

# 无人艇全分布式动态事件触发编队控制

黄 兵<sup>1†</sup>, 肖云飞<sup>2</sup>, 冯 元<sup>2</sup>, 于秀萍<sup>2</sup>

(1. 哈尔滨工程大学 水下机器人技术国防科技重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 针对通信资源受限的多无人艇(USV)编队控制问题, 本文提出了一种动态事件触发数据传输机制以降低通信频率, 减少控制算法对系统带宽的占用。首先, 基于滑模和自适应控制算法设计一种全分布式编队控制器, 使得所有编队成员在保持预设队形的同时能够完成对期望轨迹的跟踪。与现有编队控制器相比, 该控制器不需要通信网络的全局信息。然后, 基于Lyapunov稳定性理论证明了编队跟踪误差以及所有闭环信号都能达到稳定状态。此外, 该算法能够保证触发时间序列不表现出Zeno行为。最后, 通过数值仿真验证了全分布式编队控制器的有效性。

**关键词:** 无人艇编队; 全分布式; 动态事件触发; 协同跟踪控制; 自适应控制

**引用格式:** 黄兵, 肖云飞, 冯元, 等. 无人艇全分布式动态事件触发编队控制. 控制理论与应用, 2023, 40(8): 1479 – 1487

DOI: 10.7641/CTA.2022.11067

## Fully distributed dynamic event-triggered formation control for multiple unmanned surface vehicles

HUANG Bing<sup>1†</sup>, XIAO Yun-fei<sup>2</sup>, FENG Yuan<sup>2</sup>, YU Xiu-ping<sup>2</sup>

(1. Department of Science and Technology on Underwater Vehicle Laboratory,  
Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China;

2. College of Intelligent Systems Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** This paper investigates the problem of fully distributed dynamic event-triggered formation control for multiple unmanned surface vehicles (USV) based on the sliding mode and adaptive control algorithm. Firstly, under the condition of limited communication resources, a novel dynamic event-triggered data transmission mechanism is proposed to reduce the communication frequency and bandwidth occupation. Compared with existing formation controllers, the controller does not require global information of the communication network. Then, a fully distributed formation controller is designed, which can make the tracking errors of multiple unmanned surface vehicles converge to a small region near the origin and all closed-loop signals reach a stable state even without knowing the relative speed information. Moreover, it is proved that the triggering time sequences do not exhibit Zeno behaviour under the proposed formation control algorithm. Finally, numerical simulation is performed to verify the effectiveness of the proposed distributed formation controller.

**Key words:** unmanned surface vehicles; fully distributed; dynamic event-triggered; cooperative control; adaptive control

**Citation:** HUANG Bing, XIAO Yunfei, FENG Yuan, et al. Fully distributed dynamic event-triggered formation control for multiple unmanned surface vehicles. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(8): 1479 – 1487

## 1 引言

近年来, 随着陆地资源的日益匮乏, 海洋资源的开发和利用逐渐进入人们的视野, 多艘无人艇(unmanned surface vehicles, USV)协同作业作为未来海上装备发展的重要方向, 受到越来越多国家的高度关注, 成为各国争相研制的“热点兵器”<sup>[1]</sup>。在复杂的海洋环境下, 多USV协同作业在石油和天然气探测、环境监测和远洋在航补给等海上任务中, 具有广泛的应用前

景和潜在的应用优势<sup>[2]</sup>。控制器设计作为集群系统的核心技术, 保证了上述水面任务的成功率。然而, 艇体的高度自动化和海洋环境的复杂性给协同控制器设计带来了严峻的挑战。在此背景下, 国内外学者提出了多种USV编队控制研究方法, 包括领航者–跟随者策略<sup>[3]</sup>、基于行为方法<sup>[4]</sup>、虚拟结构法<sup>[5–6]</sup>。其中, 虚拟结构法具有控制精度高、稳定性好的优势, 使之成为当下USV协同跟踪方向的研究热点。

收稿日期: 2021–11–05; 录用日期: 2022–09–15。

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: binhuang@hrbeu.edu.cn; Tel.: +86 17792412181.

本文责任编辑: 黄攀峰。

国家自然科学基金项目(51409059)资助。

Supported by the National Natural Science Foundation of China (51409059).

在虚拟结构法中,所有编队成员被视为一个整体,通过共享的通信网络进行信息交换。传统的通信方案以周期的方式对数据进行采样、处理和执行,即所谓的时间触发控制<sup>[7]</sup>。从资源利用的角度看,这种控制方案在实际应用中可能会造成不必要的通信资源浪费。为了解决这一问题,一种非周期性控制策略,即事件触发控制引起了国内外学者的关注。所谓事件触发控制,是指只有当实际测量误差范数大于一个允许界限阈值或系统状态范数时才更新控制协议。因此,基于事件触发的控制方法(包括静态和动态),在减少通信频率和节约能源方面具有很大的优势。特别地,无论是静态还是动态事件触发都要避免出现Zeno现象,即控制行为在有限的时间内被无限次触发。这种现象会使相应的控制行为无法执行,甚至导致系统不稳定。鉴于此,在设计触发机制时应排除Zeno行为。

文献[8–10]深入研究静态事件触发通信方案,在保证一致性协同控制的同时降低通信频率。其中文献[9]设计了一种多水面无人分布式事件触发轨迹跟踪控制器,利用状态误差条件控制领导者与跟随者之间的通信。作为该方案的技术扩展,文献[10]引入了固定时间控制方法,使得设计的分布式事件触发编队控制器能够在预设的时间内收敛。虽然上述静态事件触发通信方案降低了通信负担,但是信息更新的次数和事件触发间隔仍有提升空间。与静态事件触发相比,包含内部动态变量的动态事件触发控制策略不仅能够增加两个执行时刻的间隔时间,而且可保证最小时间间隔至少为一个采样周期。基于多智能体系统,文献[11–12]分别提出了涉及内部动态变量的分布式和全分布式动态事件触发控制策略,以降低每个智能体向其邻居传输信息的频率;不同于分布式控制策略,文献[13]首次提出集中式动态事件触发机制来解决领导者–跟随者的一致性问题。结果表明,动态事件触发机制能够增加任意两个连续触发时刻之间的最小时间间隔。然而,由于USV力学模型的高度非线性和海洋环境的复杂性,上述方法无法直接应用于多无人艇协同系统。

鉴于以上分析,本文致力于解决基于动态事件触发机制的USV编队控制问题。主要贡献如下:首先,针对通信资源受限问题,提出一种动态事件触发通信方案以降低USV之间的数据传输频率;然后,在事件触发机制的基础上将滑模控制策略与自适应算法相结合,设计了一种可实现USV协同轨迹跟踪的全分布式编队控制器。本文设计的算法不需要每个跟随者获取领导者的相对速度信息和通信网络的全局信息。

## 2 问题描述

### 2.1 USV动态模型

本文研究多USV协同轨迹跟踪控制问题。首先给出地面坐标系 $OXY_E$ 和船体坐标系 $OX_BY_B$ 以描

述USV的二维运动。在地面坐标系中, $O$ 表示坐标原点, $OX_E$ 为正东方向, $OY_E$ 为正北方向。在船体坐标系中, $O$ 表示USV的质心, $OX_B$ 沿USV中线指向船艏, $OY_B$ 指向USV的左舷。USV模型的运动学方程和动力学方程为<sup>[14]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i = R(\psi_i)v_i, \\ M_i\ddot{v}_i + C_i v_i + D_i v_i + g_i = \tau_i + M_i R^T(\psi_i)d_i, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\eta_i = [x_i \ y_i \ \psi_i]^T$ 指USV在地面坐标系下的位置向量,由位置 $(x_i, y_i)$ 和艏摇角 $\psi_i$ 组成; $v_i = [u_i \ v_i \ r_i]^T$ 指USV在船体坐标系下的速度向量,由前进速度, $u_i$ 横漂速度 $v_i$ 和艏摇角速度 $r_i$ 组成; $R(\psi_i)$ 表示从船体坐标系到地面坐标系的旋转矩阵,其形式为

$$R(\psi_i) = \begin{bmatrix} \cos \psi_i & -\sin \psi_i & 0 \\ \sin \psi_i & \cos \psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

此外,在式(1)中: $d_i = [d_{ui} \ d_{vi} \ d_{ri}]^T$ 表示外部扰动(风、浪、流等)作用在USV上的力或力矩; $\tau_i = [\tau_{ui} \ \tau_{vi} \ \tau_{ri}]^T$ 表示USV执行机构输出的控制信号; $g_i = [g_{ui} \ g_{vi} \ g_{ri}]^T$ 表示USV的未建模动力学;惯性矩阵 $M_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,科里奥利矩阵 $C_i(v_i) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 和水动力阻尼矩阵 $D_i(v_i) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 的具体表达式见文献[14]。

为了使所有编队成员在保持预设队形的同时能够跟踪期望轨迹 $\eta_d(t) \in \mathbb{R}^3$ ,本文引入队形变量 $\Delta_i \in \mathbb{R}^3$ 以推导出跟踪误差 $e_{1i}$ 和 $e_{2i}$ ,即

$$\begin{cases} e_{1i} = \eta_i + \Delta_i - \eta_d, \\ e_{2i} = \dot{\eta}_i + \dot{\Delta}_i - \dot{\eta}_d, \end{cases} \quad (3)$$

其中: $e_{1i}$ 为位置跟踪误差; $e_{2i}$ 为速度跟踪误差。

控制目标:在考虑外界干扰的情况下,为跟随者USV设计控制器 $\tau_i$ ,使得:1)编队成员能够跟踪期望的轨迹;2)编队成员能够保持预设的队形。因此,本文的控制目标可概括为 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{1i} = \Xi_1$ , $\lim_{t \rightarrow \infty} e_{2i} = \Xi_2$ ,其中 $\Xi_1, \Xi_2$ 为正常数。

### 2.2 图论

本文采用无向连通图描述编队成员的通信拓扑网络。该连通图用符号 $\mathcal{G} = (\mathbf{N}, \mathbf{E}, \mathbf{A})$ 表示,其中: $\mathbf{N} = \{n_1, n_2, \dots, n_n\}$ 为节点集; $\mathbf{E} \subseteq N \times N$ 为边集。在无向图中,对于任意的节点*i*和节点*j*,有 $(i, j) = (j, i)$ ; $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为邻接矩阵。其中 $a_{ij}$ 为邻接矩阵第*i*行、第*j*列的元素。如果 $(n_i, n_j) \in \mathbf{E}$ ,则 $a_{ij} > 0$ ;否则, $a_{ij} = 0$ 。值得注意的是,每一个节点不与自身进行信息交换,即 $a_{ii} = 0$ ,( $i = j$ )。对于无向图, $\mathbf{A}$ 是对称矩阵,即 $a_{ij} = a_{ji}$ 。图 $\mathcal{G}$ 的拉普拉斯矩阵定义为 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ ,其中: $\mathbf{D} = \text{diag}\{d_i\}$ , $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ , $i = 1, 2, \dots, n$ ,对于Leader-follower编队, $f_i = 1$ 表示无人艇可以接受Leader的状态信息。 $\bar{\mathbf{L}} = \mathbf{L} + \mathbf{F}$ 是正定矩阵,

其中  $\mathbf{F} = \text{diag}\{f_1, \dots, f_n\}$ .

### 2.3 引理与假设

**引理1** 参考文献[15], 如果无向图  $\mathcal{G}_u$  是连通的, 那么它的拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L}$  是半正定的.

**假设1** 假设虚拟领导者的参考轨迹  $\eta_d(t)$  二阶可导, 并且  $\eta_d, \dot{\eta}_d, \ddot{\eta}_d$  都是有界的.

**假设2** 外界环境扰动  $\mathbf{d}_i$  是有界的, 满足  $\|\mathbf{M}_i \mathbf{d}_i\| \leq D_i$ , 其中  $D_i$  是未知的正常数.

**假设3** 假设存在正常数  $m$  和  $\bar{m}$ , 使得  $\mathbf{M}_i$  满足  $m \leq \|\mathbf{M}_i\| \leq \bar{m}$ .

**假设4** 本文采用无向连通图描述USV编队成员之间的通信拓扑网络.

### 3 全分布式事件触发编队控制器设计

本节提出了一种基于滑模控制和自适应策略的全分布式动态事件触发编队控制方案以实现控制目标. 首先, 设计动态事件触发机制, 降低USV之间的通信频率. 然后, 通过Lyapunov稳定性分析证明跟踪误差的收敛性. 最后, 证明闭环系统在所提出控制器的作用下不存在Zeno行为. 为了更直观地展示控制算法, 图1给出了动态事件触发通信框架下的闭环系统框图.

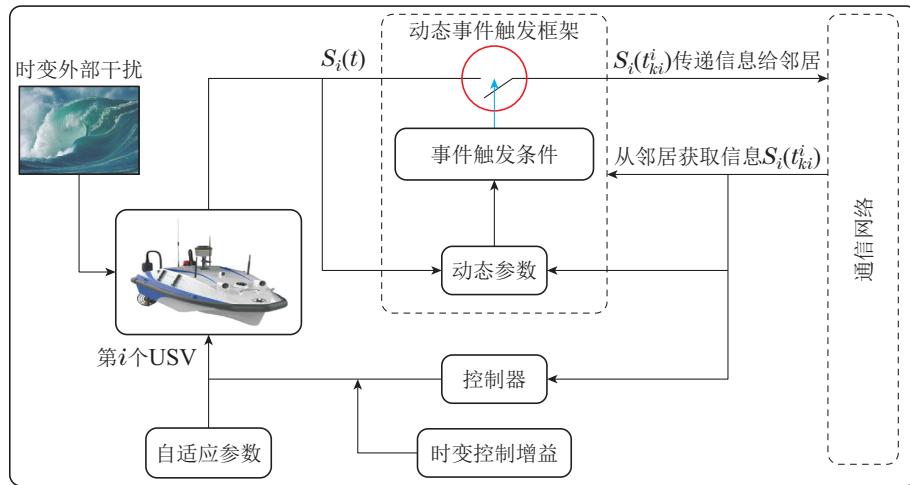


图1 动态事件触发框架下的USV编队控制系统框图

Fig. 1 Dynamic event-triggered communication framework for formation control of USV

### 3.1 控制器推导

为了便于控制器的设计和闭环系统的稳定性分析, 根据性质  $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = I$ , 将编队成员的数学模型进一步描述为

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i = \mathbf{R}v_i, \\ \mathbf{M}_i \mathbf{R}\dot{v}_i = \mathbf{M}_i \mathbf{R}M_i^{-1} \tau_i + \mathbf{H}_i(v_i) + \mathbf{M}_i \mathbf{d}_i, \end{cases} \quad (4)$$

其中非线性函数  $\mathbf{H}_i(v_i)$  定义为未建模动态,  $\mathbf{H}_i(v_i) = -\mathbf{M}_i \mathbf{R}M_i^{-1}(\mathbf{C}_i(v_i)v_i + \mathbf{D}_i(v_i)v_i + \mathbf{g}_i)$ .

基于本文定义的协同跟踪误差(3), 可设计辅助变量  $\mathbf{q}_{ri}$  和  $\mathbf{S}_i$ , 即

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{ri} &= k_1(f_i(\eta_i + \Delta_i - \eta_d) + \\ &\quad \sum_{j=1}^n a_{ij} [\eta_i + \Delta_i - (\eta_j + \Delta_j)]) = \\ &= k_1[f_i \mathbf{e}_{2i} + \sum_{j=1}^n a_{ij} (\mathbf{e}_{1i} - \mathbf{e}_{1j})], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{e}_{2i} + \mathbf{q}_{ri}, \quad (6)$$

式中:  $k_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  为正定矩阵,  $f_i$  为比例参数. 如果跟随者可以接收到虚拟领导者的状态信息, 则  $f_i = 1$ ; 否则,  $f_i = 0$ .

对式(6)中的  $\mathbf{S}_i$  求导, 并将式(3)–(5)代入, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{S}}_i &= \mathbf{M}_i(\dot{\mathbf{e}}_{2i} + \dot{\mathbf{q}}_{ri}) = \\ &= \mathbf{M}_i(\dot{\mathbf{R}}\mathbf{v}_i + \mathbf{R}\dot{\mathbf{v}}_i + \ddot{\Delta}_i - \ddot{\eta}_d + \dot{\mathbf{q}}_{ri}) = \\ &= \mathbf{Y}_i(v_i) + \mathbf{M}_i \mathbf{d}_i + \mathbf{M}_i \mathbf{R}M_i^{-1} \tau_i + \\ &+ \mathbf{M}_i(\ddot{\Delta}_i - \ddot{\eta}_d + \dot{\mathbf{q}}_{ri}). \end{aligned} \quad (7)$$

非线性函数  $\mathbf{Y}_i(v_i)$  表达式为

$$\mathbf{Y}_i(v_i) = \mathbf{H}_i(v_i) + \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{R}}\mathbf{v}_i, \quad (8)$$

其中  $\mathbf{Y}_i(v_i)$  满足  $\|\mathbf{Y}_i(v_i)\| \leq Y_i, i = 1, 2, \dots, n, Y_i$  是未建模动态  $\mathbf{Y}_i(v_i)$  的未知上界, 且  $Y_i > 0$ . 复杂海况下, 模型信息  $\mathbf{C}_i(v_i), \mathbf{D}_i(v_i)$  和  $\mathbf{g}_i$  难以精确获悉, 导致设计者无法对  $\mathbf{Y}_i(v_i)$  进行描述. 因此, 本文采用自适应算法对未知上界参数  $Y_i$  进行在线估计和补偿以抵消未建模动态对系统的影响.

控制律以及自适应律设计如下:

$$\begin{aligned} \tau_i &= \mathbf{M}_i \mathbf{R}^T \mathbf{M}_i^{-1}(-\hat{h}_i(t_k^i) \mathbf{S}_i(t_k^i) - \\ &\quad \frac{\hat{Y}_i \mathbf{S}_i}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)} - \\ &\quad \frac{\hat{D}_i \mathbf{S}_i}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)} + \mathbf{M}_i \ddot{\eta}_d), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\dot{\hat{Y}}_i = k_3(-k_2\hat{Y}_i + \frac{\|\mathbf{S}_i\|^2}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)}), \quad (10)$$

$$\dot{\hat{D}}_i = k_5(-k_4\hat{D}_i + \frac{\|\mathbf{S}_i\|^2}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)}), \quad (11)$$

其中:  $k_2, k_3, k_4, k_5$  均为正常数; 定义事件采样触发时刻的状态向量为  $\mathbf{S}_i(t_{ki}^i) = \mathbf{S}_i(t)$ ;  $t_{ki}^i$  为第  $i$  个编队成员的第  $k$  个触发时刻;  $\mu, \sigma$  为正常数且  $\mu \exp(-\sigma t) > 0$ ;  $\hat{D}_i$  和  $\hat{Y}_i$  分别为  $D_i$  和  $Y_i$  的估计, 估计误差定义为  $\tilde{D}_i = D_i - \hat{D}_i$  和  $\tilde{Y}_i = Y_i - \hat{Y}_i$ ;  $\hat{h}_i$  为时变控制增益。值得注意的是, 该控制器设计不包含相对速度信息。根据文献[16], 控制器(9)使得每艘无人艇只需要间歇地与邻居通信, 因此更有效地利用通信网络带宽, 节约通信资源。

**注 1** 本文设计的自适应律主要优势可以概括为3个方面: 1)  $\frac{\|\mathbf{S}_i\|^2}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)}$  具有很强的抗干扰能力, 且参数  $\mu$  和  $\sigma$  可由设计者调节以获得最优的控制精度和收敛速度; 2) 抖振现象会对执行器造成损坏,  $\frac{\|\mathbf{S}_i\|^2}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)}$  可有效缓解抖振现象并解决奇异性问题; 3) 从  $\mu \exp(-\sigma t)$  的定义可看出, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\mu \exp(-\sigma t) = 0$ 。因此, 该算法可避免额外的稳态误差对控制精度的影响。

### 3.2 动态事件触发函数设计

事件触发误差函数定义为

$$\gamma_i(t) = \hat{h}_i(t_k^i)\mathbf{S}_i(t_k^i) - \hat{h}_i(t)\mathbf{S}_i(t), \quad t \in [t_k^i, t_{k+1}^i], \quad (12)$$

其中  $\hat{h}_i(t)$  定义为

$$\dot{\hat{h}}_i = k_7(-k_6\hat{h}_i + \mathbf{S}_i^\top \mathbf{S}_i). \quad (13)$$

本文采用基于误差信息的动态事件触发机制(12)以减少USV之间信息传输次数, 从而降低控制器的更新频率。通过引入一个动态变量  $\xi_i$ , 设计触发条件为

$$t_{k+1}^i = \inf\{t > t_k^i : \beta_i \|\gamma_i(t)\| - \alpha_i \|\mathbf{S}_i(t)\|^2 \geq \xi_i\}, \quad (14)$$

式中:  $\alpha_i, \beta_i$  均为正常数, 动态变量  $\xi_i$  满足以下等式:

$$\dot{\xi}_i = -\rho_i \xi_i + (-\beta_i \|\gamma_i(t)\| + \alpha_i \|\mathbf{S}_i(t)\|^2), \quad (15)$$

式中:  $\xi_i(0) > 0, \rho_i > 0$ 。

根据式(14)事件触发条件可知, 在两个连续的触发时刻  $t_k^i$  和  $t_{k+1}^i$  之间没有任何事件触发, 即  $\beta_i \|\gamma_i(t)\| - \alpha_i \|\mathbf{S}_i(t)\|^2 \leq \xi_i$  总是成立的, 也就是说只有当这个不等式被违反时, 相应的事件才会发生并将误差  $\gamma_i(t)$  重置为零。因此结合式(15)可知

$$\dot{\xi}_i \geq -\rho_i \xi_i - \xi_i = -(\rho_i + 1) \xi_i, \quad (16)$$

其中  $\rho_i + 1 > 0$ 。根据比较引理, 可得

$$\xi_i(t) \geq \xi_i(0) e^{-(\rho_i + 1)t} > 0. \quad (17)$$

由式(17)可知, 动态事件触发方案的触发条件(14)更严格。因为动态变量  $\xi_i(t) > 0$ , 所以, 在保证系统控制性能前提下, 动态事件触发策略产生触发时间间隔会更长。

**注 2** 参考文献[16], 在本文设计的事件触发控制框架下, 每个USV只需要与它的邻居间歇通信。事实上, 当  $\beta_i \|\gamma_i(t)\| \geq \xi_i + \sum_{i=1}^n \alpha_i \|\mathbf{S}_i(t)\|^2$  时, 第  $i$  个USV达到触发条件。此时, 第  $i$  个USV的状态信息被允许传输给他的邻居并且基于状态的测量误差  $\gamma_i(t)$  将立即重置为零。换而言之, 当  $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i]$  时, 第  $i$  个USV不向其邻居发送自身信息状态, 此时不更新控制协议。此外, 每个USV的测量误差只取决于其自身的采样状态和实际状态。因此, 所有编队无人艇的事件触发序列都是异步的, 更有效的利用了通信网络带宽。

**注 3** 本文所提出的动态事件触发机制(14)包含一个动态变量  $\xi_i(t)$ 。由于该动态变量总是非负的, 因此在选择相同参数前提下, 动态事件触发机制的测量误差  $\|\gamma_i(t)\|$  会更晚达到预设阈值, 这意味着动态事件触发方案具有更大的触发时间间隔。更重要的是, 基于式(16)–(17), 包含动态变量  $\xi_i(t)$  的动态事件触发方案在排除Zeno行为方面起着重要作用。

### 3.3 稳定性分析

**定理 1** 对于由多USV组成的编队系统(1), 在假设1–4成立的条件下, 则本文设计的控制律(9)–(11)和事件触发机制(12)–(13)能够完成对USV编队期望轨迹的跟踪和预设队形的保持。同时, 辅助变量  $\mathbf{S}_i$ 、自适应估计误差  $\tilde{D}_i$  和  $\tilde{Y}_i$  将收敛到原点附近的微小邻域。

**证** 选择Lyapunov候选函数  $V_L$ , 即

$$V_L = V_1 + V_2 + V_3, \quad (18)$$

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^\top \mathbf{M}_i \mathbf{S}_i + \frac{1}{2k_3} \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i^2 + \frac{1}{2k_5} \sum_{i=1}^n \tilde{D}_i^2 + \sum_{i=1}^n \xi_i, \quad (19)$$

$$V_2 = \mathbf{q}_r^\top \mathbf{M}_L \mathbf{q}_r, \quad (20)$$

$$V_3 = \sum_{i=1}^n \frac{(\hat{h}_i - \bar{h})^2}{2k_7}, \quad (21)$$

其中:  $\mathbf{q}_r = [\mathbf{q}_{r1}^\top \cdots \mathbf{q}_{rm}^\top]^\top = k_1 (\bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{e}_1$ ;  $\mathbf{M}_L = \text{diag}\{\mathbf{M}_1, \dots, \mathbf{M}_m\}$ 。由引理1可知,  $\bar{\mathbf{L}} = \mathbf{L} + \mathbf{F}$  的特征值均为正常数;  $\bar{h}$  为正常数。

证明步骤如下。

**步骤 1** 将  $V_1$  对时间求导并代入式(7), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^\top \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{S}}_i - \frac{1}{k_3} \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i \dot{\tilde{Y}}_i - \\ &\quad \frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^n \tilde{D}_i \dot{\tilde{D}}_i + \sum_{i=1}^n \dot{\xi}_i = \\ &\quad \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^\top [\mathbf{Y}_i + \mathbf{M}_i \mathbf{d}_i + \mathbf{M}_i \mathbf{R} \mathbf{M}_i^{-1} \boldsymbol{\tau}_i + \\ &\quad \mathbf{M}_i (\ddot{\Delta}_i - \ddot{\eta}_d + \dot{\mathbf{q}}_{ri})] - \end{aligned}$$

$$\frac{1}{k_3} \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i \dot{\tilde{Y}}_i - \frac{1}{k_5} \sum_{i=1}^n \tilde{D}_i \dot{\tilde{D}}_i + \sum_{i=1}^n \dot{\xi}_i. \quad (22)$$

根据控制律式(9)和自适应律式(10)–(11), 式(22)可化简为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^T [Y_i - \hat{h}_i(t_k^i) \mathbf{S}_i(t_k^i)] + \\ & \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{q}}_{ri} + \mathbf{M}_i d_i - \frac{\dot{Y}_i \|\mathbf{S}_i\|}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)} - \\ & \frac{\hat{D}_i \|\mathbf{S}_i\|}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)} - \\ & \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i (-k_2 \hat{Y}_i + \frac{\|\mathbf{S}_i\|^2}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)}) - \\ & \sum_{i=1}^n \tilde{D}_i (-k_4 \hat{D}_i + \frac{\|\mathbf{S}_i\|^2}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)}) + \sum_{i=1}^n \dot{\xi}_i. \end{aligned} \quad (23)$$

根据文献[17]中与自适应律有关的不等式放缩方法, 则  $\sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^T Y_i$  和  $\sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_i \mathbf{d}_i$  满足

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^T Y_i \leq \sum_{i=1}^n \frac{Y_i \|\mathbf{S}_i\|^2}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)} + \\ \frac{\mu Y_i \|\mathbf{S}_i\| \exp(-\sigma t)}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)}, \\ \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_i \mathbf{d}_i \leq \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^T D_i \leq \\ \sum_{i=1}^n \frac{D_i \|\mathbf{S}_i\|^2}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)} + \\ \frac{\mu D_i \|\mathbf{S}_i\| \exp(-\sigma t)}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)}. \end{array} \right. \quad (24)$$

因此, 式(23)满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & - \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^T [\hat{h}_i(t_k^i) \mathbf{S}_i(t_k^i)] + \\ & \sum_{i=1}^n \mathbf{S}_i^T \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{q}}_{ri} + k_2 \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i \dot{\tilde{Y}}_i + \\ & k_4 \sum_{i=1}^n \tilde{D}_i \dot{\tilde{D}}_i + \sum_{i=1}^n \dot{\xi}_i + \\ & \sum_{i=1}^n (\frac{\mu Y_i \|\mathbf{S}_i\| \exp(-\sigma t)}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)} + \frac{\mu D_i \|\mathbf{S}_i\| \exp(-\sigma t)}{\|\mathbf{S}_i\| + \mu \exp(-\sigma t)}). \end{aligned} \quad (25)$$

根据杨不等式可知  $k_2 \tilde{Y}_i \dot{\tilde{Y}}_i \leq -\frac{k_2}{2} \tilde{Y}_i^2 + \frac{k_2}{2} Y_i^2$ ;  $k_4 \tilde{D}_i \dot{\tilde{D}}_i \leq -\frac{k_4}{2} \tilde{D}_i^2 + \frac{k_4}{2} D_i^2$ . 根据式(12)(25)可进一步推导为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\mathbf{S}_L^T \hat{h} \mathbf{S}_L - \mathbf{S}_L^T \gamma + \mathbf{S}_L^T \mathbf{M}_L \dot{\mathbf{q}}_r - \\ & \frac{k_2}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i^2 - \frac{k_4}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{D}_i^2 + \sum_{i=1}^n \dot{\xi}_i + \\ & \sum_{i=1}^n (\frac{k_2}{2} Y_i^2 + \frac{k_4}{2} D_i^2 + \end{aligned}$$

$$\mu D_i \exp(-\sigma t) + \mu Y_i \exp(-\sigma t)), \quad (26)$$

其中  $\mathbf{S}_L = [\mathbf{S}_1^T \cdots \mathbf{S}_n^T]^T$ . 此外, 由式(3)可知  $\dot{\mathbf{q}}_r = k_1 \mathbf{S}_L^T \mathbf{M}_L (\bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{S}_L - k_1 \mathbf{S}_L^T \mathbf{M}_L (\bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{q}_r$ . 因此, 式(26)可进一步推导为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -\mathbf{S}_L^T \hat{h} \mathbf{S}_L - \mathbf{S}_L^T \gamma + k_1 \mathbf{S}_L^T \mathbf{M}_L (\bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{S}_L - \\ & k_1 \mathbf{S}_L^T \mathbf{M}_L (\bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{q}_r - \frac{k_2}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i^2 - \\ & \frac{k_4}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{D}_i^2 + \sum_{i=1}^n \dot{\xi}_i + \sum_{i=1}^n (\frac{k_2}{2} Y_i^2 + \frac{k_4}{2} D_i^2 + \\ & \mu D_i \exp(-\sigma t) + \mu Y_i \exp(-\sigma t)) \leq \\ & -\mathbf{S}_L^T \hat{h} \mathbf{S}_L - \mathbf{S}_L^T \gamma + k_1 \bar{m} \bar{\lambda} (\bar{\mathbf{L}}) \mathbf{S}_L^T \mathbf{S}_L - \\ & k_1 \mathbf{S}_L^T \mathbf{M}_L (\bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{q}_r - \frac{k_2}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i^2 - \\ & \frac{k_4}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{D}_i^2 + \sum_{i=1}^n \dot{\xi}_i + \sum_{i=1}^n (\frac{k_2}{2} Y_i^2 + \frac{k_4}{2} D_i^2 + \\ & \mu D_i \exp(-\sigma t) + \mu Y_i \exp(-\sigma t)), \end{aligned} \quad (27)$$

其中  $\bar{\lambda}$  为拉普拉斯矩阵  $\bar{\mathbf{L}}$  的最大特征值.

**步骤2** 将  $V_2$  对时间求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \mathbf{q}_r^T \mathbf{M}_L \dot{\mathbf{q}}_r = \\ & k_1 \mathbf{q}_r^T (\bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) (\mathbf{S}_L - \mathbf{q}_r) = \\ & k_1 \mathbf{q}_r^T (\mathbf{M}_L \bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{S}_L - k_1 \mathbf{q}_r^T \mathbf{M}_L (\bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{q}_r \leq \\ & -k_1 \bar{m} \bar{\lambda} (\bar{\mathbf{L}}) \mathbf{q}_r^T \mathbf{q}_r + k_1 \mathbf{q}_r^T \mathbf{M}_L (\bar{\mathbf{L}} \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{S}_L, \end{aligned} \quad (28)$$

其中  $\underline{\lambda}$  为拉普拉斯矩阵  $\bar{\mathbf{L}}$  的最小特征值.

**步骤3** 将  $V_3$  对时间求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & \sum_{i=1}^n \frac{(\hat{h}_i - \bar{h}) \hat{h}_i}{k_7} \leq \\ & \sum_{i=1}^n (\hat{h}_i - \bar{h})(-k_6 \hat{h}_i + \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i) = \\ & \sum_{i=1}^n (\hat{h}_i \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i - \bar{h} \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i - k_6 \hat{h}_i^2 + k_6 \bar{h} \hat{h}_i) \leq \\ & \sum_{i=1}^n (\hat{h}_i \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i - \bar{h} \mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i - \frac{k_6}{2} ((\hat{h}_i - \bar{h})^2 - \bar{h}^2)). \end{aligned} \quad (29)$$

**步骤4** 由式(18)(27)–(29)可知,  $V_L$  对时间的导数满足

$$\begin{aligned} \dot{V}_L \leq & -\mathbf{S}_L^T \gamma + k_1 \bar{m} \bar{\lambda} (\bar{\mathbf{L}}) \mathbf{S}_L^T \mathbf{S}_L - \\ & \frac{k_2}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i^2 - \frac{k_4}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{D}_i^2 - k_1 \bar{m} \bar{\lambda} (\bar{\mathbf{L}}) \mathbf{q}_r^T \mathbf{q}_r + \\ & \sum_{i=1}^n (-\rho_i \xi_i - \beta_i \|\boldsymbol{\gamma}_i(t)\| + \alpha_i \|\mathbf{S}_i(t)\|^2) + \\ & \sum_{i=1}^n (\frac{k_2}{2} Y_i^2 + \frac{k_4}{2} D_i^2 + \\ & \mu D_i \exp(-\sigma t) + \mu Y_i \exp(-\sigma t)) + \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^n (-\bar{h}\mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i - \frac{k_6}{2}((\hat{h}_i - \bar{h})^2 - \bar{h}^2)). \quad (30)$$

将式(30)中的事件触发误差项 $\gamma_i(t)$ 合并整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_L &\leq -\sum_{i=1}^n ((\|\mathbf{S}_i\| - \beta_i)\|\gamma_i(t)\|) + \\ &k_1\bar{m}\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}})\mathbf{S}_L^T \mathbf{S}_L - \frac{k_2}{2}\sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i^2 - \\ &\frac{k_4}{2}\sum_{i=1}^n \tilde{D}_i^2 - k_1m\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}})\mathbf{q}_r^T \mathbf{q}_r + \\ &\sum_{i=1}^n (-\rho_i\xi_i + \alpha_i\|\mathbf{S}_i(t)\|^2) + \\ &\sum_{i=1}^n (\frac{k_2}{2}Y_i^2 + \frac{k_4}{2}D_i^2 + \\ &\mu D_i \exp(-\sigma t) + \mu Y_i \exp(-\sigma t)) + \\ &\sum_{i=1}^n (-\bar{h}\mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i - \frac{k_6}{2}((\hat{h}_i - \bar{h})^2 - \bar{h}^2)). \end{aligned} \quad (31)$$

代入事件触发误差条件式(14)到式(31)中, 合并同类项整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_L &\leq k_1\bar{m}\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}})\mathbf{S}_L^T \mathbf{S}_L - \frac{k_2}{2}\sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i^2 - \\ &\frac{k_4}{2}\sum_{i=1}^n \tilde{D}_i^2 + \sum_{i=1}^n (\frac{k_2}{2}Y_i^2 + \frac{k_4}{2}D_i^2 + \frac{k_6}{2}\bar{h}^2 + \\ &\mu D_i \exp(-\sigma t) + \mu Y_i \exp(-\sigma t)) - \\ &k_1m\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}})\mathbf{q}_r^T \mathbf{q}_r + \\ &\sum_{i=1}^n (-\bar{h}\mathbf{S}_i^T \mathbf{S}_i - \frac{k_6}{2}(\hat{h}_i - \bar{h})^2) + \\ &\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i\|\mathbf{S}_i\|}{\beta_i}\|\mathbf{S}_i(t)\|^2 + \\ &\frac{(\|\mathbf{S}_i\| - \beta_i - \rho_i\beta_i)}{\beta_i}\xi_i, \end{aligned} \quad (32)$$

令 $\bar{\chi} = \max\{\frac{\alpha_i\|\mathbf{S}_i\|}{\beta_i}\}$ ,  $\varpi = \frac{\beta_i + \rho_i\beta_i - \|\mathbf{S}_i\|}{\beta_i}$ , 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_L &\leq -(\bar{h} - k_1\bar{m}\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}}) - \bar{\chi})\mathbf{S}_L^T \mathbf{S}_L - \\ &\frac{k_2}{2}\sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i^2 - \frac{k_4}{2}\sum_{i=1}^n \tilde{D}_i^2 - \\ &\sum_{i=1}^n \varpi\xi_i - k_1m\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}})\mathbf{q}_r^T \mathbf{q}_r - \frac{k_6}{2}\sum_{i=1}^n (\hat{h}_i - \bar{h})^2 + \\ &\sum_{i=1}^n (\frac{k_2}{2}Y_i^2 + \frac{k_4}{2}D_i^2 + \frac{k_6}{2}\bar{h}^2 + \\ &\mu D_i \exp(-\sigma t) + \mu Y_i \exp(-\sigma t)) \leq \\ &-\kappa V_L + o. \end{aligned} \quad (33)$$

根据式(18)–(21)可知, 式(33)中:

$$\begin{aligned} \kappa &= \min\{\frac{2(\bar{h} - k_1\bar{m}\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}}) - \bar{\chi})}{\bar{m}}, k_2k_3, k_4k_5, \varpi, \\ &\frac{2(k_1m\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}}))}{\bar{m}}, k_6k_7\}, \\ o &= \sum_{i=1}^n (\frac{k_2}{2}Y_i^2 + \frac{k_4}{2}D_i^2 + \frac{k_6}{2}\bar{h}^2 + \end{aligned}$$

$$\mu D_i \exp(-\sigma t) + \mu Y_i \exp(-\sigma t)),$$

以及

$$0 \leq V_L \leq \frac{o}{\kappa} + (V_L(0) - \frac{o}{\kappa})e^{-\kappa t}. \quad (34)$$

由式(34)可知, 辅助变量 $\mathbf{S}_i$ ,  $\mathbf{q}_{ri}$ 和估计误差 $\tilde{D}_i$ ,  $\tilde{Y}_i$ 能够达到最终有界稳定. 同时, 自适应参数 $\hat{h}_i$ 收敛于 $\bar{h}$ . 根据式(33), 可证明 $\mathbf{S}_i$ ,  $\mathbf{q}_{ri}$ 分别收敛于以下区域:

$$\begin{cases} \|\mathbf{S}_i\| \leq \sqrt{\frac{o}{\bar{h} - k_1\bar{m}\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}}) - \bar{\chi}}}, \\ \|\mathbf{q}_{ri}\| \leq \sqrt{\frac{o}{k_1m\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}})}}. \end{cases} \quad (35)$$

根据式(6), 可直接得到 $\mathbf{e}_{1i}$ 有界且满足

$$\|\mathbf{e}_{1i}\| \leq (k_1\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}}))^{-1} \sqrt{\frac{o}{k_1m\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}})}} \leq \Xi_1. \quad (36)$$

此时, 证明了跟踪误差变量 $\mathbf{e}_{1i}$ 是最终有界稳定的, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\boldsymbol{\eta}_i - \Delta_i - \boldsymbol{\eta}_d\| \rightarrow \Xi_1, i \in E$ 成立. 证毕.

### 3.4 Zeno现象分析

因为在有限的时间内USV之间的信息交互频率是有限的, 所以论述上述控制算法不会发生Zeno行为. 对于第*i*个USV, 定义 $T = t_{ki+1}^i - t_{ki}^i$ 为任意两个连续触发事件之间的时间间隔. 随后, 通过证明 $T > 0$ 来说明系统不会产生Zeno现象.

Zeno现象是指控制行为在有限时间内被无限次触发的现象. Zeno现象的发生会使对应的控制行为无法执行, 甚至会引起系统不稳定. 要证明不存在Zeno现象, 只需要证明触发时间间隔存在某个大于零的下界, 即存在一个正常数 $\Gamma_1$ 使得 $t_{ki+1}^i - t_{ki}^i \geq \Gamma_1$ 对于 $\forall k = 0, 1, 2, \dots, n$ 成立.

**定理2** 在本文设计控制算法的作用下, USV协同系统无Zeno现象且事件触发时间间隔下界为正常数.

**证** 根据式(35)可知, 滑模变量 $\mathbf{S}_i$ 可以收敛至以下区域 $C \triangleq \Delta$ , 其中

$$C = \{\mathbf{S}_i : \|\mathbf{S}_i\| \leq \sqrt{\frac{o}{\bar{h} - k_1\bar{m}\bar{\lambda}(\bar{\mathbf{L}}) - \bar{\chi}}}\}. \quad (37)$$

根据事件触发误差函数式(12)可知, 在 $t \in [t_{ki}^i, t_{ki+1}^i]$ 时, 以下关系成立:

$$\begin{aligned} \|\gamma_i(t)\| &= \|\hat{h}_i(t_{ki}^i)\mathbf{S}_i(t_{ki}^i) - \hat{h}_i(t)\mathbf{S}_i(t)\| = \\ &\left\| \int_{t_{ki}^i}^t (-k_6k_7\hat{h}_i(t)\mathbf{S}_i(t) + k_7\|\mathbf{S}_i(t)\|^2\mathbf{S}_i(t) + \right. \\ &\left. \hat{h}_i(t)\dot{\mathbf{S}}_i(t))dt \right\| \leq \\ &\int_{t_{ki}^i}^{t_{ki+1}^i} \left\| -k_6k_7\hat{h}_i(t)\mathbf{S}_i(t) + k_7\|\mathbf{S}_i(t)\|^2\mathbf{S}_i(t) + \right. \\ &\left. \hat{h}_i(t)\dot{\mathbf{S}}_i(t) \right\| dt \leq \end{aligned}$$

$$\hat{h}_i(t)\dot{\mathbf{S}}_i(t)\|dt. \quad (38)$$

由于  $\mathbf{S}_i(t)$  和  $\hat{h}_i(t)$  均收敛到原点附近的微小邻域内, 所以  $\gamma_i(t)$  满足

$$\|\gamma_i(t)\| \leq \int_{t_{k_i}^i}^{t_{k_i+1}^i} B_1 d\tau = B_1(t_{k_i+1}^i - t_{k_i}^i), \quad (39)$$

其中  $B_1$  是  $\|\dot{\hat{h}}_i(t)\dot{\mathbf{S}}_i(t)\|$  的上界.

根据事件触发条件式(14)和式(38)–(39)可知

$$T \geq \frac{\|\gamma_i(t)\|}{B_1} \geq \frac{1}{B_1 \beta_i} (\alpha_i \|\mathbf{S}_i(t)\|^2 + \xi_i) > 0, \quad (40)$$

其中:  $\alpha_i > 0, \beta_i > 0$ .

因此, 事件触发时间间隔严格大于零. 在所提出的事件触发编队控制器的作用下, 闭环系统不表现出Zeno行为.

证毕.

#### 4 仿真结果

本节给出了多USV协同系统所设计控制算法作用下的仿真结果, 说明了控制算法的有效性. 编队系统中有3个跟随者和1个虚拟领导者, 相应的通信邻接矩阵为

$$\mathbf{A} = [a_{ij}]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

USV模型的质量为23.8 kg, 长度为1.255 m, 宽度为0.29 m. USV模型参数如表1所示<sup>[15]</sup>. 虚拟领导者的期望轨迹、初始状态向量和期望队形如表2所示. 根据定理1, 所有的跟随者都将跟踪虚拟领导者且构成预设队形. 为了达到满意的控制性能, 控制器和事件触发函数的参数选择如表3所示.

此外, 为了更好地说明所提控制器的鲁棒性. 风、浪和洋流等引起的外部干扰设置如下:

$$\mathbf{d}_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} -0.2 \cos(0.5t) \cos(t) + \\ 0.2 \cos(0.5t) - 2 \\ 0.1 \sin(0.1t) \\ 0.25 \sin(1.1t) \cos(0.3t) \end{bmatrix}, & t \geq 80 \text{ s} \\ 0, & t < 80 \text{ s}. \end{cases}$$

表1 USV模型参数

Table 1 The model parameters of USV

参数	数值	参数	数值
$m_{11}$	25.8	$c_{23}$	$-25.8u_i$
$m_{22}$	33.8	$c_{32}$	$25.8u_i$
$m_{23}$	1.0115	$d_{11}$	$0.72 + 1.33 u_i  + 5.87u_i^2$
$m_{32}$	1.0115	$d_{22}$	$0.889 + 36.5 v_i  + 0.805 r_i $
$m_{33}$	2.76	$d_{23}$	$7.25 + 0.845 v_i  + 3.45 r_i $
$c_{13}$	$-33.8v_i - 1.0115r_i$	$d_{32}$	$0.031 + 3.96 v_i  + 0.13 r_i $
$c_{31}$	$33.8v_i + 1.0115r_i$	$d_{33}$	$1.9 + 0.08 v_i  + 0.75 r_i $

表2 初始值和期望编队配置

Table 2 The initial and desired formation configuration

描述	数值	单位
初始位置	$\eta_1(0) = [-4 \ 15 \ \pi/3]^T$	
	$\eta_2(0) = [5 \ 21 \ -\pi/2]^T$	
	$\eta_3(0) = [-3 \ 0 \ \pi/2]^T$	m
	$\eta_d(0) = [0 \ 10 \ 0]^T$	
初始速度	$v_i(0) = [0 \ 0 \ 0]^T, (i = 1, 2, 3)$	m/s
期望轨迹	$\eta_d = [0.5 \ t \ 10 \ 0]^T$	m
期望队形	$\Delta_1 = [3 \ 0 \ 0]^T, \Delta_2 = [0 \ 3 \ 0]^T, \Delta_3 = [0 \ -3 \ 0]^T$	m

表3 控制器和事件触发函数参数配置

Table 3 The parameters in controller and event-triggered function

描述	数值
编队控制器	$k_1 = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, k_6 = 2, k_7 = 0.03$
自适应律	$k_2 = 35, k_4 = 30, k_3 = 0.002, k_5 = 0.001, \mu = 1, \sigma = 2$
事件触发函数	$\alpha_i = 0.001, \beta_i = 0.2, \rho_i = 0.75 (i = 1, 2, 3)$

详细的数值仿真结果如图2–7所示.

图2为编队系统在二维平面上的跟踪轨迹图. 其中, 3个跟随者能够在保持等腰三角形队形的情况下准确跟踪虚拟领导者. 图3给出了每个USV位置跟踪误差的时间响应曲线. 从图中可知, 即使在80 s时加入时变外部干扰, 位置跟踪误差依然可以收敛至原点附近. 控制输入信号如图4所示. 观察图4可知, 跟随者的控制输入信号在系统稳定后稳定于常值. 图5描述了动态变量  $\xi_i(t)$  的时间响应曲线. 从图中可知,  $\xi_i(t)$  总是非负的, 并最终收敛于零.

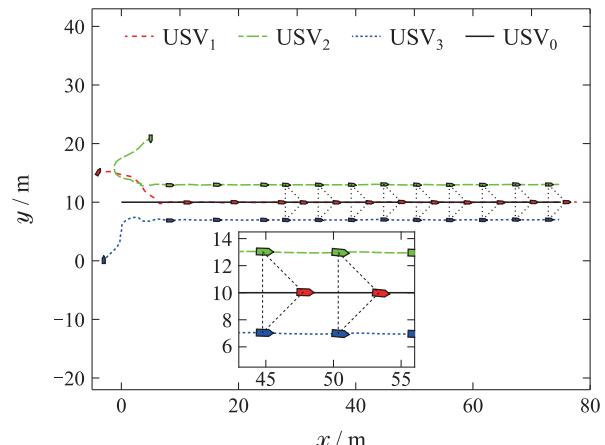


图2 编队系统二维轨迹图

Fig. 2 Formation trajectories of USV

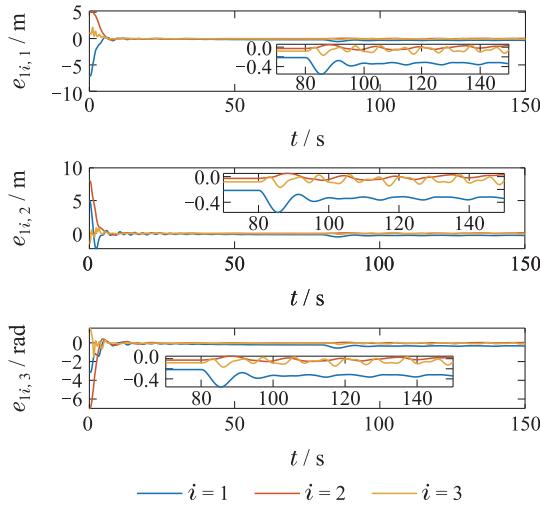


图3 编队系统位置跟踪误差

Fig. 3 Trajectory tracking errors of USV

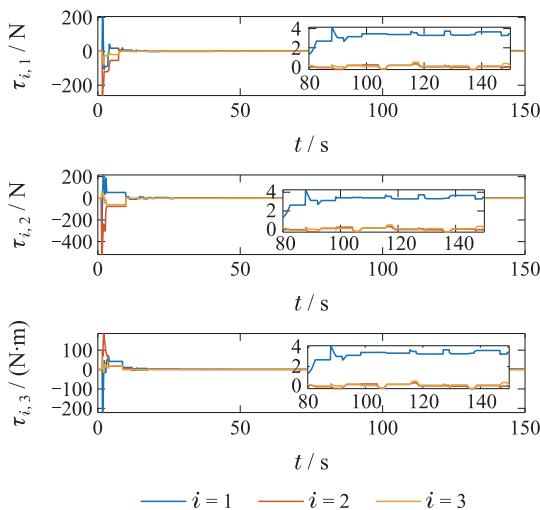


图4 编队系统执行器控制输入

Fig. 4 Control input of USV

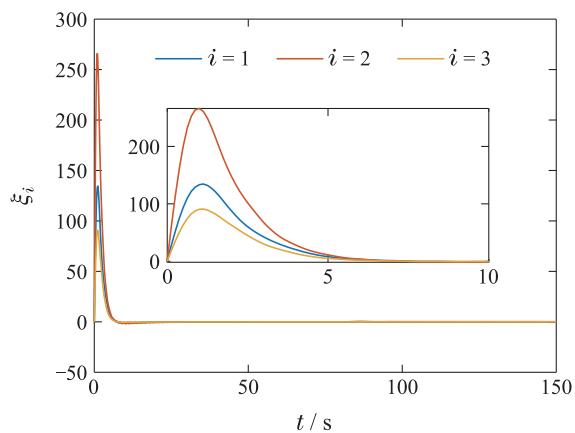
图5 动态变量 $\xi_i(t)$ Fig. 5 The dynamic variable of  $\xi_i(t)$ 

图6为3个USV的触发时间间隔统计图。通过计算可得, 动态事件触发平均时间为0.8 s, 由图6可知, 最大触发时间为控制系统稳定到加入外部干扰之间的仿真时间, 在最大触发时间间隔前由于需要不断更新控制协议使编队系统稳定, 加入干扰后需要更新控制协议克服扰动, 因此在这两个时间段的触发频率比较频繁。

图7为USV之间通信传输数据大小统计图。在数值模拟中, 模拟时间为150 s, 采样时间为0.125 s。假设每个数据的存储大小为4字节, 那么在现有的连续时间触发控制方案中<sup>[18]</sup>, 每个USV在仿真时间内通过通信信道发送的数据大小高达38400字节, 而采用本文提出的动态事件触发控制方案, USV之间发送的数据大小仅为5920, 5890, 6020字节。与时间触发控制方案相比, 通信数据分别减少84.6%, 84.7%和84.3%。

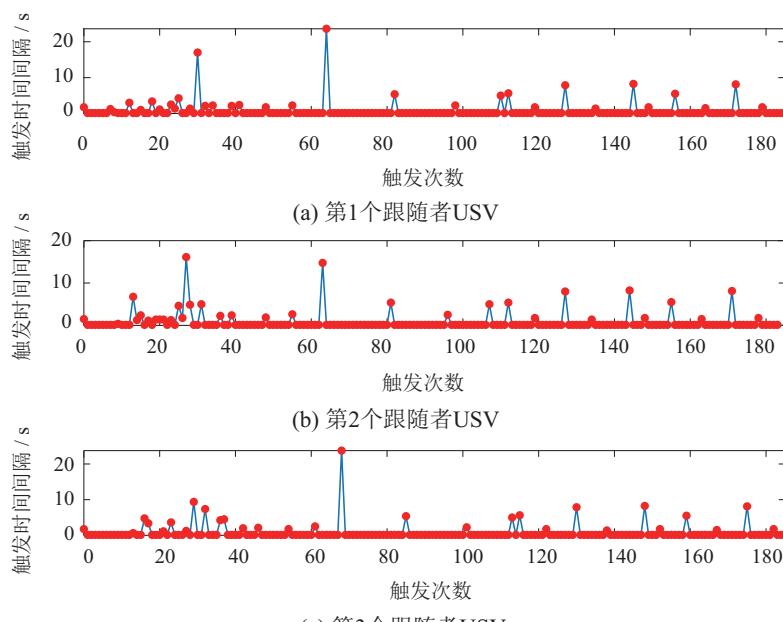


图6 动态事件触发条件下3个跟随USV的触发次数和触发时间间隔

Fig. 6 Trigger numbers and Trigger interval of three USV under dynamic event-triggering condition

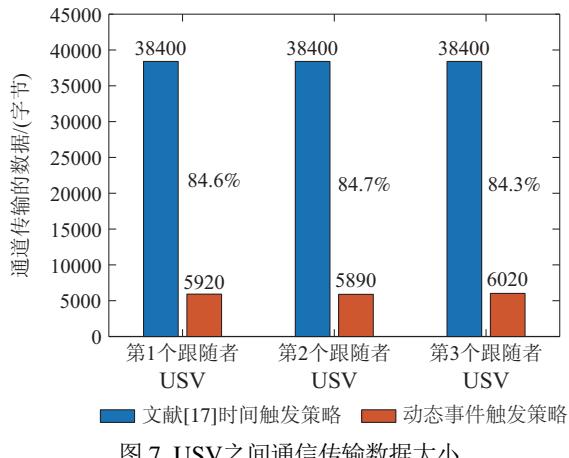


Fig. 7 Date size of communication transmission among USV

## 5 结论

本文针对通信受限的无人艇协同跟踪控制问题, 提出了一种非周期性的动态事件触发信息传输策略, 使每个USV可以间歇性向其邻居发送信息, 从而避免了USV之间频繁的信息通讯, 在保证系统收敛时间以及控制性能的前提下, 动态事件触发策略能够更大的增加触发时间间隔, 从而更有效的降低了通信资源消耗. 在此基础上, 结合滑模控制策略与自适应控制方法, 本文提出了一种不需要通信网络全局信息的控制方案. 最后, 仿真结果验证了编队控制器的有效性. 未来, 笔者将重点研究最小时间间隔的事件触发控制问题, 使得控制系统能够在保证瞬态以及稳态性能的同时, 更有效的节省通信资源.

## 参考文献:

- [1] FU Mingyu, JIAO Jianfang. Passive coordinated formation control for vessels based on virtual leader. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(3): 439 – 448.  
(付明玉, 焦建芳. 基于虚拟领航者的船舶无源协调编队控制研究. 自动化学报, 2014, 40(3): 439 – 448.)
- [2] LIN Anhui, JIANG Desong, ZENG Jianping. Underactuated ship formation control with input saturation. *Acta Automatica Sinica*, 2018, 44(8): 1496 – 1504.  
(林安辉, 蒋德松, 曾建平. 具有输入饱和的欠驱动船舶编队控制. 自动化学报, 2018, 44(8): 1496 – 1504.)
- [3] LI J, DU J, CHANG W. Robust time-varying formation control for underactuated autonomous underwater vehicles with disturbances under input saturation. *Ocean Engineering*, 2019, 179: 180 – 188.
- [4] TAN G, ZHUANG J, ZOU J, et al. Coordination control for multiple unmanned surface vehicles using hybrid behavior-based method. *Ocean Engineering*, 2021, 232: 109147.
- [5] LIANG X, QU X, HOU Y, et al. Distributed coordinated tracking control of multiple unmanned surface vehicles under complex marine environments. *Ocean Engineering*, 2020, 205: 107328.
- [6] SUN X, WANG G, FAN Y, et al. A formation autonomous navigation system for unmanned surface vehicles with distributed control strategy. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2020, 22(5): 2834 – 2845.
- [7] SUN Z, ZHANG G, LU Y, et al. Leader-follower formation control of underactuated surface vehicles based on sliding mode control and parameter estimation. *ISA transactions*, 2018, 72: 15 – 24.
- [8] GAO Z, GUO G. Fixed-time leader-follower formation control of autonomous underwater vehicles with event-triggered intermittent communications. *IEEE Access*, 2018, 6: 27902 – 27911.
- [9] ZHANG A, ZHANG J, YANG L. Distributed event-triggered adaptive coordinated trajectory tracking control of multi-USVs based on the aggregate tracking error. *IEEE Access*, 2021, 9: 26802 – 26810.
- [10] WANG H, SU B. Event-triggered formation control of AUVs with fixed-time RBF disturbance observer. *Applied Ocean Research*, 2021, 112: 102638.
- [11] HU W, YANG C, HUANG T, et al. A distributed dynamic event-triggered control approach to consensus of linear multiagent systems with directed networks. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 50(2): 869 – 874.
- [12] QIAN Y, LIU L, FENG G. Distributed dynamic event-triggered control for cooperative output regulation of linear multiagent systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 50(7): 3023 – 3032.
- [13] DU S, LIU T, HO D, et al. Dynamic event-triggered control for leader-following consensus of multiagent systems. *IEEE Transactions on Systems Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 50(9): 3243 – 3251.
- [14] HUANG B, SONG S, ZHU C, et al. Finite-time distributed formation control for multiple unmanned surface vehicles with input saturation. *Ocean Engineering*, 2021, 233: 109158.
- [15] LU Yu. *Research on adaptive formation control method for multi-ship cooperation*. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2020.  
(陆宇. 面向多船协同的自适应编队控制方法研究. 上海: 上海交通大学, 2020.)
- [16] HU Q, SHI Y, WANG C. Event-based formation coordinated control for multiple spacecraft under communication constraints. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2019, 51(5): 3168 – 3179.
- [17] XING L, ZHANG J, LIU C, et al. Fuzzy-logic-based adaptive event-triggered sliding mode control for spacecraft attitude tracking. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 108: 106394.
- [18] LU Y, ZHANG G, SUN Z, et al. Adaptive cooperative formation control of autonomous surface vessels with uncertain dynamics and external disturbances. *Ocean Engineering*, 2018, 167: 36 – 44.

## 作者简介:

**黄兵** 博士, 讲师, 目前研究方向为面向复杂海况的海洋无人航行器鲁棒控制, E-mail: binhuang@hrbeu.edu.cn;

**肖云飞** 硕士研究生, 目前研究方向为基于事件触发机制的水面无人艇集群协同控制, E-mail: xiaoyunfei@hrbeu.edu.cn;

**冯元** 硕士研究生, 目前研究方向为水面无人艇运动控制, E-mail: fengyuan@hrbeu.edu.cn;

**于秀萍** 博士, 教授, 目前研究方向为飞行器精确制导与控制技术, E-mail: yuxiuping@hrbeu.edu.cn.