

# 永磁同步直线电机的分数阶超螺旋滑模控制

赵静<sup>1</sup>, 林智昌<sup>1</sup>, 姜斌<sup>2†</sup>, 肖敏<sup>1</sup>, 高志峰<sup>1</sup>, 徐丰羽<sup>1</sup>

(1. 南京邮电大学自动化学院, 人工智能学院, 江苏南京 210023; 2. 南京航空航天大学自动化学院, 江苏南京 210016)

**摘要:** 为了提高永磁同步直线电机的跟踪性能, 增强系统的鲁棒性, 本文提出了分数阶超螺旋滑模控制策略. 首先, 针对外部扰动以及系统的未知状态设计广义超螺旋观测器, 其能够精确估计永磁同步直线电机的速度和外部扰动. 其次, 将分数阶理论和终端滑模控制理论相结合, 提出有限时间收敛的分数阶超螺旋滑模控制器, 以实现永磁同步直线电机的跟踪控制. 最后, 通过仿真对比验证所提方案的有效性.

**关键词:** 永磁同步直线电机; 分数阶滑模控制; 广义超螺旋观测器; 位置控制

**引用格式:** 赵静, 林智昌, 姜斌, 等. 永磁同步直线电机的分数阶超螺旋滑模控制. 控制理论与应用, 2023, 40(7): 1224–1232

DOI: 10.7641/CTA.2022.20162

## Fractional order super-twisting sliding mode control of permanent magnet synchronous linear motor

ZHAO Jing<sup>1</sup>, LIN Zhi-chang<sup>1</sup>, JIANG Bin<sup>2†</sup>, XIAO Min<sup>1</sup>, GAO Zhi-feng<sup>1</sup>, XU Feng-yu<sup>1</sup>

(1. College of Automation & College of Artificial Intelligence,

Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing Jiangsu 210023, China;

2. College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

**Abstract:** In order to improve the tracking performance of permanent magnet synchronous linear motor (PMSLM) and enhance the robustness of the system, a fractional order super-twisting sliding mode control strategy is proposed in this paper. Firstly, a generalized super-twisting observer is designed for the external disturbance and the unknown state of the system, which can accurately estimate the speed and external disturbance of PMSLM. Secondly, combined with the fractional order theory and terminal sliding mode control theory, a fractional order super-twisting sliding mode controller with finite time convergence is designed to realize the tracking control of PMSLM. Finally, the effectiveness of the proposed scheme is verified by simulation.

**Key words:** permanent magnet synchronous linear motor; fractional order sliding mode control; generalized super-twisting observer; position control

**Citation:** ZHAO Jing, LIN Zhichang, JIANG Bin, et al. Fractional order super-twisting sliding mode control of permanent magnet synchronous linear motor. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(7): 1224–1232

## 1 引言

因永磁直线同步电动机具有高精度、高推力、高速度以及结构简单、体积小、重量轻等优点, 在工业自动化和交通运输领域得到了广泛的应用<sup>[1–3]</sup>. 但由于永磁同步直线电机(performance of permanent magnet synchronous linear motor, PMSLM)是直接通过推力

产生直线运动, 导致负载变化和外部干扰直接作用于直线电机, 这些不确定性因素会降低PMSLM控制器的控制性能. 因此, 如何有效提高驱动系统的鲁棒性以及抗扰动性能成为PMSLM在实际应用中需要解决的关键问题. 针对这一问题, 许多学者从非线性控制策略着手, 提出了诸多控制方案. 文献[4–5]中提出利

收稿日期: 2022–03–07; 录用日期: 2022–09–09.

†通信作者. E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn.

本文责任编辑: 李世华.

国家自然科学基金项目(62073172, 52175100), 江苏省第六期333高层次人才培养工程项目(3–16–343), 航空航天结构力学及控制国家重点实验室开放课题项目(MCMS–E–0123G04), 南京邮电大学校级自然科学基金项目(NY221076)资助.

Supported by the Natural Science Foundation of China (62073172, 52175100), the Jiangsu Province 333 High-level Talents Training Project (3–16–343), the State Key Laboratory of Mechanics and Control for Aerospace Structures (Nanjing University of Aeronautics and astronautics) (MCMS–E–0123G04) and the Natural Science Foundation of Nanjing University of Posts and Telecommunications (NY221076).

用自抗扰技术实现位置轨迹的精确控制. 文献[6]提出自适应动态规划和神经网络两者结合的控制方案, 此外还有模型预测控制<sup>[7]</sup>、参考模型自适应控制<sup>[8]</sup>以及滑模变结构控制<sup>[9]</sup>等. 在所提及的控制方案中, 滑模控制因其结构设计简单、动态响应快、对系统参数变化和扰动变化的不变性、物理实现简单等优点而被广泛的应用于各类高精度非线性控制系统中<sup>[10-11]</sup>.

随着工业技术的发展, 传统滑模控制受限于无限时间收敛, 从而无法满足实时的高精密控制的要求. 终端滑模控制的提出, 实现了控制的有限时间收敛性<sup>[12-14]</sup>. 但是终端滑模会带来两个问题: 一是具有奇异性, 二是存在较明显的抖振问题. 针对奇异现象, 冯勇等人<sup>[15]</sup>提出了非奇异终端滑模控制, 有效的解决了奇异问题. 而抖振问题在实际应用中是难以避免的. 针对抖振问题, 文献[16]提出了一种新型可变边界层的非奇异快速终端滑模控制策略, 不仅避免了终端滑模的奇异问题, 并且设计的可变边界层方法, 使误差减小到阈值的同时系统状态切换到小边界层, 从而实现削弱抖振的作用. 文献[17]提出一种自适应非奇异快速终端滑模, 实现对四旋翼无人机在质量变化和外部干扰情况下的稳定控制. 文献[18]介绍了一阶和二阶滑模控制器的切换增益和可变增益的方法, 并通过仿真验证了其在削弱抖振方面的有效性.

分数阶微积分作为高效且强大的数学建模工具, 能精确的刻画系统模型信息. 分数阶控制的优势在于其自学习性, 自学习能力有助于对动态事件进行预测, 可以和容错控制相结合, 实现对故障的提前预警和处理. 其次, 分数阶的参数选择范围更大, 更灵活, 这一点给分数阶控制器提供了更多的选择和可能性. 在传统工业系统中, 稳态误差是评判控制器性能主要指标. 在滑模控制中, 将整数阶(integer order, IO)积分项引入滑模面是降低稳态误差的常用方法. 而目前许多研究也表明, 引入分数阶(fractional order, FO)积分项的控制器性能优于整数阶<sup>[19-20]</sup>, 并且分数阶对抑制控制器抖振也具有一定的作用.

由于PMSLM的工作特性, 扰动会直接作用到直线电机上, 这将严重影响系统的控制性能, 甚至破坏了系统的稳定性. 因此如何处理扰动极为关键. 传统的处理方式是选择一个合适的鲁棒项, 采用增益覆盖不确定性边界的符号函数的形式. 然而, 为了能够消除扰动对控制性能的影响, 鲁棒项要求选取较大的值, 但这也导致了抖振问题. 近年来, 利用观测器处理扰动受到了广泛的关注. 而滑模观测器因为其鲁棒性, 对参数的不敏感性以及优良的观测性能被广泛的使用. 文献[21-23]采用滑模观测器对系统的状态量进行估计, 基于估计的状态变量, 实现系统的稳定控制. 文献[24]提出一种基于自适应滑模观测器的改进控制策略, 实现转子磁极位置的精确跟踪. 为了获得更高

的观测器精度, 许多学者在滑模观测器的基础上进行深入的研究, 提出了将超螺旋算法(super twisting algorithm, STA)以及广义超螺旋算法和滑模观测器相结合的方案. 相较于滑模观测器, 其具有更快的收敛速度, 也能有效降低滑模观测器的抖振现象. 如文献[25]设计一种新型的基于广义超螺旋理论的扩张状态观测器来估计未知集总扰动并将估计值补偿给永磁同步电机速度控制器, 有效提高永磁同步电机系统在负载转矩和惯性变化情况下的鲁棒性. 文献[26]提出了一种基于自适应超螺旋算法的滑模观测器(STA-sliding mode observer, STA-SMO), 实现了永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)的无传感器控制, 而文献[27]中提出的一类二阶滑模(second-order sliding mode, SOSM)的强Lyapunov函数, 为高阶滑模研究领域提供了分析和设计工具.

通过以上分析与前期的研究<sup>[17,28]</sup>, 本文针对提高永磁同步直线电机的鲁棒性及跟踪性能的主要工作如下: 1) 将分数阶理论引入到滑模面的设计中, 设计了新型分数阶滑模面, 一方面有效的减小稳态误差, 另一方面改进了传统位置控制器收敛速度慢、超调严重等问题, 具有良好的动态性能; 2) 提出基于广义超螺旋理论的广义超螺旋观测器, 完成对位置信号的精确估计, 提高系统的动态性能; 3) 提出新型的分数阶超螺旋滑模控制器, 实现对PMSLM的精确位置跟踪. 最后通过仿真结果验证了分数阶超螺旋滑模控制器和广义超螺旋观测器的有效性.

## 2 问题描述

### 2.1 永磁同步直线电机数学模型

永磁同步直线电机直接通过推力产生线性运动, 本文主要研究PMSLM的位置跟踪问题. 旋转参考坐标系( $d$ - $q$ 坐标系)中永磁同步直线电机的通用模型可以表示为<sup>[28]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x} = v, \\ \dot{v} = \frac{K_f}{M} i_q - \frac{B}{M} v - \frac{F}{M}, \\ \dot{i}_d = -\frac{R_s}{L_s} i_d + \frac{n_p \pi}{\tau} v i_q + \frac{1}{L_s} u_d, \\ \dot{i}_q = -\frac{R_s}{L_s} i_q - \frac{n_p \pi}{\tau} v i_d + \frac{1}{L_{vs}} u_q - \frac{n_p \pi}{\tau L_s} \lambda_f v, \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x$ 和 $v$ 分别表示电机的位置和速度信号;  $i_d$ ,  $i_q$ 为 $q$ 轴和 $d$ 轴的定子电流;  $u_d$ ,  $u_q$ 为定子电压;  $K_f = \frac{3\pi n_p \lambda_f}{2\tau}$ 为推力系数;  $M$ 为移动器的质量;  $B$ 为粘性摩擦系数;  $F$ 为总的确定性, 包括非线性摩擦力、载荷扰动和参数扰动等;  $R_s$ 为定子电阻;  $L_s$ 为定子电感;  $n_p$ 为极对数;  $\tau$ 为磁极间距;  $\lambda_f$ 为磁链.

本文采用 $i_d^* = 0$ 的磁场定向矢量控制(field orient-

ed control, FOC)策略<sup>[29]</sup>, 将PMSLM系统解耦为一个位置回路和两个电流回路. 本文工作主要集中在位置回路的控制器设计上, 为了便于表达, 可以将动态方程(1)改写为

$$\begin{cases} \dot{x} = v, \\ \dot{v} = K_m i_q + B_m v + F_m, \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $K_m = \frac{K_f}{M}$ ,  $B_m = \frac{-B}{M}$ ,  $F_m = \frac{-F}{M}$ .

### 2.2 分数阶演算

**定义 1** Riemann-Liouville 分数阶微积分定义为<sup>[30]</sup>

$$\begin{cases} {}^{RL}D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1+\alpha-n}} d\tau, \\ {}^{RL}D_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}} d\tau, \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $\alpha$ 为分数阶微积分的阶次, 并且满足条件  $n-1 \leq \alpha \leq n$ .  $\Gamma(\cdot)$ 是Gamma函数, 可以表示为  $\Gamma(\tau) = \int_0^\infty t^{\tau-1} e^{-t} dt$ . 为了方便的表示分数阶导数 ${}^{RL}D_t^\alpha$ , 在随后的写作中用 $D^\alpha$ 代替 ${}^{RL}D_t^\alpha$ .

**推论 1** 分数阶微分运算具有如下性质<sup>[19]</sup>:

$$D^\alpha(D^{-\beta}g(f(t))) = D^{\alpha-\beta}g(f(t)). \quad (4)$$

## 3 主要结果

### 3.1 控制目标

在永磁同步直线电机系统中, 精确的位置跟踪是控制器设计的主要目标. 图1给出了基于广义超螺旋观测器和超螺旋控制器的直线电机位置跟踪的控制流程框图. 首先, 通过广义超螺旋观测器观测出的未知信息 $F_m, \hat{x}_2$ ; 其次, 利用观测值设计分数阶超螺旋滑模控制器实现PMSLM位置轨迹的稳定跟踪控制.

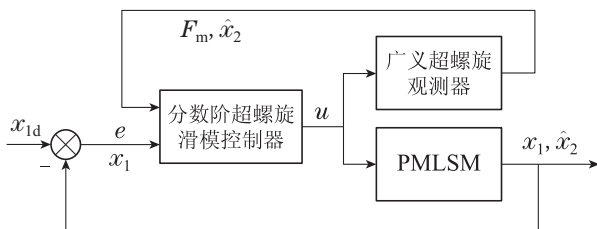


图1 控制流程

Fig. 1 Control process

### 3.2 广义超螺旋观测器设计

**假设 1** 集总不确定性 $F_m$ 是连续可微的, 且其导数 $\varrho_1$ 满足 $|\varrho_1| \leq \delta_1$ , 其中 $\delta_1 > 0$ .

因电机系统(2)中含有未知状态量和不确定性 $F_m$ , 需要先对其进行估计. 为了便于设计, 首先将系统(2)改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = B_m x_2 + K_m u + x_3, \\ \dot{x}_3 = \varrho_1, \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $x_1$ 为电机的位置信号;  $x_2$ 为电机的速度信号; 将 $F_m$ 扩展为系统的状态 $x_3$ , 其微分为 $\varrho_1$ . 基于系统(5), 广义超螺旋观测器设计如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_2 = B_m \hat{x}_2 + K_m u + \hat{x}_3 + z_1, \\ \dot{\hat{x}}_3 = z_2, \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $z_1, z_2$ 为修正项;  $\hat{x}_2, \hat{x}_3$ 分别为 $x_2, x_3$ 的估计值, 误差变量定义为 $e_1 = x_2 - \hat{x}_2, e_2 = x_3 - \hat{x}_3$ ; 修正项定义为 $z_1 = k_1 |e_1|^{\frac{1}{2}} \text{sgn } e_1 + k_2 e_1, z_2 = k_3 \text{sgn } e_1 + k_4 e_1$ , 其中 $k_1, k_2, k_3, k_4$ 为观测器增益系数, 当其满足一定条件时, 则观测器是有限时间收敛的.

**注 1** 针对系统(5), 设计的观测器(6)并没有观测位置信号 $x_1$ . 因为在该电机系统中, 其位置信号很容易获得, 所以无需对位置信号进行观测, 能够有效简化观测器的设计, 降低设计的复杂度.

基于上述观测器, 误差方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -k_1 |e_1|^{\frac{1}{2}} \text{sgn } e_1 - \tilde{k}_2 e_1 + e_2, \\ \dot{e}_2 = -k_3 \text{sgn } e_1 - k_4 e_1 + \varrho_1, \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\tilde{k}_2 = k_2 - B_m$ .

**注 2** 广义超螺旋算法对超螺旋算法改进后的结果, 表现形式为在超螺旋算法基础上加入线性修正项, 使得广义超螺旋观测器可以处理线性增长的扰动, 有效降低外部扰动变化对状态信息估计的影响. 将其应用于PMSLM系统中, 使PMSLM能适应更加复杂多变的作业环境, 加强工作的可靠性.

**引理 1** (Schur引理) 对任意的 $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , 都相似于一个上三角阵, 即存在一个满秩阵 $P$ , 使 $P^{-1}AP$ 为上三角阵, 其主对角线上的元素为 $A$ 的全部特征值.

**定理 1** 在假设1成立的基础上, 如果 $k_1, \tilde{k}_2, k_3, k_4$ 满足如下条件:

$$\begin{cases} k_1 > \sqrt{2\delta_1}, \\ \tilde{k}_2 > 0, \\ k_3 > (3\delta_1 + \frac{2\delta_1^2}{k_1^2}, -2k_1^2 + \delta_1), \\ k_4 > \frac{(\frac{3}{2}k_1^2 \tilde{k}_2 + 3\delta_1 k_2)^2}{k_3 k_1^2 - 2\delta_1^2 - 3\delta_1 k_1^2} + 2k_2^2, \end{cases}$$

那么 $[e_1 \ e_2]^T = 0$ 为误差动力学方程(7)的唯一平衡点. 此外, 所有的轨迹将在有限时间内收敛到平衡点.

**证** 考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V_1 = 2k_3 |e_1| + k_4 e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 + \frac{1}{2} \zeta^2, \quad (8)$$

其中 $\zeta = (k_1 |e_1|^{\frac{1}{2}} \text{sgn } e_1 + \tilde{k}_2 e_1 - e_2)$ , 则很容易可以得出 $V_1$ 是正定且径向无界的. 定义子空间 $\varsigma = \{[e_1$

$e_2] \in \mathbb{R}^{2 \times n}, e_1 = 0\}$ , 那么式(8)中的李雅普诺夫函数是处处连续的, 并且在子空间 $\varsigma$ 外的任意一点都是可微的. 对式(8)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & 2k_3 \dot{e}_1 \operatorname{sgn} e_1 + 2e_2 \dot{e}_2 + \frac{1}{2} k_1^2 \dot{e}_1 \operatorname{sgn} e_1 - \\ & k_1 \left( \frac{1}{2} \|e_1\|^{-\frac{1}{2}} e_2 \dot{e}_1 + \|e_1\|^{\frac{1}{2}} \dot{e}_2 \operatorname{sgn} e_1 \right) + \\ & \frac{3}{2} k_1 \tilde{k}_2 \|e_1\|^{\frac{1}{2}} \dot{e}_1 \operatorname{sgn} e_1 - \tilde{k}_2 (\dot{e}_1 e_2 + e_1 \dot{e}_2) + \\ & \tilde{k}_2^2 e_1 \dot{e}_1 + 2k_4 e_1 \dot{e}_1. \end{aligned} \quad (9)$$

然后将式(7)的动力学方程代入到式(9)中, 那么对所有的 $(e_1, e_2) \notin \varsigma$ , 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -(k_1 k_3 + \frac{1}{2} k_1^3) \|e_1\|^{\frac{1}{2}} + k_1^2 e_2 \operatorname{sgn} e_1 + \\ & 2\varrho_1 e_2 - (\frac{5}{2} k_1 \tilde{k}_2^2 + k_1 k_4) \|e_1\|^{\frac{3}{2}} + 2\tilde{k}_2^2 e_1 e_2 - \\ & (\tilde{k}_2^3 + \tilde{k}_2 k_4) e_1^2 - \tilde{k}_2 e_2^2 - \tilde{k}_2 \varrho_1 e_1 + \\ & 3k_1 \tilde{k}_2 \|e_1\|^{\frac{1}{2}} e_2 \operatorname{sgn} e_1 - \frac{1}{2} k_1 \|e_1\|^{-\frac{1}{2}} e_2^2 - \\ & k_1 \varrho_1 \|e_1\|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} e_1 - (\tilde{k}_2 k_3 + 2k_1^2 \tilde{k}_2) \|e_1\|. \end{aligned} \quad (10)$$

利用柯西-施瓦茨不等式以及假设1的条件可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & -(k_1 k_3 + \frac{1}{2} k_1^3) \|e_1\|^{\frac{1}{2}} + 2\tilde{k}_2^2 \|e_1\| \|e_2\| - \\ & (\frac{5}{2} k_1 \tilde{k}_2^2 + k_1 k_4) \|e_1\|^{\frac{3}{2}} - (\tilde{k}_2^3 + \tilde{k}_2 k_4) \|e_1\|^2 - \\ & \tilde{k}_2 e_2^2 + 3k_1 \tilde{k}_2 \|e_1\|^{\frac{1}{2}} \|e_2\| - \frac{1}{2} k_1 \|e_1\|^{-\frac{1}{2}} \|e_2\|^2 + \\ & k_1^2 \|e_2\| + 2\delta_1 \|e_2\| + \tilde{k}_2 \delta_1 \|e_1\| + k_1 \delta_1 \|e_1\|^{\frac{1}{2}} - \\ & (\tilde{k}_2 k_3 + 2k_1^2 \tilde{k}_2) \|e_1\|, \end{aligned} \quad (11)$$

定义  $E = [\|e_1\|^{\frac{1}{2}} \|e_1\| \|e_2\|]^T$ , 则向量的2范数为  $\|E\|^2 = \|e_1\| + e_1^2 + e_2^2$ , 则上式可以表示为

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{\|e_1\|^{\frac{1}{2}}} E^T \Omega E - E^T \Psi E, \quad (12)$$

其中  $\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & \Psi_{23} \\ \Psi_{31} & \Psi_{32} & \Psi_{33} \end{bmatrix}$ , 各元素值如下:

$$\begin{cases} \Psi_{11} = \tilde{k}_2 k_3 + 2k_1^2 \tilde{k}_2 - \tilde{k}_2 \delta_1, \\ \Psi_{12} = \Psi_{21} = \Psi_{13} = \Psi_{31} = 0, \\ \Psi_{22} = \tilde{k}_2 k_4 + \tilde{k}_2^3, \\ \Psi_{23} = -\tilde{k}_2^2, \\ \Psi_{32} = \Psi_{23}, \\ \Psi_{33} = \tilde{k}_2. \end{cases}$$

那么, 若要求  $\Psi > 0$ , 由引理1可得  $k_i (i=1, 2, 3, 4)$  需要满足如下条件:

$$\begin{cases} k_1 > 0, \\ \tilde{k}_2 > 0, \\ k_3 > -2k_1^2 + \delta_1, \\ k_4 > 0. \end{cases}$$

由于  $\tilde{k}_2 = k_2 - B_m$ , 则  $k_2$  应满足  $k_2 > B_m$ . 同样的, 可以

得到  $\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} & \Omega_{23} \\ \Omega_{31} & \Omega_{32} & \Omega_{33} \end{bmatrix}$ , 各元素值为

$$\begin{cases} \Omega_{11} = \frac{1}{2} k_1^3 + k_1 k_3 - \delta_1 k_1, \\ \Omega_{12} = \Omega_{21} = 0, \\ \Omega_{13} = -\frac{1}{2} k_1^2 - \delta_1, \\ \Omega_{22} = k_1 k_4 + \frac{5}{2} \tilde{k}_2^2 k_1, \\ \Omega_{23} = -\frac{3}{2} k_1 \tilde{k}_2, \\ \Omega_{31} = \Omega_{13}, \quad \Omega_{23} = \Omega_{32}, \\ \Omega_{33} = \frac{1}{2} k_1. \end{cases}$$

若要满足  $\Omega > 0$ ,  $k_i$  需要满足如下条件:

$$\begin{cases} k_1 > \sqrt{2\delta_1}, \\ k_2 > B_m, \\ k_3 > 3\delta_1 + \frac{2\delta_1^2}{k_1^2}, \\ k_4 > \frac{(\frac{3}{2} k_1^2 \tilde{k}_2 + 3\delta_1 \tilde{k}_2)^2}{k_3 k_1^2 - 2\delta_1^2 - 3\delta_1 k_1^2} + 2\tilde{k}_2^2, \end{cases}$$

因此, 为了同时满足  $\Omega > 0$  以及  $\Psi > 0$ ,  $k_i$  选择为

$$\begin{cases} k_1 > \sqrt{2\delta_1}, \\ k_2 > B_m, \\ k_3 > (3\delta_1 + \frac{2\delta_1^2}{k_1^2}, -2k_1^2 + \delta_1), \\ k_4 > \frac{(\frac{3}{2} k_1^2 \tilde{k}_2 + 3\delta_1 \tilde{k}_2)^2}{k_3 k_1^2 - 2\delta_1^2 - 3\delta_1 k_1^2} + 2\tilde{k}_2^2, \end{cases}$$

则公式(12)可改写为

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{\|e_1\|^{\frac{1}{2}}} E^T \Omega E \leq -\frac{1}{\|e_1\|^{\frac{1}{2}}} \lambda_{\min}(\Omega) \|E\|^2. \quad (13)$$

定义  $X = [\|e_1\|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn} e_1 \ e_1 \ e_2]^T$ , 则  $\|X\| = \|E\|$ , 那么式(13)可重写为

$$\dot{V}_1 \leq -\frac{1}{\|e_1\|^{\frac{1}{2}}} \lambda_{\min}(\Omega) \|X\|^2. \quad (14)$$

引用文献[27]所提出的论证方法, 选取适当的正定矩阵  $P_1 \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , 李雅普诺夫函数可表示为  $V_1 =$

$X^T P_1 X$ , 则由式(8)可得

$$P_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} k_1^2 + 4k_3 & k_1 \tilde{k}_2 & -k_1 \\ k_1 \tilde{k}_2 & \tilde{k}_2^2 + 2k_4 & -\tilde{k}_2 \\ -k_1 & -\tilde{k}_2 & 2 \end{bmatrix},$$

$V_1$ 是连续, 但在子空间 $\zeta$ 内不可微的, 并且满足

$$\lambda_{\min} \{P_1\} \|X\|_2^2 \leq V_1(E) \leq \lambda_{\max} \{P_1\} \|X\|_2^2, \tag{15}$$

由式(13)可得 $\|X\| = \|E\|$ , 则 $\|X\| \geq |e_1|^{\frac{1}{2}}$ , 而式(15)给出 $\lambda_{\min} \{P_1\} \|X\|_2^2 \leq V_1(e)$ , 则得到式(16)如下:

$$|e_1|^{\frac{1}{2}} \leq \|X\| \leq \frac{(V_1(X))^{\frac{1}{2}}}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}} \{P_1\}}, \tag{16}$$

那么

$$\dot{V}_1(X) \leq -\tau(V_1(X))^{\frac{1}{2}}, \tag{17}$$

其中 $\tau = \frac{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}} \{P_1\} \lambda_{\min} \{\Omega\}}{\lambda_{\max} \{P_1\}}$ .

解微分方程

$$\dot{\varphi} = -\tau\varphi^{\frac{1}{2}}, \varphi(0) = \varphi_0 > 0,$$

得

$$\varphi(t) = (\varphi_0^{\frac{1}{2}} - \frac{\tau}{2}t)^2, \tag{18}$$

由于 $V_1$ 为严格李雅普诺夫函数, 遵从比较原则<sup>[31]</sup>, 当 $V_1(X_0) \leq \varphi_0$ 时,  $V_1(t) \leq \varphi(t)$ , 其中 $X_0 = X(0)$ .

由式(18)可知 $\varphi(t)$ 收敛到零的时间为 $T = \frac{2V_0^{\frac{1}{2}}}{\tau}$ , 因此误差方程 $[e_1 \ e_2]^T$ 的收敛时间为 $T^* = \frac{2V_0^{\frac{1}{2}}(X_0)}{\tau}$ .

证毕.

**注3** 由于 $V_1(E)$ 是连续但不可微的, 因此无法直接用李雅普诺夫理论判断其稳定性. 但是通过对误差方程(7)进行分析, 很容易发现其状态轨迹 $\phi(t, E_0)$ 是一个绝对连续的函数, 那么可以判断 $V_1(\phi(t, E_0))$ 是相对于时间的连续函数. 又因为 $V_1(E)$ 不是局部利普希茨的, 所以无法保证 $V_1(\phi(t, E_0))$ 的绝对连续性以及所有位置的可微性. 然而,  $V_1(E)$ 在子空间 $\zeta$ 外是连续可微的, 那么很容易得知, 系统(7)的轨迹在没有到达平衡点 $E = 0$ 之前, 只会穿过子空间 $\zeta$ , 而无法停留在子空间上. 这意味着 $V_1(\phi(t, E_0))$ 对每个时间几乎都是可微的.

### 3.3 分数阶超螺旋控制器设计

基于上节的观测器设计, 本节将给出分数阶有限时间控制器的设计. 首先定义PMSLM位置 $x_1$ 与期望位置 $x_{1d}$ 的误差 $\omega$ 及其各阶导数如下:

$$\begin{cases} \omega = x_1 - x_{1d}, \\ \dot{\omega} = x_2 - \dot{x}_{1d}, \\ \ddot{\omega} = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d}. \end{cases} \tag{19}$$

### 定义2 (Sig函数)

$$\text{sig}^\sigma \chi = |\chi|^\sigma \text{sgn} \chi, \tag{20}$$

其中:  $\text{sgn}(\cdot)$ 是符号函数,  $\sigma \in \mathbb{R}$ 满足 $\sigma \geq 0, \chi \in \mathbb{R}$ .

为了保证轨迹跟踪的快速性和系统的稳定性, 对跟踪误差设计分数阶非奇异终端滑模面如下:

$$s = \dot{\omega} + pD^{\lambda-1} \text{sig}^\alpha \omega + qD^{\nu-1} \text{sig}^\beta \omega, \tag{21}$$

其中:  $p, q$ 是分数阶项的增益满足 $p > 0, q > 0; \lambda, \nu$ 为分数阶的阶次满足 $0 < \lambda < 1, \nu > 1; 0 < \alpha; \beta < 1$ . 对滑模面求导

$$\dot{s} = \ddot{\omega} + pD^\lambda \text{sig}^\alpha \omega + qD^\nu \text{sig}^\beta \omega, \tag{22}$$

将电机位置误差定义(19)以及系统模型(5)代入上式得到等效控制律为

$$u_{\text{eq}} = -\frac{1}{K_m}(B_m \hat{x}_2 + \hat{x}_3 - \ddot{x}_{1d} + pD^\lambda \text{sig}^\alpha \omega + qD^\nu \text{sig}^\beta \omega). \tag{23}$$

使用超螺旋算法设计的切换控制律如式(24)所示:

$$\begin{cases} u_{\text{sw}} = -\frac{1}{K_m}(k_5 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn} s - z_3), \\ \dot{z}_3 = -k_6 \text{sgn} s, \end{cases} \tag{24}$$

那么针对系统(5)设计的基于分数阶非奇异终端滑模面(21)、超螺旋观测器(6)以及超螺旋切换律(24)的分数阶超螺旋滑模控制器(fractional order super twisting sliding mode controller, FOSTSMC)如下所示:

$$\begin{aligned} u &= u_{\text{eq}} + u_{\text{sw}} = \\ &-\frac{1}{K_m}(B_m \hat{x}_2 + \hat{x}_3 - \ddot{x}_{1d} + pD^\lambda \text{sig}^\alpha \omega + \\ &qD^\nu \text{sig}^\beta \omega + k_5 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn} s + \\ &k_6 \int \text{sgn} s dt_s). \end{aligned} \tag{25}$$

**注4** 这里值得注意的是在式(21)中, 所设计的 $D^{\lambda-1} \text{sig}^\alpha \omega$ 和 $D^{\nu-1} \text{sig}^\beta \omega$ 分别为分数阶积分项和分数阶微分项. 设计的优点在于: 1) 分数阶相比于整数阶具有更加灵活的阶次; 2) 分数阶积分项的加入不仅能够加快系统收敛速度, 而且能够降低收敛时间, 减少稳态误差; 3) 分数阶微分项的设计, 有效地抑制了控制超调现象, 也能一定程度的减弱控制器抖振问题.

将式(25)代入式(22)中, 即

$$\dot{s} = -k_5 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn} s - k_6 \int \text{sgn} s dt + \varrho_2, \tag{26}$$

其中 $\varrho_2 = B_m e_1 + e_2$ 为观测器误差的修正项. 将式(26)表示为

$$\begin{cases} \dot{s} = -k_5 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sgn} s + \psi + \varrho_2, \\ \dot{\psi} = -k_6 \text{sgn} s, \end{cases}$$

令 $\dot{e}_3 = \dot{s}, \dot{\psi} = \dot{e}_4$ , 则上式可重写为

$$\begin{cases} \dot{e}_3 = -k_5|e_3|^{\frac{1}{2}}\text{sgn } e_3 + e_4 + \varrho_2, \\ \dot{e}_4 = -k_6\text{sgn } e_3. \end{cases} \quad (27)$$

**假设 2** 系统 (27) 中的  $\varrho_2$  满足  $|\varrho_2| \leq \delta_2|s|^{\frac{1}{2}}$ ,  $\delta_2 > 0$ .

**定理 2** 在假设 2 成立的条件下, 且增益  $k_5, k_6$  满足如下条件, 那么系统 (27) 是全局渐近稳定的.

$$\begin{cases} k_5 > 2\delta_2, \\ k_6 > \frac{5\delta_2 k_5^2 + 4\delta_2^2 k_5}{2(k_5 - 2\delta_2)}. \end{cases} \quad (28)$$

**证** 考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V_2 = 2k_6|e_3| + \frac{1}{2}e_4^2 + \frac{1}{2}(k_5|e_3|^{\frac{1}{2}}\text{sgn } e_3 - e_4)^2, \quad (29)$$

上式可以写为二次型

$$V_2 = \zeta^T P_2 \zeta, \quad (30)$$

其中:

$$\zeta = [\zeta_1 \ \zeta_2]^T = [|e_3|^{\frac{1}{2}}\text{sgn } e_3 \ e_4]^T, \\ P_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4k_6 + k_5^2 & -k_5 \\ -k_5 & 2 \end{bmatrix},$$

对式 (30) 求导得到

$$\dot{V}_2 = 2k_6\dot{e}_3\text{sgn } e_3 + 2e_4\dot{e}_4 + \frac{1}{2}k_5^2\dot{e}_3\text{sgn } e_3 - \frac{1}{2}k_5|e_3|^{-\frac{1}{2}}\dot{e}_3e_4 - k_5|e_3|^{\frac{1}{2}}\dot{e}_4\text{sgn } e_3. \quad (31)$$

与定理 1 的证明过程类似, 将动力学方程 (27) 代入式 (31) 中得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -(k_6 + \frac{1}{2}k_5^2)k_5|e_3|^{\frac{1}{2}} + k_5^2e_4\text{sgn } e_3 - \\ & \frac{1}{2}k_5|e_3|^{-\frac{1}{2}}e_4^2 - \frac{1}{2}k_5\varrho_2|e_3|^{-\frac{1}{2}}e_4 + \\ & (2k_6 + \frac{1}{2}k_5^2)\varrho_2\text{sgn } e_3. \end{aligned} \quad (32)$$

利用柯西-施瓦茨不等式以及假设 2 的条件, 即

$$\dot{V}_2 \leq -\frac{1}{|e_3|^{\frac{1}{2}}}\zeta^T Q \zeta, \quad (33)$$

其中

$$Q = \frac{k_5}{2} \begin{bmatrix} 2k_6 + k_5^2 - (\frac{4k_6}{k_5} + k_5)\delta_2 & -(k_5 + 2\delta_2) \\ -(k_5 + 2\delta_2) & 1 \end{bmatrix},$$

如果  $Q$  为正定矩阵, 那么  $\dot{V}_2 < 0$ , 很容易得出, 如果增益  $k_5, k_6$  满足式 (28) 的条件, 那么  $Q$  为正定矩阵. 则滑模面  $s$  将在有限时间内收敛到零, 收敛时间的上界为  $\tilde{T}^* = \frac{2V_2^{\frac{1}{2}}(s_0)}{\tilde{\tau}}$ , 其中  $\tilde{\tau} = \frac{\lambda_{\min}\{P_2\}\lambda_{\min}\{Q\}}{\lambda_{\max}\{P_2\}}$ .

证毕.

### 4 仿真结果和分析

仿真实验采用 Simulink 仿真平台, 搭建系统的模型, 对观测器和控制器的有效性以及稳定性进行验证分析. 仿真实验采用正弦信号  $\sin t$  作为参考信号, Simulink 仿真中的步长为  $1 \times 10^{-4}$  s, 初始状态设置为 (0.5, 0). 永磁同步直线电机参数如下: 定子电阻  $R_s = 9.7 \Omega$ , 定子电感  $L_s = 43.3$  mH, 极对数  $n_p = 2$ , 摩擦系数  $B = 8.0$  N·m/s, 磁极间距  $\tau = 32$  mm, 移动器质量  $M = 16.4$  kg, 永磁磁链  $\lambda_f = 0.09$  Wb, 峰值电流  $I_p = 30.9$  A, 额定电流  $I_c = 10.2$  A. 经过反复的仿真调试, 选取的最优控制参数如下: 广义超螺旋观测器参数为  $k_1 = 1.5, \tilde{k}_2 = 0.088, k_3 = 4, k_4 = 145$ , 分数阶超螺旋控制器参数为  $\alpha = 0.9, \beta = 0.9, \lambda = 0.96, \nu = 1.35, p = 3.35, q = 0.35, k_5 = 8, k_6 = 29.33$ .

**注 5** 由于永磁同步直线电机在实际运行中的扰动的变化主要是由于负载变动引起的, 因此将扰动设计为  $F_m(t) = \cos(2t)$ .

首先, 为了验证分数阶控制器的优势, 设计整数阶的超螺旋控制器, 在选取适当参数的情况下, 仿真结果如图 2.

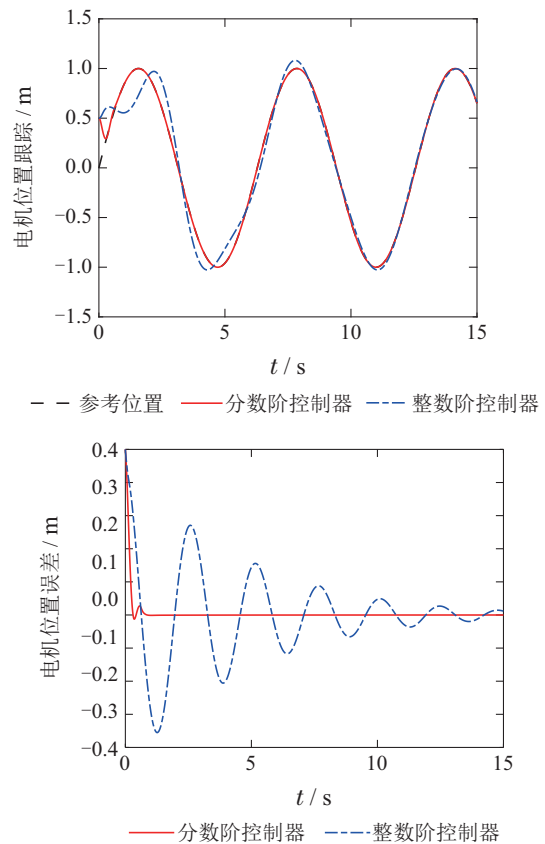


图 2 整数阶与分数阶对比仿真

Fig. 2 Comparison of integer order and fractional order

图 2 给出分别采用分数阶超螺旋控制器和整数阶超螺旋控制器的状态响应曲线. 显然, 分数阶控制器

能够快速实现位置曲线的跟踪,而整数阶收敛速度缓慢,经过15 s仍然无法跟踪上期望轨迹.由此可以证明分数阶控制器的优势.

其次,将本文提出的控制方案(fractional order super twisting sliding mode, FOSTSM)与文献[32]提出的分数阶积分滑模(fractional order integral sliding mode, FOISM)控制方案进行对比分析,从跟踪性能、控制器性能、观测器性能的收敛精度、控制器抖振、收敛时间3个方面论证本文提出的控制方案的性能,并将广义超螺旋观测器与滑模观测器对比,分析其观测性能.另外,为了验证扰动变化对控制器工作性能的影响,在2 s时突加 $F_m = \cos(2t)$ 的扰动.测试受到突变扰动影响时两种控制方案的控制性能.

### 4.1 跟踪性能分析

在分数阶超螺旋控制器下,永磁同步直线电机的位置跟踪曲线及误差如图3所示,速度跟踪曲线以及误差如图4所示.

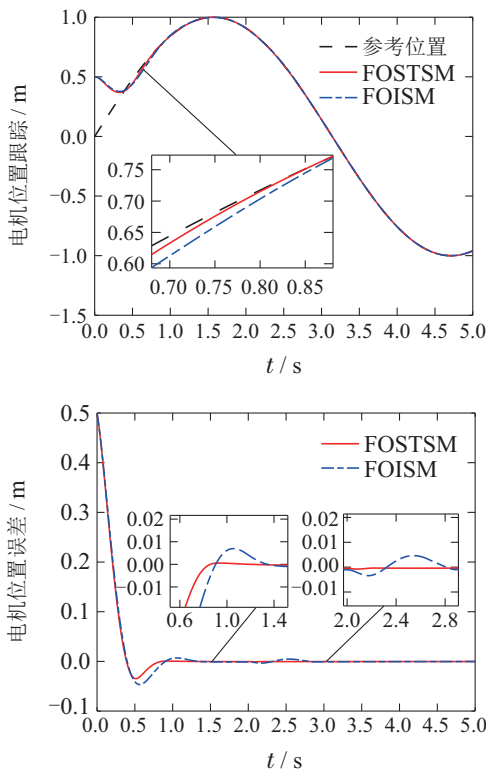


图3 电机位置跟踪和误差

Fig. 3 Position tracking and error of motor

分析图3给出的电机位置跟踪曲线可以发现两种控制策略都能使电机跟踪指定轨迹曲线,而当突然受到扰动后,FOSTSM控制器的跟踪曲线基本不会有太大的波动,但是FOISM控制器受到的影响较大,在经过0.7 s的调节,才会回归到稳定的位置,并且相比于FOISM,由于本文设计的滑模面采用了分数阶的微分项,有效的降低了控制的超调现象,减小了稳态误差,具有更强的抗干扰能力.

图4所示为电机速度响应曲线.在施加扰动后,FOISM控制策略的速度曲线有明显的波动.而FOSTSM控制策略在轻微的波动后,能够迅速恢复到稳定状态,进一步的说明本文提出的控制策略的优良性能.

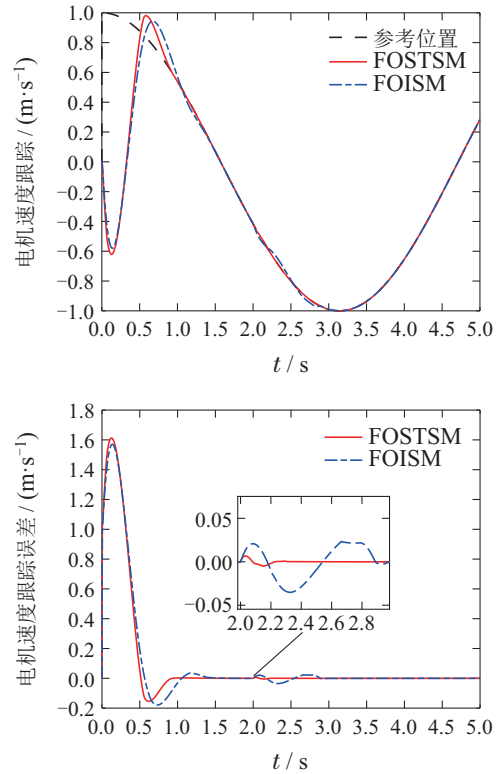


图4 电机速度跟踪和误差

Fig. 4 Speed tracking and error of motor

基于文献[33]的评价指标,本文在表1中给出了两种控制器在启动时的调节时间以及受到扰动后的调节时间.从数据上能得到,本文提出的FOSTSM控制策略相比于FOISM具有更快的响应速度.即使在突加扰动出现的情况,所提的FOSTSM也能更快的达到稳定状态.

表1 控制器性能比较

Table 1 Controller performance comparison

控制器	启动调节时间/s	抗干扰调节时间/s
FOSTSM	0.8253	0.2085
FOISM <sup>[31]</sup>	0.8947	0.7609

### 4.2 控制器性能分析

图5为控制器响应曲线,可以发现在到达平衡点附近时,FOISM控制器的抖振明显增大,包括在突加扰动之后的稳定点附近,也出现了高频抖振.相比较下,本文提出的算法在全局的控制过程中几乎无抖振现象,从而显著提高了控制器的性能.

图6给出了广义超螺旋观测器(generalized super twisting observer, GSTO)和滑模观测器SMO对于扰

动的估计误差曲线. 分析曲线可以得到, 在  $t = 2$  s 时突加外部扰动, GSTO能够迅速的响应扰动的变化并在短时间内跟踪上扰动的轨迹曲线. 另外, 从图中可以看出, GSTO在到达稳定状态后的观测误差基本为零. 而SMO不仅收敛时间较长, 而且无法精确的观测扰动值, 达不到估计精度的要求.

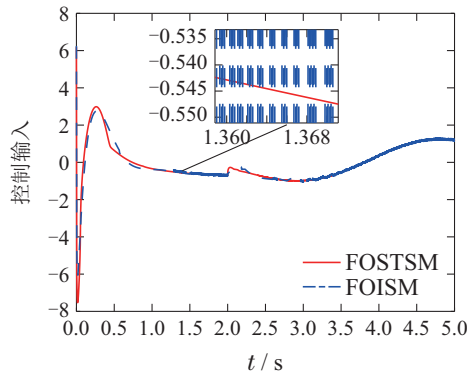


图5 控制输入曲线

Fig. 5 The curves of control input

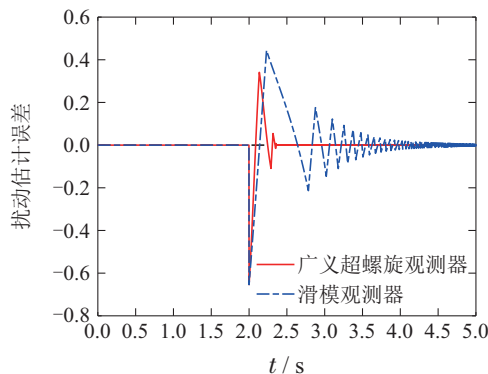


图6 外部扰动估计误差

Fig. 6 Estimation error of external disturbance

### 4.3 观测器性能分析

图7给出了GSTO和SMO对移动器速度的估计误差曲线. 在突加外部扰动后, GSTO波动较小, 且能够在较短时间内重新跟踪上移动器速度响应曲线. 而SMO波动较大, 且无法快速回到稳定状态.

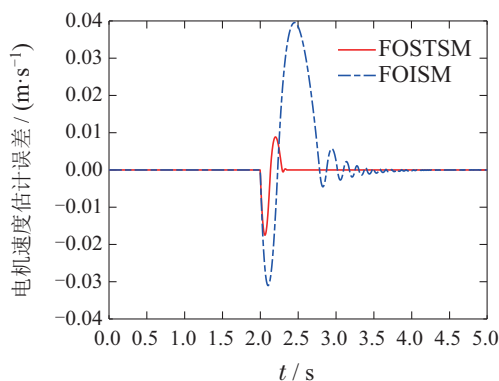


图7 电机速度估计误差

Fig. 7 Estimated value of movers speed

## 5 结论

本文结合广义超螺旋观测器、超螺旋控制器以及分数阶理论, 针对永磁同步直线电机系统设计了分数阶超螺旋滑模控制策略. 所提出的广义超螺旋观测器能够实时估计出永磁同步直线电机的速度信息以及系统由于负载变化导致的扰动变化. 仿真结果表明, 相比较于传统的滑模观测器, 超螺旋观测器对于速度信息以及扰动的估计更加精准, 并且极大的减少了估计误差, 响应速度也更快, 实现了对永磁直线同步电机扰动和未知状态的精确估计. 进而设计的分数阶超螺旋滑模控制器不仅具有响应速度快, 收敛时间短, 同时也有很好的动态性能. 相比较FOISM控制器, 其超调量更小. 本文在整数阶永磁同步直线电机模型的基础上讨论了分数阶控制器的设计方案, 并通过仿真验证的分数阶控制器的有效性. 接下来, 笔者期望在未来的研究工作中能够建立分数阶的永磁同步直线电机系统模型, 结合分数阶理论, 设计更有效的控制策略.

## 参考文献:

- [1] SHEN Hao, ZHANG Wang, TAN Weirong, et al. Analysis of thrust and velocity variation of permanent magnet synchronous linear motor under variable load. *Journal of Lanzhou University of Technology*, 2021, 47(2): 54 – 59.  
(沈浩, 张旺, 谈伟荣, 等. 变负载下永磁同步直线电机的推力及速度变化分析. 兰州理工大学学报, 2021, 47(2): 54 – 59.)
- [2] KIM S A, ZHU Y W, LEE S G, et al. Electromagnetic normal force characteristics of a permanent magnet linear synchronous motor with double primary side. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2013, 50(1): 1 – 4.
- [3] KIM C E, LEE S H, LEE D H, et al. The analysis of permanent magnet double-sided linear synchronous motor with perpendicular arrangement. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2013, 49(5): 2267 – 2270.
- [4] MAO Jingfeng, GU Juping, WU Aihua, et al. Position servo control for pmlsm direct-driven system based on auto disturbances rejection control technique. *Micromotors*, 2014, 47(6): 45 – 48.  
(茅靖峰, 顾菊平, 吴爱华, 等. 基于自抗扰控制器的PMLSM直驱系统位置控制. 微电机, 2014, 47(6): 45 – 48.)
- [5] YAN Guangya, AI Wu, CHEN Bing, et al. PMLSM active disturbance rejection control. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2014, 26(9): 60 – 66.  
(闫光亚, 艾武, 陈冰, 等. 永磁直线同步电机ADRC控制系统. 电工技术学报, 2014, 26(9): 60 – 66.)
- [6] EL SOUSY F F M, ABUHASEL K A. Nonlinear robust optimal control via adaptive dynamic programming of permanent-magnet linear synchronous motor drive for uncertain two-axis motion control system. *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting (IAS)*. Oregon, USA: IEEE, 2018: 1 – 12.
- [7] KONG Xiaobing, LIU Xiangjie. Efficient nonlinear model predictive control for permanent magnet synchronous motor. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(9): 1958 – 1966.  
(孔小兵, 刘向杰. 永磁同步电机高效非线性模型预测控制. 自动化学报, 2014, 40(9): 1958 – 1966.)
- [8] WANG Qinglong, ZHANG Xing, ZHANG Chongwei. Double sliding-mode model reference adaptive system speed identification for vector control of permanent magnet synchronous motors. *Journal*



- of Chinese Electrical Engineering Science, 2014, 34(6): 897 – 902.  
(王庆龙, 张兴, 张崇巍. 永磁同步电机矢量控制双滑模模型参考自适应系统转速辨识. 中国电机工程学报, 2014, 34(6): 897 – 902.)
- [9] LI Z, ZHOU S, XIAO Y, et al. Sensorless vector control of permanent magnet synchronous linear motor based on self-adaptive super-twisting sliding mode controller. *IEEE Access*, 2019, 7: 44998 – 45011.
- [10] JUNEJO A K, XU W, MU C, et al. Adaptive speed control of PMSM drive system based a new sliding-mode reaching law. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2020, 35(11): 12110 – 12121.
- [11] YU Z, YU S, JIANG H, et al. Distributed consensus for multi-agent systems via adaptive sliding mode control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(15): 7125 – 7151.
- [12] WU Y, YU X, MAN Z. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems. *Systems & Control Letters*, 1998, 34(5): 281 – 287.
- [13] ZHIHONG M, PAPLINSKI A P, WU H R. A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(12): 2464 – 2469.
- [14] MA Feiyue, LIU Jiahao, ZHAO Tao, et al. Terminal sliding mode control for motion balance adjusting of powerline inspection robot. *Journal of Southwest University (Natural Science)*, 2021, 43(12): 172 – 179.  
(马飞越, 刘佳豪, 赵涛, 等. 电力巡检机器人运行姿态的终端滑模控制. 西南大学学报(自然科学版), 2021, 43(12): 172 – 179.)
- [15] FENG Y, YU X, MAN Z. Non-singular terminal sliding mode control and its application for robot manipulators. *International Symposium on Circuits and Systems*. Sydney, Australia: IEEE, 2001: 545 – 548.
- [16] CHANG Xuejian, LIU Ling, CUI Rongxin. A nonsingular fast terminal sliding mode controller with varying boundary layers for permanent magnet synchronous motors. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2015, 49(6): 53 – 59.  
(常雪剑, 刘凌, 崔荣鑫. 永磁同步电机非奇异快速终端可变边界层滑模控制. 西安交通大学学报, 2015, 49(6): 53 – 59.)
- [17] ZHAO J, DING X Q, JIANG B, et al. A novel control strategy for quadrotors with variable mass and external disturbance. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(17): 8605 – 8631.
- [18] INCREMONA G P, RUBSGOTTI M, TANELLI M, et al. A general framework for switched and variable gain higher order sliding mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 66(4): 1718 – 1724.
- [19] HUANG S, XIONG L, WANG J, et al. Fixed-time fractional-order sliding mode controller for multimachine power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2020, 36(4): 2866 – 2876.
- [20] SUN G, MA Z. Practical tracking control of linear motor with adaptive fractional order terminal sliding mode control. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(6): 2643 – 2653.
- [21] MI Y, SONG Y, FU Y, et al. The adaptive sliding mode reactive power control strategy for wind - diesel power system based on sliding mode observer. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2019, 11(4): 2241 – 2251.
- [22] XU B, ZHANG L, JI W. Improved non-singular fast terminal sliding mode control with disturbance observer for pmsm drives. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2021, 7(4): 2753 – 2762.
- [23] LI J, YANG G H. Fuzzy descriptor sliding mode observer design: A canonical form-based method. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, 28(9): 2048 – 2062.
- [24] ZHAI L, YANG Z, ZHANG W, et al. Speed sensorless control of axial field flux-switching permanent magnet machine based on improved adaptive sliding mode observer. *The 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*. Harbin, China: IEEE, 2019: 1 – 5.
- [25] HOU Q, DING S. Finite-time extended state observer based super-twisting sliding mode controller for pmsm drives with inertia identification. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2021, DOI: 10.1109/TTE.2021.3123646.
- [26] LIANG D, LI J, QU R, et al. Adaptive second-order sliding-mode observer for PMSM sensorless control considering VSI nonlinearity. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2017, 33(10): 8994 – 9004.
- [27] MORENO J A, OSORIO M. A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers. *The 47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancun, Mexico: IEEE, 2008: 2856 – 2861.
- [28] XU D, DING B, JIANG B, et al. Nonsingular fast terminal sliding mode control for permanent magnet linear synchronous motor via a high-order super-twisting observer. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2021, DOI: 10.1109/tmech.2021.3086527.
- [29] ZHU J, WANG X D, XU B Y, et al. The vector control research of permanent magnet linear synchronous motor. *Electrical, Information Engineering and Mechatronics*. London: Springer, 2012: 1873 – 1880.
- [30] YU S, WU H, XIE M, et al. Precise robust motion control of cell puncture mechanism driven by piezoelectric actuators with fractional-order nonsingular terminal sliding mode control. *Bio-Design and Manufacturing*, 2020, 3(4): 410 – 426.
- [31] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*(3rd Edition). Upper Saddle River: Patience Hall, 2002.
- [32] YANG F, SHAO X, MUYEEN S M, et al. Disturbance observer based fractional-order integral sliding mode frequency control strategy for interconnected power system. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2021, DOI: 10.1109/tpwrs.2021.3081737.
- [33] ZHANG Weijian, DU Haibo, ZHU Wenwu, et al. Finite-time speed sensorless control of permanent magnet synchronous motor based on generalized super-twisting algorithm. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(6): 833 – 841.  
(张伟健, 都海波, 朱文武, 等. 基于广义超螺旋算法的无速度传感器永磁同步电机有限时间速度控制. 控制理论与应用, 2021, 38(6): 833 – 841.)

#### 作者简介:

**赵 静** 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性系统滑模控制、自适应控制, E-mail: zhaojing@njupt.edu.cn;

**林智昌** 硕士研究生, 目前研究方向为永磁同步直线电机的滑模控制, E-mail: 1220055601@njupt.edu.cn;

**姜 斌** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能故障诊断与容错控制, E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn;

**肖 敏** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为分数阶系统以及非线性控制理论, E-mail: candymanxm2003@aliyun.com;

**高志峰** 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为互联耦合大系统的故障检测, E-mail: gaozhifeng@njupt.edu.cn;

**徐丰羽** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为机器人及自动化以及智能制造设备与控制技术, E-mail: xufengyu598@163.com.