

# 带有输出约束的水面船舶实际有限时间控制

刘永超<sup>1,2</sup>, 朱齐丹<sup>3†</sup>, 王立鹏<sup>3</sup>

(1. 青岛大学 自动化学院 复杂性科学研究所, 山东 青岛 266071;

2. 山东省工业控制技术重点实验室, 山东 青岛 266071;

3. 哈尔滨工程大学 智能科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 考虑带有输出约束的水面船舶系统, 提出一种自适应神经网络航迹跟踪实际有限时间控制算法. 基于反步法设计有限时间控制律, 构造障碍李雅普诺夫函数处理输出约束问题, 采用神经网络逼近船舶模型中的不确定信息. 在控制算法递推过程中, 通过设计一个关于跟踪误差的可微幂函数来避免控制器中的奇异问题. 借助李雅普诺夫稳定性分析理论, 证明了航迹跟踪误差在有限时间内收敛到有界的邻域内. 最后, 以一艘 1: 70 的比例模型船作为仿真对象, 来验证所提出的航迹跟踪实际有限时间控制算法的有效性.

**关键词:** 水面船舶; 有限时间; 反步法; 输出约束; 可微幂函数

**引用格式:** 刘永超, 朱齐丹, 王立鹏. 带有输出约束的水面船舶实际有限时间控制. 控制理论与应用, 2023, 40(2): 353 – 359

DOI: 10.7641/CTA.2022.11306

## Practical finite-time control for marine surface vessel with output constraints

LIU Yong-chao<sup>1,2</sup>, ZHU Qi-dan<sup>3†</sup>, WANG Li-peng<sup>3</sup>

(1. Institute of Complexity Science, School of Automation, Qingdao University, Qingdao Shandong 266071, China;

2. Shandong Key Laboratory of Industrial Control Technology, Qingdao Shandong 266071, China;

3. College of Intelligent Systems Science and Engineering, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** This paper presents an adaptive neural network trajectory tracking control scheme for a marine surface vehicle with output constraints. The finite-time control law is designed by the virtue of backstepping technique. The barrier Lyapunov functions are constructed to address the output constraints problem. The neural networks are adopted to approximate model uncertainties of the marine surface vehicle. In the recursively design process, a differentiable power function of tracking error is designed to avoid the singularity problem. By means of the Lyapunov stability analysis theory, the trajectory tracking error can converge to a bounded neighbourhood in finite time. Finally, a 1: 70 scale replica of supply ship is used as a simulation object to illustrate the validity of the presented trajectory tracking practical finite time control method.

**Key words:** marine surface vehicle; finite time; backstepping technique; output constraints; differentiable power function

**Citation:** LIU Yongchao, ZHU Qidan, WANG Lipeng. Practical finite-time control for marine surface vessel with output constraints. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(2): 353 – 359

## 1 引言

21 世纪是海洋的世纪, 海洋中蕴藏着丰富的矿产油气资源和生物资源, 世界各国越来越重视对海洋资源的开发和保护. 船舶作为主要的海洋运载工具, 被广泛应用于海上交通运输、深海勘测和海上救援<sup>[1–4]</sup>.

针对水面船舶的航迹跟踪控制问题, 很多控制方法被提出<sup>[5–9]</sup>. 在船舶模型参数完全已知的情况下, 文献[5–6]采用滑模控制技术, 提出了滑模航迹跟踪控制算法. 文献[7]通过构造非线性扰动观测器估计水面船舶所遭受的外界环境扰动, 结合自适应反步法设计了

收稿日期: 2021–12–30; 录用日期: 2022–10–16.

†通信作者. E-mail: zhuqidan@hrbeu.edu.cn.

本文责任编辑: 龙离军.

国家重点研发计划项目(2019YFE0105400), 国家自然科学基金项目(62173103, 52171299)和中央高校基本科研业务费专项资金项目(3072022JC0402)资助.

Supported by the National Key Research & Development Program of China (2019YFE0105400), the National Natural Science Foundation of China (62173103, 52171299) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (3072022JC0402).

航迹跟踪鲁棒控制律. 为了抑制船舶所遭受的外界环境扰动和补偿执行器饱和和带来的不利影响, 文献[8]采用动态滤波器和反步法设计了自适应鲁棒航迹跟踪控制算法. 考虑到船舶的执行器约束问题, 文献[9]采用高斯误差函数处理饱和问题, 进而设计了自适应航迹跟踪控制算法. 上述文献研究了船舶模型信息完全已知的情况, 为了更好的处理船舶模型中的不确定信息, 基于神经网络和模糊逻辑系统的智能设计方法被广泛的应用到船舶航迹跟踪控制器的设计中<sup>[10-14]</sup>. 针对含有未知模型信息的水面船舶, 文献[10]采用神经网络处理模型中的未知信息, 结合反步法设计了自适应神经网络航迹跟踪控制律. 文献[11]考虑带有执行器饱和的水面船舶, 将双曲正切函数融入到动态面设计过程来处理饱和问题, 提出了鲁棒自适应神经网络控制算法. 为了解决船舶速度不可测的问题, 文献[12]设计了神经网络观测器来估计不可测的速度信息, 设计了航迹跟踪输出反馈控制律. 为了实现更好的跟踪效果, 文献[13]在船舶航迹跟踪控制设计过程中引入性能函数, 使得航迹跟踪误差依预设性能收敛. 文献[14]采用模糊逻辑系统逼近船舶模型中的未知动态信息, 提出了直接自适应模糊航迹跟踪控制方法. 值得注意的是, 上述智能设计方法仅仅保证了船舶航迹闭环系统中的所有信号是一致最终有界的, 不能达到有限时间收敛的效果.

在实际的工业过程中, 有限时间控制方法能使得系统在有限时间内达到稳定, 具有更好的快速性和收敛性效果<sup>[15-17]</sup>. 针对模型参数已知的水面船舶, 通过采用非奇异终端滑模和有限时间扰动观测器技术, 文献[18]提出了有限时间精准跟踪控制策略. 针对带有输入饱和的水面船舶系统, 文献[19]结合反步法设计了单参数自适应学习有限时间跟踪控制方法. 采用一致逼近的模糊逻辑系统和反步法, 文献[20]提出了自适应模糊有限时间航迹跟踪控制方法. 上述有限时间航迹跟踪控制方法忽略了水面船舶的位置约束, 在狭窄航道和内河等受限水域中航行的水面船舶, 其姿态位置会受到实际航道环境的限制, 航迹必须始终保持在给定的位置约束范围之内, 如果违反约束会发生碰撞的危险.

在早期的研究中, 障碍李雅普诺夫函数已经被广泛的用来处理非线性系统的输出约束问题<sup>[21]</sup>. 针对带有输出约束的水面船舶系统, 文献[22]采用障碍李雅普诺夫函数处理船舶的姿态位置约束, 结合反步法设计了自适应神经网络航迹跟踪控制算法. 考虑到带有不确定动态和输出约束的水面船舶系统, 文献[23]结合强化学习算法处理系统不确定动态信息, 提出了强化学习航迹跟踪控制方法. 上述处理输出约束的航迹跟踪算法仅仅能使得船舶系统的跟踪误差收敛到有界的邻域内, 不能达到有限时间收敛的效果. 为了使

得水面船舶系统的跟踪误差达到有限时间收敛的效果, 文献[24]采用自适应反步法设计控制器, 结合神经网络逼近方法, 提出了自适应神经网络控制策略, 同时处理了水面船舶系统的输出约束问题. 然而, 文献[24]采用反步法构造航迹跟踪控制律的过程中, 所设计的虚拟控制律中含有船舶跟踪误差的分数幂函数, 在对虚拟控制律求导的过程中会产生奇异问题.

本文研究了带有输出约束和模型不确定性水面船舶的智能控制问题, 提出了自适应神经网络有限时间航迹跟踪控制算法. 与现有的航迹控制算法相比, 本文工作的主要贡献体现在如下两个方面:

1) 在使用反步法构造虚拟控制器的过程中, 通过构造跟踪误差的可微幂函数, 有效的避免了虚拟控制律求导过程中产生的奇异问题, 达到了实际有限时间控制的效果;

2) 利用障碍李雅普诺夫函数处理系统中的输出约束问题, 采用神经网络逼近船舶模型的不确定信息, 实现了输出约束下的航迹跟踪控制.

## 2 水面船舶数学模型

如图1所示, 水面船舶通常考虑纵荡、横荡和艏摇三个自由度的运动,  $O_E X_E Y_E$ 为地球坐标系,  $O_B X_B Y_B$ 为船体坐标系, 水面船舶的数学模型为<sup>[1]</sup>

$$\begin{cases} \dot{\eta} = R(\psi)v, \\ M\dot{v} = H(\eta, v) + \tau + d, \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\eta = [x \ y \ \psi]^T$ 表示船舶位置向量,  $x$ ,  $y$ 和 $\psi$ 为地球坐标系下的位置和艏摇角;  $v = [u \ \nu \ r]^T$ 表示船舶速度向量,  $u$ ,  $\nu$ 和 $r$ 为船体坐标系下的纵荡、横荡和艏摇角速度;  $\tau = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$ 是船舶的控制输入力和力矩;  $d = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ 是外界海浪环境扰动;  $H(\eta, v) = -C(v)v - D(v)v - g(\eta, v)$ ; 旋转矩阵 $R(\psi) =$

$$\begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{满足 } R^{-1}(\psi) = R^T(\psi); M \text{ 为惯}$$

$$\text{性矩阵 } M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} \\ 0 & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}, \text{满足 } M = M^T >$$

$$0; C(v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_{13}(v) \\ 0 & 0 & c_{23}(v) \\ -c_{13}(v) & -c_{23}(v) & 0 \end{bmatrix} \text{ 为科氏向心}$$

$$\text{力矩阵; } D(v) = \begin{bmatrix} d_{11}(v) & 0 & 0 \\ 0 & d_{22}(v) & d_{23}(v) \\ 0 & d_{32}(v) & d_{33}(v) \end{bmatrix} \text{ 为非线性}$$

阻尼矩阵;  $g(\eta, v)$ 由重力和浮力产生, 包括未建模流体动态和建模误差.

控制目标: 针对带有输出约束的水面船舶系统, 使用障碍李雅普诺夫函数处理位置约束, 采用自适应反步法和有限时间理论设计非奇异有限时间航迹跟踪

控制律  $\tau$ , 使得水面船舶的输出  $\eta$  跟踪期望航迹  $\eta_d = [x_d \ y_d \ \psi_d]^T$ , 其位置满足约束  $|x| \leq k_{c1}, |y| \leq k_{c2}, |\psi| \leq k_{c3}$ ,  $k_{c1}, k_{c2}, k_{c3}$  是正常数, 并且跟踪误差在有限时间内收敛到有界的邻域内, 同时保证船舶闭环系统中的所有信号是有界的.

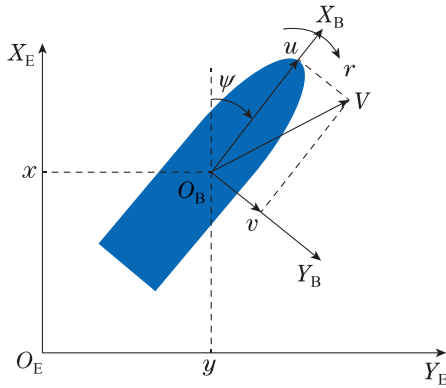


图 1 地球坐标系和船体坐标系

Fig. 1 The earth-fixed frame and body-fixed reference frame

为了方便下面的控制器设计, 给出如下的假设和引理.

**假设 1**<sup>[14]</sup> 期望航迹  $\eta_d = [x_d \ y_d \ \psi_d]^T$  及其  $n$  阶导数  $\dot{\eta}_d, \ddot{\eta}_d, \dots, \eta_d^{(n)}$  都是连续且有界的, 且满足  $|x_d| \leq A_{11} < k_{c1}, |y_d| \leq A_{12} < k_{c2}, |\psi| \leq A_{13} < k_{c3}$ ,  $A_{11}, A_{12}, A_{13}$  都是正常数.

**假设 2**<sup>[22]</sup> 海浪环境扰动  $d$  是时变且有界的, 即存在正常数  $d_M$  满足  $\|d\| \leq d_M$ .

**假设 3**<sup>[13]</sup> 船舶数学模型中的参数矩阵  $C(v)$  和  $D(v)$  均是未知的.

**引理 1**<sup>[17]</sup> 考虑如下的非线性系统:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad x(0) = x_0, \quad (2)$$

式中:  $x(t)$  是系统的状态,  $f(x(t))$  是关于  $x(t)$  的函数. 对于正的函数  $V(x(t))$ , 如果存在常数  $a > 0, b > 0, c > 0$  和  $0 < r < 1$ , 使得

$$\dot{V}(x(t)) \leq -bV(x(t)) - aV^r(x(t)) + c, \quad (3)$$

那么, 系统(2)是实际有限时间稳定的, 对于标量  $0 < \chi < b$ , 则存在调节时间函数  $0 < T(x_0) < \infty$ , 使得对于所有的  $t \geq T$ , 有  $V(x(t)) \leq \frac{c}{b - \chi}$ , 其调节时间满足

$$T = \frac{1}{\chi(1-r)} \ln \left( \frac{\frac{a}{\chi} + V(x_0)^{1-r}}{\frac{a}{\chi} + (\frac{c}{b-\chi})^{1-r}} \right). \quad (4)$$

**引理 2**<sup>[17]</sup> 对于常数  $p \in \mathbb{R}$  和  $q \in \mathbb{R}$  满足  $\tilde{p} = p - q$ , 如果  $0 < r = r_1/r_2 < 1$ ,  $r_1$  和  $r_2$  是两个正奇数, 则有

$$\tilde{p}(p - \tilde{p})^r \leq -\lambda_1 \tilde{p}^{1+r} + \lambda_2 p^{1+r}, \quad (5)$$

$$\text{式中, } \lambda_1 = \frac{2^{r-1} - 2^{(r+1)(r-1)}}{1+r} \text{ 和 } \lambda_2 = \frac{1}{1+r} - \frac{2^{r-1}}{1+r} + \frac{2^{2r-r^2-1}}{(1+r)^2} + \frac{r}{(1+r)^2}.$$

**引理 3**<sup>[19]</sup> 对于常数  $a_i \in \mathbb{R}, 1 \leq i \leq n, 0 < r \leq 1$ , 则有

$$\left( \sum_{i=1}^n |a_i| \right)^r \leq \sum_{i=1}^n |a_i|^r \leq n^{1-r} \left( \sum_{i=1}^n |a_i| \right)^r.$$

### 3 有限时间控制器设计和稳定性分析

#### 3.1 有限时间控制器设计

采用反步法和有限时间理论设计航迹跟踪控制器, 首先定义如下坐标变换:

$$z_1 = [z_{11} \ z_{12} \ z_{13}]^T = \eta - \eta_d, \quad (6)$$

$$z_2 = [z_{21} \ z_{22} \ z_{23}]^T = v - \alpha, \quad (7)$$

式中:  $z_1 \in \mathbb{R}^3$  是船舶位置跟踪误差向量,  $z_2 \in \mathbb{R}^3$  是速度误差向量,  $\alpha \in \mathbb{R}^3$  是虚拟控制律.

对式(6)关于时间求导, 结合式(1)和式(7), 可得  
**步骤 1**

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{\eta} - \dot{\eta}_d = \\ &R(\psi)v - \dot{\eta}_d = \\ &R(\psi)z_2 + R(\psi)\alpha - \dot{\eta}_d, \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $z_2 = v - \alpha$ .

构造如下的障碍李雅普诺夫函数:

$$V_1 = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} \log \frac{k_{b_i}^2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2}, \quad (9)$$

式中  $k_{b_i}$  是正常数, 满足  $k_{b_i} = k_{c_i} - A_{1i}$ .

在集合  $\mathcal{D}_{z_{1i}} = \{z_{1i} \in \mathbb{R}, |z_{1i}| < k_{b_i}\}$  中,  $V_1$  是连续的, 对  $V_1$  关于时间求导得

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^3 \frac{z_{1i} \dot{z}_{1i}}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2}. \quad (10)$$

设计如下的虚拟控制律:

$$\alpha = R^{-1}(\psi) (-k_1 z_1 - K_1 \beta_1 + \dot{\eta}_d), \quad (11)$$

式中,  $k_1 = \text{diag}\{k_{11}, k_{12}, k_{13}\}$  和  $K_1 = \text{diag}\{K_{11}, K_{12}, K_{13}\}$  为正定设计矩阵,  $\beta_1 = [\beta_{11}(z_{11}) \ \beta_{12}(z_{12}) \ \beta_{13}(z_{13})]^T$ , 且

$$\beta_{1i}(z_{1i}) = \begin{cases} z_{1i}^r (k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1-r}{2}}, & |z_{1i}| \geq \varepsilon_{1i}, \\ \xi_1 z_{1i} + \rho_1 z_{1i}^3, & |z_{1i}| < \varepsilon_{1i}, \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $\xi_1 = \varepsilon_{1i}^{r-1} (k_{b_i}^2 - \varepsilon_{1i}^2)^{\frac{1-r}{2}} - \rho_1 \varepsilon_{1i}^2, \rho_1 = \frac{(r-1)}{2\varepsilon_{1i}^{3-r}} [(k_{b_i}^2 - \varepsilon_{1i}^2)^{\frac{1-r}{2}} + \varepsilon_{1i}^2 (k_{b_i}^2 - \varepsilon_{1i}^2)^{-\frac{1+r}{2}}]$ ,  $\varepsilon_{1i}$  是小于  $k_{b_i}$  的正常数,  $r$  是两个正奇数的比, 满足  $0 < r < 1$ .

**注 1** 通过选择合适的  $\xi_1$  和  $\rho_1$ , 可以保证虚拟控制律  $\alpha$  及其导数都是连续的. 根据式(12), 对于  $z_{1i} > 0$ , 计算可

得  $\beta_{1i}(\varepsilon_{1i}^+) = \lim_{z_{1i} \rightarrow \varepsilon_{1i}^+} z_{1i}^r (k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1-r}{2}} = \varepsilon_{1i}^r (k_{b_i}^2 - \varepsilon_{1i}^2)^{\frac{1-r}{2}}$

和  $\beta_{1i}(\varepsilon_{1i}^-) = \lim_{z_{1i} \rightarrow \varepsilon_{1i}^-} (\xi_1 z_{1i} + \rho_1 z_{1i}^3) = \varepsilon_{1i}^r (k_{b_i}^2 - \varepsilon_{1i}^2)^{\frac{1-r}{2}}$ , 因

此  $\beta_{1i}(\varepsilon_{1i}^+) = \beta_{1i}(\varepsilon_{1i}^-)$ ; 类似的计算方法, 对于  $z_{1i} < 0$ , 可得  $\beta_{1i}(-\varepsilon_{1i}^+) = \beta_{1i}(-\varepsilon_{1i}^-)$ . 可以推出函数  $\beta_{1i}(z_{1i})$  在点  $\varepsilon_{1i}$  和  $-\varepsilon_{1i}$  处是连续的. 采用同样的方式, 可以推出  $\beta_{1i}(\varepsilon_{1i}^+) = \beta_{1i}(\varepsilon_{1i}^-)$  和  $\beta_{1i}(-\varepsilon_{1i}^+) = \beta_{1i}(-\varepsilon_{1i}^-)$ , 可得  $\beta_{1i}(z_{1i})$  也是连续的.

**注2** 为了达到有限时间控制效果, 文献[24]在航迹跟踪虚拟控制律中引入了关于船舶位置跟踪误差的分数幂函数, 这在下一步对虚拟控制律求导过程中会产生奇异问题. 本文在设计虚拟控制律时, 通过设计关于船舶位置误差的可微幂函数(12), 该函数是连续且其微分是非奇异的, 并将其融入到虚拟控制律(11)中, 解决了对虚拟控制律求导产生的奇异问题.

当  $|z_{1i}| \geq \varepsilon_{1i}$  时, 把式(8), 式(11)和式(12)代入式(10)中, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & - \sum_{i=1}^3 \frac{k_{1i} z_{1i}^2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i} \beta_{1i}(z_{1i})}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} + \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{z_{1i} R_i(\psi) z_2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} = \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{k_{1i} z_{1i}^2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} + \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{z_{1i} R_i(\psi) z_2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2}, \end{aligned} \quad (13)$$

式中  $R_i(\psi)$  代表旋转矩阵  $R(\psi)$  的第  $i$  行.

**注3** 根据  $\beta_{1i}(z_{1i})$  的定义, 当  $|z_{1i}| < \varepsilon_{1i}$  时, 式(13)中的  $-\sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}}$  可以由  $-\sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} (\xi_1 z_{1i} + \rho_1 z_{1i}^3)$  代替, 显然可得

$$\begin{aligned} & - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} (\xi_1 z_{1i} + \rho_1 z_{1i}^3) = \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i}}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} (\xi_1 z_{1i}^2 + \rho_1 \varepsilon_{1i}^2 \varepsilon_{1i}^{-2} z_{1i}^4) \leq \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i}}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} (\xi_1 + \rho_1 \varepsilon_{1i}^2) z_{1i}^2 = \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i}}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} \left[ \varepsilon_{1i}^{r-1} (k_{b_i}^2 - \varepsilon_{1i}^2)^{\frac{1-r}{2}} - \rho_1 \varepsilon_{1i}^2 + \rho_1 \varepsilon_{1i}^2 \right] z_{1i}^2 = \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} \varepsilon_{1i}^{r-1} z_{1i}^2}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} + \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} \leq \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} + \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} \varepsilon_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} (1 - \varepsilon_{1i}^{-2} z_{1i}^2) \leq \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} + \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} \varepsilon_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}}. \end{aligned}$$

这表明对于  $|z_{1i}| < \varepsilon_{1i}$  时, 可以保留式(13)的形式, 只是增加了一个大于零的小常数  $\sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} \varepsilon_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}}$ .

**步骤2** 对式(7)关于时间求导, 并左乘惯性矩阵  $M$ , 同时利用式(1), 可得

$$\begin{aligned} M \dot{z}_2 = & M(\dot{v} - \dot{\alpha}) = \\ & \tau + d + H(\eta, v) - M \dot{\alpha} = \\ & \tau + d + F(Z), \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $F(Z) = H(\eta, v) - M \dot{\alpha}$ , 由于  $F(Z)$  中含有未知的模型参数, 不能直接用于控制设计. 基于径向基神经网络逼近理论<sup>[13]</sup>,  $F(Z)$  可以被逼近为

$$F(Z) = W^{*T} S(Z) + \delta(Z), \quad (15)$$

式中:  $Z = [\eta^T \ v^T \ \alpha^T]^T$  是径向基神经网络的输入

向量;  $W^* = \begin{bmatrix} W_1^{*T} & 0_{1 \times l} & 0_{1 \times l} \\ 0_{1 \times l} & W_2^{*T} & 0_{1 \times l} \\ 0_{1 \times l} & 0_{1 \times l} & W_3^{*T} \end{bmatrix}^T$  是理想常值矩阵;

$W_i^* = [\omega_{i,1}^* \ \cdots \ \omega_{i,l}^*]^T$  ( $i=1, 2, 3$ ),  $l$  为神经网络节点数; 由径向基函数构成的向量为  $S(Z) = [S_1^T(Z) \ S_2^T(Z) \ S_3^T(Z)]^T$ , 其分量  $S_i(Z) = [s_{i,1}(Z) \ \cdots \ s_{i,l}(Z)]^T$ , 通常选择如下的高斯函数作为径向基神经网络的基函数,  $j=1, \dots, l$

$$s_{i,j}(Z) = \exp\left[-\frac{(Z - \zeta_j)^T (Z - \zeta_j)}{2\varpi_j}\right], \quad (16)$$

式中:  $\zeta_j$  和  $\varpi_j$  分别表示高斯函数的中心和宽度;  $\delta(Z)$  是逼近误差, 且  $\|\delta(Z)\| \leq \bar{\delta}$ ,  $\bar{\delta} > 0$  为正常数.

设计航迹跟踪实际有限时间控制律为

$$\begin{aligned} \tau = & -k_2 z_2 - K_2 \beta_2 - z_2 - \frac{z_2 \hat{\theta} \|S(Z)\|^2}{2\gamma^2} - \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{z_{1i} R_i^T(\psi)}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} \end{aligned} \quad (17)$$

式中:  $k_2 = \text{diag}\{k_{21}, k_{22}, k_{23}\}$ ,  $K_2 = \text{diag}\{K_{21}, K_{22}, K_{23}\}$  和  $\beta_2 = [z_{21}^r \ z_{22}^r \ z_{23}^r]^T$ ,  $\gamma$  是正常数.

设计自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}} = -\sigma_{11} \hat{\theta} - \sigma_{12} \hat{\theta}^r + \frac{z_2^T z_2}{2\gamma^2} \|S(Z)\|^2, \quad (18)$$

式中:  $\sigma_{11}$  和  $\sigma_{12}$  是正常数,  $\hat{\theta}$  为  $\theta$  的估计值,  $\theta$  为理想常值矩阵  $W^*$  的 2-范数的平方, 即有

$$\theta = \|W^*\|^2, \quad (19)$$

这里  $\theta$  是一个未知常数.

构造如下的李雅普诺夫函数:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^T M z_2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^2, \quad (20)$$

式中  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ ,  $\tilde{\theta}$  表示估计误差.

对  $V_2$  关于时间求导, 并结合式(13)和式(14), 应用杨氏不等式化解可得

$$\dot{V}_2 = - \sum_{i=1}^3 \frac{k_{1i} z_{1i}^2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} +$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^3 \frac{z_{1i} R_i(\psi) z_2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} + \\ & z_2^T [\tau + d + W^{*T} S(Z) + \delta(Z)] - \tilde{\theta} \dot{\hat{\theta}} \leq \\ & - \sum_{i=1}^3 \frac{k_{1i} z_{1i}^2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} + \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{z_{1i} R_i(\psi) z_2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} + \\ & z_2^T (\tau + \frac{z_2 \theta \|S(Z)\|^2}{2\gamma^2} + z_2) - \tilde{\theta} \dot{\hat{\theta}} + \\ & \frac{\bar{\delta}^2}{2} + \frac{\gamma^2}{2} + \frac{d_M^2}{2}, \end{aligned} \quad (21)$$

式中  $d_M$  是扰动的上界。

把航迹跟踪实际有限时间控制律(17)和自适应律(18)代入式(21)中, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \sum_{i=1}^3 \frac{k_{1i} z_{1i}^2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} - z_2^T k_2 z_2 - \\ & \sum_{i=1}^3 k_{2i} (z_{2i})^{1+r} + \sigma_{11} \tilde{\theta} \dot{\hat{\theta}} + \sigma_{12} \tilde{\theta} \dot{\hat{\theta}}^r + \\ & \frac{\bar{\delta}^2}{2} + \frac{\gamma^2}{2} + \frac{d_M^2}{2}. \end{aligned} \quad (22)$$

应用杨氏不等式和引理2, 可得

$$\sigma_{11} \tilde{\theta} \dot{\hat{\theta}} \leq -\frac{\sigma_{11}}{2} \tilde{\theta}^2 + \frac{\sigma_{11}}{2} \theta^2, \quad (23)$$

$$\sigma_{12} \tilde{\theta} \dot{\hat{\theta}}^r \leq -\sigma_{12} \lambda_1 \tilde{\theta}^{1+r} + \sigma_{12} \lambda_2 \theta^{1+r}. \quad (24)$$

把式(23)和式(24)代入式(22)中, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & - \sum_{i=1}^3 \frac{k_{1i} z_{1i}^2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} - \sum_{i=1}^3 \frac{K_{1i} z_{1i}^{1+r}}{(k_{b_i}^2 - z_{1i}^2)^{\frac{1+r}{2}}} - z_2^T k_2 z_2 - \\ & \sum_{i=1}^3 k_{2i} (z_{2i})^{1+r} - \frac{\sigma_{11}}{2} \tilde{\theta}^2 - \sigma_{12} \lambda_1 \tilde{\theta}^{1+r} + c, \end{aligned} \quad (25)$$

式中  $c = \frac{\bar{\delta}^2}{2} + \frac{\gamma^2}{2} + \frac{d_M^2}{2} + \frac{\sigma_{11}}{2} \theta^2 + \sigma_{12} \lambda_2 \theta^{1+r}$ .

### 3.2 稳定性分析

上述推导过程可以总结为如下的定理。

**定理 1** 考虑带有输出约束的水面船舶系统(1), 在满足假设1-3的前提下, 通过设计虚拟控制律(11)和航迹跟踪实际控制律(17), 以及自适应律(18), 可使系统的跟踪误差在有限时间收敛到有界的邻域内, 同时保证整个闭环系统的稳定性。

**证** 由于  $-\frac{z^2}{k_b^2 - z^2} \leq -\log \frac{k_b^2}{k_b^2 - z^2}$ , 把式(25)化

$$\dot{V}_2 \leq - \sum_{i=1}^3 k_{1i} \log \frac{k_{b_i}^2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2} -$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^3 K_{1i} (\log \frac{k_{b_i}^2}{k_{b_i}^2 - z_{1i}^2})^{\frac{1+r}{2}} - \\ & z_2^T k_2 z_2 - \sum_{i=1}^3 k_{2i} (z_{2i})^{\frac{1+r}{2}} - \frac{\sigma_{11}}{2} \tilde{\theta}^2 - \\ & \sigma_{12} \lambda_1 \tilde{\theta}^{1+r} + c. \end{aligned} \quad (26)$$

让  $\mu_1 = \min \{2k_{1i}, 2\lambda_{\min}(k_2 M^{-1}), \sigma_{11}\}$  和  $\mu_2 = \min \{2^{\frac{1+r}{2}} K_{1i}, 2^{\frac{1+r}{2}} k_{2i} (\lambda_{\min}(M^{-1}))^{\frac{1+r}{2}}, 2^{\frac{1+r}{2}} \sigma_{12} \lambda_1\}$ , 并且利用引理3, 式(26)进一步被化解为

$$\dot{V}_2 \leq -\mu_1 V_2 - \mu_2 V_2^{\frac{1+r}{2}} + c. \quad (27)$$

根据引理1, 在有限的时间  $T$  内, 对于  $t \geq T$  和  $0 < \chi < \mu_1$ ,  $V_2$  将收敛到如下区域内:

$$V_2 \leq \frac{c}{\mu_1 - \chi}. \quad (28)$$

其调节时间  $T$  为

$$T = \frac{1}{\chi(1-r)} \ln \left( \frac{\mu_2}{\chi} + V_2(0)^{1-r} \right). \quad (29)$$

式中  $V_2(0)$  是  $V_2$  的初始值。

## 4 仿真研究

本节以一艘1: 70的比例模型船CyberShip II验证所设计的航迹跟踪实际有限时间控制算法的有效性, 其模型参数可以参考文献[2]. 在仿真过程中, 期望航迹由如下动态系统产生:

$$\begin{cases} \dot{\eta}_d = R(\psi_d) v_d, \\ M \dot{v}_d = H_d(\eta_d, v_d) + \tau_d, \end{cases} \quad (30)$$

式中  $\tau_d = [5 \ 2 \cos^2(0.1\pi t) \ \sin^2(0.1\pi t)]^T$ . 在仿真中, 初始条件设置为  $\eta(0) = [2 \ 1 \ \pi/2]^T$ ,  $v(0) = [1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\eta_d(0) = [1 \ 2 \ \pi/4]^T$ ,  $v(0) = [1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\hat{\theta}(0) = 0.3$ , 外界海浪扰动设置为

$$\begin{aligned} d = & [9 \sin(0.1\pi t - \pi/5) \ 6 \sin(0.3\pi t + \pi/6) \\ & 3 \sin(0.2\pi t + \pi/3)]^T. \end{aligned}$$

虚拟控制律、航迹跟踪控制律和自适应律设计为式(11), (17)和(18), 参数选择为  $k_1 = \text{diag}\{3.2, 3.2, 3.2\}$ ,  $K_1 = \text{diag}\{3.5, 3.5, 3.5\}$ ,  $k_2 = \text{diag}\{15, 15, 15\}$ ,  $K_2 = \text{diag}\{2.8, 2.8, 2.8\}$ ,  $\gamma = 1.5$ ,  $r = 0.6$ ,  $\sigma_{11} = 0.08$  和  $\sigma_{12} = 0.08$ . 径向基神经网络函数的节点数和宽度选取为  $l = 20$ ,  $\varpi_j = 1.5 (j = 1, \dots, 60)$ , 高斯函数中心  $\zeta_j$  平均分布在  $[-9, 9] \times [-9, 9] \times [-9, 9] \times [-2.5, 2.5] \times [-2.5, 2.5] \times [-2.5, 2.5] \times [-2.5, 2.5] \times [-2.5, 2.5]$  上, 将本文方法和文献[10]提出的一致最终有界控制算法进行比较, 仿真结果如图2-7所示, 图2是在  $xy$  平面内的船舶曲线图, 图3是船舶实际位置与艏摇角变化曲线, 图4是船舶速度变化曲线, 图5是跟踪误差变化曲线, 图6是自适应律变化曲线, 图7是控制律变化曲线。

通过观察仿真结果,可以看出本文所提出的有限时间算法能使得船舶跟踪期望的参考轨迹,比文献[10]所提出的方法有更好的跟踪效果。

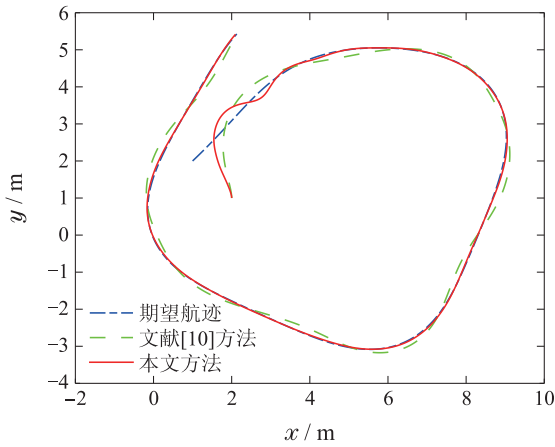
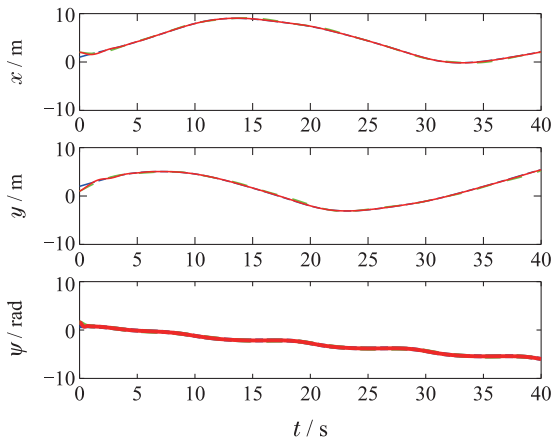


图2  $xy$ 平面内的船舶期望航迹与实际航迹

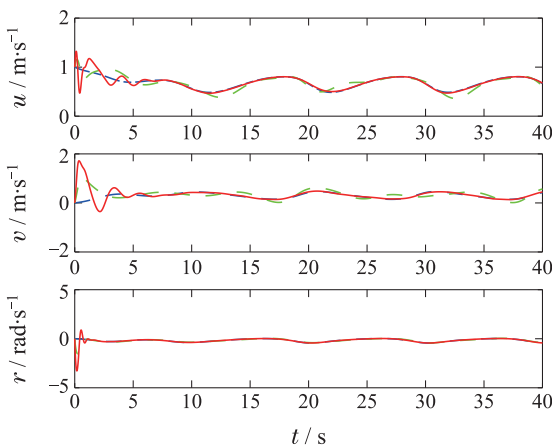
Fig. 2 Desired trajectory and actual trajectory of the vessel in  $xy$  plane



—期望位置和艏摇角 —文献[10]方法 —本文方法

图3 船舶位置跟踪曲线

Fig. 3 Vessel position tracking curves



—期望速度 —文献[10]方法 —本文方法

图4 船舶速度跟踪曲线

Fig. 4 Vessel velocity tracking curves

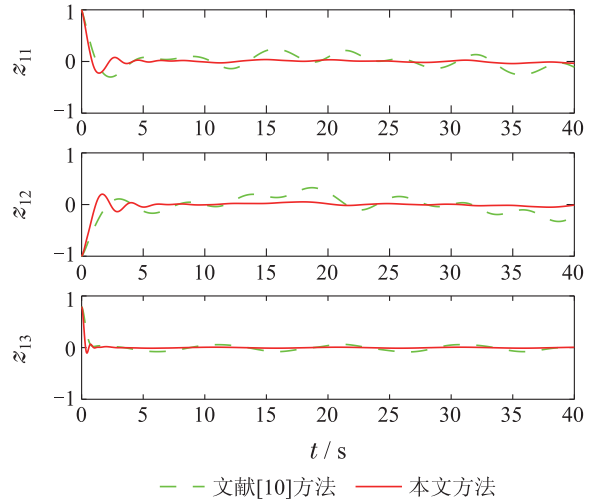


图5 船舶航迹跟踪误差

Fig. 5 Vessel trajectory tracking errors

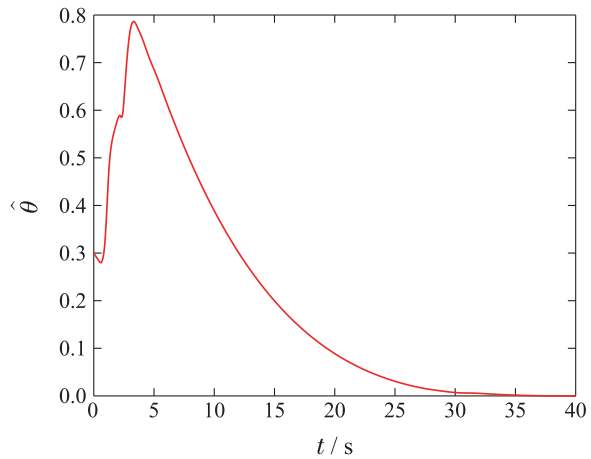


图6 自适应律变化曲线

Fig. 6 Adaptive law variation curve

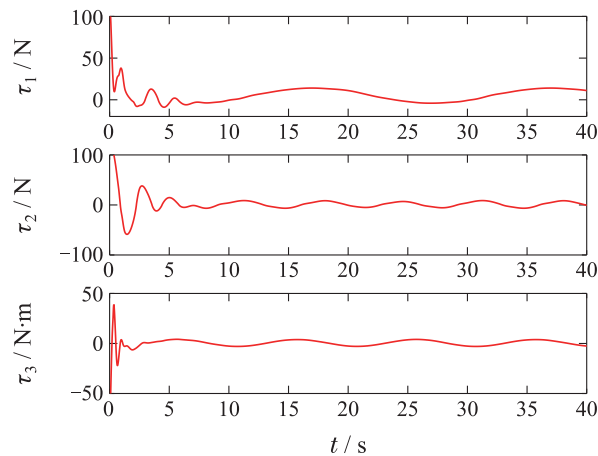


图7 控制律变化曲线

Fig. 7 Control law variation curves

## 5 结论

针对带有输出约束的水面船舶航迹跟踪控制问题,本文采用自适应反步技术和有限时间理论设计了水

面船舶实际跟踪有限时间控制方法,能够在保证输出约束的同时实现有限时间的控制效果.最后,通过仿真比较验证了本文方法的有效性.

### 参考文献:

- [1] FOSSEN T I. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. New York: Wiley, 2011.
- [2] SKJETNE R, FOSSEN T I, KOKOTOVIĆ P V. Adaptive maneuvering, with experiments, for a model ship in a marine control laboratory. *Automatica*, 2005, 41: 289 – 298.
- [3] PENG Z H, WANG J, WANG D, et al. An overview of recent advances in coordinated control of multiple autonomous surface vehicles. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2021, 17(2): 732 – 745.
- [4] BAO Zhengkai, ZHU Qidan, LIU Yongchao. Ship heading model identification based on full rank decomposition least square method. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2022, 17(1): 1 – 7.  
(包政凯, 朱齐丹, 刘永超. 满秩分解最小二乘法船舶航向模型辨识. *智能系统学报*, 2022, 17(1): 1 – 7.)
- [5] VAN M. An enhanced tracking control of marine surface vessels based on adaptive integral sliding mode control and disturbance observer. *ISA Transactions*, 2019, 90: 30 – 40.
- [6] ZHU Qidan, YU Ruiting, XIA Guihua, et al. Sliding-mode robust tracking control for underactuated surface vessels with parameter uncertainties and external disturbances. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(7): 959 – 964.  
(朱齐丹, 于瑞亭, 夏桂华, 等. 风浪流干扰及参数不确定欠驱动船舶航迹跟踪的滑模鲁棒控制. *控制理论与应用*, 2012, 29(7): 959 – 964.)
- [7] YANG Y, DU J L, LIU H B, et al. A trajectory tracking robust controller of surface vessels with disturbance uncertainties. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 22(4): 1511 – 1518.
- [8] HU X, WEI X J, HAN J, et al. Adaptive disturbance estimation and cancelation for ships under thruster saturation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30: 5004 – 5020.
- [9] ZHU G B, DU J L. Global robust adaptive trajectory tracking control for surface ships under input saturation. *IEEE Journal of Ocean Engineering*, 2020, 45(2): 442 – 450.
- [10] ZHENG Z W, JIN C, ZHU M, et al. Trajectory tracking control for a marine surface vessel with asymmetric saturation actuators. *Robotics and Autonomous Systems*, 2017, 97: 83 – 91.
- [11] ELHAKI O, SHOJAEI K. Robust saturated dynamic surface controller design for underactuated fast surface vessels including actuator dynamics. *Ocean Engineering*, 2021, 229: 1 – 14.
- [12] SHEN Zhipeng, ZHANG Xiaoling, ZHANG Ning, et al. Recursive sliding mode dynamic surface output feedback control for ship trajectory tracking based on neural network observer. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(8): 1092 – 1100.  
(沈智鹏, 张晓玲, 张宁, 等. 基于神经网络观测器的船舶轨迹跟踪递归滑模动态面输出反馈控制. *控制理论与应用*, 2018, 35(8): 1092 – 1100.)
- [13] ZHU G B, MA Y, LI Z X, et al. Adaptive neural output feedback control for MSVs with predefined performance. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(4): 2994 – 3006.
- [14] WANG N, ER M J. Direct adaptive fuzzy tracking control of marine vehicles with fully unknown parametric dynamics and uncertainties. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2016, 24(6): 1845 – 1852.
- [15] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(5): 678 – 682.
- [16] YU S H, YU X H, MAN Z H, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957 – 1964.
- [17] CHEN B, LIN C. Finite-time stabilization-based adaptive fuzzy control design. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(8): 2438 – 2443.
- [18] WANG N, KARIMI H R, LI H Y, et al. Accurate trajectory tracking of disturbed surface vehicles: a finite-time control approach. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(3): 1064 – 1074.
- [19] ZHU G B, MA Y, HU S L. Single-parameter-learning-based finite-time tracking control of underactuated MSVs under input saturation. *Control Engineering Practice*, 2020, 105: 732 – 745.
- [20] NIE J, LIN X G. FAILOS guidance law based adaptive fuzzy finite time path following control for underactuated MSV. *Ocean Engineering*, 2020, 195: 1 – 13.
- [21] TEE K P, GE S S, TAY E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems. *Automatica*, 2009, 45: 918 – 927.
- [22] ZHU G B, DU J L, KAO Y G. Robust adaptive neural trajectory tracking control of surface vessels under input and output constraints. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357: 8591 – 8610.
- [23] ZHENG Z W, RUAN L P, ZHU M, et al. Reinforcement learning control for underactuated surface vessel with output error constraints and uncertainties. *Neurocomputing*, 2020, 399: 479 – 490.
- [24] FU M Y, WANG T Q. Adaptive neural-based finite-time trajectory tracking control for underactuated marine surface vessels with position error constraint. *IEEE Access*, 2019, 7(16): 16309 – 16322.

### 作者简介:

**刘永超** 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性系统自适应控制、船舶运动控制, E-mail: sdliuyc@163.com;

**朱齐丹** 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能机器人技术及应用, 智能控制系统设计、图像处理与模式识别, E-mail: zhuqidan@hrbeu.edu.cn;

**王立鹏** 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为复杂系统建模与仿真、系统感知与非线性控制, E-mail: wlp\_heu@163.com.