

基于滤波的分段线性Hammerstein系统的递推辨识方法

刘喜梅, 樊亚敏, 李梅航[†]

(青岛科技大学 自动化与电子工程学院, 山东 青岛 266061)

摘要: Hammerstein模型具有结构简单、能很好地反映典型非线性特性等优点, 一直是控制领域的重要研究内容之一. 本文主要研究输出误差自回归Hammerstein系统的辨识问题, 系统的输入非线性部分采用分段线性函数拟合, 并引入切换函数和位置函数将其表示为线性参数表达式. 为克服有色噪声的干扰, 本文通过关键项分离和数据滤波技术, 建立系统的滤波辨识模型. 在此基础上, 文中提出了基于滤波的遗忘梯度算法, 基于滤波的递推广义最小二乘算法和基于滤波的多新息遗忘梯度算法估计未知参数. 本文通过仿真实例验证了所提算法的有效性, 证明了多新息理论的应用可以有效地提高递推算法的辨识性能.

关键词: Hammerstein模型; 辨识; 分段线性函数; 关键项分离; 数据滤波技术; 多新息理论

引用格式: 刘喜梅, 樊亚敏, 李梅航. 基于滤波的分段线性Hammerstein系统的递推辨识方法. 控制理论与应用, 2023, 40(9): 1627 – 1636

DOI: 10.7641/CTA.2022.20027

Filtering-based recursive identification methods for piecewise-linear Hammerstein systems

LIU Xi-mei, FAN Ya-min, LI Mei-hang[†]

(College of Automation and Electronic Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao Shandong 266061, China)

Abstract: Hammerstein models have always been the research focus on control field for their advantages of simple structures and can reflect typical nonlinear characteristics. This paper mainly studies the identification problems of the Hammerstein output-error autoregressive systems. The input nonlinear part of the system is described by piecewise-linear functions and expressed as a parametric linear expression by introducing a switching function and position functions. For overcoming the interference of colored noise, we derive the filtering identification model of the system through the key item separation and the data filtering technique. On the basis of this model, the filtering-based forgetting gradient algorithm, the filtering-based recursive generalized least-squares algorithm and the filtering-based multi-innovation forgetting gradient algorithm are presented for estimating the unknown parameters. A simulation example is given to test the effectiveness of the proposed algorithms and demonstrates that the identification performance of the recursive identification algorithms can be improved effectively through the application of the multi-innovation identification theory.

Key words: Hammerstein model; identification; piecewise-linear function; key item separation; data filtering technique; multi-innovation theory

Citation: LIU Ximei, FAN Yamin, LI Meihang. Filtering-based recursive identification methods for piecewise-linear Hammerstein systems. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(9): 1627 – 1636

1 引言

非线性现象在现实生活中广泛存在, 就控制领域而言, 几乎所有的系统都存在一定的非线性特性^[1-2]. 随着现代科技的不断发展, 控制对象的非线性程度和复杂程度不断提高, 许多先进的控制方法都需要非线

性系统的数学模型^[3-4], 建立准确的数学模型离不开系统辨识^[5]. 复杂模型结构由于不便实现, 控制器难于设计等原因, 实际应用中仍面临壁垒. Hammerstein模型是一类典型的非线性模型, 其基本结构是一个输入非线性模块后连接一个动态线性模块, 具有结构简

收稿日期: 2022-01-11; 录用日期: 2022-09-16.

[†]通信作者. E-mail: limeihangqd@163.com.

本文责任编辑: 杨辰光.

国家自然科学基金项目(62103218, 61472195), 山东省自然科学基金项目(ZR2020QF065, ZR2020MF081)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62103218, 61472195) and the National Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2020QF065, ZR2020MF081).

单,可广泛描述多种典型非线性过程等优点,其辨识问题已经成为诸多领域的重要研究内容^[6-7].在实际应用中,不同的场景往往对应不同形式的线性和非线性模块,为构建普适性强的非线性模型,研究人员提出了多种表示方法来描述Hammerstein模型的输入非线性部分.对于一些复杂且不规则的非线性特性,特别是硬非线性和不连续非线性等,使用分段线性函数能够有效拟合其特征,具有参数化,易于辨识等优点^[8].因此,对于分段线性函数描述的非线性系统的参数辨识问题,近年来引起了广泛关注.例如,针对具有输入不可逆分段线性特性和输出间隙非线性级联的非线性动态系统,文献[9]利用关键项分离技术给出了非线性模型的参数线性化描述,并提出了一种最小二乘迭代算法辨识其未知参数.文献[10]研究了两种特殊的分段非线性结构(饱和特性和预负载特性),提出了辨识分段非线性Hammerstein系统的迭代算法.

递推辨识和迭代辨识是两类主流的参数估计方法.递推辨识在每一步递推计算时利用增益与新息的乘积对上一时刻的参数估计进行修正,适用于在线辨识^[11-12].近年来,数据滤波技术和多新息理论等先进的辨识思想与经典的递推辨识方法结合,在各类线性及非线性系统的辨识中得到了广泛应用.研究工业过程的建模及控制问题时,不得不考虑系统受外部噪声的影响^[14-15].外部噪声主要有白噪声和有色噪声两种形式,与白噪声相比,有色噪声更具普遍性和代表性.近年来,对于受有色噪声干扰的系统,许多学者利用数据滤波技术,在不改变系统输入输出关系的前提下改变系统的模型结构,能简化计算,提高参数估计精度.例如, Ji等^[16]研究了具有自回归滑动平均噪声的双输入单输出Hammerstein有限脉冲响应系统的参数估计问题,应用数据滤波技术提出了一种基于滤波的多新息随机梯度算法.新息就是修正参数和状态估计的有效信息,多新息辨识理论就是将单新息修正技术加以推广,在每一步递推计算中利用多重新息修正参数估计,在系统辨识、故障诊断、自校正控制等问题上得到了广泛的应用^[1,5].例如, Ma等^[17]在系统辨识领域提出了一种基于支持向量机的在线辨识新方法,将牛顿搜索与多新息辨识理论相结合有效提高了算法收敛性.受上述内容启发,本文针对Hammerstein系统的输入非线性部分具有的多样性、复杂性和难以参数化的问题,采用分段线性函数对其进行拟合,将其表示为一系列参数化的分段函数形式,引入切换函数和位置函数将多分段函数转化为包含所有非线性参数的解析形式.在此基础上,利用估计的噪声传递函数模型对系统的输入输出进行滤波,构造系统的滤波辨识模型,以滤波辨识模型为依据,提出基于滤波的遗忘梯度(F-FG, filter-based forgetting gradient)算法和基于滤波的递推广义最小二乘(F-RGLS, filtered re-

cursive generalized least squares)算法估计未知参数.为进一步提高F-FG算法的参数估计精度,结合多新息辨识理论,提出了基于滤波的多新息遗忘梯度(F-MIFG, filter-based multi-new information forgetting gradient)算法.

本文的章节组织如下:第2节提出了用分段线性函数拟合的模型输入非线性模块,并推导了分段线性Hammerstein输出误差自回归系统的滤波辨识模型;第3,4,5节分别给出了F-FG算法、F-RGLS算法和F-MIFG算法的详细推导;第6节列举一个数值仿真实例验证所提方法的有效性;最后,在第7节提出了一些结论以及对未来研究的建议和展望.

2 系统描述

分段线性函数具有平衡计算量和拟合误差的优点,常被用作逼近复杂非线性特性.理论上讲,若分段节点的位置及数量选取得当,分段线性函数能够以任意精度拟合非线性关系.因此,基于分段线性函数建立的控制模型具有参数化,普遍适用性强等特点,为高度复杂非线性系统的精确控制提供了可能.分段线性函数一般由一系列相互连接的线段组成的静态非线性函数表示^[8,18],其数学表达式为

$$f(u(t)) = \mathbf{h}^T(u(t), \boldsymbol{\zeta}) \cdot \boldsymbol{\lambda}, \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{\zeta} = [\zeta_0 \ \zeta_1 \ \cdots \ \zeta_m]^T \in \mathbb{R}^{m+1}$ 是一个由分段节点 ζ_i ($i = 0, 1, \dots, m$) 组成的参数向量,且分段节点的选取满足 $\zeta_0 < \zeta_1 < \cdots < \zeta_m$. $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_0 \ \lambda_1 \ \cdots \ \lambda_m]^T \in \mathbb{R}^{m+1}$ 为参数向量,其元素 λ_i ($i = 0, 1, \dots, m$) 为分段线性函数在分段节点 ζ_i 处的函数值. $h_i(u(t), \boldsymbol{\zeta})$ 是关于系统输入 $u(t)$ 和参数向量 $\boldsymbol{\zeta}$ 的函数,也称为“帐篷函数”,向量 $\mathbf{h}(u(t), \boldsymbol{\zeta})$ 是由“帐篷函数” $h_i(u(t), \boldsymbol{\zeta})$ 组成的向量,其表达式为

$$\mathbf{h}(u(t), \boldsymbol{\zeta}) = [h_0(u(t), \boldsymbol{\zeta}) \ h_1(u(t), \boldsymbol{\zeta}) \ \cdots \ h_i(u(t), \boldsymbol{\zeta}) \ \cdots \ h_m(u(t), \boldsymbol{\zeta})]^T.$$

当参数向量 $\boldsymbol{\zeta}$ 给定时, $\mathbf{h}(u(t), \boldsymbol{\zeta})$ 可以被简化表示为 $\mathbf{h}(u(t))$, 其组成元素 $h_i(u(t))$ 的表达式如下:

$$h_0(u(t)) = \begin{cases} \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0}, & \zeta_0 \leq u(t) < \zeta_1, \\ 0, & \zeta_1 \leq u(t) < \zeta_m, \end{cases}$$

$$h_i(u(t)) = \begin{cases} 0, & \zeta_0 \leq u(t) < \zeta_{i-1}, \\ \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}}, & \zeta_{i-1} \leq u(t) < \zeta_i, \\ \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}, & \zeta_i \leq u(t) < \zeta_{i+1}, \\ 0, & \zeta_{i+1} \leq u(t) < \zeta_m, \end{cases}$$

$$i = 1, 2, \dots, m-1,$$

$$h_m(u(t)) = \begin{cases} 0, & \zeta_0 \leq u(t) < \zeta_{m-1}, \\ \frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}}, & \zeta_{m-1} \leq u(t) < \zeta_m, \end{cases} \quad (2)$$

由式(2)得, 在 ζ_i 已知情况下, $h_i(u(t))$ 的值仅与输入信号 $u(t)$ 相关. 为建立系统的辨识模型, 需给出分段线性函数的参数线性表达形式. 为此, 定义切换函数

$$s(u(t)) = \begin{cases} 1, & u(t) \geq 0, \\ 0, & u(t) < 0. \end{cases} \quad (3)$$

$$\mathbf{h}(u(t)) = \begin{bmatrix} \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{u(t) - \zeta_0}{\zeta_1 - \zeta_0} & \frac{\zeta_2 - u(t)}{\zeta_2 - \zeta_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} & \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \cdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \frac{u(t) - \zeta_{m-2}}{\zeta_{m-1} - \zeta_{m-2}} & \frac{\zeta_m - u(t)}{\zeta_m - \zeta_{m-1}} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1(u(t)) \\ p_2(u(t)) \\ \vdots \\ p_i(u(t)) \\ p_{i+1}(u(t)) \\ \vdots \\ p_{m-1}(u(t)) \\ p_m(u(t)) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{m+1}. \quad (5)$$

经过整理, 式(1)中的分段线性函数可以由分段函数的形式转化为一个线性参数表达式, 即

$$\begin{aligned} f(u(t)) &= \mathbf{h}^T(u(t)) \cdot \boldsymbol{\lambda} = \\ &\lambda_0 p_1(u(t)) \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} + \cdots + \\ &\lambda_i (p_i(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + \\ &p_{i+1}(u(t)) \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}) + \cdots + \\ &\lambda_m p_m(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}}. \end{aligned} \quad (6)$$

该分段线性函数具有良好的分段逼近特性, 将其作为Hammerstein模型输入非线性环节的映射, 有利于提高模型的拟合精度. 考虑存在自回归噪声干扰的Hammerstein输出误差系统, 它由一个非线性无记忆模块与一个线性动态子系统串联组成, 其数学表达式为

$$y(t) = \frac{B(z)}{A(z)}x(t) + w(t), \quad (7)$$

其中: $y(t)$ 为系统输出; $x(t)$ 表示非线性模块的输出, 其表达式未知, 利用分段线性函数对其进行拟合分析, 其表达式与式(6)中的 $f(u(t))$ 相同, $w(t)$ 为有色噪声, 其表达式为

$$w(t) = \frac{1}{C(z)}v(t), \quad (8)$$

其中: $v(t)$ 表示方差为 σ^2 的零均值白噪声; $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ 是关于 z^{-1} (z^{-1} 是一个单位后向移位算

利用式(3)中的切换函数, 可构造位置函数:

$$p_i(u(t)) = s(u(t) - \zeta_{i-1})s(\zeta_i - u(t)), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

因此, $\mathbf{h}(u(t))$ 可以被重新写作

子, 满足 $z^{-1}u(t) = u(t - 1)$ 的定常多项式, 即

$$\begin{aligned} A(z) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a}, \\ B(z) &= b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_{n_b} z^{-n_b}, \\ C(z) &= 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \cdots + c_{n_c} z^{-n_c}. \end{aligned}$$

为辨识全部线性和非线性参数, 避免冗余参数的出现, 利用关键项分离技术^[19-20], 将 $B(z)$ 的第一个非零系数归一化为1, 系统的无噪真实输出 $g(t)$ 可写作

$$g(t) = \frac{B(z)}{A(z)}x(t) = [1 - A(z)]g(t) + [B(z) - 1]x(t) + x(t).$$

假设系统的阶次 n_a , n_b 和 n_c 为已知, $n_0 = n_a + n_b + n_c + m + 1$, 定义参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 及其对应的信息向量 $\boldsymbol{\phi}(t)$ 为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta} &= [\boldsymbol{\theta}_s^T \ \boldsymbol{\theta}_n^T]^T \in \mathbb{R}^{n_0}, \\ \boldsymbol{\theta}_s &= [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_{n_a} \ b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_{n_b}, \\ &\quad \lambda_0 \ \lambda_1 \ \cdots \ \lambda_m]^T \in \mathbb{R}^{n_0 - n_c}, \\ \boldsymbol{\theta}_n &= [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_{n_c}]^T \in \mathbb{R}^{n_c}, \\ \boldsymbol{\phi}(t) &= [\boldsymbol{\phi}_s^T(t) \ \boldsymbol{\phi}_n^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{n_0}, \\ \boldsymbol{\phi}_s(t) &= [-g(t-1) \ \cdots \ -g(t-n_a) \ x(t-1) \\ &\quad \cdots \ x(t-n_b) \ p_1(u(t)) \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} \ \cdots \\ &\quad p_i(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + \\ &\quad p_{i+1}(u(t)) \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} \ \cdots \end{aligned}$$

$$p_m(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}}]^\top \in \mathbb{R}^{n_0 - n_c},$$

$$\phi_n(t) = [-w(t-1) \cdots -w(t-n_c)]^\top \in \mathbb{R}^{n_c}.$$

根据上述定义, 分段线性Hammerstein输出误差自回归系统(7)的辨识模型可表示为

$$y(t) = g(t) + w(t) = \phi^\top(t)\theta + v(t). \quad (9)$$

值得注意的是, 系统的噪声结构, 即不可测有色噪声 $w(t)$, 是一个自回归过程. 有色噪声的存在导致了参数估计的偏差. 采用数据滤波技术, 将受有色噪声干扰的系统模型转化为白噪声干扰模型, 提出基于滤波的递推辨识算法估计参数向量 θ . 利用噪声模型传递函数 $C(z)$ 作为滤波器, 对线性动态子系统的输入和输出进行滤波, 得到一个更容易辨识的输入非线性输出误差辨识模型. 定义静态非线性模块的滤波输出

$$x_f(t) = C(z)x(t), \quad (10)$$

以及系统的滤波真实输出

$$g_f(t) = \frac{B(z)}{A(z)}x_f(t). \quad (11)$$

将式(7)的左右两边同时乘以 $C(z)$, 得到

$$C(z)y(t) = \frac{B(z)}{A(z)}C(z)x(t) + v(t), \quad (12)$$

将式(10)–(11)代入式(12)中, 整理得到

$$\begin{aligned} y(t) = & -a_1g_f(t-1) - \cdots - a_{n_a}g_f(t-n_a) + \\ & b_1x_f(t-1) + \cdots + b_{n_b}x_f(t-n_b) + \\ & \lambda_0p_1(u(t))\frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} + \cdots + \\ & \lambda_i(p_i(u(t))\frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + \\ & p_{i+1}(u(t))\frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}) + \cdots + \\ & \lambda_m p_m(u(t))\frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}} + \\ & c_1(x(t-1) - y(t-1)) + \cdots + \\ & c_{n_c}(x(t-n_c) - y(t-n_c)) + v(t). \quad (13) \end{aligned}$$

定义滤波信息向量

$$\begin{aligned} \phi_f(t) = & [-g_f(t-1) \cdots -g_f(t-n_a) \ x_f(t-1) \\ & \cdots \ x_f(t-n_b) \ p_1(u(t))\frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} \cdots \\ & p_i(u(t))\frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + \\ & p_{i+1}(u(t))\frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} \cdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_m(u(t))\frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}} \ x(t-1) - y(t-1) \\ \cdots \ x(t-n_c) - y(t-n_c)]^\top, \end{aligned}$$

从而建立分段线性Hammerstein输出误差自回归系统的滤波辨识模型

$$y(t) = \phi_f^\top(t)\theta + v(t). \quad (14)$$

下面将推导F-FG算法, F-RGLS算法和F-MIFG算法估计系统的未知参数.

3 F-FG算法

本节针对输入非线性部分采用分段线性函数拟合的Hammerstein输出误差自回归系统, 结合辅助模型思想和梯度搜索方法, 提出F-FG算法. 设 $\hat{\theta}(t)$ 是 t 时刻参数向量 θ 的估计, 即

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) = & [\hat{a}_1(t) \cdots \hat{a}_{n_a}(t) \ \hat{b}_1(t) \cdots \hat{b}_{n_b}(t) \ \hat{\lambda}_0(t) \\ & \cdots \ \hat{\lambda}_m(t) \ \hat{c}_1(t) \cdots \hat{c}_{n_c}(t)]^\top \in \mathbb{R}^{n_0}, \end{aligned}$$

令 $r(t)$ 为收敛因子, $\|\mathbf{X}\|^2 = \text{tr}[\mathbf{X}\mathbf{X}^\top]$ 表示矩阵 \mathbf{X} 的范数. 利用负梯度搜索, 可得如下递推关系:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) = & \hat{\theta}(t-1) + \frac{\phi_f(t)}{r(t)}[y(t) - \\ & \phi_f^\top(t)\hat{\theta}(t-1)], \quad (15) \end{aligned}$$

$$r(t) = r(t-1) + \|\phi_f(t)\|^2, \ r(0) = 1. \quad (16)$$

由于滤波信息向量 $\phi_f(t)$ 包含未知滤波变量 $g_f(t-j)$ 和 $x_f(t-j)$, 且计算非线性输出 $x(t)$ 的估计所必需的非线性参数也是未知的, 因此上述算法无法实现. 为了解决这一问题, 构造3个辅助模型估计滤波变量 $g_f(t-j)$, $x_f(t-j)$ 和 $x(t-j)$. 利用非线性参数 $\lambda_i(t)$ 估计 $\hat{\lambda}_i(t)$, 定义估计未知项 $x(t)$ 的辅助模型为

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) = & \hat{\lambda}_0(t)p_1(u(t))\frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} + \cdots + \\ & \hat{\lambda}_i(t)(p_i(u(t))\frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + \\ & p_{i+1}(u(t))\frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}) + \cdots + \\ & \hat{\lambda}_m(t)p_m(u(t))\frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}}. \quad (17) \end{aligned}$$

构造用于估计未知滤波变量 $x_f(t)$ 和 $g_f(t)$ 的辅助模型

$$\begin{aligned} \hat{x}_f(t) = & \hat{x}(t) + \hat{c}_1(t)\hat{x}(t-1) + \cdots + \\ & \hat{c}_{n_c}(t)\hat{x}(t-n_c), \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_f(t) = & -\hat{a}_1(t)\hat{g}_f(t-1) - \cdots - \hat{a}_{n_a}(t)\hat{g}_f(t-n_a) + \\ & \hat{b}_1(t)\hat{x}_f(t-1) + \hat{b}_1(t)\hat{x}_f(t-1) + \cdots + \\ & \hat{b}_{n_b}(t)\hat{x}_f(t-n_b) + \hat{x}_f(t). \quad (19) \end{aligned}$$

利用上述辅助模型, 一旦计算出 $\hat{\theta}(t)$, 就可以推导出 $\phi_f(t)$ 中未知变量的估计值. 将 $\phi_f(t)$ 中的未知变量替换为相应辅助模型的输出, 得到滤波信息向量的估计如下:

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_f(t) = & [-\hat{g}_f(t-1) \cdots -\hat{g}_f(t-n_a) \hat{x}_f(t-1) \\ & \cdots \hat{x}_f(t-n_b) p_1(u(t)) \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} \cdots \\ & p_i(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + \\ & p_{i+1}(u(t)) \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} \cdots \\ & p_m(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}} \hat{x}(t-1) - y(t-1) \\ & \cdots \hat{x}(t-n_c) - y(t-n_c)]^T. \end{aligned} \quad (20)$$

将(15)–(16)中的滤波信息向量 $\phi_f(t)$ 替换为其估计 $\hat{\phi}_f(t)$, 得到用于估计参数向量 θ 的基于滤波的广义随机梯度算法. 为优化算法的瞬态性能, 引入遗忘因子 $0 \leq \mu < 1$, 整理得到F-FG算法如下:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{\hat{\phi}_f(t)}{r(t)} [y(t) - \hat{\phi}_f^T(t)\hat{\theta}(t-1)], \quad (21)$$

$$r(t) = \mu r(t-1) + \|\hat{\phi}_f(t)\|^2. \quad (22)$$

估计参数向量 θ 的F-FG算法计算步骤如下:

- 1) 令 $t = 1$, 给定数据长度 L , 设初值 $\hat{\theta}(0)$ 为一个 n_0 维的随机向量, $r(0) = 1$, $\hat{x}(t-j)$, $\hat{x}_f(t-j)$, $\hat{g}_f(t-j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, \max[n_a, n_b, n_c]$ 的初始值为随机数;
- 2) 收集输入和输出数据 $u(t)$ 和 $y(t)$, 按式(20)构造滤波信息向量 $\hat{\phi}_f(t)$;
- 3) 由式(22)计算 $r(t)$, 并通过式(21)刷新参数估计 $\hat{\theta}(t)$;
- 4) 由式(17)–(19)分别计算辅助模型的输出 $\hat{x}(t)$, $\hat{x}_f(t)$ 和 $\hat{g}_f(t)$;
- 5) 若 $t < L$, t 加1转向步骤2; 否则, 得到参数向量估计 $\hat{\theta}(L)$, 终止过程.

4 F-RGLS算法

作为一类经典的递推辨识方法, 递推最小二乘方法与随机梯度法相比具有更快的收敛速度以及更高的参数估计精度. 本节将辅助模型思想与最小二乘方法相结合, 利用式(14)中的滤波辨识模型推导F-RGLS算法. 利用最小二乘原理可得如下递推关系:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) = & \hat{\theta}(t-1) + P(t)\phi_f(t)[y(t) - \\ & \phi_f^T(t)\hat{\theta}(t-1)], \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} P(t) = & P(t-1) - \\ & \frac{P(t-1)\phi_f(t)\phi_f^T(t)P(t-1)}{1 + \phi_f^T(t)P(t-1)\phi_f(t)}. \end{aligned} \quad (24)$$

同样, 参数向量的估计值 $\hat{\theta}(t)$ 不能由式(23)–(24)直接得出, 因为 $\phi_f(t)$ 包含的滤波真实输出 $g_f(t-j)$, 滤波非线性输出 $x_f(t-j)$ 和非线性真实输出 $x(t-j)$ 是不可测的. 解决的方法是构造3个辅助模型来估计未知项. 根据式(6)(10)–(11)中的相关定义, 将计算 $x(t)$, $x_f(t)$ 和 $g_f(t)$ 的辅助模型定义为

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) = & \hat{\lambda}_0(t)p_1(u(t)) \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} + \cdots + \\ & \hat{\lambda}_i(t)(p_i(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + \\ & p_{i+1}(u(t)) \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}) + \cdots + \\ & \hat{\lambda}_m(t)p_m(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \hat{x}_f(t) = & \hat{x}(t) + \hat{c}_1(t)\hat{x}(t-1) + \cdots + \\ & \hat{c}_{n_c}(t)\hat{x}(t-n_c), \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \hat{g}_f(t) = & -\hat{a}_1(t)\hat{g}_f(t-1) - \cdots - \hat{a}_{n_a}(t)\hat{g}_f(t-n_a) + \\ & \hat{b}_1(t)\hat{x}_f(t-1) + \hat{b}_1(t)\hat{x}_f(t-1) + \cdots + \\ & \hat{b}_{n_b}(t)\hat{x}_f(t-n_b) + \hat{x}_f(t). \end{aligned} \quad (27)$$

用式(25)–(27)中辅助模型的输出替换 $\phi_f(t)$ 中的未知项, 可得 $\phi_f(t)$ 的估计

$$\begin{aligned} \hat{\phi}_f(t) = & [-\hat{g}_f(t-1) \cdots -\hat{g}_f(t-n_a) \hat{x}_f(t-1) \\ & \cdots \hat{x}_f(t-n_b) p_1(u(t)) \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} \cdots \\ & p_i(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + \\ & p_{i+1}(u(t)) \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} \cdots \\ & p_m(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}} \hat{x}(t-1) - y(t-1) \\ & \cdots \hat{x}(t-n_c) - y(t-n_c)]^T. \end{aligned} \quad (28)$$

用 $\phi_f(t)$ 的估计 $\hat{\phi}_f(t)$ 替换式(23)–(24)中的 $\phi_f(t)$, 得到F-RGLS算法

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) = & \hat{\theta}(t-1) + P(t)\hat{\phi}_f(t)[y(t) - \\ & \hat{\phi}_f^T(t)\hat{\theta}(t-1)], \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} P(t) = & P(t-1) - \\ & \frac{P(t-1)\hat{\phi}_f(t)\hat{\phi}_f^T(t)P(t-1)}{1 + \hat{\phi}_f^T(t)P(t-1)\hat{\phi}_f(t)}. \end{aligned} \quad (30)$$

因此, 用于辨识分段线性Hammerstein输出误差自回归系统的F-RGLS算法包括以下步骤:

1) 令 $t = 1$, 给定数据长度 L , 置初值 $\hat{\theta}(0)$ 为一个 n_0 维随机向量, $\mathbf{P}(0) = p_0 \mathbf{I}$, $\hat{x}(t-j)$, $\hat{x}_f(t-j)$, $\hat{g}_f(t-j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, \max[n_a, n_b, n_c]$ 的初始值为随机数, $p_0 = 10^6$;

2) 收集输入和输出数据 $u(t)$ 和 $y(t)$, 按式(28)构造滤波信息向量 $\hat{\phi}_f(t)$;

3) 由式(30)计算协方差矩阵 $\mathbf{P}(t)$, 并通过式(29)刷新参数估计 $\hat{\theta}(t)$;

4) 由式(25)–(27)分别计算辅助模型的输出 $\hat{x}(t)$, $\hat{x}_f(t)$ 和 $\hat{g}_f(t)$;

5) 若 $t < L$, t 加1转向步骤2; 否则, 得到参数向量估计 $\hat{\theta}(L)$, 终止过程.

5 F-MIFG算法

F-RGLS算法收敛速度快, 但由于涉及协方差矩阵的计算, 导致计算量增大, F-FG算法与F-RGLS算法相比计算量虽然减小, 但其收敛速率慢, 辨识准确度低, 主要因为在每一步递推计算中对数据有效信息的提取能力不足. 为了平衡收敛速率和计算量, 并进一步提高参数估计精度, 利用多新息辨识理论, 引入新息长度 p , 推导基于滤波的多新息遗忘梯度算法. 通过扩展新息 $e(t) = y(t) - \phi_f^T(t)\hat{\theta}(t-1)$, 可得新息递推关系如下:

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{1}{r(t)} \sum_{i=0}^{p-1} \phi_f(t-i)[y(t-i) - \phi_f^T(t-i)\hat{\theta}(t-1)], \quad (31)$$

$$r(t) = r(t-1) + \|\phi_f(t)\|^2. \quad (32)$$

将式(31)与F-FG算法中的式(15)比较后不难发现, F-FG算法在每一步递推计算中只用到了当前时刻的数据和新息, 而F-MIFG算法不仅用到当前时刻的数据和新息, 同时用到了过去 p 个时刻的数据集和新息, 这也是提高收敛速度的关键所在. 另外, 通过多新息理论的应用, 每次更新的梯度都是从批数据中获取, 既可以保证梯度方向趋于稳定一致, 又能避免单一新息更新引起的方向过多的问题, 能够有效减少局部最优问题的出现. 当新息长度 p 的值为1时, F-MIFG算法退化为F-FG算法. 与F-FG算法和F-RGLS算法类似, F-MIFG算法也存在滤波信息向量 $\phi_f(t)$ 包含不可测变量的问题. 同样, 利用参数的估计值构造未知变量 $x(t-j)$, $x_f(t-j)$, $g_f(t-j)$ 的辅助模型, 用辅助模型的输出 $\hat{x}(t-j)$, $\hat{x}_f(t-j)$, $\hat{g}_f(t-j)$ 替换 $\phi_f(t)$ 中的未知变量, 得到 $\hat{\phi}_f(t)$ 的估计. 用 $\hat{\phi}_f(t)$ 替换式(31)–(32)中的 $\phi_f(t)$, 引入遗忘因子 μ , F-MIFG算法可归纳为

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + \frac{1}{r(t)} \sum_{i=0}^{p-1} \hat{\phi}_f(t-i)[y(t-i) - \hat{\phi}_f^T(t-i)\hat{\theta}(t-1)], \quad (33)$$

$$r(t) = \mu r(t-1) + \|\hat{\phi}_f(t)\|^2, \quad (34)$$

$$\hat{\phi}_f(t) = [-\hat{g}_f(t-1) \dots -\hat{g}_f(t-n_a) \hat{x}_f(t-1) \dots \hat{x}_f(t-n_b) p_1(u(t)) \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} \dots p_i(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + p_{i+1}(u(t)) \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i} \dots p_m(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}} \hat{x}(t-1) - y(t-1), \dots \hat{x}(t-n_c) - y(t-n_c)]^T, \quad (35)$$

$$\hat{x}(t) = \hat{\lambda}_0(t) p_1(u(t)) \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} + \dots + \hat{\lambda}_i(t) (p_i(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + p_{i+1}(u(t)) \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}) + \dots + \hat{\lambda}_m(t) p_m(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{m-1}}{\zeta_m - \zeta_{m-1}}, \quad (36)$$

$$\hat{x}_f(t) = \hat{x}(t) + \hat{c}_1(t)\hat{x}(t-1) + \dots + \hat{c}_{n_c}(t)\hat{x}(t-n_c), \quad (37)$$

$$\hat{g}_f(t) = -\hat{a}_1(t)\hat{g}_f(t-1) - \dots - \hat{a}_{n_a}(t)\hat{g}_f(t-n_a) + \hat{b}_1(t)\hat{x}_f(t-1) + \hat{b}_1(t)\hat{x}_f(t-1) + \dots + \hat{b}_{n_b}(t)\hat{x}_f(t-n_b) + \hat{x}_f(t). \quad (38)$$

用于估计分段线性Hammerstein输出误差自回归系统的F-MIFG算法步骤如下:

1) 令 $t = 1$, 给定数据长度 L , 设初值 $\hat{\theta}(0)$ 为一个 n_0 维随机向量, $r(0) = 1$, $\hat{x}(t-j)$, $\hat{x}_f(t-j)$, $\hat{g}_f(t-j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, \max[n_a, n_b, n_c]$ 的初始值为随机数, 确定新息长度 p ;

2) 收集输入和输出数据 $u(t)$ 和 $y(t)$, 按式(35)构造滤波信息向量 $\hat{\phi}_f(t)$;

3) 由式(34)计算 $r(t)$, 并通过式(33)刷新参数估计 $\hat{\theta}(t)$;

4) 由式(36)–(38)分别计算辅助模型的输出 $\hat{x}(t)$, $\hat{x}_f(t)$ 和 $\hat{g}_f(t)$;

5) 若 $t < L$, t 加1转向步骤2; 否则, 得到参数向量估计 $\hat{\theta}(L)$, 终止过程.

6 仿真实例

本节采用分段线性函数拟合Sigmoid函数, 并将其作为输出误差自回归Hammerstein系统输入非线性模块的映射. Sigmoid函数是一种常见的S型函数, 由于其单调递增和逆函数单调递增的特性, 常被用作神经网络的激活函数. 考虑以下输出误差自回归Hammerstein系统:

$$y(t) = \frac{B(z)}{A(z)}x(t) + \frac{1}{C(z)}v(t),$$

$$A(z) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} = 1 + 0.60z^{-1} + 0.83z^{-2},$$

$$B(z) = 1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} = 1 - 0.16z^{-1} + 0.38z^{-2},$$

$$C(z) = 1 + c_1z^{-1} = 1 + 0.73z^{-1},$$

$$x(t) = \frac{1}{1 + e^{-u(t)}}.$$

$x(t)$ 为Sigmoid函数的数学表达式, 由图1所示的6个等距的分段函数拟合,

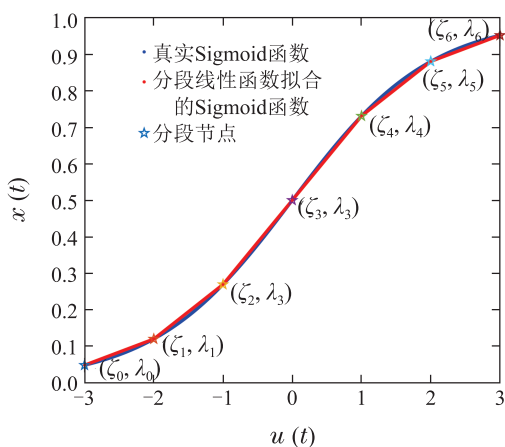


图 1 用分段线性函数拟合的Sigmoid曲线

Fig. 1 Sigmoid curve fitted by the piecewise-linear functions

其表达式可被重新写作

$$x(t) = \lambda_0 p_1(u(t)) \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} + \sum_{i=1}^5 \lambda_i (p_i(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + p_{i+1}(u(t)) \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}) + \lambda_6 p_6(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_5}{\zeta_6 - \zeta_5},$$

其中:

$$\zeta_0 = -3, \zeta_1 = -2, \zeta_2 = -1, \zeta_3 = 0, \zeta_4 = 1, \zeta_5 = 2, \zeta_6 = 3$$

是已知的等距分段节点,

$$\lambda_0 = 0.04743, \lambda_1 = 0.11920, \lambda_2 = 0.26894, \lambda_3 = 0.50000, \lambda_4 = 0.73106, \lambda_5 = 0.88080, \lambda_6 = 0.95257$$

是与分段节点对应的函数值, 待估计的参数向量为

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2 \ \lambda_0 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3 \ \lambda_4 \ \lambda_5 \ \lambda_6 \ c_1]^T = [0.60000 \ 0.83000 \ -0.16000 \ 0.38000 \ 0.04743$$

$$0.11920 \ 0.26894 \ 0.50000 \ 0.73106 \ 0.88080 \ 0.95257 \ 0.73000]^T.$$

仿真中, 取数据集 $\{u(t), y(t), t=1, \dots, 5300\}$, 前5000组用于参数估计, 其余300组用于模型验证. 输入 $u(t)$ 是均值为零, 方差为1的连续激励信号序列, $v(t)$ 是均值为零, 方差为 $\sigma^2 = 0.20^2$ 的白噪声序列, 输出 $y(t)$ 由输入 $u(t)$ 和实际的参数计算生成. 用文中提到的3种方法估计未知参数, F-FG算法和F-MIFG算法中遗忘因子 μ 的取值为0.995. F-FG算法、F-RGLS算法和F-MIFG算法(新息长度 $p = 3, 6, 9$)的参数估计 $\hat{\theta}(t)$ 及其误差 $\delta = \|\hat{\theta}(t) - \theta\| / \|\theta\|$ 如表1-3所示. 图2给出了3种基于滤波的递推算法的参数估计误差 δ 随 t 的变化曲线.

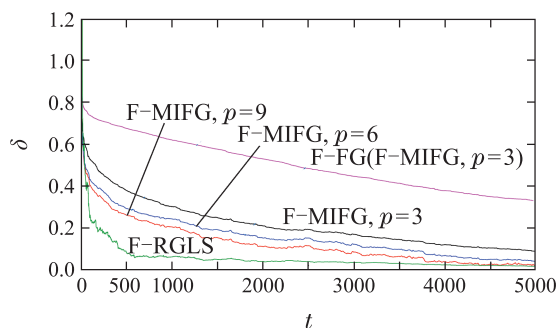


图 2 参数估计误差 δ 随 t 的变化曲线

Fig. 2 The estimation errors δ versus t

此外, 用F-FG参数估计(表1第6行), F-RGLS参数估计(表2第6行)和F-MIFG参数估计(表3倒数第2行, $p = 9$)构造预报模型. 假设 $\hat{y}(t)$ 是系统的估计输出, $\hat{g}(t)$ 是估计的无噪声输出, $\hat{x}(t)$ 是非线性模块的估计输出, 得到模型输出为

$$\hat{y}(t) = [1 - \hat{C}(z)]y(t) + \hat{C}(z)\hat{g}(t) = -\hat{c}_1 y(t-1) + \hat{g}(t) + \hat{c}_1 \hat{g}(t-1),$$

$$\hat{g}(t) = \frac{\hat{B}(z)}{\hat{A}(z)}\hat{x}(t) = -\hat{a}_1 \hat{g}(t-1) - \hat{a}_2 \hat{g}(t-2) + \hat{x}(t) + \hat{b}_1 \hat{x}(t-1) + \hat{b}_2 \hat{x}(t-2),$$

$$\hat{x}(t) = \hat{\lambda}_0 p_1(u(t)) \frac{\zeta_1 - u(t)}{\zeta_1 - \zeta_0} + \sum_{i=1}^5 \hat{\lambda}_i (p_i(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_{i-1}}{\zeta_i - \zeta_{i-1}} + p_{i+1}(u(t)) \frac{\zeta_{i+1} - u(t)}{\zeta_{i+1} - \zeta_i}) + \hat{\lambda}_6 p_6(u(t)) \frac{u(t) - \zeta_5}{\zeta_6 - \zeta_5}.$$

将 $t = 5001$ 到 $t = 5300$ 的 $L_r = 300$ 组剩余样本用于计算模型输出. 利用系统输出 $y(t)$ 和上述3种算法的

模型输出 $\hat{y}_1(t)$, $\hat{y}_2(t)$ 和 $\hat{y}_3(t)$ 计算均方根误差(RMS-
Es, root mean square errors), 得到

$$RMSE_1 = \sqrt{\frac{1}{Lr} \sum_{j=5001}^{5300} (\hat{y}_1(j) - y(j))^2} = 0.41279,$$

$$RMSE_2 = \sqrt{\frac{1}{Lr} \sum_{j=5001}^{5300} (\hat{y}_2(j) - y(j))^2} = 0.21011,$$

$$RMSE_3 = \sqrt{\frac{1}{Lr} \sum_{j=5001}^{5300} (\hat{y}_3(j) - y(j))^2} = 0.20957.$$

为方便比较, 图3给出了 $t = 5001$ 到 $t = 5050$ 的
50组数据, 能够清晰直观地看出3种算法的模型输出
 $\hat{y}_1(t)$, $\hat{y}_2(t)$, $\hat{y}_3(t)$ 与系统输出 $y(t)$ 随时间 t 的变化
情况.

表 1 F-FG参数估计及误差

Table 1 The F-FG estimates and errors

t	a_1	a_2	b_1	b_2	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	c_1	$\delta/\%$
100	1.02031	0.94374	0.44198	0.52829	0.35970	0.80454	0.84741	0.67932	0.17031	0.32517	0.5395	0.52286	73.7716
500	1.04015	0.95407	0.37094	0.44611	0.33019	0.73054	0.77682	0.65058	0.20721	0.37498	0.5572	0.51458	67.49568
1000	1.06031	0.95066	0.32684	0.38968	0.30538	0.65706	0.70406	0.63117	0.24671	0.42585	0.57899	0.51097	61.9803
3000	0.99574	0.95966	0.24902	0.30345	0.22387	0.41702	0.49820	0.57693	0.41028	0.63821	0.67547	0.42213	44.63161
5000	0.78877	0.94479	0.18287	0.27331	0.16159	0.28656	0.38528	0.54314	0.53108	0.75488	0.73808	0.36632	32.96985
真值	0.60000	0.83000	-0.16000	0.38000	0.04743	0.11920	0.26894	0.50000	0.73106	0.88080	0.95257	0.73000	

表 2 F-RGLS参数估计及误差

Table 2 The F-RGLS estimates and errors

t	a_1	a_2	b_1	b_2	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	c_1	$\delta/\%$
100	0.58070	0.72894	0.05399	0.21855	0.10170	-0.00455	0.10870	0.53246	0.70665	0.75821	0.93513	0.34029	26.17778
500	0.58857	0.87739	-0.09789	0.36185	0.01836	0.08353	0.24932	0.47240	0.69959	0.88616	0.88870	0.60847	8.30246
1000	0.63100	0.82765	-0.09771	0.30583	0.07464	0.10388	0.26601	0.49909	0.72659	0.90503	0.96540	0.66429	6.17389
3000	0.61499	0.82615	-0.13596	0.34881	0.05136	0.11442	0.24613	0.50748	0.70844	0.89250	0.95438	0.68010	3.58817
5000	0.59947	0.83443	-0.16014	0.36153	0.04730	0.11086	0.26638	0.50667	0.73228	0.88506	0.95844	0.70268	1.72513
真值	0.60000	0.83000	-0.16000	0.38000	0.04743	0.11920	0.26894	0.50000	0.73106	0.88080	0.95257	0.73000	

表 3 F-MIFG参数估计及误差($p = 3, 6, 9$)

Table 3 The F-MIFG estimates and errors ($p = 3, 6, 9$)

p	t	a_1	a_2	b_1	b_2	λ_0	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	c_1	$\delta/\%$
3	100	0.66705	0.96558	0.13031	0.38389	0.30811	0.61877	0.36657	0.80618	0.24900	0.41645	0.57157	0.44697	52.80375
	500	0.73161	0.89714	0.08610	0.36877	0.22546	0.44213	0.28221	0.72948	0.35565	0.61501	0.64284	0.53029	37.89654
	1000	0.73803	0.93904	0.03988	0.34559	0.17875	0.32786	0.21024	0.68675	0.44444	0.72333	0.70909	0.49425	30.20239
	3000	0.63565	0.88681	-0.0519	0.38742	0.09537	0.15683	0.18027	0.58032	0.58525	0.86932	0.82535	0.50057	16.99842
	5000	0.61546	0.85343	-0.09478	0.41494	0.05477	0.10697	0.22588	0.53644	0.67711	0.87764	0.8599	0.61539	8.92185
6	100	0.72302	0.81047	0.21307	0.16585	0.25748	0.36881	-0.02955	0.87545	0.56555	0.62017	0.69200	0.41089	43.14821
	500	0.80715	0.80727	0.14730	0.24544	0.16410	0.23719	0.06360	0.72963	0.59047	0.80341	0.77581	0.54770	29.25119
	1000	0.71367	0.86510	0.08048	0.26296	0.13292	0.19310	0.07312	0.66402	0.63283	0.85393	0.82541	0.47572	24.32420
	3000	0.63638	0.86218	-0.06901	0.36619	0.05798	0.12224	0.17828	0.53655	0.66183	0.89726	0.90143	0.54016	12.20977
	5000	0.60705	0.83697	-0.12012	0.40732	0.03654	0.09998	0.25546	0.51015	0.72656	0.86921	0.91514	0.68459	3.98027
9	100	0.72130	0.69846	0.22677	0.07596	0.26470	0.29804	-0.02405	0.79069	0.67146	0.71037	0.76969	0.39532	40.35586
	500	0.83293	0.77564	0.13303	0.19605	0.15744	0.18382	0.14030	0.66000	0.64537	0.87276	0.8419	0.53542	26.07243
	1000	0.69388	0.83539	0.05626	0.24212	0.13358	0.16209	0.14372	0.60806	0.68464	0.89682	0.88297	0.47931	20.51625
	3000	0.62603	0.85088	-0.10558	0.35998	0.05900	0.12320	0.21312	0.52154	0.69446	0.90979	0.93566	0.58764	8.47415
	5000	0.60593	0.82970	-0.13979	0.39514	0.04596	0.10867	0.27539	0.51218	0.74631	0.87243	0.94106	0.72242	1.84622
真值		0.60000	0.83000	-0.16000	0.38000	0.04743	0.11920	0.26894	0.50000	0.73106	0.88080	0.95257	0.73000	

由表1-3以及图2-3, 可以得出如下结论.

1) 随着数据长度 t 的增加, 文中提到的3种递推辨识算法给出的参数估计误差逐渐减小. 在相同的仿真条件下, F-RGLS算法和F-MIFG算法在收敛速度和参数估计精度方面都明显优于F-FG算法. 对F-MIFG算法而言, 新息长度 p 的取值越大, 得到的参数估计就越准确. 当新息长度的选取足够大时, 由F-MIFG算法生成的参数估计令人满意, 可达到与F-RGLS算法相似的性能, 见表1-3和图2.

2) 通过模型验证能够看出, F-RGLS模型输出 $\hat{y}_2(t)$ 和F-MIFG模型输出 $\hat{y}_3(t)$ 与实际系统输出 $y(t)$ 十分接近, 均方根误差RMSE₂和RMSE₃接近噪声标准差 $\sigma = 0.20$, 也就是说, 估计模型可以很好地捕捉系统的动态特性, 见图3.

3) 适当选择新息长度可以实现更快的收敛速度和更准确的参数估计. 当新息长度达到一定大小时, 估计误差就很小了. 因此, 在综合考虑算法参数估计精度和计算量的基础上, 可以折衷地选取新息长度.

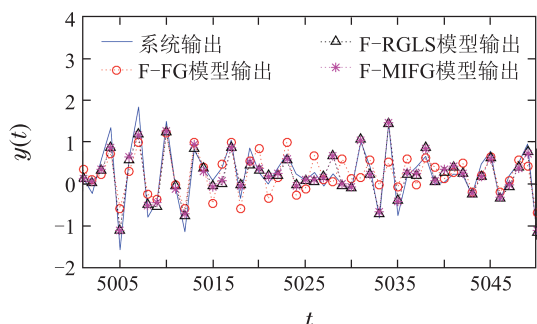


图3 系统输出 $y(t)$ 和模型输出 $\hat{y}_1(t)$, $\hat{y}_2(t)$, $\hat{y}_3(t)$ 随 t 的变化
Fig. 3 System outputs $y(t)$ and the model outputs $\hat{y}_1(t)$, $\hat{y}_2(t)$ and $\hat{y}_3(t)$ versus t

7 结论

本文采用分段线性函数拟合一类含有色噪声Hammerstein模型的输入非线性部分, 具有良好的拟合精度和普遍适用性. 利用数据滤波技术和关键项分离技术推导了系统的滤波辨识模型, 并以此为基础提出了3种基于滤波的递推辨识方法. 仿真结果表明, F-RGLS算法的参数估计误差小, 通过多新息辨识理论的应用, F-MIFG算法具有比F-FG算法更高的参数估计精度. 文中主要利用分段函数拟合结构和参数均为未知的非线性特性, 若是结构已知而参数未知的情形, 例如饱和非线性, 死区非线性, 间隙非线性等硬非线性特性, 则可根据模型的结构特点写出相应的分段函数表达式, 进而利用文中提到的方法辨识未知参数. 另外, 文中提到的基于滤

波的递推辨识方法也可用于其它包含有色噪声的线性和非线性系统的建模及辨识问题中.

参考文献:

- [1] DING Feng. *System Identification—New Theory and Methods*. Beijing: Science Press, 2013. (丁锋. 系统辨识新论. 北京: 科学出版社, 2013.)
- [2] LIU Yang, JING Yuanwei, LIU Xiaoping, et al. Survey on finite-time control for nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(1): 1–12. (刘洋, 井元伟, 刘晓平等. 非线性系统有限时间控制研究综述. 控制理论与应用, 2020, 37(1): 1–12.)
- [3] JI Y, KANG Z, LIU X M. The data filtering based multiple-stage Levenberg-Marquardt algorithm for Hammerstein nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(15): 7007–7025.
- [4] LIU Fucui, LÜ Jinfeng, REN Yaxue. Fuzzy identification of nonlinear system considering the selection of important input variables. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(9): 1381–1392. (刘福才, 吕金凤, 任亚雪. 考虑重要输入变量选择的非线性系统模糊辨识. 控制理论与应用, 2021, 38(9): 1381–1392.)
- [5] DING Feng. *System Identification—Multi-Innovation Identification Theory and Methods*, Beijing: Science Press, 2016. (丁锋. 系统辨识—多新息辨识理论与方法. 北京: 科学出版社, 2016.)
- [6] DING F, LIU X P, LIU G. Identification methods for Hammerstein nonlinear systems. *Digital Signal Processing*, 2011, 21(2): 215–238.
- [7] DING F, LIU X G, CHU J. Gradient-based and least-squares-based iterative algorithms for Hammerstein systems using the hierarchical identification principle. *IET Control Theory and Applications*, 2013, 7(2): 176–184.
- [8] DOLANC G, STRMCNIK S. Identification of nonlinear systems using a piecewise-linear Hammerstein model. *Systems and Control Letters*, 2005, 54(2): 145–158.
- [9] VÖRÖS J. Iterative identification of nonlinear dynamic systems with output backlash using three-block cascade models. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 79(3): 2187–2195.
- [10] LIU Y, BAI E W. Iterative identification of Hammerstein systems with piecewise-linear nonlinearities. *Automatica*, 2006, 43(2): 346–354.
- [11] XU Ling. Moving data window based multi-innovation stochastic gradient identification method for transfer functions. *Control and Decision*, 2017, 32(6): 1091–1096. (徐玲. 基于移动数据窗的传递函数多新息随机梯度辨识方法. 控制与决策, 2017, 32(6): 1091–1096.)
- [12] DING Feng. *System Identification—Iterative Search Principle and Identification Methods*. Beijing: Science Press, 2018. (丁锋. 系统辨识—迭代搜索原理与辨识方法. 北京: 科学出版社, 2018.)
- [13] GUO L J, WANG H, LIN Z. Recursive least-squares algorithm for a characteristic model with coloured noise by means of the data filtering technique. *International Journal of Systems Science*, 2021, 52(11): 2397–2413.
- [14] YANG Chunshan, JING Benqin, LIU Zheng, et al. Robust Kalman estimation for system with uncertainties of noise variances and multiple networked inducements. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(10): 1607–1618. (杨春山, 经本钦, 刘政, 等. 具有噪声方差及多种网络诱导不确定系统鲁棒Kalman估计. 控制理论与应用, 2021, 38(10): 1607–1618.)
- [15] FANG Tianlian, JIA Li. Separation identification of neuro-fuzzy Hammerstein model with colored noise. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(1): 23–31.

- (方甜莲, 贾立. 含有色噪声的神经模糊Hammerstein模型分离辨识. 控制理论与应用, 2016, 33(1): 23 – 31.)
- [16] JI Y, KANG Z, ZHANG C. Two-stage gradient-based recursive estimation for nonlinear models by using the data filtering. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2021, 19(8): 2706 – 2715.
- [17] MA H, DING F, WANG Y. Multi-innovation Newton recursive methods for solving the support vector machine regression problems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(15): 7239 – 7260.
- [18] HAN Y, CALLAFON A C. Hammerstein system identification using nuclear norm minimization. *Automatica*, 2012, 48(9): 2189 – 2193.
- [19] FAN Y M, LIU X M. Two-stage auxiliary model gradient-based iterative algorithm for the input nonlinear controlled autoregressive system with variable-gain nonlinearity. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(14): 5492 – 5509.
- [20] WANG J W, JI Y, ZHANG C. Iterative parameter and order identification for fractional-order nonlinear finite impulse response systems using the key term separation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2021, 35(8): 1562 – 1577.

作者简介:

刘喜梅 教授, 目前研究方向为智能控制、故障检测和系统辨识,

E-mail: liuximei@qust.edu.cn;

樊亚敏 博士研究生, 目前研究方向为智能控制和系统辨识,

E-mail: yaminfans@126.com;

李梅航 副教授, 目前研究方向为系统辨识和过程控制, E-mail:

limeihangqd@163.com.