

间隙度量模式下的闭环系统故障诊断实现

余伟¹, 江艳¹, 张凡^{2†}

(1. 佛山科学技术学院 机电工程与自动化学院, 广东 佛山 528231; 2. 华南理工大学 广州现代产业技术研究院, 广东 广州 510640)

摘要: 现有基于解析模型的故障诊断方法, 大都是在欧氏距离下的残差度量, 难以有效解决闭环系统的故障诊断. 本文从鲁棒控制理论中的系统间隙度量这一新的视角出发, 利用其特别适合于闭环性能度量这一根本特性, 采用互质分解技术建立包含不确定性和扰动的系统数学模型; 基于间隙度量技术, 给出故障检测和故障分级分类方法; 最后在现役飞机、电动汽车和工业伺服驱动等领域广泛采用的电机双闭环系统中, 通过与传统方法对比, 在数值实验中验证本方法的有效性.

关键词: 间隙度量; 闭环系统; 故障诊断; 故障检测; 故障分级分类

引用格式: 余伟, 江艳, 张凡. 间隙度量模式下的闭环系统故障诊断实现. 控制理论与应用, 2022, 39(12): 2293 – 2301

DOI: 10.7641/CTA.2022.20013

Fault diagnosis implementation for closed-loop systems in gap metric mode

YU Wei¹, JIANG Yan¹, ZHANG Fan^{2†}

(1. School of Mechatronics Engineering and Automation, Foshan University, Foshan Guangdong 528231, China;

2. Guangzhou Institute of Modern Industrial Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: Most of the existing fault diagnosis methods based on analytical models are residual metrics at Euclidean distances, which is difficult to effectively solve the fault diagnosis of closed-loop systems. This paper takes a new perspective on the gap metric of the system in robust control theory. Take advantage of the fundamental characteristic that makes it particularly suitable for closed-loop performance metrics. A mathematical model of the system with uncertainties and perturbations is developed using the coprime decomposition technique. Fault detection and gradation and classification of fault based on the gap metric technique. Finally, the closed-loop system of motors is widely used in the field of in-service aircraft, electric vehicles and industrial servo drives. The validity of this method is verified in numerical experiments by comparison with traditional methods.

Key words: gap metric; closed-loop systems; fault diagnosis; fault detection; gradation and classification of fault

Citation: YU Wei, JIANG Yan, ZHANG Fan. Fault diagnosis implementation for closed-loop systems in gap metric mode. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(12): 2293 – 2301

1 引言

随着科学技术的发展, 现代控制系统正在变得越来越复杂. 由于系统结构的复杂性和外部环境的变化, 如果故障发生而没有及时诊断出来并得到有效处理, 就有可能传播、演化成灾难性事故^[1-3]. 因此, 如何提高系统在运行过程中的安全性和可靠性, 成为现代控制系统中的重大问题. 故障诊断技术为解决上述问题提供了有效的方法, 由于过去几十年的显著努力, 故障诊断技术得到了快速发展, 大量的研究成果得到了发表^[4-7].

在实际系统中, 为了使设备实现预期的生产目标, 同时满足稳定性和鲁棒性等要求, 通常需要对系统施加反馈控制. 然而, 现有故障诊断文献大多是为开环系统设计的, 没有考虑反馈对故障诊断性能的影响^[8]. 这些基于开环的故障诊断方法, 为了实现对故障的敏感性、同时对干扰具有鲁棒性, 一般采用系统传递函数矩阵的 H_∞ , H_2 和 L_2 等范数指标^[9-11]. 但是这些工具都是基于欧氏距离的表象性能, 难以有效解决闭环系统的故障诊断问题, 因此有必要在闭环前提下研究故障诊断方法, 以符合实际的工业需求, 解决更实际

收稿日期: 2022-01-06; 录用日期: 2022-04-26.

†通信作者. E-mail: zhangfan@scut.edu.cn; Tel.: 20-39099398.

本文责任编辑: 周东华.

国家自然科学基金项目(61803086, 61733015)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61803086, 61733015).

的生产安全性问题^[12].

目前基于闭环系统的故障诊断已有部分成果,文献[13]验证了转矩功率谱在开环系统下可以用来检测感应电动机的电气故障,但在闭环情况下用于开环操作的指标不再有效.文献[14]通过设计一个常规观测器和一个不受敏传感器故障累积效应影响的特殊观测器结合,对无刷直流电机的典型输入和输出性故障型故障准确定位和隔离,但在使用这种方法时需要观测器与模型完全匹配,因此这种方法有很大的局限性.文献[15]通过设计增广系统观测器的方法对高速列车牵引电机闭环系统的传感器故障进行分析,这种方法可以减少故障在闭环系统内传播的影响,但对于控制效果、干扰对输出的鲁棒性和故障对于残差的可检测性不能兼顾,无法获得全局的解决方法,对于微小故障达不到相应的检测要求.

由于发生故障的系统与正常系统间几乎必然出现一定程度差异,因此,可以使用一种所谓间隙(gap)度量方法从系统角度来判别闭环系统之间的差异.早期gap度量技术广泛应用于鲁棒控制理论中的不确定闭环稳定性分析^[16-18],经过近几年的发展,基于gap度量的方法逐渐被应用于故障诊断的研究领域中.文献[19]指出传统系统差异的度量可能无法准确预测闭环系统性能的变化,因此提出一种基于gap度量的方法可以作为对故障系统进行诊断的一种新途径.文献[20]和文献[21]采用v-gap度量对系统的故障严重程度进行分级分类研究,文献[22-24]提出将gap度量技术辅助故障检测与隔离的分析方法,目前这些方法还处于理论探索阶段.

受上述文献启发,本文针对包含不确定性和扰动的闭环系统,从系统整体角度出发,在间隙度量模式下,进行故障检测和分级分类,通过故障系统与正常系统的k-gap度量值为指标,将故障对系统的危害程度划分为多个界限清晰的故障等级,并依据同一级别故障系统之间的k-gap度量值,进一步对故障进行分类,最后通过数值仿真,对电机双闭环系统,验证本方法的有效性.

注1 本文所采用的符号表示如下:

$\text{RH}_\infty(\text{RH}_\infty^{m \times n})$ 表示稳定系统的所有($m \times n$ 维)实有理传递函数的集合;

H_2 表示所有信号的子空间,这些信号的能量是有界的,且 $K < 0$ 时为零;

H_∞ 表示稳定的所有传递函数的集合;

sup表示上确界;

inf表示下确界;

$I_{m \times m}(I_{p \times p})$ 表示 $m \times m$ ($p \times p$)维单位阵.

2 预备知识

在本节中,首先简要介绍互质分解技术,在此基础

上,引入gap度量,k-gap度量以及基于互质分解技术的故障模型一般形式相关基础知识.

2.1 互质分解技术

2.1.1 左互质分解和稳定核表示

给定 $\bar{M} \in \text{RH}_\infty^{m \times m}$, $\bar{N} \in \text{RH}_\infty^{m \times p}$, 如果存在 $\bar{X} \in \text{RH}_\infty^{m \times m}$, $\bar{Y} \in \text{RH}_\infty^{p \times m}$, 使得

$$[\bar{M} \quad \bar{N}] \begin{bmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \end{bmatrix} = I_{m \times m}, \quad (1)$$

则称它们为在 RH_∞ 上的左互质.

考虑一个线性时不变系统

$$y = Gu, \quad (2)$$

则 G 的一个左互质分解可写成

$$G = \bar{M}^{-1} \bar{N}. \quad (3)$$

由式(3)可知,系统模型式(2)可改写成

$$[\bar{M} \quad -\bar{N}] \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} = 0. \quad (4)$$

对于一个线性时不变系统,如果 $S \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} = 0$, 并且它是稳定的,则称 S , y 和 u 是系统(2)的稳定核表示,其中 $[\bar{M} \quad -\bar{N}] \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}$ 是系统(2)的一个稳定核表示.

2.1.2 右互质分解和稳定像表示

类似于左互质的概念,给定 $M \in \text{RH}_\infty^{p \times p}$, $N \in \text{RH}_\infty^{m \times p}$, 如果存在 $X \in \text{RH}_\infty^{p \times p}$, $Y \in \text{RH}_\infty^{p \times m}$, 使得

$$[X \quad Y] \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = I_{p \times p}, \quad (5)$$

则称它们为在 RH_∞ 的右互质.

一个传递函数矩阵 G 对应的右互质分解可以写成 $G = NM^{-1}$. 更进一步系统模型可以等效表示为

$$y = Gu = NM^{-1}u, \quad (6)$$

由式(6),稳定像表示可以被描述为

$$\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} v, \quad (7)$$

其中 v 表示参考输入.

2.2 gap度量技术

2.2.1 图和gap度量

通过式(7)可以得到对于 $v \in \text{H}_2$, 所有输入输出对 (u, y) 在 H_2 中建立一个子空间并且它是闭合的. 这个子空间被称为系统(6)的图, 并且可以表示为

$$\vartheta = \{z = \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} v, v \in \text{H}_2\}. \quad (8)$$

由式(8)可以得到图表示的一般形式

$$\vartheta_i : \{z_i = \begin{bmatrix} u_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_i \\ N_i \end{bmatrix} v, v \in H_2\}, i = 1, 2. \tag{9}$$

一般而言, 间隙是指希尔伯特空间中两个封闭子空间之间距离的度量. 令 ϑ_1, ϑ_2 是两个图, 从 ϑ_1 到 ϑ_2 的有向间隙, 通过 $\vec{\delta}(\vartheta_1, \vartheta_2)$ 表示, 被定义为

$$\vec{\delta}(\vartheta_1, \vartheta_2) = \sup_{z_1 \in \vartheta_1} \inf_{z_2 \in \vartheta_2} \frac{\|z_1 - z_2\|_2}{\|z_2\|_2}. \tag{10}$$

由式(10)可知 $\vec{0} \leq \vec{\delta}(\vartheta_1, \vartheta_2) \leq \vec{1}$.

令 $G_1 = N_1 M_1^{-1}, G_2 = N_2 M_2^{-1}$ 分别表示 ϑ_1, ϑ_2 的归一化右互质分解. 有向间隙 $\vec{\delta}(\vartheta_1, \vartheta_2)$ 可以通过解决下面的模型匹配问题来计算:

$$\vec{\delta}(\vartheta_1, \vartheta_2) = \inf_{Q \in H_\infty} \left\| \begin{bmatrix} M_1 \\ N_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_2 \\ N_2 \end{bmatrix} Q \right\|_\infty. \tag{11}$$

ϑ_1 和 ϑ_2 之间的gap度量被定义为

$$\delta(\vartheta_1, \vartheta_2) = \max\{\vec{\delta}(\vartheta_1, \vartheta_2), \vec{\delta}(\vartheta_2, \vartheta_1)\}. \tag{12}$$

若 $\vec{\delta}(\vartheta_1, \vartheta_2) < 1$, 则

$$\delta(\vartheta_1, \vartheta_2) = \vec{\delta}(\vartheta_2, \vartheta_1) = \vec{\delta}(\vartheta_1, \vartheta_2). \tag{13}$$

2.2.2 k-gap度量

间隙度量是在像子空间中定义的, 它被广泛用于反馈控制系统的稳定性分析. 对于故障检测性能的分析, 核子空间中的度量是至关重要的, 因此, 引入k-gap度量作为两个核子空间之间的距离测量. 为此, 引入下面的图定义

$$\kappa = \{z = [-\bar{N}(z) \quad \bar{M}(z)] \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = 0, \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} \in H_2\}. \tag{14}$$

类似于gap度量的图定义, 式(14)表示所有输入输出对 (u, y) 在 H_2 中建立一个封闭的核子空间, 它的图表示可以被一个传递函数矩阵 G 的任意稳定核表示定义. 为了测量两个不同图 κ_1 和 κ_2 之间的距离, 根据有向间隙定义(10), 可以引入以下k-gap度量的定义.

定义 1 使 $\bar{M}_i^{-1}(s)\bar{N}_i(s)$ 是 G_i 的一个左互质分解, $i = 1, 2$ 且满足

$$\kappa_i = \{z_i = [-\bar{N}_i(s) \quad \bar{M}_i(s)] \begin{bmatrix} u_i \\ y_i \end{bmatrix} = 0, \begin{bmatrix} u_i \\ y_i \end{bmatrix} \in H_2\},$$

则有向k-gap可以表示为

$$\vec{\delta}_\kappa(\kappa_1, \kappa_2) = \sup_{\bar{z}_1 \in \kappa_1} \inf_{\bar{z}_2 \in \kappa_2} \frac{\|\bar{z}_1 - \bar{z}_2\|_2}{\|\bar{z}_1\|_2}. \tag{15}$$

类似于式(12)中给出的gap度量定义, 可以引入k-gap度量的定义为

$$\delta_\kappa(\kappa_1, \kappa_2) = \max\{\vec{\delta}_\kappa(\kappa_1, \kappa_2), \vec{\delta}_\kappa(\kappa_2, \kappa_1)\}. \tag{16}$$

一般说来, k-gap度量是对 H_2 中两个内核子空间之间距离的度量, 这两个内核子空间分别由来自两个不同过程的输入和输出信号. 此外, 与gap度量不同的是, k-gap度量目前主要用来量化标称系统到不确定系统或故障系统的距离, 因此, k-gap度量被更多用于故障诊断内容中.

接下来, 给出上面引入的k-gap度量的计算方案.

定理 1 给定 $\kappa_i, i = 1, 2$, 如定义1中所定义, 其中 \bar{M}_i, \bar{N}_i 作为系统 G_i 的归一化左互质分解, 则下式成立:

$$\vec{\delta}_\kappa(\kappa_1, \kappa_2) = \inf_{Q \in H_\infty} \|[-\bar{N}_1 \quad \bar{M}_1] - Q[-\bar{N}_2 \quad \bar{M}_2]\|_\infty, \tag{17}$$

其中: $\kappa_1 = [-\bar{N}_1 \quad \bar{M}_1], \kappa_2 = [-\bar{N}_2 \quad \bar{M}_2], Q \in H_\infty$ 是参数矩阵.

推论 1 设 \bar{M}_1, \bar{N}_1 为 G_1 的归一化左互质分解, M_2, N_2 为 G_2 的归一化右互质分解, 则有

$$\vec{\delta}_\kappa(\kappa_1, \kappa_2) \geq \|\bar{M}_1 N_2 - \bar{N}_1 M_2\|_\infty. \tag{18}$$

式(18)给出了k-gap度量的近似计算.

2.3 基于互质分解技术的系统建模

在本节中, 介绍基于互质分解技术建立无故障模型, 在此基础上, 推导出带有不确定性和扰动的故障模型一般形式.

2.3.1 无故障模型

假设标称系统(无故障和不确定性)模型描述为

$$y = G_0 u = \bar{M}_0^{-1} \bar{N}_0 u, \tag{19}$$

其中: $y \in \mathbb{R}^m, u \in \mathbb{R}^p$, 为了描述模型的不确定性和各种干扰, 标称模型(19)可以扩展为

$$y = (\bar{M}_0 + \Delta_{\bar{M}_0})^{-1} [\bar{N}_0 + \Delta_{\bar{N}_0} \quad \bar{N}_d + \Delta_{\bar{N}_d}] \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}, \tag{20}$$

其中: $\Delta_{\bar{M}_0}, \Delta_{\bar{N}_0}, \Delta_{\bar{N}_d} \in H_\infty$ 表示模型不确定性, 称为互质因子不确定性; d 和 $\bar{N}_d \in \text{RH}_\infty^{m \times n}$ 表示(有界的)未知输入向量(干扰).

2.3.2 故障模型的一般形式

加性故障: 考虑标称模型(19), 通过在式(19)中引入一项 $\bar{N}_f f$ 表示加性故障模型如下所示:

$$y = \bar{M}_0^{-1} [\bar{N}_0 \quad \bar{N}_f] \begin{bmatrix} u \\ f \end{bmatrix}. \tag{21}$$

乘性故障: 类似于处理模型不确定性的方式, 将标称模型(19)扩展为

$$y = (\bar{M}_0 + \bar{M}_f)^{-1} (\bar{N}_0 + \bar{N}_f) u, \tag{22}$$

其中 $\bar{M}_f, \bar{N}_f \in \text{RH}_\infty$ 用来表示乘性故障, 也称为参数

故障.

当同时考虑系统的不确定性、扰动、加性故障和乘性故障时,互质分解技术建立系统模型的一般形式可以描述为

$$y = (\bar{M}_0 + \bar{M}_f + \Delta_{\bar{M}_0}) \times [\bar{N}_0 + \bar{N}_f + \Delta_{\bar{N}_0} \quad \bar{N}_{f_1} + \Delta_{\bar{N}_{f_1}} \quad \bar{N}_d + \Delta_{\bar{N}_d}] \begin{bmatrix} u \\ f_1 \\ d \end{bmatrix}, \quad (23)$$

其中: $\Delta_{\bar{M}_0}, \Delta_{\bar{N}_0}, \Delta_{\bar{N}_{f_1}}, \Delta_{\bar{N}_d} \in H_\infty$ 表示模型不确定性, d 和 $\bar{N}_d \in RH_\infty^{m \times n}$ 表示系统扰动, \bar{N}_{f_1} 和 f_1 表示加性故障, $\bar{M}_f, \bar{N}_f \in RH_\infty$ 表示乘性故障.

3 基于k-gap度量的闭环系统故障诊断方法

在本节中,介绍基于互质分解技术的残差生成器和阈值设置方法,并依据k-gap度量值定义故障诊断指标.

3.1 残差生成器与阈值设置

3.1.1 残差生成器

对于标称系统(19),给出稳定核表示的一般形式

$$r_0 = [\bar{M}_0 \quad -\bar{N}_0] \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}. \quad (24)$$

对于所有的线性时不变系统,一种参数化的残差生成器可以表示为

$$r = Rr_0 = R[\bar{M}_0 \quad -\bar{N}_0] \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}, \quad (25)$$

其中 $R \in RH_\infty$ 是参数矩阵.

在故障诊断研究中,残差生成器式(24)的动态变化,在模型不确定性、系统扰动和待检测故障方面起着重要作用.假设系统动态过程由式(23)描述,则可直接得到

$$r_0 = [\bar{M}_0 \quad -\bar{N}_0] \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} = [\bar{N}_f + \Delta_{\bar{N}_0} \quad \bar{N}_{f_1} + \Delta_{\bar{N}_{f_1}} \quad \bar{N}_d + \Delta_{\bar{N}_d}] \begin{bmatrix} u \\ f_1 \\ d \end{bmatrix} - (\bar{M}_f + \Delta_{\bar{M}_0})y. \quad (26)$$

反馈控制回路是故障诊断中应用领域之一,考虑如图1所示的反馈控制回路.

它可以表示为

$$\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (I-KG)^{-1} & K(I-GK)^{-1} \\ G(I-KG)^{-1} & (I-GK)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ d \end{bmatrix}. \quad (27)$$

控制器:

$$u = Ky + v. \quad (28)$$

输出:

$$y = Gu + d. \quad (29)$$

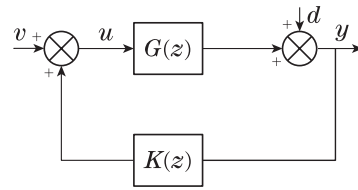


图1 反馈控制回路

Fig. 1 Feedback control loops

反馈控制回路中: v 是控制回路的参考信号, d 表示扰动向量, K 是反馈控制律, G 表示具有互质因子不确定性的对象模型.假设系统中存在乘性故障,将残差生成器式(24)运用到反馈控制式(27),可得式(30).

$$r_0 = [\Delta_{\bar{N}_0} + \bar{N}_f \quad -\bar{M}_f - \Delta_{\bar{M}_0}] \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} + (\bar{N}_d + \Delta_{\bar{N}_d})d = [\Delta_{\bar{N}_0} \quad -\Delta_{\bar{M}_0}] \begin{bmatrix} (I-KG)^{-1} & K(I-GK)^{-1} \\ G(I-KG)^{-1} & (I-GK)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ d \end{bmatrix} + [\bar{N}_f \quad -\bar{M}_f] \begin{bmatrix} (I-KG)^{-1} & K(I-GK)^{-1} \\ G(I-KG)^{-1} & (I-GK)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ d \end{bmatrix} + (\bar{N}_d + \Delta_{\bar{N}_d})d. \quad (30)$$

3.1.2 阈值设置

在后续研究中,用 L_2 范数评估残差信号 r_0 .假设

$$\|\Delta_{\bar{N}_0} \quad \Delta_{\bar{M}_0}\|_\infty \leq \delta_\Delta, \quad \|\Delta_{\bar{N}_d}\|_\infty \leq \delta_{\Delta d}, \quad (31)$$

其中: δ_Δ 表示系统不确定性, $\delta_{\Delta d}$ 表示扰动不确定性, $\delta_\Delta, \delta_{\Delta d} \in (0, 1)$.

从残差生成器式(30)可知,闭环系统阈值为

$$J_{th} = \sup_{\substack{\|\Delta_{\bar{N}_0} \quad \Delta_{\bar{M}_0}\|_\infty \leq \delta_\Delta \\ \|\Delta_{\bar{N}_d}\|_\infty \leq \delta_{\Delta d}}} \|r_0\|_2 = \sup_{\substack{\|\Delta_{\bar{N}_0} \quad \Delta_{\bar{M}_0}\|_\infty \leq \delta_\Delta \\ \|\Delta_{\bar{N}_d}\|_\infty \leq \delta_{\Delta d}}} \|[\Delta_{\bar{N}_0} \quad -\Delta_{\bar{M}_0}]J(K, G) \begin{bmatrix} v \\ d \end{bmatrix} + (\bar{N}_d + \Delta_{\bar{N}_d})\|_2, \quad (32)$$

其中

$$J(K, G) = \begin{bmatrix} (I-KG)^{-1} & K(I-GK)^{-1} \\ G(I-KG)^{-1} & (I-GK)^{-1} \end{bmatrix}.$$

参考信号 v 一般都是在在线设置或计算的,并且 $J(K, G)$ 取决于模型的不确定性,给出闭环系统的阈值设置公式如下:

$$J_{th} := \delta_\Delta \|J(K, G)\|_\infty \sqrt{\|v\|_2^2 + \|d\|_2^2} + \bar{\delta}_d \|d\|_2, \quad (33)$$

其中: $\bar{\delta}_d = \delta_{\Delta d} + \|d\|_{\infty}$, $\|J(K, G)\|_{\infty}$ 将控制器设计和阈值设置联系起来.

在鲁棒控制理论中, $b_{G,K} = \|J(K, G)\|_{\infty}^{-1}$ 称为稳定裕度, 取值范围在 [0,1] 内.

3.2 故障检测指标

定义 2 给定标称模型 $y = \bar{M}_0^{-1} \bar{N}_0 u$ 和故障模型 $y = \bar{M}^{-1} \bar{N} u$, 它们的归一化左互质对分别为 (\bar{M}_0, \bar{N}_0) 和 (\bar{M}, \bar{N}) , k -gap 度量 $\delta_K(K_0, K_f)$ 为

$$\delta_K(K_0, K_f) = \inf_{Q \in \mathbb{H}_{\infty}} \|[\bar{M}_0 \ -\bar{N}_0] - Q[\bar{M} \ -\bar{N}]\|_{\infty}, \quad (34)$$

其中: $K_0 = [\bar{M}_0 \ -\bar{N}_0]$, $K_f = [\bar{M} \ -\bar{N}]$, $Q \in \mathbb{H}_{\infty}$, 式(34)表示故障可检测指标.

回顾上节中 k -gap 度量的含义, $\delta_K(K_0, K_f)$ 实际上是对于无故障系统和故障系统之间运行状况核子空间的度量. 由式(34), 可以得到 $\forall Q \in \mathbb{H}_{\infty}$,

$$r_0 = \begin{bmatrix} \bar{M}_0 & -\bar{N}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \bar{M}_0 & -\bar{N}_0 \end{bmatrix} - Q \begin{bmatrix} \bar{M} & -\bar{N} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}. \quad (35)$$

令 $Q^* = \arg \inf_{Q \in \mathbb{H}_{\infty}} \|[\bar{M}_0 \ -\bar{N}_0] - Q[\bar{M} \ -\bar{N}]\|_{\infty}$, 它可以转换成

$$\begin{aligned} \|r_0\|_2 &= \left\| \left(\begin{bmatrix} \bar{M}_0 & -\bar{N}_0 \end{bmatrix} - Q^* \begin{bmatrix} \bar{M} & -\bar{N} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} \right\|_2 \leq \\ &\left\| \begin{bmatrix} \bar{M}_0 & -\bar{N}_0 \end{bmatrix} - Q^* \begin{bmatrix} \bar{M} & -\bar{N} \end{bmatrix} \right\|_{\infty} \left\| \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix} \right\|_2 = \\ &\delta_K(K_0, K_f) \sqrt{\|u\|_2^2 + \|y\|_2^2}. \end{aligned} \quad (36)$$

显然, 由式(36)可知, 一个更大的 $\delta_K(K_0, K_f)$ 意味着更强的故障可检测性. 在考虑系统的不确定性和扰动时, 通过阈值设置式(33), 可以给出以下基于 k -gap 度量的故障检测逻辑:

$$\begin{aligned} \|r_0\|_2 &\leq J_{th} \text{ 故障未发生;} \\ \|r_0\|_2 &> J_{th} \text{ 故障发生.} \end{aligned}$$

3.3 故障分级分类指标

如果系统发生的故障对系统的危害性很小, 就可以认为是小等级的故障, 否则就可以认为是其他等级的故障^[25-27]. 按照故障的危害程度进行分级, 可以为后续系统容错控制提供重要依据. 为实现对闭环系统故障进行分级分类, 可以采用 k -gap 度量值作为故障分级分类指标.

故障对系统性能的危害程度可以依据 k -gap 度量值的大小来划分系统故障严重等级, 故障分级图如图 2 所示.

小故障等级: $0 < \delta_K(K_0, K_f) \leq \xi_1$;

中故障等级: $\xi_1 < \delta_K(K_0, K_f) \leq \xi_2$;

大故障等级: $\xi_2 < \delta_K(K_0, K_f) \leq \xi_3$;

严重故障等级: $\xi_3 < \delta_K(K_0, K_f) < 1$.

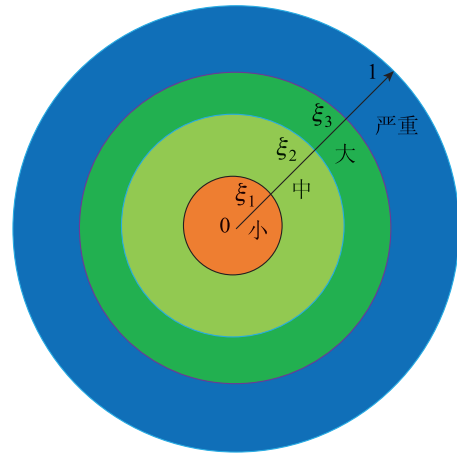


图 2 k -gap 度量故障分级示意图

Fig. 2 Diagram of k -gap metric fault gradation

同一级别的故障其闭环特性也会有所不同, 因此可以进一步将同级别故障进行分类, 故障分类图如图 3 所示.

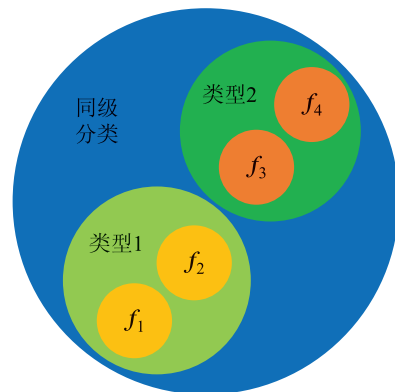


图 3 k -gap 度量故障分类示意图

Fig. 3 Diagram of k -gap metric fault classification

基于上述的分级机制, 每一故障等级都需要一个阈值, 因此可以依据故障模型之间的 k -gap 度量值设置多级阈值 ς_i ($0 < \varsigma_i < 1, i = 1, 2, 3, 4$), 同级别故障模型之间的 k -gap 度量为 $\delta(f_i, f_j)$ ($i, j \in N_+$). 给出基于 k -gap 度量的故障分类逻辑如下:

$$\begin{aligned} \delta(f_i, f_j) &\leq \varsigma_i \text{ 同级同类故障;} \\ \delta(f_i, f_j) &> \varsigma_i \text{ 同级不同类故障.} \end{aligned}$$

4 仿真实验

4.1 电机双闭环系统

转速、电流反馈控制的电机双闭环系统凭借其优良的静、动态性能在现役飞机、电动汽车和工业伺服驱动等领域被广泛应用.

根据电机统一理论,采用磁动势相等原则,多相电机可以等价于两相电机,原始坐标经过坐标变换,可变换到旋转坐标dq轴下,采用转子磁链定向控制策略,等效为一台直流电动机^[28].等效电路如图4所示.

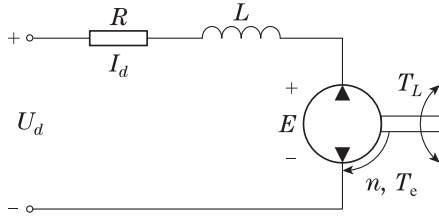


图4 多相电机等效电路图

Fig. 4 Equivalent circuit diagram for multi-phase motors

电机双闭环系统的动态结构框图如图5所示,其中 W_1 表示转速环PI调节器, W_2 表示电流环PI调节器, W_S 表示电力电子变换装置, W_{T1} 表示电机的电磁环节, W_{Tm} 表示电机的机电环节.

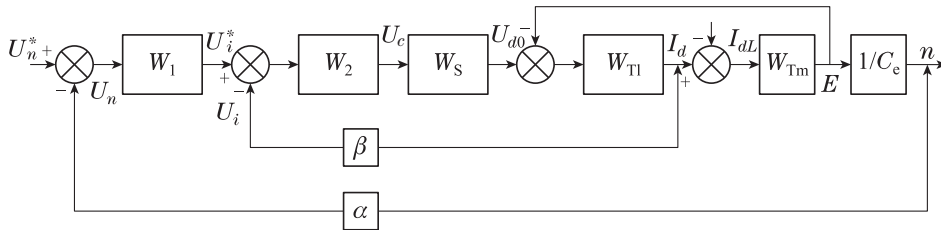


图5 电机双闭环系统动态结构框图

Fig. 5 Block diagram of the dynamic structure of a double closed-loop motor system

在实际应用中,系统的不确定性和扰动是不可避免的,带有不确定性和扰动电机双闭环系统模型可以由式(20)来表示.其中互质分解因子不确定性的 H_∞ 范数界限应满足式(31),设定 $\delta_\Delta = 0.01$, $\delta_{\Delta d} = 0.02$,负载扰动 $d = 2$,输入电压 $u = 1$ V.上述设计的带有系统不确定性和扰动的电机双闭环系统(标称系统 G_0)传递函数为

$$G_0 = \frac{3.8636 \times 10^{-4} s^4 + 0.2402 s^3 + 7.1942 \times 10^3 s^2 + 3.2216 \times 10^5 s + 2.7535 \times 10^6}{9.18 \times 10^{-6} s^5 + 0.0057 s^4 + 1.6411 s^3 + 97.5112 s^2 + 2.1456 \times 10^3 s + 1.8388 \times 10^4}$$

4.2 故障检测

针对电机双闭环系统中的不同程度乘性故障和执行器故障,以 F_{ij} ($i = 1$ 表示乘性故障, $i = 2$ 表示执行器故障; $j = 1 \sim 9$,分别表示10%~90%故障严重程度)为故障程度因子,取值范围为0.1~0.9.分别选取机电时间常数变化和转速调节器增益变化作为乘性故障和执行器故障,具体表示为 $W_{Tm}(s) = \frac{0.5}{(F_{1j}0.18)s}$,
 $W_1(s) = \frac{(F_{2j}11.7)s + 134.48}{s}$.整个仿真时间设为5 s,在 $t = 2$ s时刻分别加入不同程度的乘性故障和执行

器故障.

在图5中,为了获得良好的静、动态性能,转速和电流两个调节器一般都采用PI调节器.根据陈伯时主编的教材^[29],设计电机双闭环系统各环节传递函数如表1所示,使电机双闭环系统的动态性能达到最优.

表1 双闭环系统各个环节传递函数

Table 1 Transfer functions for each link of a double closed-loop system

传递函数	
转速环PI调节器	$W_1(s) = \frac{11.7s + 134.48}{s}$
电流环PI调节器	$W_2(s) = \frac{2.027s + 67.567}{s}$
电力电子变换装置	$W_S(s) = \frac{40}{0.0017s + 1}$
电机电磁环节	$W_{T1}(s) = \frac{2}{0.03s + 1}$
电机机电环节	$W_{Tm}(s) = \frac{0.5}{0.18s}$

器故障.

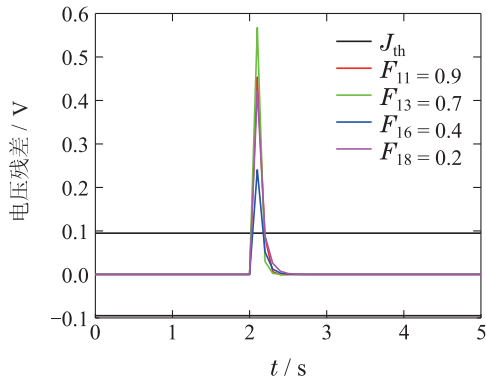
传统故障检测方法一般采用提取故障特征量的方法来判别系统的异常情况.当电机双闭环系统分别出现不同程度乘性故障(F_{11} , F_{13} , F_{16} 和 F_{18})和执行器故障(F_{21} , F_{23} , F_{26} 和 F_{28})时,采集电枢电压和电枢电流作为故障特征量,采用文献[30]中的平均能量法设置阈值 $J_{th} = \pm 0.0949$,故障检测结果分别如图6~7所示.

由图6(a)可知,发生乘性故障后故障超过阈值时间约为0.2 s,电枢电压故障残差最大幅值为0.57 V;由图6(b)可知,故障超过阈值时间约为0.3 s,电枢电流故障残差最大幅值为1.35 A.因此在采用传统的故障检测方法时,故障出现的时间短,在检测时难以捕捉,不同故障特征量产生的残差大小不同,极易受系统量纲的影响,故障出现之后很快被双闭环系统反馈控制的作用所抑制,导致无法对故障进行有效检测.类似于乘性故障,如图7所示,在发生执行器故障后也呈现出上述特点.

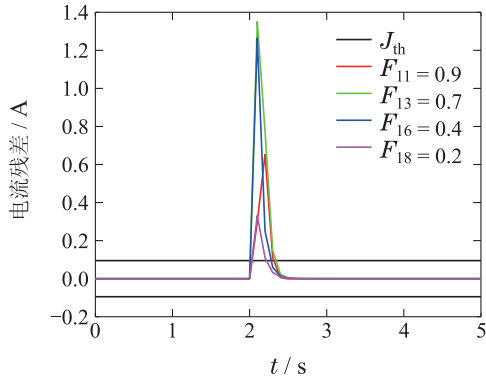
针对欧氏距离的表象性能,难以有效解决闭环系统的故障检测问题,采用 k -gap度量的故障检测方法在同等条件下进行仿真分析.

不同程度的故障模型 $G_{F_{ij}}$ 与标称模型 G_0 之间的

k -gap度量值分别如表2所示.



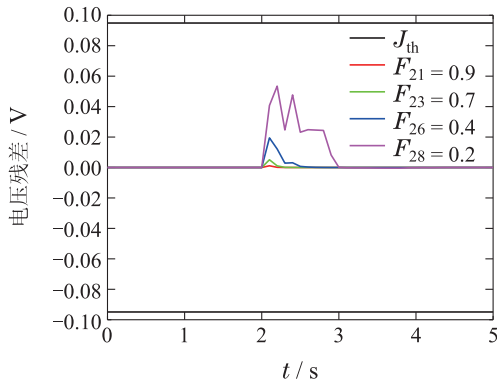
(a) 电枢电压



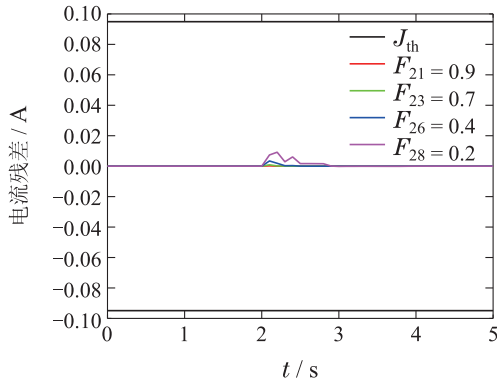
(b) 电枢电流

图 6 乘性故障检测图

Fig. 6 Multiplicative fault detection diagram



(a) 电枢电压



(b) 电枢电流

图 7 执行器故障检测图

Fig. 7 Actuator fault detection diagram

表 2 不同程度故障模型与标称模型的 k -gap

Table 2 k -gap for different degrees of failure models with nominal models

F_{ij}	$\delta_k(G_{F_{1j}}, G_0)$	$\delta_k(G_{F_{2j}}, G_0)$
0.9	0.0541	0.0553
0.8	0.1098	0.1168
0.7	0.1765	0.1852
0.6	0.2502	0.2606
0.5	0.3319	0.3508
0.4	0.4290	0.4507
0.3	0.5409	0.5654
0.2	0.6711	0.6976
0.1	0.8197	0.8493

由表2可以看出, 随着故障程度的增加, 故障模型与带有不确定性和扰动模型之间 k -gap度量值也不断增大. 由闭环系统阈值设置式(33)可以得到阈值 $J_{th} = 4.4671$, 基于 k -gap 度量的残差, 对电机双闭环系统不同程度的乘性故障和执行器故障, 故障检测结果分别如图8-9所示. 可以看出随着故障程度的增加, 故障可检测性也不断增加, k -gap度量方法从系统的角度进行故障检测, 不会受到量纲的影响, 并且故障发生后不会受到双闭环系统反馈控制的影响.

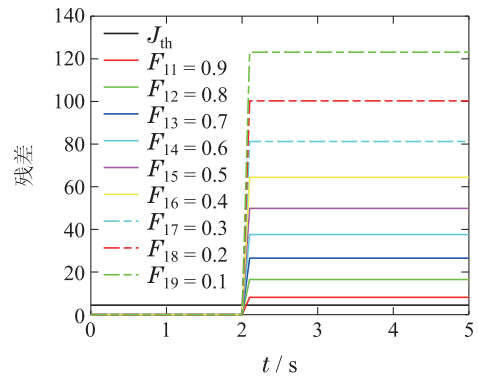


图 8 基于 k -gap 度量的乘性故障检测

Fig. 8 Multiplicative fault detection based on the k -gap metric

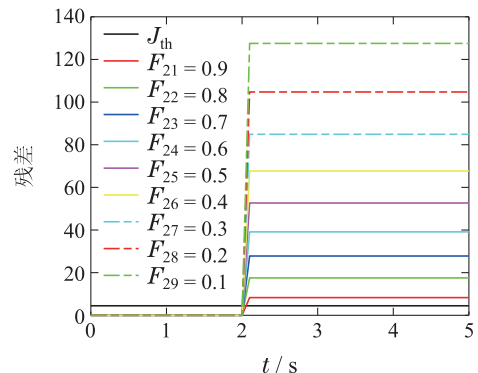


图 9 基于 k -gap 度量的执行器故障检测

Fig. 9 Actuator fault detection based on the k -gap metric

4.3 故障分级分类

根据表2中故障系统和标称系统间的 k -gap度量值(反映了故障对系统的危害程度),由故障分级机制将电机双闭环系统划分为如下4个不同的故障严重程度等级:

小故障等级: $0 < \delta_k(G_{F_{ij}}, G_0) \leq 0.15$;

中故障等级: $0 < \delta_k(G_{F_{ij}}, G_0) \leq 0.4$;

大故障等级: $0 < \delta_k(G_{F_{ij}}, G_0) \leq 0.7$;

严重故障等级: $0.7 < \delta_k(G_{F_{ij}}, G_0) < 1$.

依据电机双闭环系统分级结果,接下来,对同一等

级故障进行分类.因在实际闭环控制系统中,理论上当两个不同等级故障发生时,容错控制会进行控制器切换,所以进行两个不同等级故障分类划分,无实际意义.因此,表3给出了故障在同一等级下,依据不同程度故障模型之间的 k -gap度量值,对应上述4个故障等级(小、中、大、严重),得到各级的分类阈值为0.1, 0.3, 0.5和0.7.例如,对于小故障等级,故障模型之间的 k -gap小于0.1时被认为两个故障为同级同类故障,否则为同级不同类故障,其余故障等级分类机制与小故障等级相同.根据各级的分类阈值,可将电机双闭环系统,同级故障分类结果如图10所示.

表3 同等级故障模型之间的 k -gap

Table 3 k -gap between fault models of the same grade

故障等级	乘性故障的 k -gap			执行器故障的 k -gap			两种故障之间的 k -gap					
	F_{11}	F_{12}		F_{21}	F_{22}		F_{21}	F_{22}				
小	F_{11}	0	0.0563	F_{21}	0	0.0619	F_{11}	0.1092	0.1700			
	F_{12}	0.0563	0	F_{22}	0.0619	0	F_{12}	0.1641	0.2228			
中	F_{13}	0	0.0787	0.1650	F_{23}	0	0.0813	0.1761	F_{13}	0.3518	0.4216	0.4985
	F_{14}	0.0787	0	0.0878	F_{24}	0.0813	0	0.0963	F_{14}	0.4197	0.4852	0.5566
	F_{15}	0.1650	0.0878	0	F_{25}	0.1761	0.0963	0	F_{15}	0.4890	0.5493	0.6141
大	F_{16}	0	0.1448	0.3355	F_{26}	0	0.1526	0.3559	F_{16}	0.7414	0.8051	0.8722
	F_{17}	0.1448	0	0.2032	F_{27}	0.1526	0	0.2145	F_{17}	0.8024	0.8528	0.9050
	F_{18}	0.3355	0.2032	0	F_{28}	0.3559	0.2145	0	F_{18}	0.8669	0.9024	0.9383
严重	F_{19}			F_{29}			F_{29}					
	F_{19}	0		F_{29}	0		F_{19}	0.9879				

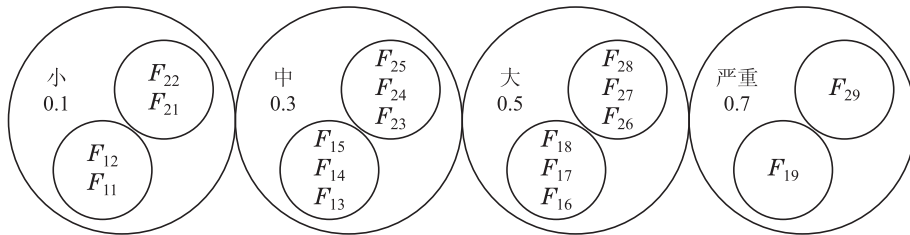


图10 电机双闭环系统故障分类图

Fig. 10 Motor double closed loop system fault classification diagram

5 结论

针对闭环系统的故障诊断,现有基于解析模型的方法中,基于物理数值的偏差(残差估计)只是表象,极度依赖于每个分量的物理量纲.为克服难以刻画其内在本质变化的困难,本文从间隙度量这一新的视角出发,针对包含不确定性和扰动的电机双闭环系统,根据故障模型与标称系统模型,以及故障模型之间的 k -gap度量值,得到了故障检测和故障分级分类的具体实现过程.结果表明,此方法有利于闭环系统故障检测和不同类别故障评级分类,对后续容错控制器选

择提供判据,此方法也可用于风险投资相关闭环系统诊断.

参考文献:

- [1] ZHANG K, JIANG B, SHI P. Distributed fault estimation observer design with adjustable parameters for a class of nonlinear interconnected systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(12): 4219 – 4228.
- [2] QIU A B, GU J P, WEN C B, et al. Self-triggered fault estimation and fault tolerant control for networked control systems. *Neurocomputing*, 2018, 272: 629 – 637.
- [3] ZHONG Donghua, SHI Jiantao, HE Xiao. Review of intermittent

- fault diagnosis techniques for dynamic systems. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(2): 161 – 171.
(周东华, 史建涛, 何潇. 动态系统间歇故障诊断技术综述. 自动化学报, 2014, 40(2): 161 – 171.)
- [4] LUO Hao, HUO Mingyi, YIN Shen, et al. Fault diagnosis and safety control for complex industrial systems. *Information and Control*, 2021, 50(1): 20 – 33.
(罗浩, 霍明夷, 尹坤, 等. 复杂工业系统故障诊断与安全控制方法. 信息与控制, 2021, 50(1): 20 – 33.)
- [5] DU Xianjun, GONG Bin, SHI Yaoke. Research on CBAM-CNN based analog circuit fault diagnosis. *Control and Decision*, 2022, 37(10): 2609 – 2618.
(杜先君, 巩彬, 石耀科. 基于CBAM-CNN的模拟电路故障诊断研究. 控制与决策, 2022, 37(10): 2609 – 2618.)
- [6] LÜ Xueyan, WANG Jing, ZHOU Jinglin. Active fault diagnosis based on auxiliary signals and redundant actuators. *Control and Decision*, 2022: DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0354.
(吕雪燕, 王晶, 周靖林. 基于辅助输入信号和冗余执行器的主动故障诊断. 控制与决策, 2022: DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0354.)
- [7] WANG Yinsong, SUN Tianshu. A method of actuator fault diagnosis based on evidence fusion. *Control and Decision*, 2022, 37(8): 2026 – 2032.
(王印松, 孙天舒. 一种基于证据融合的执行器故障诊断方法. 控制与决策, 2022, 37(8): 2026 – 2032.)
- [8] CHEN T. Small fault detection for a class of closed-loop systems via deterministic learning. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 49(3): 897 – 906.
- [9] SUN Kai, HE Baina, SARAH Odofoin, et al. Current sensor fault diagnosis for induction motor in vector control system. *Journal of System Simulation*, 2018, 30(8): 3139 – 3145.
(孙凯, 何柏娜, SARAH Odofoin, 等. 矢量控制系统中感应电机电流传感器故障诊断. 系统仿真学报, 2018, 30(8): 3139 – 3145.)
- [10] HE J, YANG Q, WANG Z. On-line fault diagnosis and fault-tolerant operation of modular multilevel converters – A comprehensive review. *CES Transactions on Electrical Machines and Systems*, 2020, 4(4): 360 – 372.
- [11] ZHANG C, XU L, LI X, et al. A method of fault diagnosis for rotary equipment based on deep learning. *Prognostics and System Health Management Conference*. Chongqing, CHINA: IEEE, 2018.
- [12] ZHOU Donghua, LIU Yang, HE Xiao. Review on fault diagnosis techniques for closed-loop systems. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(11): 1933 – 1943.
(周东华, 刘洋, 何潇. 闭环系统故障诊断技术综述. 自动化学报, 2013, 39(11): 1933 – 1943.)
- [13] BELLINI A, FILIPPETTI F, FRANCESCHINI G, et al. Closed-loop control impact on the diagnosis of induction motors faults. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2000, 36(5): 1318 – 1329.
- [14] YANG Ping, ZAHNG Hongyue. Fault diagnosis of brushless DC motor closed loopsystem based on double observers. *Control Engineering of China*, 2005, 12(S1): 183 – 190.
(杨萍, 张洪钺. 基于双观测器的无刷电机闭环系统故障诊断. 控制工程, 2005, 12(S1): 183 – 190.)
- [15] LIU Hengbo. *Reserch on fault diagnosis for traction motor in closed-loop system of high-speed railway*. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017.
(刘恒伯. 高速列车牵引电机闭环系统故障诊断研究. 南京: 南京航空航天大学, 2017.)
- [16] ZHOU K. *Essential of Robust Control*. Englewood Cliffs: Doyle Prentice-Hall, 1998.
- [17] LI X L, LIU B. Adaptive optimal robust control in gap metric. *The 23rd Chinese Control and Decision Conference*. Mianyang, CHINA: IEEE, 2011: 185 – 190.
- [18] WANG S, HUANG B. Gap metric on the subgraphs of systems and the robustness problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(8): 1522 – 1526.
- [19] ZHOU Kemin. A new framework for fault diagnosis and fault tolerant control. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(5): 1035 – 1042.
(周克敏. 故障诊断与容错控制的一个新框架. 自动化学报, 2021, 47(5): 1035 – 1042.)
- [20] LI Ya, HOU Yandong, LIU Chang. Adaptive optimal fault-tolerant control based on fault degree. *Computer Engineering and Applications*, 2021, 57(23): 295 – 302.
(李雅, 侯彦东, 刘畅. 基于故障程度的自适应优化容错控制. 计算机工程与应用, 2021, 57(23): 295 – 302.)
- [21] JIANG Y, YU W, YU W, et al. On gradation and classification of faults for permanent magnet synchronous motor systems based on v -gap metric. *The 10th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS)*. Suzhou, China: IEEE, 2021: 1252 – 1256.
- [22] DING S X. Application of factorization and gap metric techniques to fault detection and isolation part II: Gap metric technique aided fDI performance analysis. *IFAC Papers OnLine*, 2015, 48(21): 119 – 124.
- [23] LI L L, DING S X. Gap metric techniques and their application to fault detection performance analysis and fault isolation schemes. *Automatica*, 2020, 118: 109029.
- [24] WANG Y, HE P, ZHANG H. Fault detection for systems with model uncertainty and disturbance via coprime factorization and gap metric. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 52(8): 7765 – 7775.
- [25] WEN Chenglin, LÜ Feiya, BAO Zhejing, et al. A review of data driven-based incipient fault diagnosis. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(9): 1285 – 1299.
(文成林, 吕菲亚, 包哲静, 等. 基于数据驱动的微小故障诊断方法综述. 自动化学报, 2016, 42(9): 1285 – 1299.)
- [26] LIU Chun, JIANG Bin, ZHANG Ke, et al. Incipient fault detection of linear system with disturbance. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2015, 49(6): 889 – 896.
(柳春, 姜斌, 张柯, 等. 带扰动的线性系统微小故障早期诊断方法. 上海交通大学学报, 2015, 49(6): 889 – 896.)
- [27] YU Xiaoqing, JIANG Bin, ZHANG Ke. Diagnosis of incipient sensor faults and application in motors. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2018, 50(3): 321 – 328.
(于晓庆, 姜斌, 张柯. 传感器微小故障诊断及在电机上的应用. 南京航空航天大学学报, 2018, 50(3): 321 – 328.)
- [28] YU Wei, PI Youguo, WANG Qinruo. Fractional-order modeling for permanent magnet synchronous motor in time and frequency domain. *Control and Decision*, 2015, 30(9): 1546 – 1550.
(余伟, 皮佑国, 王钦若. 永磁同步电动机的分数阶时域和频域建模. 控制与决策, 2015, 30(9): 1546 – 1550.)
- [29] CHEN Boshi. *Electric Power Drag Automatic Control System-Motion Control System*. Beijing: China Machine Press, 2003: 32 – 40.
(陈伯时. 电力拖动自动控制系统—运动控制系统. 北京: 机械工业出版社, 2003: 32 – 40.)
- [30] DING S X. *Advanced Methods for Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control*. Berlin: Springer, 2021.

作者简介:

余伟 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为系统建模、超精密运动控制和复杂系统故障诊断研究, E-mail: yuwei83@fosu.edu;

江艳 硕士研究生, 目前研究方向系统建模、故障诊断, E-mail: jiangyan20210314@163.com;

张凡 博士, 副研究员, 目前研究方向为系统工程、创新管理研究, E-mail: zhangfan@scut.edu.cn.