

# 带有混合时滞的切换系统的耗散性分析与控制

解红珍, 宗广灯<sup>†</sup>, 杨东

(曲阜师范大学 工学院, 山东 日照 276826)

**摘要:** 本文研究了一类具有不稳定子系统和混合时滞的切换系统的耗散性和指数镇定问题. 首先, 为了消除不稳定子系统给这类时滞系统带来的不利影响, 采用了一种新颖的切换信号设计方法—将模态依赖平均驻留时间的慢切换和快切换方法相结合, 并通过利用Lyapunov相关理论, 给出了全局指数稳定的充分条件. 然后, 利用耗散性理论、多重Lyapunov-Krasovskii泛函技术、积分不等式、与Schur补引理等方法, 以线性矩阵不等式的形式给出了耗散性能的相关判据, 使闭环系统实现全局指数稳定性的同时具有严格耗散性能. 进一步, 在给定扰动衰减水平的前提下, 通过求解一些严格的LMI条件, 建立了一组可行控制器. 最后, 通过仿真实例验证了该方法的有效性.

**关键词:** 耗散控制; 切换系统; 混合时变时滞; 模态依赖平均驻留时间; Lyapunov-Krasovskii泛函

**引用格式:** 解红珍, 宗广灯, 杨东. 带有混合时滞的切换系统的耗散性分析与控制. 控制理论与应用, 2022, 39(8): 1369 – 1376

DOI: 10.7641/CTA.2022.11150

## Dissipative analysis and control of switched systems with mixed time delays

XIE Hong-zhen, ZONG Guang-deng<sup>†</sup>, YANG Dong

(School of Engineering, Qufu Normal University, Rizhao Shandong 276826, China)

**Abstract:** This paper deals with the problems of dissipativity and exponential stabilization for switched systems with unstable subsystems and mixed time delays. First, in order to eliminate the adverse effects of unstable subsystems on such time-delay systems, a novel switching signal design method is adopted in this paper, which combines slow switching and fast switching with the mode-dependent average dwell time technique. And by using Lyapunov theory, sufficient conditions for global exponential stability of closed-loop systems are given. Then, delay-dependent criteria are derived in terms of linear matrix inequalities by employing dissipativity theory, multiple Lyapunov-Krasovskii functional approaches, mode-dependent average dwell time technique and Jensen's integral inequality, making the closed-loop system achieve exponential stability and strict dissipativity. In addition, with the given premise of disturbance attenuation level, a set of feasible controllers are established by solving some strict LMI conditions. Finally, a simulation example is given to demonstrate the availability of the acquired methods.

**Key words:** dissipative control; switching system; mixed time-varying delays; mode-dependent average dwell time; Lyapunov-Krasovskii functional

**Citation:** XIE Hongzhen, ZONG Guangdeng, YANG Dong. Dissipative analysis and control of switched systems with mixed time delays. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(8): 1369 – 1376

### 1 引言

在当代日益复杂的工业过程中, 由有限个连续动态和离散变量组成的切换系统凭借其强大的建模能力在实际系统中得到了广泛应用, 例如: 化工过程控制系统、网络控制系统和电力系统等<sup>[1]</sup>. 考虑在切换信号受约束情况下的稳定性分析与控制综合是研究切换系统基本且重要的问题<sup>[2]</sup>. 目前, 设计切换信号

的方法多种多样, 如: 公共 Lyapunov 函数方法、单 Lyapunov 函数方法、多 Lyapunov 函数方法等<sup>[3]</sup>.

在实现网络控制、电力系统控制等过程中, 由于信号传输速度的限制, 不可避免地会出现时滞现象<sup>[4]</sup>. 时滞的存在往往会使系统性能变差甚至直接导致系统不稳定. 因此, 考虑时滞对切换系统的影响, 并对其稳定性性能进行分析与控制综合具有重要的理论价

收稿日期: 2021-11-25; 录用日期: 2022-04-27.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: lovelyletian@gmail.com; Tel.: +86 15763386008.

本文责任编辑: 龙离军.

国家自然科学基金项目(61773235), 山东省泰山学者基金项目(TSQN20161033)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61773235) and the Taishan Scholar Project of Shandong Province (TSQN20161033).

值与实际意义. 为了获得理想的性能, 许多学者对有关带有时滞的切换系统进行了研究并提出了相关技术与方法, 例如: Jensen积分不等式方法<sup>[5]</sup>、自由加权矩阵方法<sup>[6]</sup>、Wirtinger不等式方法等<sup>[7]</sup>.

值得注意的是上述的研究都是基于稳定子系统之间的切换, 而在实际中会遇到具有不稳定子系统的切换系统<sup>[8]</sup>. 为了合理地利用这些不稳定子系统, 许多学者对此开展了大量的工作. 文献[9]利用平均驻留时间的方法设计了一种慢切换规则来稳定一类具有不稳定子系统的切换系统. 近几年, 在切换中引入了一种模态依赖平均驻留时间方法, 以更灵活地释放平均驻留时间的限制, 得到了具有缓慢模态依赖平均驻留时间切换策略的稳定性条件<sup>[10]</sup>. 文献[11]利用模态依赖平均驻留时间切换的方法实现了离散时间的切换线性系统指数稳定性. 文献[12]针对带有时滞子系统的线性切换奇异系统, 利用模态依赖平均驻留时间的方法得到了系统的稳定性判据. 但值得指出的是对于时滞现象与非线性项存在的情况, 上述的研究并没有考虑. 另外上述的文献只研究了切换系统的指数稳定性性能和 $H_\infty$ 性能, 本文研究了更一般的耗散性能. 如果称一个系统为耗散系统, 简单地说, 是指这个系统从系统外部流入能量的速率不能低于系统内部存储能量的速率. 也就是说, 当没有外部能量供应时, 存储在耗散系统中的能量将会消失. 近年来, 耗散性理论已经成为研究非线性系统稳定性分析和控制器设计的有效方法. 该理论广泛应用于各类系统的控制器设计, 例如文献[13]考虑了带有时滞项的离散时间切换线性系统的无源性与稳定性. 文献[14]运用无源性理论研究了切换非线性系统的渐近稳定性. 然而有关带有时滞子系统和混合时滞的切换系统的无源性或耗散性和指数镇定问题迄今尚未得到研究.

本文利用耗散性理论和模态依赖平均驻留时间方法研究了带有时滞的切换系统的耗散性和全局指数镇定问题. 与已有的研究成果相比, 本文的主要贡献如下:

1) 研究了一类具有混合时变时滞的更一般的系统模型, 同时考虑了不稳定子系统存在的情况, 使得到的结果在实际运用中更具有一般性, 并把子系统全部是稳定的情况作为一个特例;

2) 针对带有时滞子系统的非线性切换时滞系统, 设计了一种由慢切换和快切换组成的具有高效模态依赖平均驻留时间的切换规则, 建立了一组时滞相关的可行条件, 使系统达到严格的 $\langle Q, S, R \rangle - \gamma$ 耗散性和全局指数稳定性;

3) 利用较少保守性的多Lyapunov-Krasovskii泛函方法和Jensen不等式技术, 得到了一组由LMI工具箱可解的可镇定的反馈耗散控制器条件.

## 2 问题描述与预备知识

### 2.1 问题描述

考虑如下所示的带有混合时滞的切换系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + A_{\sigma(t)d}x(t-d(t)) + \\ \quad B_{\sigma(t)}u(t) + C_{\sigma(t)}\omega(t) + \\ \quad D_{\sigma(t)}f_{\sigma(t)}(t, x(t), x(t-\tau(t))), \\ z(t) = E_{\sigma(t)}x(t) + F_{\sigma(t)}\omega(t), \\ x(\theta) = \phi(\theta), \theta \in [t_0 - r, t_0], r = \max(d, \tau), \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $\phi(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $z(t) \in \mathbb{R}^n$  分别表示系统状态, 控制输入, 初始条件和测量输出,  $\omega(t)$  是隶属于 $L_2[0, \infty)$ 的外部干扰.  $\phi(\theta)$ 是 $[t_0 - r, t_0]$ 的一个连续的初值函数.  $\sigma(t): [0, \infty) \rightarrow \Gamma = \{1, 2, \dots, l\}$ 是切换信号, 表示为:  $\Sigma = \{x(t_0); (i_0, t_0), (i_1, t_1), \dots, (i_k, t_k), \dots | i_k \in \Gamma, k \in N\}$ , 其中 $x(t_0)$ 是初始时刻的状态,  $t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$ 表示切换时刻,  $N$ 是非负整数. 当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时,  $\sigma(t) = i_k$ , 这表示系统(1)的第 $i_k$ 个子系统处于激活状态.  $f_{i_k}(t, x(t), x(t-\tau(t)))$ 是第 $i_k$ 个子系统中的非线性函数,  $A_{i_k}, A_{i_k d}, B_{i_k}, C_{i_k}, D_{i_k}, E_{i_k}$ 和 $F_{i_k}$ 是已知的具有合适维数的常数矩阵,  $\tau(t)$ 和 $d(t)$ 为时变时滞函数, 满足

$$\begin{cases} 0 \leq d(t) \leq d, \dot{d}(t) \leq \bar{d} < 1, \\ 0 \leq \tau(t) \leq \tau, \dot{\tau}(t) \leq \bar{\tau} < 1. \end{cases} \quad (2)$$

**假设 1** 存在合适维的非负定矩阵 $H_{1i_k}$ 和 $H_{2i_k}$ , 满足

$$f_{i_k}^T(t, x(t), x(t-\tau(t)))f_{i_k}(t, x(t), x(t-\tau(t))) \leq x^T(t)H_{1i_k}x(t) + x^T(t-\tau(t))H_{2i_k}x(t-\tau(t)). \quad (3)$$

设计一组状态反馈控制器

$$u(t) = K_{\sigma(t)}x(t), \quad (4)$$

对于任意 $t \in [t_k, t_{k+1})$ ,  $\sigma(t) = i_k$ , 闭环系统则可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_{i_k} + B_{i_k}K_{i_k})x(t) + A_{i_k d}x(t-d(t)) + \\ \quad C_{i_k}\omega(t) + D_{i_k}f_{i_k}(t, x(t), x(t-\tau(t))), \\ z(t) = E_{\sigma(t)}x(t) + F_{\sigma(t)}\omega(t), \\ x(\theta) = \phi(\theta), \theta \in [t_0 - r, t_0], r = \max(d, \tau), \end{cases} \quad (5)$$

基于耗散性理论, 系统(5)的供给函数为

$$J(z(t), \omega(t), T) = \langle z, Qz \rangle_T + 2\langle z, S\omega \rangle_T + \langle \omega, R\omega \rangle_T,$$

其中:  $\langle u, v \rangle_T = \int_0^T u^T v ds$ 表示一个积分,  $Q, S, R$ 为已知矩阵, 满足 $Q^T = Q < 0, R^T = R$ , 其中 $Q = -(\bar{Q}^{\frac{1}{2}})^2, \bar{Q}^{\frac{1}{2}} \geq 0$ .

**定义 1** 如果存在标量 $\gamma > 0$ , 对于 $T > 0$ , 在任意零初始条件下, 满足

$$J(z(t), \omega(t), T) \geq \gamma \langle \omega, \omega \rangle_T, \quad (6)$$

则系统(5)是  $(Q, S, R) - \gamma$  严格耗散的, 并且  $\gamma$  称为耗散性能的边界值.

**注 1** 耗散性通过调整权重矩阵, 有以下性能成立:

- 1)  $H_\infty$  性能:  $Q = -I, S = 0, R = 2\gamma I$ ;
- 2) 无源性:  $Q = 0, S = I, R = 0$ .

**本文的控制目的:** 对具有不稳定子系统和混合时滞的非线性切换系统(1), 能够在任意的初始条件下, 设计严格的状态反馈耗散控制器(4)使得:

- 1) 闭环系统(5)在外部干扰  $\omega(t) = 0$  时实现全局指数稳定性;
- 2) 对于给定的  $\gamma > 0$ , 非零外部干扰  $\omega(t)$  与控制输出满足定义 1 中的严格耗散性能(6).

### 2.2 预备知识

**定义 2** 如果存在常数  $k \geq 1, \alpha > 0$ , 使得对于任意初始时刻, 当  $u(t) = 0, \omega(t) = 0$  时, 解  $x(t)$  满足

$$\|x(t)\| \leq k e^{-\alpha(t-t_0)} \|x_{t_0}\|_c, \quad \forall t \geq t_0. \quad (7)$$

其中  $x_t = x_t(\theta) = x(t + \theta), \theta \in [-r, 0], \|x_t(\theta)\|_c = \sup_{\theta \in [-r, 0]} \{x(t + \theta), \dot{x}(t + \theta)\}$ , 那么系统(1)是全局指数稳定的.

**定义 3**<sup>[10, 15]</sup> 设  $\sigma(t)$  为切换信号,  $[k_1, k_2]$  为任意的时间区间, 对于  $p \in \Gamma$ , 令  $N_{\sigma p}(k_2, k_1)$  表示第  $p$  个子系统在区间  $[k_1, k_2]$  内激活次数,  $T_p(k_2, k_1)$  表示第  $p$  个子系统在时间  $[k_1, k_2]$  上的总运行时间,  $N_{0p} \geq 0$  表示第  $p$  个模态的抖振界.

- 1) 如果存在  $\tau_{ap} \geq 0$  满足

$$N_{\sigma p}(k_2, k_1) \leq N_{0p} + \frac{T_p(k_2, k_1)}{\tau_{ap}}, \quad \forall k_2 \geq k_1 \geq t_0, \quad (8)$$

则称  $\tau_{ap}$  是切换信号  $\sigma(t)$  的慢切换模态依赖平均驻留时间.

- 2) 如果存在  $\tau_{ap} \geq 0$  满足

$$N_{\sigma p}(k_2, k_1) \geq N_{0p} + \frac{T_p(k_2, k_1)}{\tau_{ap}}, \quad \forall k_2 \geq k_1 \geq t_0, \quad (9)$$

则称  $\tau_{ap}$  是切换信号  $\sigma(t)$  的快切换模态依赖平均驻留时间.

## 3 稳定性分析与耗散控制设计

### 3.1 稳定性与耗散性分析

**定理 1** 对于给定标量  $\lambda_{i_p}, \mu_{i_p}, p = 0, 1, 2, \dots$  满足如下条件:

$$\begin{cases} \lambda_{i_p} < 0, \mu_{i_p} > 1, & \forall i_p \in \mathcal{S}, \\ \lambda_{i_p} > 0, 0 < \mu_{i_p} < 1, & \forall i_p \in \mathcal{U}, \end{cases} \quad (10)$$

当  $u(t) = 0, \omega(t) = 0$  时, 如果对于任意的子系统  $i_p$ ,

$i_q \in \Gamma, p, q = 0, 1, 2, \dots$ , 存在一类连续可微 Lyapunov 泛函  $V_{i_p}(t, x_t), V_{i_q}(t, x_t)$  和常数  $\alpha_{i_p} > 0, \beta_{i_p} > 0$  使得

$$\begin{cases} V_{i_p}(t, x_t) \geq \alpha_{i_p} \|x_t(0)\|_c^2, \\ V_{i_p}(t_0, x_{t_0}) \leq \beta_{i_p} \|x_{t_0}\|_c^2, \end{cases} \quad (11)$$

$$\dot{V}_{i_p}(t, x_t) \leq \lambda_{i_p} V_{i_p}(t, x_t), \quad (12)$$

$$V_{i_p}(t_k, x_{t_k}) \leq \mu_{i_p} V_{i_q}(t_k^-, x_{t_k}^-), \quad (13)$$

$$\begin{cases} \tau_{ai_p} \geq -\frac{\ln \mu_{i_p}}{\lambda_{i_p}}, & \forall i_p \in \mathcal{S}, \\ \tau_{ai_p} \leq -\frac{\ln \mu_{i_p}}{\lambda_{i_p}}, & \forall i_p \in \mathcal{U}, \end{cases} \quad (14)$$

其中  $\mathcal{S}$  表示稳定子系统的集合,  $\mathcal{U}$  表示不稳定子系统的集合. 那么系统(1)是全局指数稳定的.

**证** 对于任何  $t \geq t_0, t \in [t_k, t_{k+1})$ , 对式(13)的两边从  $t_k$  到  $t$  积分有

$$V_{i_k}(t, x_t) \leq e^{\lambda_{i_k}(t-t_k)} V_{i_k}(t_k, x_{t_k}). \quad (15)$$

结合式(13)进行迭代, 可得

$$\begin{aligned} V_{i_k}(t, x_t) &\leq e^{\lambda_{i_k}(t-t_k)} \mu_{i_k} V_{i_{k-1}}(t_k^-, x_{t_k}^-) \leq \\ &\mu_{i_k} e^{\lambda_{i_k}(t-t_k) + \lambda_{i_{k-1}}(t_k - t_{k-1})} V_{i_{k-1}}(t_{k-1}, x_{t_{k-1}}) \leq \\ &\prod_{i_l \in \Gamma} (\mu_{i_l})^{N_{i_l}(t, t_0)} \exp\left\{ \sum_{i_l \in \Gamma} \lambda_{i_l} T_{i_l}(t, t_0) \right\} \times \\ &V_{i_0}(t_0, x_{t_0}). \end{aligned} \quad (16)$$

把式(8)–(9)带入上式, 得到

$$\begin{aligned} V_{i_k}(t, x_t) &\leq \exp\left\{ \sum_{i_l \in \Gamma} (N_{0i_l} + \frac{T_{i_l}(t, t_0)}{\tau_{ai_l}}) \ln \mu_{i_l} + \right. \\ &\sum_{i_l \in \Gamma} \lambda_{i_l} T_{i_l}(t, t_0) \left. \right\} \times V_{i_0}(t_0, x_{t_0}) \leq \\ &\exp\left( \sum_{i_l \in \Gamma} N_{0i_l} \ln \mu_{i_l} \right) \left\{ \sum_{i_l \in \Gamma} \left( \frac{\ln \mu_{i_l}}{\tau_{ai_l}} + \lambda_{i_l} \right) T_{i_l}(t, t_0) \right\} \times \\ &V_{i_0}(t_0, x_{t_0}). \end{aligned} \quad (17)$$

根据式(14), 有  $\frac{\ln \mu_{i_l}}{\tau_{ai_l}} + \lambda_{i_l} \leq 0, i_l \in \Gamma$  成立, 再结合式(11)得到

$$\|x(t)\| \leq \bar{k} e^{-\frac{1}{2}\bar{\lambda}(t-t_0)} \|x_{t_0}\|_c,$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{k} &= \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \exp\left(\frac{1}{2} N_{0i_l} \ln \mu_{i_l}\right), \quad \beta = \max_{i_l \in \Gamma} \{\beta_{i_l}\}, \\ \alpha &= \min_{i_l \in \Gamma} \{\alpha_{i_l}\}, \quad \bar{\lambda} = \max_{i_l \in \Gamma} \{\lambda_{i_l}\}. \end{aligned}$$

因此, 根据定义 2 可知系统(1)满足全局指数稳定性.

证毕.

**注 2** 定理 1 考虑了带有混合时滞非线性切换系统的全局指数稳定问题. 为了解决不稳定子系统存在的情况, 本文设计了一个基于模态依赖平均驻留时间的快切换与慢切

换的组合切换信号,使得到的结果比一些存在的结果更一般<sup>[10-11]</sup>.式(14)表明当稳定子系统处于激活状态时,其运行的时间不能小于相应的模态依赖平均驻留时间,即要进行慢切换;当不稳定子系统处于激活状态时,其运行时间不能大于相应的模态依赖平均驻留时间,即要进行快切换.式(15)表明了稳定子系统上系统能量是递减的而在不稳定子系统上能量是递增的.

**定理 2** 对于给定的常数矩阵  $Q, S, R$ , 标量  $\gamma > 0, d, \tau, \bar{d}, \bar{\tau}$  和满足条件(10)的  $\lambda_{i_p}, \mu_{i_p}$ , 如果存在正定矩阵  $P_{i_p}, M_{1i_p}, M_{2i_p}, N_{1i_p}, N_{2i_p}$ , 使得如下的线性矩阵不等式对于  $\forall i_p, i_q \in \Gamma, p, q = 0, 1, 2, \dots$  成立:

$$\Psi_{i_p} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} P_{i_p} A_{i_p} d & 0 & P_{i_p} D_i & 0 & 0 & \Psi_{17} E_{i_p}^T \bar{Q}^{\frac{1}{2}} \\ * & \Psi_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Psi_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Psi_{55} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Psi_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Psi_{77} F_{i_p}^T \bar{Q}^{\frac{1}{2}} \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{18}$$

$$P_{i_p} \leq \mu_{i_p} P_{i_q}, M_{1i_p} \leq \mu_{i_p} M_{1i_q}, M_{2i_p} \leq \mu_{i_p} M_{2i_q}, \tag{19}$$

$$N_{1i_p} \leq \mu_{i_p} N_{1i_q}, N_{2i_p} \leq \mu_{i_p} N_{2i_q}, \tag{20}$$

其中:

$$\begin{aligned} \Psi_{11} &= P_{i_p} A_{i_p} + A_{i_p}^T P_{i_p} - \lambda_{i_p} P_{i_p} + M_{1i_p} + M_{2i_p} + d^2 N_{1i_p} + \tau^2 N_{2i_p} + H_{1i_p}^T H_{1i_p}, \\ \Psi_{17} &= P_{i_p} C_{i_p} - E_{i_p}^T S^T, \Psi_{22} = -(1-\bar{d})e^{\lambda_{i_p} l_{i_p} d} M_{1i_p}, \\ \Psi_{33} &= H_{2i_p}^T H_{2i_p} - (1-\bar{\tau})e^{\lambda_{i_p} l_{i_p} \tau} M_{2i_p}, \\ \Psi_{77} &= -(F_{i_p}^T + F_{i_p}) - R^T + \gamma I, \\ \Psi_{55} &= -e^{\lambda_{i_p} l_{i_p} d} N_{1i_p}, \Psi_{66} = -e^{\lambda_{i_p} l_{i_p} \tau} N_{2i_p}, \\ \begin{cases} l_{i_p} = 1, & \forall i_p \in \mathcal{S}, \\ l_{i_p} = 0, & \forall i_p \in \mathcal{U}, \end{cases} \end{aligned} \tag{21}$$

那么对于任意满足式(14)的切换信号,  $u(t) = 0$  时系统(1)是严格  $\langle Q, S, R \rangle - \gamma$  耗散的,且在  $\omega(t) = 0$  情况下满足全局指数稳定.

**证** 对于任意的  $t \in [t_k, t_{k+1}), \sigma(t) = i_k$ , 构造如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$\begin{aligned} V_{i_k}(t, x_t) &= x^T(t) P_{i_k} x(t) + \int_{t-d(t)}^t x^T(s) e^{-\lambda_{i_k}(s-t)} M_{1i_k} x(s) ds + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s) e^{-\lambda_{i_k}(s-t)} M_{2i_k} x(s) ds + \\ & d \int_{-d}^0 \int_{t+\theta}^t x^T(s) e^{-\lambda_{i_k}(s-t)} N_{1i_k} x(s) ds + \\ & \tau \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t x^T(s) e^{-\lambda_{i_k}(s-t)} N_{2i_k} x(s) ds. \end{aligned} \tag{22}$$

沿着系统(1)轨迹对  $V_{i_k}(t, x_t)$  求导, 并利用 Jensen 不等式和假设 1, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i_k}(t, x_t) &\leq \lambda_{i_k} V_{i_k}(t, x_t) - \lambda_{i_k} x^T(t) P_{i_k} x(t) + 2x^T(t) P_{i_k} \times \\ & [A_{i_k} x(t) + A_{i_k d} x(t-d(t)) + C_{i_k} \omega(t)] + 2x^T(t) \\ & P_{i_k} D_{i_k} f_{i_k}(t, x(t), x(t-\tau(t))) + x^T(t) H_{1i_k}^T \times \\ & H_{1i_k} x(t) + x^T(t-\tau(t)) H_{2i_k}^T H_{2i_k} x(t-\tau(t)) - \\ & f_{i_k}^T(t, x(t), x(t-\tau(t))) f_{i_k}(t, x(t), x(t-\tau(t))) + \\ & x^T(t) M_{1i_k} x(t) - (1-\bar{d}) e^{\lambda_{i_k} l_{i_k} d} x^T(t-d(t)) \times \\ & M_{1i_k} x(t-d(t)) + x^T(t) M_{2i_k} x(t) - (1-\bar{\tau}) \times \\ & e^{\lambda_{i_k} l_{i_k} \tau} x^T(t-\tau(t)) M_{2i_k} x(t-\tau(t)) + \\ & \tau^2 x^T(t) N_{2i_k} x(t) + d^2 x^T(t) N_{1i_k} x(t) - \\ & \left( \int_{t-d}^t x(s) ds \right)^T e^{\lambda_{i_k} l_{i_k} d} N_{1i_k} \int_{t-d}^t x(s) ds - \\ & \left( \int_{t-\tau}^t x(s) ds \right)^T e^{\lambda_{i_k} l_{i_k} \tau} N_{2i_k} \int_{t-\tau}^t x(s) ds. \end{aligned} \tag{23}$$

考虑闭环系统的耗散性能, 对于给定的干扰抑制常数  $\gamma > 0$ , 定义函数

$$\begin{aligned} \Lambda(t) &= -z^T(t) Q z(t) - 2z^T(t) S \omega(t) - \\ & \omega^T(t) R \omega(t) + \gamma \omega^T(t) \omega(t). \end{aligned}$$

把上式代入式(23), 并利用矩阵(18)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i_k}(t, x_t) - \lambda_{i_k} V_{i_k}(t, x_t) + \Lambda(t) &\leq \\ \eta^T(t) \Psi_{i_k} \eta(t) &\leq 0, \end{aligned} \tag{24}$$

其中

$$\begin{aligned} \eta(t) &= [x^T(t) \quad x^T(t-d(t)) \quad x^T(t-\tau(t)) \\ & f_{i_k}^T(t, x(t), x(t-\tau(t))) \quad \int_{t-d}^t x^T(s) ds \\ & \int_{t-\tau}^t x^T(s) ds \quad \omega^T(t)]^T. \end{aligned}$$

对式(24)的两边从  $t_k$  到  $t$  进行积分有

$$\begin{aligned} V_{i_k}(t, x_t) &\leq \mu_{i_k} e^{\lambda_{i_k}(t-t_{k-1})} V_{i_{k-1}}(t_{k-1}, x_{t_{k-1}}) - \mu_{i_k} e^{\lambda_{i_k}(t-t_k)} \times \\ & \int_{t_{k-1}}^{t_k} e^{\lambda_{i_k}(t-s)} \Lambda(s) ds - \int_{t_k}^t e^{\lambda_{i_k}(t-s)} \Lambda(s) ds \leq \\ & \dots \leq \exp\left\{ \sum_{i_l \in \Gamma} (N_{i_l}(t, t_0) \ln \mu_{i_l} + \lambda_{i_l} T_{i_l}(t, t_0)) \right\} \times \\ & V_{i_0}(t_0, x_{t_0}) - \end{aligned}$$

$$\int_{t_0}^t \exp\left\{\sum_{i_i \in \Gamma} (N_{i_i}(t, s) \ln \mu_{i_i} + \lambda_{i_i} T_{i_i}(t, s))\right\} \Lambda(s) ds.$$

在零初始条件下,有以下不等式成立:

$$0 \leq - \int_{t_0}^t \exp\left\{\sum_{i_i \in \Gamma} (N_{i_i}(t, s) \ln \mu_{i_i} + \lambda_{i_i} T_{i_i}(t, s))\right\} \Lambda(s) ds.$$

结合式(14),有  $N_{i_i}(t, s) \ln \mu_{i_i} + \lambda_{i_i} T_{i_i}(t, s) \leq 0$ , 可得

$$\int_{t_0}^t (z^T(s)Qz(s) + 2z^T(s)S\omega(s) + \omega^T(s)R\omega(s)) ds \geq \gamma \int_{t_0}^t \omega^T(s)\omega(s) ds.$$

因此,根据定义1,可知非线性切换系统(1)是严格  $\langle Q, S, R \rangle - \gamma$ 耗散的.

接下来,考虑当  $\omega(t) = 0, u(t) = 0$ 时,非线性切换系统(1)的指数稳定性性能.把  $\omega(t) = 0$ 代入式(24),有

$$\dot{V}_{i_k}(t, x_t) - \lambda_{i_k} V_{i_k}(t, x_t) = \xi^T(t) \bar{\Psi}_{i_k} \xi(t),$$

其中:  $\xi^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t-d(t)) \quad x^T(t-\tau(t)) \quad f_{i_k}^T(t, x(t), x(t-\tau(t))) \quad \int_{t-d}^t x^T(s) ds \quad \int_{t-\tau}^t x^T(s) ds]$ ,

$$\bar{\Psi}_{i_k} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & P_{i_k} A_{i_k d} & 0 & P_{i_k} D_{i_k} & 0 & 0 \\ * & \Psi_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Psi_{33} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Psi_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \Psi_{66} \end{bmatrix},$$

接着由Schur补引理可知,如果式(18)成立,则有  $\bar{\Psi}_{i_k} < 0$ ,从而推出

$$\dot{V}_{i_k}(t, x_t) - \lambda_{i_k} V_{i_k}(t, x_t) < 0. \quad (25)$$

另一方面,根据式(22)可知

$$V_{i_k}(t, x_t) \geq \alpha_{i_k} \|x_t\|^2, V_{i_k}(t_0, x_{t_0}) \leq \beta_{i_k} \|x_{t_0}\|^2,$$

其中:

$$\begin{aligned} \alpha_{i_k} &= \min_{i_k \in \Gamma} \lambda_{\min}(P_{i_k}), \\ \beta_{i_k} &= \max_{i_k \in \Gamma} \lambda_{\max}(P_{i_k}) + d \max_{i_k \in \Gamma} \lambda_{\max}(M_{1i_k}) + \\ &\quad \tau \max_{i_k \in \Gamma} \lambda_{\max}(M_{2i_k}) + \frac{d^3}{2} \max_{i_k \in \Gamma} \lambda_{\max}(N_{1i_k}) + \\ &\quad \frac{\tau^3}{2} \max_{i_k \in \Gamma} \lambda_{\max}(N_{2i_k}). \end{aligned}$$

结合条件(19)–(20),再根据定理1可知非线性切换系统(1)是全局指数稳定的. 证毕.

**注 3** 定理2基于Lyapunov-Krasovskii泛函方法对系统(1)进行了稳定性与耗散性分析.利用耗散性理论抑制外部扰动的影响,提出了保证系统严格  $\langle Q, S, R \rangle - \gamma$ 耗散性与全局指数稳定的充分条件.值得指出的是根据矩阵不等式的性质,满足式(18)的必要条件是对角线矩阵是负定的,因此本文

假设时变时滞函数满足式(2).

### 3.2 控制器设计

**定理 3** 对于给定的常数矩阵  $Q, S, R$ , 标量  $\gamma > 0, d, \tau, \bar{d}, \bar{\tau}$ , 满足条件(10)的  $\lambda_{i_p}, \mu_{i_p}$  和满足条件(21)的  $l_{i_p}$ , 如果存在正定矩阵  $X_{i_p}, O_{1i_p}, O_{2i_p}, G_{1i_p}, G_{2i_p}$ , 使得如下的线性矩阵不等式对于  $\forall i_p, i_q \in \Gamma, p, q = 0, 1, 2, \dots$  成立:

$$\Omega_{i_p} = \begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{i_p} & \tilde{\Omega}_{1i_p} & \tilde{\Omega}_{2i_p} & \tilde{\Omega}_{3i_p} & \tilde{\Omega}_{4i_p} & \tilde{\Omega}_{5i_p} & \tilde{\Omega}_{6i_p} \\ * & -O_{1i_p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -O_{2i_p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -G_{1i_p} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -G_{2i_p} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

$$X_{i_q} \leq \mu_{i_p} X_{i_p}, O_{1i_q} \leq \mu_{i_p} O_{1i_p}, O_{2i_q} \leq \mu_{i_p} O_{2i_p}, \quad (27)$$

$$G_{1i_q} \leq \mu_{i_p} G_{1i_p}, G_{2i_q} \leq \mu_{i_p} G_{2i_p}, \quad (28)$$

其中:

$$\tilde{\Omega}_{i_p} = \begin{bmatrix} \tilde{\Omega}_{11}^{i_p} & 0 & 0 & D_{i_p} & 0 & 0 & \tilde{\Omega}_{17}^{i_p} X_{i_p} E_{i_p}^T \bar{Q}^{\frac{1}{2}} \\ * & \tilde{\Omega}_{22}^{i_p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \tilde{\Omega}_{33}^{i_p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \tilde{\Omega}_{55}^{i_p} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \tilde{\Omega}_{66}^{i_p} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \tilde{\Omega}_{77}^{i_p} F_{i_p}^T \bar{Q}^{\frac{1}{2}} \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega}_{11}^{i_p} &= A_{i_p} X_{i_p} + B_{i_p} Y_{i_p} + (A_{i_p} X_{i_p} + B_{i_p} Y_{i_p})^T - \lambda_{i_p} X_{i_p}, \\ \tilde{\Omega}_{4i_p} &= (\tau X_{i_p}, 0_{1 \times 7})^T, \tilde{\Omega}_{55}^{i_p} = e^{\lambda_{i_p} l_{i_p} d} (G_{1i_p} - 2X_{i_p}), \\ \tilde{\Omega}_{22}^{i_p} &= (1 - \bar{d}) e^{\lambda_{i_p} l_{i_p} d} (O_{1i_p} - 2X_{i_p}), \\ \tilde{\Omega}_{33}^{i_p} &= (1 - \bar{\tau}) e^{\lambda_{i_p} l_{i_p} \tau} (O_{2i_p} - 2X_{i_p}), \\ \tilde{\Omega}_{66}^{i_p} &= e^{\lambda_{i_p} l_{i_p} \tau} (G_{2i_p} - 2X_{i_p}), \tilde{\Omega}_{2i_p} = (X_{i_p}, 0_{1 \times 7})^T, \\ \tilde{\Omega}_{77}^{i_p} &= -(F_{i_p}^T + F_{i_p}) - R^T + \gamma I, \\ \tilde{\Omega}_{1i_p} &= (X_{i_p}, 0_{1 \times 7})^T, \tilde{\Omega}_{3i_p} = (dX_{i_p}, 0_{1 \times 7})^T, \\ \tilde{\Omega}_{5i_p} &= (H_{1i_p} X_{i_p}, 0_{1 \times 7})^T, \tilde{\Omega}_{17}^{i_p} = C_{i_p} - X_{i_p} E_{i_p}^T S^T, \\ \tilde{\Omega}_{6i_p} &= (0_{1 \times 2}, H_{2i_p} X_{i_p}, 0_{1 \times 6})^T, \end{aligned}$$

那么闭环系统(5)在任意满足条件(14)的切换信号下是全局指数稳定的,同时也是严格  $\langle Q, S, R \rangle - \gamma$ 耗散的.进一步,控制器增益矩阵可表示为如下形式:

$$K_{i_p} = Y_{i_p} X_{i_p}^{-1}, \quad i_p \in \Gamma. \quad (29)$$

证 观察到,当  $O_{1i} > 0, O_{2i} > 0, G_{1i} > 0, G_{2i} > 0$

时,有以下不等式成立:

$$\begin{aligned} (O_{1i} - X_i)^T O_{1i}^{-1} (O_{1i} - X_i) &\geq 0, \\ (O_{2i} - X_i)^T O_{2i}^{-1} (O_{2i} - X_i) &\geq 0, \\ (G_{1i} - X_i)^T G_{1i}^{-1} (G_{1i} - X_i) &\geq 0, \\ (G_{2i} - X_i)^T G_{2i}^{-1} (G_{2i} - X_i) &\geq 0. \end{aligned}$$

进一步可得

$$\begin{aligned} O_{1i_p} - 2X_{i_p} &\geq -X_{i_p} O_{1i_p}^{-1} X_{i_p}, \\ O_{2i_p} - 2X_{i_p} &\geq -X_{i_p} O_{2i_p}^{-1} X_{i_p}, \\ G_{1i_p} - 2X_{i_p} &\geq -X_{i_p} G_{1i_p}^{-1} X_{i_p}, \\ G_{2i_p} - 2X_{i_p} &\geq -X_{i_p} G_{2i_p}^{-1} X_{i_p}. \end{aligned} \tag{30}$$

定义

$$\begin{aligned} X_{i_p}^{-1} &= P_{i_p}, \quad Y_{i_p} = K_{i_p} X_{i_p}, \quad O_{1i_p}^{-1} = M_{1i_p}, \\ O_{2i_p}^{-1} &= M_{2i_p}, \quad G_{1i_p}^{-1} = N_{1i_p}, \quad G_{2i_p}^{-1} = N_{2i_p}. \end{aligned}$$

把上式代入式(26)并且两边同时乘以以下对角矩阵

$$\text{diag}\{X_{i_p}^{-1}, X_{i_p}^{-1}, X_{i_p}^{-1}, I, X_{i_p}^{-1}, X_{i_p}^{-1}, I, I, I, I, I, I, I, I, I\},$$

进一步应用Schur补引理可得条件(18),再根据条件(27)可知定理1的条件满足. 证毕.

### 4 数值仿真

把非线性切换系统(1)对切换神经网络系统进行建模. 假设该神经网络系统有两种运行模式, 每个子神经网络包含两个神经元. 其中两种模式的参数如下:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}, \quad A_{1d} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ -0.1 & 0.5 \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}, \\ D_1 &= \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 \\ 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}, \\ F_1 &= \begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 \\ 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -0.5 & 0.1 \\ -0.3 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad A_{2d} = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.3 \\ -0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, \\ C_2 &= \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}, \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 1.2 & 1.5 \\ 0.8 & 1.3 \end{bmatrix}, \\ F_2 &= \begin{bmatrix} 1.6 & 0.2 \\ 0.6 & 0.3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

对应的非线性项, 外部干扰, 和时变时滞项取值如下:

$$\begin{aligned} f_1(t, x(t), x(t - \tau(t))) &= \begin{bmatrix} 0.1 \sin tx_1(t) + 0.2 \cos tx_2(t - \tau(t)) \\ 0.2 \cos tx_1(t) - 0.1 \sin tx_2(t - \tau(t)) \end{bmatrix}, \\ f_2(t, x(t), x(t - \tau(t))) &= \begin{bmatrix} 0.1 \cos tx_1(t) - 0.2 \sin tx_2(t - \tau(t)) \\ 0.2 \sin tx_1(t) + 0.1 \cos tx_2(t - \tau(t)) \end{bmatrix}, \\ \omega(t) &= \begin{bmatrix} e^{-0.4t} \cos(2\pi t) \\ 2e^{-0.2t} \cos(2\pi t) \end{bmatrix}, \\ d(t) &= 0.29e^{-0.1t}, \quad \tau(t) = 0.1e^{-0.2t}. \end{aligned}$$

接下来的目标是协同设计一组状态反馈控制器和一组依赖于模式依赖平均驻留时间的切换信号, 使得由上面参数构成的非线性切换系统不仅是全局指数稳定性的而且满足严格的 $(Q, S, R) - \gamma$ 耗散性能. 令 $Q = -0.01I, S = I, R = 0.1I, \gamma = 0.2, \lambda_1 = -3.8, \mu_1 = 11, \lambda_2 = 5, \mu_2 = 0.1, l_1 = 1, l_2 = 0$ , 解定理3可得

$$\begin{aligned} X_1 &= \begin{bmatrix} 0.1723 & 0.2154 \\ 0.21545 & 0.8955 \end{bmatrix}, \\ X_2 &= \begin{bmatrix} 1.7593 & 2.1298 \\ 2.1298 & 9.0115 \end{bmatrix}, \\ Y_1 &= 10^3 \times [-1.5254 \quad -2.5419], \\ Y_2 &= 10^4 \times [-1.8220 \quad -5.4674]. \end{aligned}$$

选取初始状态 $x(0) = [1 \quad -1]^T$ , 图1和图2分别展示了模式1和模式2在设计控制器下的状态轨迹, 从图中显然可知此时模式1是稳定的而模式2是不稳定的. 目前已有的结果还不能解决这类带有不稳定子系统和混合时变时滞项的切换系统的耗散性问题. 本文设计的慢切换和快切换相结合的模态依赖平均驻留时间方法考虑了不稳定子系统存在的情况. 根据切换规则(15)可解得 $\tau_{a1} \geq 0.6310$ 和 $\tau_{a2} \leq 0.4605$ . 如图3所示, 选择满足模态依赖驻留时间的切换信号, 此时闭环系统的状态轨迹是收敛到零的. 进一步, 图4中的函数值都大于零, 这表示定义1中的式(6)成立, 即闭环系统是满足严格耗散性的. 因此, 本文所提出的方法是有效的.

### 5 结论

本文研究了具有不稳定子系统和混合时滞的切换系统的耗散性分析与控制问题. 利用模态依赖平均驻留时间技术、多重Lyapunov-Krasovskii泛函方法和Jensen不等式, 得到了保证闭环系统具有指数稳定和耗散性质的时滞相关的充分条件. 分别针对不稳定子系统和稳定子系统, 设计了由模态依赖平均驻留时间的快切换和慢切换组合成的新切换信号. 进一步, 通

过Schur补引理和矩阵变换方法得到一组可解的LMI条件. 最后给出一个数值例子去证明本文所提出方法的有效性.

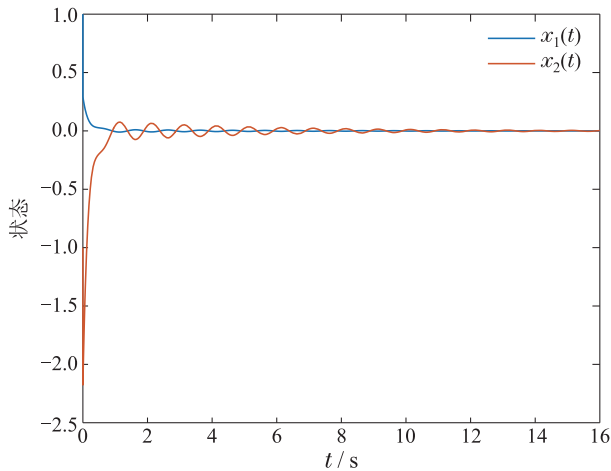


图 1 模态1的状态轨迹

Fig. 1 State trajectory of mode 1

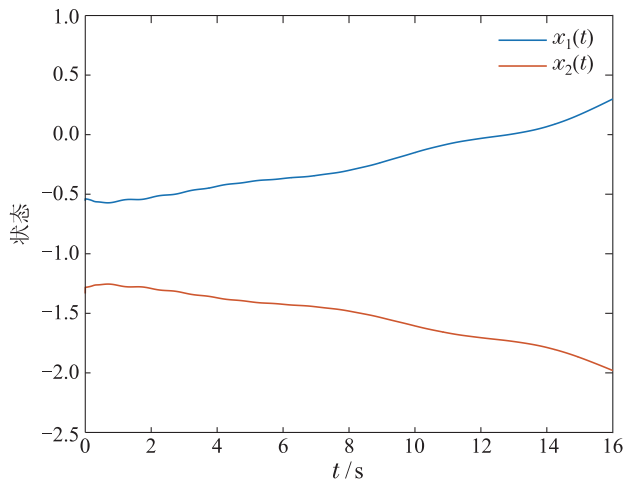


图 2 模态2的状态轨迹

Fig. 2 State trajectory of mode 2

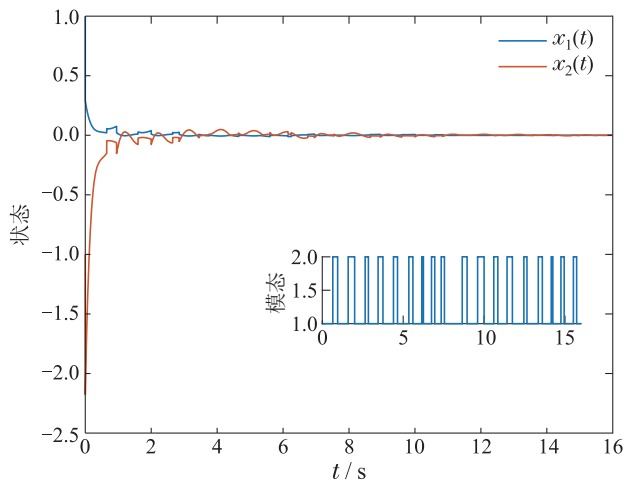


图 3 闭环系统的切换信号与状态轨迹

Fig. 3 Switching signal  $\sigma(t)$  and state trajectory of the closed-loop system

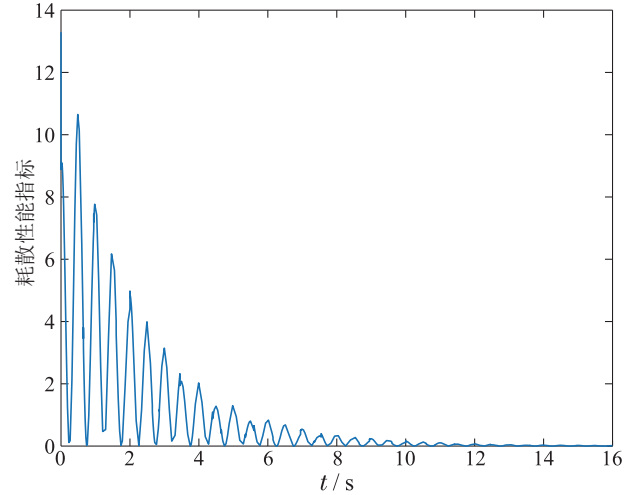


图 4 耗散性能指标函数:

$$-A(t) = z^T(t)Qz(t) + 2z^T S\omega(t) + \omega^T(t)(R - \gamma I)\omega(t)$$

Fig. 4 Dissipative performance index function:

$$-A(t) = z^T(t)Qz(t) + 2z^T S\omega(t) + \omega^T(t)(R - \gamma I)\omega(t)$$

参考文献:

- [1] REN H, ZONG G, LI T. Event-triggered finite-time control for networked switched linear systems with asynchronous switching. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 48(11): 1874 – 1884.
- [2] LIBERZON D, MORSE A S. Basic problems in stability and design of switched systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 1999, 19(5): 59 – 70.
- [3] WANG Chunyan, ZHANG Mengqi, LI Huan. Asynchronously switching sampling-data control design for a class of switched non-linear systems. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(8): 1275 – 1286.  
(王春艳, 张梦琪, 李焕. 一类非线性切换系统任意切换采样控制设计. *控制理论与应用*, 2021, 38(8): 1275 – 1286.)
- [4] WANG Rui, LIU Jianchang, ZHAO Jun. Reliable guaranteed-cost control for a class of uncertain switched linear systems with time-delay. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(6): 1001 – 1004.  
(汪锐, 刘建昌, 赵军. 一类线性不确定切换时滞系统的可靠保成本控制. *控制理论与应用*, 2006, 23(6): 1001 – 1004.)
- [5] LI T, WANG W, CHEN W. Event-triggered observer-based  $H_\infty$  control of switched linear systems with time-varying delay. *International Journal of Systems Science*, 2021, 52(8): 1618 – 1632.
- [6] ZENG H B, LIU X G, WANG W. A generalized free-matrix-based integral inequality for stability analysis of time-varying delay systems. *Applied Mathematics and Computation*, 2019, 354: 1 – 8.
- [7] WANG Y, ZHU Y, JI W, et al. Fault estimation for continuous-time non-linear switched systems with time-varying delay based on intermediate estimator. *IET Control Theory & Applications*, 2020, 14(19): 3020 – 3028.
- [8] WANG Y E, ZHAO J, JIANG B. Stabilization of a class of switched linear neutral systems under asynchronous switching. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2013, 58(8): 2114 – 2119.
- [9] YU Q, LÜ H. Stability analysis for discrete-time switched systems with stable and unstable modes based on a weighted average dwell time approach. *Nonlinear Analysis-Hybrid Systems*, 2020, DOI: 10.1016/j.nahs.2020.100949.
- [10] ZHAO X, ZHANG L, SHI P, et al. Stability and stabilization of switched linear systems with mode-dependent average dwell time. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(7): 1809 – 1815.

- [11] LIU C, MAO X, ZHANG H. Unified mode-dependent average dwell time stability criteria for discrete-time switched systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(14): 5356 – 5368.
- [12] WEI J, ZHI H, LIU K, et al. Stability of mode-dependent linear switched singular systems with stable and unstable subsystems. *Journal of the Franklin Institute*, 2019, 356(5): 3102 – 3114.
- [13] QIU S B, LIU X G, WANG F X, et al. Stability and passivity analysis of discrete-time linear systems with time-varying delay. *Systems & Control Letters*, 2019, DOI: 10.1016/j.sysconle.2019.104543.
- [14] WANG H, ZHAO J. Passivity-based asymptotic stabilization for switched nonlinear systems using the sampled integral stabilization technique. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(11): 3570 – 3586.
- [15] ZHANG H, XIE D, ZHANG H, et al. Stability analysis for discrete-time switched systems with unstable subsystems by a mode-dependent average dwell time approach. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 1081 – 1086.

#### 作者简介:

**解红珍** 博士研究生, 研究方向为非线性切换系统、事件触发控制, E-mail: xieh.zen@126.com;

**宗广灯** 博士, 教授, 研究方向为非线性系统、混杂系统控制及其优化、事件触发控制、网络系统控制, E-mail: lovelyletian@gmail.com;

**杨东** 博士, 副教授, 研究方向为切换系统、耗散性与无源性、无扰切换控制, E-mail: yangdong850901@126.com.