行的实现.

需要说明的是,本文考虑的仅是自抗扰控制的简化线性结构.自抗扰控制本身是在分析PID控制缺陷的基础上,从4个方面提出改进PID控制^[13]:安排过度过程、提取微分信号、采用非线性组合以及采用扩张状态观测器实时估计总扰动并补偿.非线性自抗扰控制理念及技术有关文献可以参见[14-16].本文考虑的简化线性自抗扰控制结构仅利用了总扰动估计并补偿这一项措施,不能体现(非线性)自抗扰控制全部的设计理念,因此结果不能简单推广到非线性自抗扰控制.对于非线性自抗扰控制的结构与非线性PID控制结构的关系,还需深入研究^[17].

本文中 $y'(t)$ 表示变量 $y(t)$ 的一阶导数, $y^{(n)}(t)$ 表示变量 $y(t)$ 的 n 阶导数.

2 LADRC简介

一个 n 阶线性自抗扰控制假设被控对象具有如下模型:

$$y^{(n)}(t) = b_0 u(t) + f(t), \quad (1)$$

其中: $u(t)$ 是控制输入; $y(t)$ 是对象输出; $f(t)$ 是对象所有未知动态和外部扰动的组合,称为总扰动.为了估计总扰动,将模型(1)用如下广义状态空间实现:

$$\begin{cases} x'(t) = A_e x(t) + B_e u(t) + E_e f'(t), \\ y(t) = C_e x(t), \end{cases} \quad (2)$$

其中状态向量为

$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_n(t) \ x_{n+1}(t)]^T, \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y(t), \quad x_2(t) = y'(t), \quad \cdots, \\ x_n(t) &= y^{(n-1)}(t), \quad x_{n+1}(t) = f(t), \end{aligned}$$

而状态空间系数矩阵为

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{(n+1) \times (n+1)}, \quad B_e = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix}_{(n+1) \times 1},$$

$$C_e = [1 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times (n+1)}, \quad E_e = [0 \ \cdots \ 0 \ 1]^T. \quad (4)$$

很明显,系统(2)完全能观,从而可以采用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)对系统状态 $x(t)$ 进行估计.系统(2)的Luenberger状态观测器具有如下形式:

$$\hat{x}'(t) = A_e \hat{x}(t) + B_e u(t) + L_o(y(t) - C_e \hat{x}(t)), \quad (5)$$

其中 L_o 为观测器增益,即

$$L_o = [\beta_1 \ \beta_2 \ \cdots \ \beta_n \ \beta_{n+1}]^T. \quad (6)$$

选取合适的 L_o ,使得 $A_e - L_o C_e$ 渐近稳定,从而

$$\begin{aligned} \hat{x}_1(t) &\rightarrow y(t), \quad \hat{x}_2(t) \rightarrow y'(t), \quad \cdots, \quad \hat{x}_n(t) \rightarrow y^{(n-1)}(t), \\ \hat{x}_{n+1}(t) &\rightarrow f(t). \end{aligned}$$

将估计的状态用于状态反馈控制

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{b_0} [k_1(r(t) - \hat{x}_1(t)) + k_2(r'(t) - \hat{x}_2(t)) + \cdots + \\ &\quad k_n(r^{(n-1)}(t) - \hat{x}_n(t)) - \hat{x}_{n+1}(t)] =: \\ &\quad K_o(\hat{r}(t) - \hat{x}(t)), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\hat{r}(t)$ 为扩张参考输入

$$\hat{r}(t) = [r(t) \ r'(t) \ \cdots \ r^{(n-1)}(t) \ 0]^T, \quad (8)$$

K_o 为反馈控制增益

$$K_o = \frac{[k_1 \ k_2 \ \cdots \ k_n \ 1]}{b_0}. \quad (9)$$

总之,一个 n 阶LADRC具有如下状态空间表达式:

$$\begin{cases} \hat{x}'(t) = (A_e - L_o C_e) \hat{x}(t) + B_e u(t) + L_o y(t), \\ u = K_o(\hat{r}(t) - \hat{x}(t)). \end{cases} \quad (10)$$

容易验证,LADRC(10)等价于图1所示的两自由

度控制结构^[5], 其中设定点跟踪控制器为

$$C_1 = (1 - K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e)^{-1} B_e) F_r, \quad (11)$$

其中 F_r 为参考输入 $r(t)$ 到扩张参考输入 $\hat{r}(t)$ 的传递函数, 而反馈控制器为

$$C_2 = K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e)^{-1} L_o. \quad (12)$$

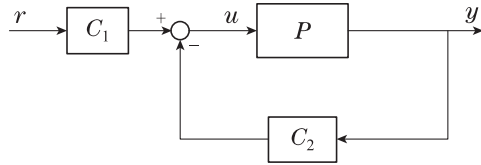


图1 两自由度控制结构

Fig. 1 Two-degree-of-freedom structure

熟知闭环系统的稳定性、抗干扰性和鲁棒性只与反馈回路的控制器有关, 因此LADRC(10)的控制性能(除了跟踪性)仅与控制器 C_2 (12)有关。

3 二阶LADRC结构分析

为了认清LADRC结构, 考虑 $n=2$ 的特殊情形. 此时二阶LADRC的状态空间系数为

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0 \\ 0 \end{bmatrix}, C_e = [1 \ 0 \ 0],$$

而观测器增益和控制器增益分别为

$$L_o = [\beta_1 \ \beta_2 \ \beta_3]^T, K_o = \frac{[k_1 \ k_2 \ 1]}{b_0},$$

从而其反馈环控制器的传递函数 $C_2(s)$ 为

$$\frac{(\beta_3 + \beta_2 k_2 + \beta_1 k_1) s^2 + (\beta_2 k_1 + \beta_3 k_2) s + \beta_3 k_1}{b_0 s [s^2 + (\beta_1 + k_2) s + (\beta_2 + k_1 + \beta_1 k_2)]}, \quad (13)$$

而设定点跟踪控制器的传递函数 $C_1(s)$ 为

$$\frac{s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3}{s [s^2 + (\beta_1 + k_2) s + (\beta_2 + k_1 + \beta_1 k_2)]} F_r(s), \quad (14)$$

其中: $F_r(s)$ 为参考信号 $r(t)$ 到扩张参考信号 $\hat{r}(t)$ (式(8))的传递函数, 即

$$F_r(s) = \frac{k_1 + k_2 s}{b_0}. \quad (15)$$

在过程控制中, 参考信号 $r(t)$ 一般为阶跃输入, 因此 $r(t)$ 的导数很少用到, 此时 $F_r(s) = k_1/b_0$. 二阶LADRC的结构如图2所示(其中参考输入 $r(t)$ 假设为阶跃信号, 因此其导数在图中未用到).

传递函数 $C_2(s)$ (式(13))是一个动态输出反馈控制器, 反映的是控制输入 u 和对象输出 y 之间的外部动态关系(反馈控制率), 其内部动态(状态空间)实现不是唯一的, 二阶LADRC只是其状态空间实现的一种. 事实上, 由现代控制理论可知, 动态反馈控制器 $C_2(s)$ 有无穷多实现.

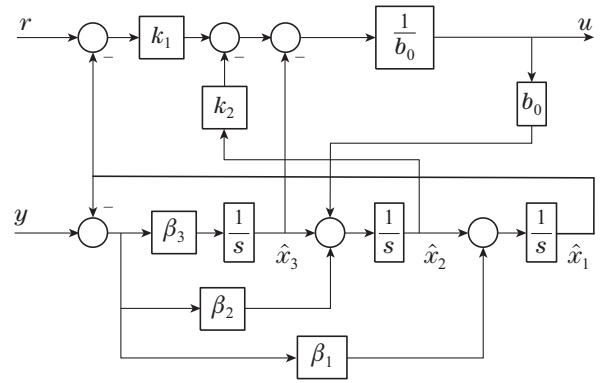


图2 二阶线性自抗扰控制结构

Fig. 2 Structure of second-order LADRC

例如, 考虑如下状态空间:

$$\begin{cases} \zeta'(t) = A_k \zeta(t) + B_k y(t), \\ u = C_k \zeta(t), \end{cases} \quad (16)$$

其中状态向量 $\zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3]^T$, 而状态空间系数为

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -f_0 & -f_1 \end{bmatrix}, B_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_0 \end{bmatrix},$$

$$C_k = \left[\frac{\beta_3 k_1}{b_0 f_0} \ \frac{\beta_2 k_1 + \beta_3 k_2}{b_0 f_0} \ \frac{\beta_3 + \beta_2 k_2 + \beta_1 k_1}{b_0 f_0} \right],$$

其中: $f_0 = \beta_2 + k_1 + \beta_1 k_2$, $f_1 = \beta_1 + k_2$. 容易验证式(16)是 $C_2(s)$ (式(13))的一个状态空间实现.

注意到在状态空间实现(16)中,

$$\zeta_2 = \frac{f_0}{s^2 + f_1 s + f_0} y, \zeta_3 = \zeta_2', \zeta_1 = \zeta_2, \quad (17)$$

也就是说在这个状态空间实现中 ζ_2 是对象输出 y 的二阶滤波, 而 ζ_3 为 ζ_2 的微分、 ζ_1 为 ζ_2 的积分. 此时控制输入可以表示为 ζ_2 的PID控制形式

$$u = \frac{\beta_3 k_1}{b_0 f_0} \zeta_1 + \frac{\beta_2 k_1 + \beta_3 k_2}{b_0 f_0} \zeta_2 + \frac{\beta_3 + \beta_2 k_2 + \beta_1 k_1}{b_0 f_0} \zeta_3 =: k_p \zeta_2(t) + k_i \int_0^t \zeta_2(\tau) d\tau + k_d \frac{d\zeta_2}{dt}, \quad (18)$$

其中:

$$k_p = \frac{\beta_2 k_1 + \beta_3 k_2}{b_0 f_0}, k_i = \frac{\beta_3 k_1}{b_0 f_0}, k_d = \frac{\beta_3 + \beta_2 k_2 + \beta_1 k_1}{b_0 f_0}.$$

状态空间实现(16)的结构如图3所示.

注意到传递函数 $C_2(s)$ (13)可以写成

$$C_2(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) \frac{f_0}{s^2 + f_1 s + f_0}, \quad (19)$$

式(19)说明二阶LADRC从外部输入输出角度可以看成是PID与二阶滤波器串联的结构; 而从内部状态空间实现(16)来看, 二阶LADRC本质就是一个PID结构, 但不是直接采用对象输出 y 的微分和积分, 而是采用二阶滤波后的输出 ζ_2 的微分和积分, 因此二阶LADRC理论上可以更好地抑制测量噪声对控制输入的

$$\hat{C} = [0 \ \cdots \ 0 \ b_0]_{1 \times n}.$$

显然, 当 $b_0 \neq 0$ 时 (\hat{A}, \hat{C}) 能观, 因此可以为系统(27)设计一Luenberger观测器

$$\hat{\xi}'(t) = \hat{A}\hat{\xi}(t) + \hat{B}u(t) + \hat{L}(y(t) - \hat{C}\hat{\xi}(t)), \quad (28)$$

其中

$$\hat{L} = \frac{[\hat{\beta}_1 \ \hat{\beta}_2 \ \cdots \ \hat{\beta}_n]^T}{b_0} \quad (29)$$

为观测器增益. 从而当 $b_0 \neq 0$ 时, 选取合适的 \hat{L} , $y(t)$ 的导数(直至 $(n-1)$ 阶)能够由式(28)估计得到.

系统(21)的状态 $z_{n+1}(t)$ 不可观. 但是它是 $y(t)$ 的积分, 因此可以直接由 $y(t)$ 计算得到而不需观测. 特别地, $z_{n+1}(t)$ 的计算可以结合到观测器(28)中, 得到系统(21)的如下扩张状态观测器:

$$\hat{z}'(t) = A_e^T \hat{z}(t) + C_e^T u(t) + \hat{L}_o(y(t) - B_e^T \hat{z}(t)), \quad (30)$$

其中 $\hat{z}(t) = [\hat{\xi}(t) \ z_{n+1}(t)]^T$, 而

$$\hat{L}_o = [\hat{L} \ \frac{1}{b_0}]^T = \frac{[\hat{\beta}_1 \ \cdots \ \hat{\beta}_n \ 1]^T}{b_0}. \quad (31)$$

结合式(25)(30), 得到系统(21)的基于观测器的状态反馈控制器

$$\begin{cases} \hat{z}'(t) = (\hat{A}_e - \hat{L}_o \hat{C}_e) \hat{z}(t) + \hat{B}_e u(t) + \hat{L}_o y(t), \\ u(t) = \hat{K}_o (\frac{1}{b_0} \bar{r}(t) - \hat{z}(t)), \end{cases} \quad (32)$$

其中: $\hat{A}_e = A_e^T$, $\hat{B}_e = C_e^T$, $\hat{C}_e = B_e^T$. 扩张参考输入信号为

$$\bar{r}(t) = [r^{(n-1)}(t) \ \cdots \ r'(t) \ r(t) \ \int_0^t r(\tau) d\tau]^T, \quad (33)$$

\hat{L}_o (31) 为观测器增益, \hat{K}_o (26) 为状态反馈增益.

显然, 控制器(32)由两部分构成: 状态反馈(25)(高阶PID控制)+扩张状态观测器(30)(估计输出的各阶导数及积分), 因此本文称之为基于观测器的PID (observer-based PID, OB-PID), 以区别于常规的PID. 注意到基于观测器的PID(32)中扩张状态观测器(30)不依赖于对象模型, 就如线性自抗扰控制中的ESO, 因此基于观测器的PID也是不依赖于对象模型的控制结构, 保留了常规PID的结构特性.

5 线性自抗扰控制的对偶

比较OB-PID(32)和LADRC(10), 如果 $\hat{K}_o = L_o^T$, $\hat{L}_o = K_o^T$, 即

$$\begin{cases} \hat{k}_i = \beta_i, (i = 1, \cdots, n+1), \\ \hat{\beta}_i = k_i, (i = 1, \cdots, n), \end{cases} \quad (34)$$

则

$$\hat{K}_o(sI - \hat{A}_e + \hat{L}_o \hat{C}_e + \hat{B}_e \hat{K}_o) \hat{L}_o = (K_o(sI - A_e + B_e K_o + L_o C_e) L_o)^T,$$

从而OB-PID(32)和LADRC(10)是对偶的(不考虑参考输入信号). 也就是说, 在内部结构上, 两者状态空间系数矩阵互为转置, 而从输入输出(传递函数)角度, LADRC(10)的反馈环控制器等于基于观测器的PID(32)的反馈环控制器的转置. 对于单变量系统, LADRC(10)的反馈环控制器完全等于OB-PID(32)的反馈环控制器.

通过分析OB-PID(32)的内部结构, 可以得到如下结论:

1) 在控制结构方面, 基于观测器的PID是(高阶)理想PID的实际可行的实现, 是常规PID控制的扩展, 克服了PID控制受测量噪声影响的问题. 作为基于观测器的PID的对偶, LADRC具有相同的特性, 因此可以将LADRC也看成(高阶)PID+观测器的结构, 为高阶PID的应用提供了一种实际可行的实现;

2) 在控制设计方面, LADRC和基于观测器的PID都将被控对象视为同一个(标准)模型(1), 但采用不同的角度进行处理. LADRC将模型(1)扩张成一个能观的状态空间模型(2), 先估计扩张状态(输出的导数及总扰动), 然后再采用状态反馈消除总扰动; 而基于观测器的PID将模型(1)扩张成一个能控的状态空间模型(21), 先估计扩张状态(输出的导数及积分), 然后再采用状态反馈达到期望性能. 两者的区别在于扩张状态的物理意义不同, LADRC扩张状态包含总扰动, 而基于观测器的PID扩张状态包含输出的积分, 这两个不同的扩张状态使得两个控制技术角度不同, 一个是利用总扰动(系统不确定和扰动的累积), 一个是利用输出的积分(即系统过去误差的累积), 但是从系统鲁棒稳定和抗干扰两个角度看, 两者可以取得相同效果.

对于二阶OB-PID, 观测器增益和控制器增益分别为 $\hat{L}_o = [\hat{\beta}_1 \ \hat{\beta}_2 \ 1]^T/b_0$, $\hat{K}_o = [\hat{k}_1 \ \hat{k}_2 \ \hat{k}_3]$, 从而其反馈环控制器传递函数为

$$\frac{(\hat{k}_3 + \hat{k}_2 \hat{\beta}_2 + \hat{k}_1 \hat{\beta}_1) s^2 + (\hat{k}_2 \hat{\beta}_1 + \hat{k}_3 \hat{\beta}_2) s + \hat{k}_3 \hat{\beta}_1}{b_0 s [s^2 + (\hat{\beta}_2 + \hat{k}_1) s + (\hat{\beta}_1 + \hat{k}_2 + \hat{k}_1 \hat{\beta}_2)]}, \quad (35)$$

而设定点跟踪控制器传递函数为

$$\frac{s^2 + \hat{\beta}_2 s^2 + \hat{\beta}_1}{s^2 + (\hat{\beta}_2 + \hat{k}_1) s + (\hat{\beta}_1 + \hat{k}_2 + \hat{k}_1 \hat{\beta}_2)} \hat{F}_r(s), \quad (36)$$

其中 $\hat{F}_r(s)$ 为参考信号 $r(t)$ 到扩张参考信号 $\bar{r}(t)$ (式(33))的传递函数, 即

$$\hat{F}_r(s) = \frac{\hat{k}_1 s + \hat{k}_2 + \hat{k}_3/s}{b_0}. \quad (37)$$

对于阶跃型参考信号, $\hat{F}_r(s) = (\hat{k}_2 + \hat{k}_3/s)/b_0$. 二阶基于观测器的PID结构如图4所示. 显然, 如果 $\beta_1 = \hat{k}_1$, $\beta_2 = \hat{k}_2$, $\beta_3 = \hat{k}_3$, $k_1 = \hat{\beta}_1$, $k_2 = \hat{\beta}_2$, 则 $\hat{C}_2(s)$ (35) 等于 $C_2(s)$ (13), 其状态空间实现即为式(20).

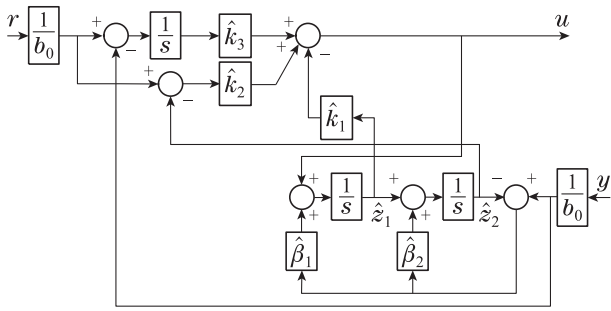


图4 二阶基于观测器的PID控制结构

Fig. 4 Structure of second-order observer-based PID

例1 考虑一阶加死区过程

$$P(s) = \frac{1}{s+1}e^{-0.4s}, \quad (38)$$

该对象的一个二阶LADRC参数可由文献[19]整定得到

$$b_0 = 19.65, \omega_c = 9.56, \omega_o = 6.52,$$

即

$$\begin{cases} b_0 = 19.65, K_o = \frac{[91.40 \ 19.12 \ 1]}{b_0}, \\ L_o = [19.56 \ 127.53 \ 277.17]^T. \end{cases} \quad (39)$$

由式(34)可得相应的OB-PID参数

$$\begin{cases} b_0 = 19.65, \hat{K}_o = [19.56 \ 127.53 \ 277.17], \\ \hat{L}_o = \frac{[91.40 \ 19.12 \ 1]^T}{b_0}. \end{cases} \quad (40)$$

被控对象在二阶LADRC(39)和二阶基于观测器的PID(40)下的闭环系统响应如图5所示(在 $t = 1$ 时刻加入幅值为1的设定阶跃,在 $t = 10$ 时刻在输入端加入幅值为1的阶跃扰动).可以看到,二阶LADRC(39)的扰动响应与二阶OB-PID(40)的扰动响应完全相同,但是由于 $C_1(s)$ (14)不等于 $\hat{C}(s)$ (36),所以两者设定跟踪响应不同.

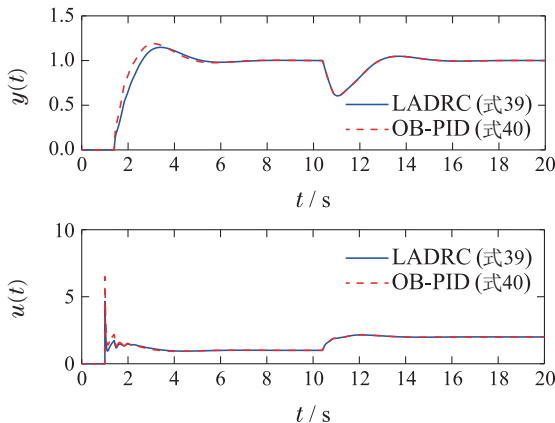


图5 例1系统闭环响应

Fig. 5 Responses for Example 1

6 LADRC与PID参数转换

注意到OB-PID(32)的状态反馈增益 \hat{K}_o 除以 b_0 就

是理想PID控制器的参数,而OB-PID的对偶就是LADRC,因此二阶LADRC与理想PID参数之间可以相互转换.

6.1 由PID参数得到LADRC参数

考虑理想PID控制器

$$K_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s, \quad (41)$$

为了将 $K_{PID}(s)$ 转换成LADRC,只需用OB-PID近似理想PID即可.例如采用如下控制器增益和观测器增益:

$$b_0 = 1, \hat{K}_o = [K_d \ K_p \ K_i], \hat{L}_o = [\hat{\omega}_o^2 \ 2\hat{\omega}_o \ 1]^T. \quad (42)$$

只要OB-PID观测器增益 $\hat{\omega}_o$ 足够大,上述参数就能保证OB-PID近似理想PID,从而可以得到二阶LADRC参数

$$b_0 = 1, K_o = [\hat{\omega}_o^2 \ 2\hat{\omega}_o \ 1], L_o = [K_d \ K_p \ K_i]^T. \quad (43)$$

这组参数能够保证所得二阶LADRC与理想PID(41)具有近似的抗干扰性能,但是跟踪性能不能保证,如下例所示.

例2 考虑例1中的一阶加死区对象.PID控制器参数可以由现有的方法整定得到,如文献[20]的方法.

$$K_p = 1.3250, K_i = 1.7253, K_d = 0.2366. \quad (44)$$

取观测器增益 $\hat{\omega}_c = 20$,可以得到如下OB-PID参数:

$$\begin{cases} b_0 = 1, \hat{K}_o = [0.2366 \ 1.3250 \ 1.7253], \\ \hat{L}_o = [400 \ 40 \ 1]^T. \end{cases} \quad (45)$$

相应地,二阶LADRC的参数为

$$\begin{cases} b_0 = 1, K_o = [400 \ 40 \ 1], \\ L_o = [0.2366 \ 1.3250 \ 1.7253]^T. \end{cases} \quad (46)$$

系统在二阶LADRC(46)、二阶OB-PID(45)以及理想PID(44)下的闭环响应如图6所示(在 $t = 1$ 时刻加入幅值为1的设定阶跃,在 $t = 10$ 时刻在输入端加入幅值为1的阶跃扰动).可以看到,二阶LADRC(46)和二阶OB-PID(45)的扰动响应重合,与理想PID(44)响应很接近(图中几乎不可区分).但是3个控制器的设定跟踪响应不同:OB-PID(45)与理想PID(44)设定跟踪响应很接近,而二阶LADRC(46)的设定跟踪响应振荡较大,原因在于其设定跟踪控制器 $C_1(s)$ 包含两个右半平面零点,导致LADRC控制器(44)的初始响应很大(图中仅显示了 ± 10 范围内的控制器输出).

为了提高LADRC设定跟踪性能,可以采用文献[11]中的方法,将OB-PID的反馈环控制器(35)看成严格正则传递函数,然后用LADRC实现.对于一个严格正则三阶带积分控制器 $K_c(s)$,实现过程如下^[11]:

1) 求控制器 $K_c(s)$ 的互质分子多项式 $X(s)$ 和分母多项式 $Y(s)$, 其中 $Y(s)$ 首项系数为 1;

2) 任选参数 b_0 , 求多项式 $s^2Y(s) + b_0X(s)$ 的根, 记为 $m_i (i = 1, \dots, 5)$;

3) 将 $s^2Y(s) + b_0X(s)$ 的根分为两组, 一组包含 2 个 $\{m_1, m_2\}$, 一组包含 3 个 $\{m_3, m_4, m_5\}$. 确保共轭复根在同一组;

4) 由第 1 组根组成多项式并展开得到多项式系数

$$(s - m_1)(s - m_2) = s^2 + k_2s + k_1, \quad (47)$$

令

$$K_o = \frac{[k_1 \quad k_2 \quad 1]}{b_0}. \quad (48)$$

5) 由第 2 组根组成多项式并展开得到多项式系数

$$(s - m_3)(s - m_4)(s - m_5) = s^3 + \beta_1s^2 + \beta_2s + \beta_3. \quad (49)$$

令

$$L_o = [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3]^T, \quad (50)$$

只需合理选取 m_1, m_2 , 可以保证所得 LADRC 具有较好的跟踪响应。

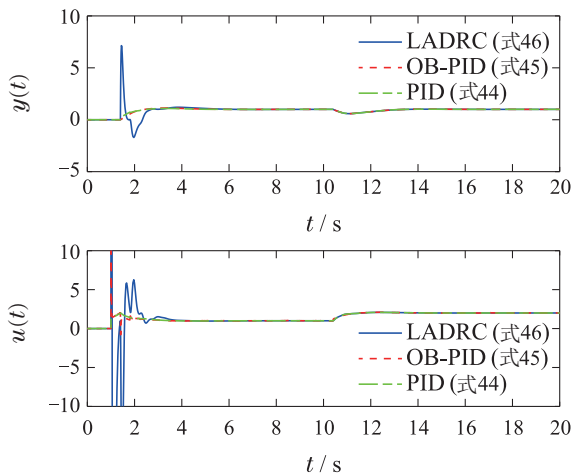


图 6 例 2 系统闭环响应

Fig. 6 Responses for Example 2

例 3 (续例 2) 对于例 2 中的 OB-PID(45), 取 $b_0 = 1$, $s^2X(s) + b_0Y(s)$ 的 5 个根为

$$\begin{cases} m_{1,2} = 0.3310 \pm 1.3455j, \\ m_3 = -0.8986, m_4 = -20, m_5 = -20. \end{cases} \quad (51)$$

取 m_1, m_2 作为 LADRC 状态反馈配置的极点而 m_3, m_4, m_5 作为扩张状态观测器极点, 可以由上述步骤得到二阶 LADRC 的参数

$$\begin{cases} b_0 = 1, K_o = [1.9199 \quad -0.6620 \quad 1], \\ L_o = [40.8989 \quad 435.9448 \quad 359.4482]^T. \end{cases} \quad (52)$$

闭环系统在二阶 LADRC(52) 下的响应如图 7 实线所示(在 $t = 1$ 时刻加入幅值为 1 的设定阶跃, 在 $t = 10$

时刻在输入端加入幅值为 1 的阶跃扰动). 与 LADRC(46) 相比, 扰动响应完全一致, 而跟踪响应得到很大提高。

LADRC 的跟踪响应还可以通过取不同的 b_0 得到进一步提高. 例如, 取 $b_0 = 20$, 可以得到另一组二阶 LADRC 参数, 即

$$\begin{cases} b_0 = 20, K_o = \frac{[51.2608 \quad 4.0699 \quad 1]}{b_0}, \\ L_o = [36.1667 \quad 212.3335 \quad 269.2524]^T. \end{cases} \quad (53)$$

闭环系统在 LADRC(53) 下的响应见图 7 折线. 可以看到, 设定跟踪性能得到进一步提高。

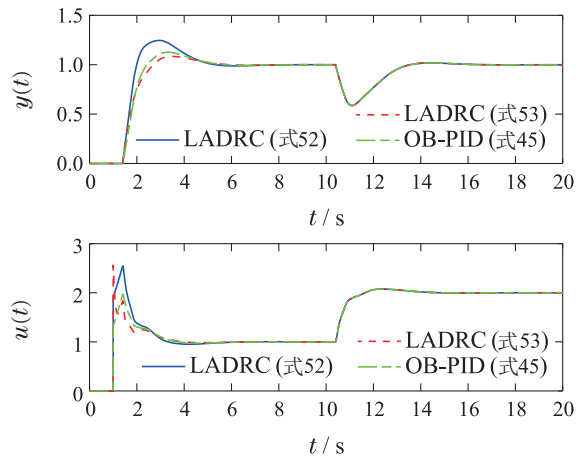


图 7 例 3 系统闭环响应

Fig. 7 Responses for Example 3

由于采用观测器, 线性自抗扰控制和基于观测器的 PID 控制能获得比与常规 PID 控制更好的抑制噪声效果. 例如, 对于例 1 所给对象, 假设输出存在功率谱密度为 0.001 的白噪声, 闭环系统在二阶 LADRC(52)、二阶 OB-PID(45) 以及实际 PID(44) (滤波常数 $N = 20$) 下的响应如图 8 所示(在 $t = 1$ 时刻加入幅值为 1 的设定阶跃, 在 $t = 10$ 时刻在输入端加入幅值为 1 的阶跃扰动). 可以看到, 尽管 3 个控制器作用下系统输出很接近, 但是实际 PID 控制器(44) 的输出与 LADRC(53) 和 OB-PID(45) 相比波动较大, 说明 PID 控制器输出受噪声影响较大, 对于执行机构的损耗较大. 线性自抗扰控制与基于观测器的 PID 弥补了常规 PID 控制结构的缺陷。

6.2 由 LADRC 参数得到 PID 参数

当 $b_0 = 1$ 时 OB-PID(32) 的状态反馈增益 \hat{K}_o 就是理想 PID 控制器的参数, 所以如果已有一个二阶 LADRC, 其参数为 b_0, K_o, L_o , 只需利用文献[11]的方法将其反馈环控制器转换成 $b_0 = 1$ 的二阶 LADRC, 根据对偶性, 这个 $b_0 = 1$ 的二阶 LADRC 观测器增益 L_o 就是近似的 PID 参数. 但是, 上述过程要求 OB-PID 的观测器(28) 要收敛得足够快, 有时 $b_0 = 1$ 求出的 OB-PID

观测器增益 \hat{L}_o 不满足上述条件. 为此可以选取 b_0 足够小(例如 $b_0 = 0.001$), 这时OB-PID的控制增益 \hat{K}_o (对偶的LADRC的观测器增益 L_o)除 b_0 将趋近理想PID的增益.

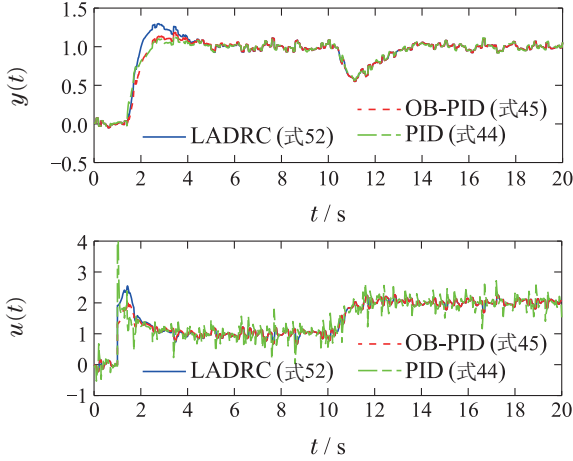


图8 例3系统闭环响应: 有输出噪声情形

Fig. 8 Responses for Example 3 with sensor noise

例如, 考虑例1中整定的二阶LADRC(39). 取 $b_0 = 0.001$, $s^2X(s) + b_0Y(s)$ 的5个根为

$$\begin{cases} m_{1,2} = -19.3399 \pm 14.7942j, \\ m_{3,4} = 0.0630 \pm 0.1151j, m_5 = -0.1263. \end{cases} \quad (54)$$

取 m_1, m_2 作为LADRC状态反馈配置的极点而 m_3, m_4, m_5 作为扩张状态观测器极点, 可以得到二阶LADRC的参数

$$\begin{cases} b_0 = 0.001, K_o = \frac{[592.8992 \ 38.6797 \ 1]}{b_0}, \\ L_o = 10^{-3} \times [0.2972 \ 1.3134 \ 2.1742]^T. \end{cases} \quad (55)$$

因此与二阶LADRC(39)近似的理想PID参数为

$$K_p = 1.3134, K_i = 2.1742, K_d = 0.2972, \quad (56)$$

其扰动响应与二阶LADRC(39)十分接近(为节省篇幅, 曲线在此略去).

利用本文方法, 可以很容易由二阶LADRC参数获得近似的PID参数, 这为PID参数整定提供了一个新的思路: 即先整定LADRC, 然后获得PID参数. 熟知一些复杂系统, 如高阶振荡系统和积分系统, 很难整定PID参数, 而对于这些系统LADRC很容易整定, 因此可以利用LADRC整定辅助PID的整定. 对于不想或者不能用LADRC替换现有PID的情形, LADRC整定提供了提高现有PID性能的方法, 如下面两个例子所示.

例4 考虑一8阶强振荡系统^[21]

$$P(s) = \frac{1}{(s^2 + 2)(s + 1)^6}, \quad (57)$$

该系统振荡特性使得PID参数的整定十分困难, 但是利用带宽整定思想, LADRC很容易整定. 通过简单试

凑, 可以得到如下二阶LADRC参数:

$$b_0 = 0.5, \omega_c = 1.2, \omega_0 = 1.4. \quad (58)$$

将其转换为 $b_0 = 0.001$ 的LADRC, 可得近似PID参数

$$K_p = 1.5579, K_i = 0.4542, K_d = 2.0156. \quad (59)$$

系统在二阶LADRC(58)和理想PID(59)下的响应(在 $t = 10$ 时刻加入幅值为1的设定阶跃, 在 $t = 60$ 时刻在输入端加入幅值为1的阶跃扰动)如图9所示, 可以看到两者具有几乎相同的抗干扰性能, 且LADRC跟踪响应更好. 与文献[21]中整定的PID($K_p = 0.78, K_i = 0.3708, K_d = 0.8964$)相比, 本文整定的PID具有更小的振荡和更好的抗干扰性能, 从而提高了现有PID的性能.

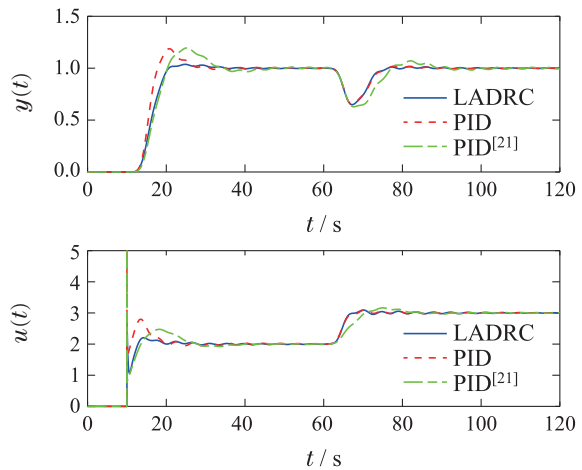


图9 例4系统闭环响应

Fig. 9 Responses for Example 4

例5 考虑如下系统^[22]:

$$P(s) = \frac{\omega_0^2}{(s + 1)(s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2)}, \quad (\zeta = 0.1, \omega_0 = 1, 2, 5, 10,) \quad (60)$$

对于小的 ω_0 该系统很难用PID得到满意的性能, 但是采用线性自抗扰控制很容易控制. 考虑 $\omega_0 = 1$ 情形, 通过简单试凑, 可以得到如下三阶LADRC参数:

$$b_0 = 1, \omega_c = 3, \omega_0 = 2, \quad (61)$$

将其转换为 $b_0 = 0.001$ 的LADRC, 可得PID²参数

$$\begin{cases} K_p = 2.4191, K_i = 0.8798, K_d = 2.7362, \\ K_{d2} = 1.6078. \end{cases} \quad (62)$$

系统在三阶LADRC(式(61))和理想PID²(62)下的响应(在 $t = 0$ 时刻加入幅值为1的设定阶跃, 在 $t = 60$ 时刻在输入端加入幅值为1的阶跃扰动)如图10所示. 可以看到, 所整定的PID²和三阶LADRC具有几乎相同的抗干扰性能, 但是跟踪响应具有较大超调. 作为对比, 如果仅考虑PID控制, 即令(62)中输出的二次微分项系数 $K_{d2} = 0$, 其响应如图10中点折线所示.

可以看到, PID响应非常振荡, 性能不佳. 因此, 三阶LADRC不仅提供了理想PIDD²的一个可行的工程实现, 而且提高了传统PID控制的性能.

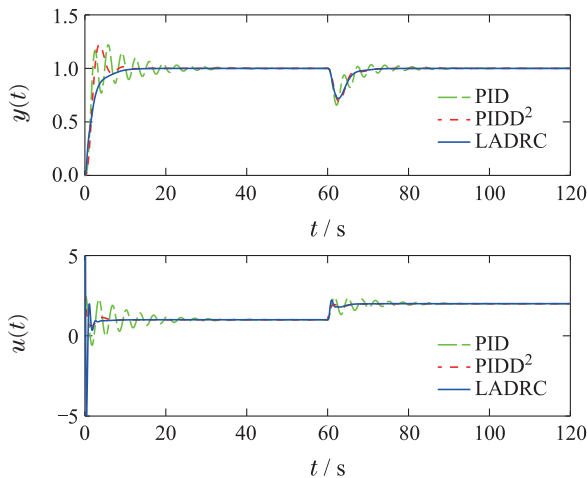


图 10 例5系统闭环响应

Fig. 10 Responses for Example 5

7 结论

本文证明线性自抗扰控制是基于观测器的PID控制结构的对偶. 基于观测器的PID的状态反馈是(高阶)PID控制的推广, 而其不依赖于模型的观测器可以获得被控对象输出的导数及积分的估计, 从而减小测量噪声的干扰. 这种对偶揭示了线性自抗扰控制与PID控制之间的结构和参数关系, 说明了线性自抗扰控制可以作为高阶PID在实际中应用. 以下问题需要进一步研究.

1) 什么系统采用LADRC更容易设计? 什么系统采用PID更容易设计?

2) 自抗扰控制的扩张状态(总扰动)与PID控制中的扩张状态(输出的积分)之间存在什么关系?

3) 作为PID的高阶推广, 线性自抗扰控制在什么情况下可以获得比常规PID更好的性能?

参考文献:

- [1] HAN Jingqing. Active disturbance rejection controller and its applications. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19–23. (韩京清. 自抗扰控制及其应用. 控制与决策, 1998, 13(1): 19–23.)
- [2] ZHOU R, TAN W. Analysis and tuning of general linear active disturbance rejection controllers. *IEEE Transactions Industrial Electronics*, 2019, 66(7): 5497–5501.
- [3] ZHOU R, FU C, TAN W. Implementation of linear controllers via active disturbance rejection control structure. *IEEE Transactions Industrial Electronics*, 2021, 68(7): 6217–6226.
- [4] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning. *Proceedings of American Control Conference*. Denver, Colorado: IEEE, 2003: 4989–4996.
- [5] TAN W, FU C. Linear active disturbance-rejection control: Analysis and tuning via IMC. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(4): 2350–2359.
- [6] HUANG Y, XUE W. Active disturbance rejection control: Methodology and theoretical analysis. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 963–976.
- [7] FENG H, GUO B. Active disturbance rejection control: Old and new results. *Annual Reviews in Control*, 2017, 44(1): 238–248.
- [8] ZHENG Q, GAO Z. Active disturbance rejection control: Some recent experimental and industrial case studies. *Control Theory and Technology*, 2018, 16(4): 301–313.
- [9] JIN H, SONG J, LAN W, et al. On the characteristics of ADR-C: A PID interpretation. *Science China Information Sciences*, 2020, 63(10): 209201.
- [10] ZHAO C, LI D. Control design for the SISO system with the unknown order and the unknown relative degree. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 858–872.
- [11] ZHOU Rong, HAN Wenjie, TAN Wen. On applicability and tuning of linear active disturbance rejection control. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1654–1662. (周蓉, 韩文杰, 谭文. 线性自抗扰的适用性及整定. 控制理论与应用, 2018, 35(11): 1654–1662.)
- [12] ZHONG S, HUANG Y, GUO L. A parameter formula connecting PID and ADRC. *Science China Information Sciences*, 2020, 63(9): 192203.
- [13] HAN Jingqing. *Active Disturbance Rejection Control Technique—the Technique for Estimating and Compensating the Uncertainties*. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (韩京清. 自抗扰控制技术—估计补偿不确定因素的控制技术. 北京: 国防工业出版社, 2008.)
- [14] JIANG T, HUNANG C, GUO L. Control of uncertain nonlinear systems based on observers and estimators. *Automatica*, 2015, 59(9): 35–47.
- [15] GUO B Z, WU Z H. Output tracking for a class of nonlinear systems with matched uncertainties by active disturbance rejection control. *Systems & Control Letters*, 2017, 100(2): 21–31.
- [16] WANG F, LIU E, WANG R, et al. An approach to improve active disturbance rejection control. *International Journal of Control*, 2020, 93(5): 1063–1073.
- [17] CHEN W. Development of nonlinear disturbance observer based control and nonlinear PID: A personal note. *Control Theory and Technology*, 2018, 16(4): 284–300.
- [18] ISAKSSON A, GRAEBE S. Derivative filter is an integral part of PID design. *IEE Proceedings Control Theory Applications*, 2002, 149(1): 41–45.
- [19] ZHUANG B, TAN W, LI J. Tuning of linear active disturbance rejection controller with robustness specification. *ISA Transactions*, 2019, 85(2): 237–246.
- [20] ASTROM K, HAGGLUND T. Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control. *Journal of Process Control*, 2004, 14(1): 635–650.
- [21] MALWATKAR G, SONAWANE S, WAGHMARE L. Tuning of PID controllers for higher-order oscillatory systems with improved performance. *ISA Transactions*, 2009, 48(1): 347–353.
- [22] ASTROM K, HAGGLUND T. Benchmark systems for PID control. *IFAC Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*. Terrassa Spain: IFAC, 2000: 165–166.

作者简介:

谭文 教授, 博士生导师. 目前研究方向为鲁棒控制、自抗扰控制及其在工业过程、电力系统方面的应用, E-mail: wtan@ieee.org;

韩文杰 博士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制, E-mail: 13253151532@163.com;

卢杏启 博士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制, E-mail: hxq_huxingqi@163.com.