

# 具有执行器故障的四旋翼无人机有限时间容错控制

张思洁, 吴怀宇, 郑秀娟<sup>†</sup>

(武汉科技大学 机器人与智能系统研究院, 湖北 武汉 430081; 冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心, 湖北 武汉 430081)

**摘要:** 本文主要研究了四旋翼无人机在外部干扰、执行器存在部分失效和偏置故障并发情况下有限时间轨迹跟踪的控制问题. 通过分析四旋翼无人机动力学特性, 本文构建了带有外部干扰、执行器机构故障的动力学模型. 首先, 基于鲁棒全局快速终端滑模控制算法, 设计了一种有限时间容错控制器, 提高了系统对故障的响应速度. 其次, 针对常值/时变故障和干扰, 在控制器设计中采用改进的连续函数进行补偿, 减少了由切换函数引起的系统抖振问题, 并基于Lyapunov函数对控制器的稳定性进行了分析. 最后, 通过仿真实验验证了所设计控制器的有效性和可靠性, 同时, 在存在执行器故障和外部干扰的情况下, 无人机能够实现较好的轨迹跟踪性能.

**关键词:** 容错控制; 快速终端滑模控制; 无人机; 执行器故障

**引用格式:** 张思洁, 吴怀宇, 郑秀娟. 具有执行器故障的四旋翼无人机有限时间容错控制. 控制理论与应用, 2023, 40(7): 1270 – 1276

DOI: 10.7641/CTA.2022.20173

## Finite-time fault tolerant control of quadrotor UAV with actuator faults

ZHANG Si-jie, WU Huai-yu, ZHENG Xiu-juan<sup>†</sup>

(Institute of Robotics and Intelligent Systems, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430081, China;  
Engineering Research Center for Metallurgical Automation and Measurement Technology of Ministry of Education,  
Wuhan Hubei 430081, China)

**Abstract:** This article focuses on the control problem of finite-time trajectory tracking of quadrotor UAV in the case of external interferences, and both partial and bias fault of actuators. By analyzing the dynamic characteristics of quadrotor UAV, the dynamic model with external interferences and actuator faults is constructed. Based on the robust global fast terminal sliding mode control algorithm, a finite-time fault-tolerant controller is designed to improve the response speed of the system to the fault. Secondly, for constant / time-varying faults and disturbances, the improved continuous function is used for compensation in the controller design, which reduces the problem of the system chattering caused by switching function, and the stability of the controller is analyzed based on the Lyapunov function. Finally, the effectiveness and the reliability of the designed controller are verified by simulation experiments, and the UAV can achieve better trajectory tracking performance under the condition of actuator failures and external interferences.

**Key words:** fault tolerant control; fast terminal sliding mode control; unmanned aerial vehicle; actuator faults

**Citation:** ZHANG Sijie, WU Huaiyu, ZHENG Xiujuan. Finite-time fault tolerant control of quadrotor UAV with actuator faults. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(7): 1270 – 1276

## 1 引言

近年来, 具有质量轻、功能性强、飞行灵活等特点的四旋翼无人机, 已被广泛应用于工业、农业、军事等领域<sup>[1]</sup>. 然而, 无人机在执行任务的过程中, 极易受到外部干扰以及自身故障, 特别是执行器故障的影响. 轻微的情况导致飞行任务的失败, 严重的情况下甚至

会造成生命财产安全问题. 因此, 研究容错控制算法已是迫在眉睫.

目前, 国内外研究学者针对具有执行器故障的四旋翼无人机容错控制方面做了大量工作, 如文献[2]设计了自适应模糊神经逼近器来估计故障, 并设计了滑模容错控制器. 文献[3]设计了一种基于两级卡尔曼滤

收稿日期: 2022-03-11; 录用日期: 2022-09-16.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: zhengxj@wust.edu.cn.

本文责任编辑: 李世华.

国家自然科学基金项目(62073250, 62003249, 62173262)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62073250, 62003249, 62173262).

波器和增益调度控制合成的综合故障诊断和容错控制方法, 以解决四旋翼飞行器中的执行器故障. 文献[4]设计了鲁棒自适应故障估计观测器, 并设计了动态输出反馈容错控制器针对存在故障和不确定性情况的无人机系统以达到稳定的状态. 文献[5]设计了一种切换比例积分(proportional-integral, PI)观测器的状态故障估计器, 并提出了一种非线性切换系统的容错控制器以达到对系统状态和故障同时渐近收敛的目的. 此外, 还有自适应滑模控制<sup>[6]</sup>、神经网络控制<sup>[7]</sup>、鲁棒容错控制<sup>[8]</sup>、引入Nussbaum函数<sup>[9]</sup>等方法.

以上文献都是针对无人机执行器单一故障所提出的解决方案. 然而, 在实际应用中, 四旋翼无人机也可能同时发生执行器部分失效故障和偏置故障, 这种故障可能降低无人机系统的跟踪性能, 使得控制器失效, 甚至恶化系统的稳定性. 为解决此问题, 文献[10]提出了 $H_\infty$ 滤波的鲁棒故障诊断方法, 用于估计故障的大小. 文献[11]利用径向基神经网络的强逼近特性, 提出了基于径向基神经网络的容错控制方案, 以补偿参数不确定性、外部扰动和执行器故障. 文献[12]针对具有执行器故障的四旋翼无人机, 提出了自适应预定性能控制方案, 但该文献的控制方案只解决了常值故障问题, 并未解决时变故障下的轨迹跟踪问题.

另一方面, 在四旋翼无人机控制器设计中, 有限时间控制方案可以在存在外部干扰的情况下保证高精度跟踪和快速收敛性能. 如文献[13]基于自适应模糊状态观测器的积分终端滑模控制器实现了有限时间容错控制. 文献[14]将自适应反演控制与模糊逻辑系统相结合, 以在有限时间内适应已知的执行器故障. 文献[15]采用了非奇异快速终端滑模控制算法解决了对受到多源干扰影响的四旋翼无人机系统的轨迹跟踪控制问题.

根据上述文献的分析, 四旋翼无人机的鲁棒性越好, 则在实际应用中的跟踪性能表现越好. 而有限时间控制器的设计, 既保证了系统能够在有限时间内收敛, 又提供良好的抗干扰性能. 同时, 当四旋翼无人机执行器发生部分失效和偏置两种故障时, 将严重影响四旋翼无人机的飞行控制系统性能, 这大大增加了容错控制器的设计难度. 因此, 本文基于鲁棒全局快速终端滑模控制(robust global fast terminal sliding mode control, RGFTSMC)算法, 设计了位姿有限时间容错控制器, 从而有效地解决了无人机系统执行器并发故障问题, 保证了系统在有限时间内快速收敛至平衡点, 加快了系统对故障的响应速度; 采用改进的连续函数鲁棒地补偿故障和干扰, 使得所设计的容错控制器不仅可以处理常值故障和干扰, 还可以处理时变故障和干扰, 并在保证系统跟踪精度的同时减小了系统抖振. 最后, 通过仿真对比实验验证了所提出的控制方法的有效性及其控制策略的合理性.

## 2 四旋翼无人机故障下的动力学模型

### 2.1 故障动力学模型

如图1所示, 为精确描述无人机的结构和运动原理, 建立惯性坐标系 $O_e\{X_e, Y_e, Z_e\}$ 和机体坐标系 $O_b\{X_b, Y_b, Z_b\}$ . 其中 $\{F_1, F_2, F_3, F_4\}$ 表示无人机4个旋翼产生的升力.

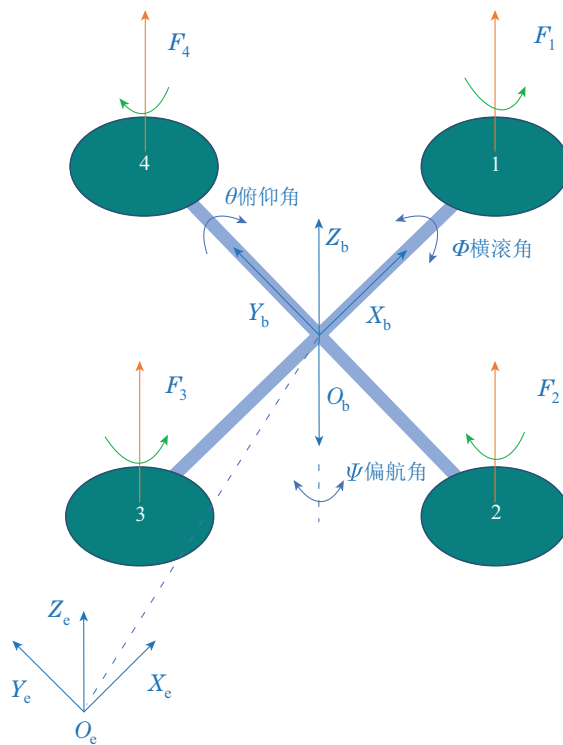


图1 四旋翼无人机结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the quadrotor UAV

在建立四旋翼无人机动力学模型中, 忽略了空气阻力, 并作以下假设<sup>[16]</sup>:

**假设1** 机体是一个刚体, 机体质心与几何重心完全重合, 机体完全对称, 机体模型参数均为正常数.

在图1受力分析中, 由于受到桨面损失、电机效率部分失效的影响, 很难保持执行器的正常运行, 造成无人机无法完成预定任务, 这一类故障可统称为执行器故障. 假设四旋翼无人机同时受到部分失效和偏置故障的影响, 故障模型可表示为

$$U_i = u_i(1 - \rho_j) + \alpha_j f_j \quad (j = 1, \dots, 4), \quad (1)$$

其中:  $u_i (i = 1, \Phi, \theta, \Psi)$  表示需要设计的4个期望控制输入;  $U_i$  表示实际控制输入;  $\rho_j$  表示执行器有效因子,  $\rho_j \in [0, 1)$ ;  $f_j (j = 1, \dots, 4)$  表示执行器偏置故障, 且  $\alpha_j$  的取值为0或1. 当  $\rho_j = 0, \alpha_j = 0$  表示无人机正常状态;  $\rho_j \neq 0, \alpha_j = 0$  表示无人机只存在执行器部分失效故障;  $\rho_j = 0, \alpha_j = 1$  表示无人机只存在执行器偏置故障;  $\rho_j \neq 0, \alpha_j = 1$  表示无人机同时存在部分失效故障和偏置故障.

四旋翼无人机带有执行器故障和外部干扰的动力

学模型为

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\Phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos\Phi \sin\theta \cos\Psi + \sin\Phi \sin\Psi) \frac{u_1}{m} - \frac{K_1}{m} \dot{x} \\ (\cos\Phi \sin\theta \sin\Psi - \sin\Phi \cos\Psi) \frac{u_1}{m} - \frac{K_2}{m} \dot{y} \\ (\cos\Phi \cos\theta) \frac{U_1}{m} - \frac{K_3}{m} \dot{z} - g + d_1 \\ (\frac{I_y - I_z}{I_x}) \dot{\theta} \dot{\Psi} + \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} \dot{\gamma} - \frac{K_4}{I_x} l \dot{\Phi} + \frac{U_\Phi}{I_x} + d_2 \\ (\frac{I_z - I_x}{I_y}) \dot{\Phi} \dot{\Psi} + \frac{J_r}{I_y} \dot{\Phi} \dot{\gamma} - \frac{K_5}{I_y} l \dot{\theta} + \frac{U_\theta}{I_y} + d_3 \\ (\frac{I_x - I_y}{I_z}) \dot{\Phi} \dot{\theta} - \frac{K_6}{I_z} \dot{\Psi} + \frac{U_\Psi}{I_z} + d_4 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中:  $\{I_x, I_y, I_z\}$  分别表示机体绕  $x, y, z$  3 轴的转动惯量;  $J_r$  表示单个旋翼的转动惯量;  $\gamma$  表示由转子不平衡引起的扰动;  $m$  表示四旋翼无人机的总质量;  $g$  表示重力常数;  $l$  表示旋翼中心到机体质心的距离;  $K_{1,2,3}$  表示平动阻力系数;  $K_{4,5,6}$  表示空气摩擦阻力系数;  $d_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) 表示外部干扰。

## 2.2 控制目标

四旋翼无人机是一个典型的强耦合、欠驱动的非线性系统, 控制策略采用内外环控制结构, 如图2所示。根据这一特点, 将四旋翼无人机系统分为位置环和姿态环两个子系统。采用鲁棒全局快速终端滑模控制方法, 将位置环产生的中间指令  $\Phi_d$  和  $\theta_d$  传递给姿态环。无人机的期望位置可表示为  $P_r = [x_d \ y_d \ z_d]^T$ , 期望姿态角度可表示为  $\Xi_r = [\Phi_d \ \theta_d \ \Psi_d]^T$ ; 实际位置可以表示为  $P = [x \ y \ z]^T$ , 实际姿态角度可以表示为  $\Xi = [\Phi \ \theta \ \Psi]^T$ 。

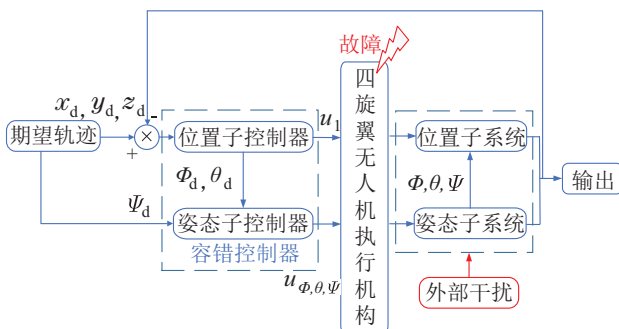


图2 控制框图

Fig. 2 Control block diagram

## 3 有限时间容错控制器设计

### 3.1 姿态容错控制器设计

为完成姿态控制目标, 定义姿态跟踪误差为

$$\Xi_e = \Xi - \Xi_r, \quad (3)$$

其中姿态跟踪误差  $\Xi_e = [\Phi_e \ \theta_e \ \Psi_e]^T$ 。

选取全局快速终端滑模面为

$$S_i = \dot{\Xi}_e + \delta_i \Xi_e + \sigma_i \Xi_e^{\frac{n_i}{m_i}} \quad (i = \Phi, \theta, \Psi). \quad (4)$$

其中:  $\delta_i, \sigma_i > 0$ , 且  $m_i, n_i$  均为正奇数,  $m_i > n_i$ 。由于3个姿态角的控制器求解过程类似, 故以俯仰角  $\theta$  求解为例。

根据系统(2)选取俯仰子系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f_\theta(x) + (u_\theta(1 - \rho_3) + \alpha_3 f_3) g_\theta(x) + d_3. \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $u_\theta$  即为需要求得的期望控制输入,  $g_\theta(x) = \frac{1}{I_y}$ ,

$$f_\theta(x) = (\frac{I_z - I_x}{I_y}) \dot{\Phi} \dot{\Psi} + \frac{J_r}{I_y} \dot{\Phi} \dot{\gamma} - \frac{K_5}{I_y} l \dot{\theta}.$$

俯仰角跟踪误差为

$$\theta_e = \theta - \theta_d, \quad (6)$$

对其求导得

$$\dot{\theta}_e = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d, \quad (7)$$

选取全局快速终端滑模面为

$$s_\theta = \dot{\theta}_e + \delta_1 \theta_e + \sigma_1 \theta_e^{\frac{n_1}{m_1}}, \quad (8)$$

其中:  $\delta_1, \sigma_1 > 0$ ,  $m_1, n_1$  均为正奇数, 且  $m_1 > n_1$ 。

对式(8)求导

$$\begin{aligned} \dot{s}_\theta &= \ddot{\theta}_e + \delta_1 \dot{\theta}_e + \sigma_1 \frac{d\theta_e^{\frac{n_1}{m_1}}}{dt} = \\ &= \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d + \delta_1 \dot{\theta}_e + \sigma_1 \frac{d\theta_e^{\frac{n_1}{m_1}}}{dt}, \end{aligned} \quad (9)$$

将动力学模型式(5)代入式(9), 可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_\theta &= \ddot{\theta} - \ddot{\theta}_d + \delta_1 \dot{\theta}_e + \sigma_1 \frac{d\theta_e^{\frac{n_1}{m_1}}}{dt} = \\ &= f_\theta(x) + (u_\theta(1 - \rho_3) + \alpha_3 f_3) g_\theta(x) + \\ &+ d_3 - \ddot{\theta}_d + \delta_1 \dot{\theta}_e + \sigma_1 \frac{n_1}{m_1} \theta_e^{\frac{n_1}{m_1} - 1} \dot{\theta}_e, \end{aligned} \quad (10)$$

选取趋近律为

$$\dot{s}_{\theta 1} = -k_1 s_\theta - \eta_1 \text{sgn} s_\theta, \quad (11)$$

其中:  $k_1, \eta_1$  为已知的正常数,  $\text{sgn}(\cdot)$  为符号函数。

故控制器  $u_\theta$  设计为

$$\begin{aligned} u_\theta &= \frac{1}{1 - \rho_3} [(\ddot{\theta}_d - f_\theta(x) - \delta_1 \dot{\theta}_e - \\ &+ \sigma_1 \frac{n_1}{m_1} \theta_e^{\frac{n_1}{m_1} - 1} \dot{\theta}_e - D_3 \text{sgn} s_\theta + \\ &+ \dot{s}_{\theta 1}) / g_\theta(x) - \alpha_3 F_3 \text{sgn} s_\theta]. \end{aligned} \quad (12)$$

为了便于后续控制器设计与证明, 给出以下假设和引理。

**假设 2**<sup>[17]</sup> 在系统(2)中, 假设部分失效故障  $\rho_j$ 、偏置故障  $f_j$  以及外部干扰  $d_j$  ( $j = 1, \dots, 4$ ) 均有界,

即

$$\rho_j \in [0, 1), |f_j| \leq F_j, |d_j| \leq D_j, \quad (13)$$

其中:  $F_j, D_j$ 均为已知正常数.

**引理 1**<sup>[18]</sup> 假设存在正定且连续函数 $W(x)$ , 满足不等式 $\dot{W}(x) + \delta W(x) + \sigma W(x)^{\frac{n}{m}} \leq 0$ , 其中,  $\delta, \sigma > 0, m$ 和 $n$ 为正奇数, 且 $n < m$ . 系统初始状态为 $x_0$ , 则状态 $x$ 将在有限时间 $t_s$ 内收敛到平衡点, 且满足

$$t_s \leq \frac{m}{\delta(m-n)} \ln\left(\frac{\delta W(x_0)^{\frac{m-n}{m}} + \sigma}{\sigma}\right). \quad (14)$$

针对所设计的 $u_\theta$ , 为了分析系统的稳定性, 选取 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2}s_\theta^2, \quad (15)$$

将式(11)–(12)代入式(10), 可得

$$\begin{aligned} \dot{s}_\theta &= -k_1 s_\theta - \eta_1 \operatorname{sgn} s_\theta - \\ &D_3 \operatorname{sgn} s_\theta - \alpha_3 F_3 \operatorname{sgn} s_\theta, \end{aligned} \quad (16)$$

由式(16), 并对式(15)求得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s_\theta \dot{s}_\theta = s_\theta(-k_1 s_\theta - \eta_1 \operatorname{sgn} s_\theta - \\ &D_3 \operatorname{sgn} s_\theta - \alpha_3 F_3 \operatorname{sgn} s_\theta) = \\ &-k_1 s_\theta^2 - (\eta_1 + D_3 + \alpha_3 F_3) |s_\theta|. \end{aligned} \quad (17)$$

由假设2可知,  $F_3, D_3$ 均为已知正常数,  $k_1, \eta_1$ 也为已知的正常数, 那么

$$\dot{V}_1 = -k_1 s_\theta^2 - (\eta_1 + D_3 + \alpha_3 F_3) |s_\theta| \leq 0. \quad (18)$$

根据引理1可知, 通过设定参数 $\delta_1, \sigma_1, m_1, n_1$ , 可使滑模面 $s_1$ 在有限时间内收敛到平衡状态 $s_1 = 0$ , 其收敛时间为

$$t_{s1} \leq \frac{m_1}{\delta_1(m_1 - n_1)} \ln\left(\frac{\delta_1 W(x_0)^{\frac{m_1 - n_1}{m_1}} + \sigma_1}{\sigma_1}\right). \quad (19)$$

基于以上分析, 所选取的式(8)能够保证子系统在有限时间内快速收敛至平衡点.

同理, 横滚子系统和偏航子系统以状态空间形式表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = f_\Phi(x) + (u_\Phi(1 - \rho_2) + \alpha_2 f_2) g_\Phi(x) + d_2, \\ \dot{x}_5 = x_6, \\ \dot{x}_6 = f_\Psi(x) + (u_\Psi(1 - \rho_4) + \alpha_4 f_4) g_\Psi(x) + d_4, \end{cases} \quad (20)$$

其中:  $u_\Phi$ 和 $u_\Psi$ 即为需要求得的期望控制输入,

$$\begin{aligned} f_\Phi(x) &= \left(\frac{I_y - I_z}{I_x}\right)\dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{J_r}{I_x}\dot{\theta}\dot{\gamma} - \frac{K_4}{I_x}l\dot{\phi}, \\ g_\Phi(x) &= \frac{1}{I_x}, f_\Psi(x) = \left(\frac{I_x - I_y}{I_z}\right)\dot{\phi}\dot{\theta} - \frac{K_6}{I_z}\dot{\psi}, \end{aligned}$$

$$g_\Psi(x) = \frac{1}{I_z}, d_2, d_4 \text{为外部干扰.}$$

横滚角跟踪误差为

$$\Phi_e = \Phi - \Phi_d, \quad (21)$$

偏航角跟踪误差为

$$\Psi_e = \Psi - \Psi_d, \quad (22)$$

分别选取全局快速终端滑模面为

$$s_\Phi = \dot{\Phi}_e + \delta_2 \Phi_e + \sigma_2 \Phi_e^{\frac{n_2}{m_2}}, \quad (23)$$

$$s_\Psi = \dot{\Psi}_e + \delta_3 \Psi_e + \sigma_3 \Psi_e^{\frac{n_3}{m_3}}, \quad (24)$$

其中:  $\delta_{2,3}, \sigma_{2,3} > 0, m_{2,3} > n_{2,3}$ , 且 $m_{2,3}, n_{2,3}$ 均为正奇数.

选取趋近律

$$\dot{s}_{\Phi 2} = -k_2 s_\Phi - \eta_2 \operatorname{sgn} s_\Phi, \quad (25)$$

$$\dot{s}_{\Psi 3} = -k_3 s_\Psi - \eta_3 \operatorname{sgn} s_\Psi, \quad (26)$$

其中:  $k_{2,3}, \eta_{2,3}$ 为已知的正常数, 则控制器设计为

$$\begin{aligned} u_\Phi &= \frac{1}{1 - \rho_2} [(\ddot{\Phi}_d - f_\Phi(x) - \delta_2 \dot{\Phi}_e - \\ &\sigma_2 \frac{n_2}{m_2} \Phi_e^{\frac{n_2}{m_2} - 1} \dot{\Phi}_e - D_2 \operatorname{sgn} s_\Phi + \\ &\dot{s}_{\Phi 2})/g_\Phi(x) - \alpha_2 F_2 \operatorname{sgn} s_\Phi], \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} u_\Psi &= \frac{1}{1 - \rho_4} [(\ddot{\Psi}_d - f_\Psi(x) - \delta_3 \dot{\Psi}_e - \\ &\sigma_3 \frac{n_3}{m_3} \Psi_e^{\frac{n_3}{m_3} - 1} \dot{\Psi}_e - D_4 \operatorname{sgn} s_\Psi + \\ &\dot{s}_{\Psi 3})/g_\Psi(x) - \alpha_4 F_4 \operatorname{sgn} s_\Psi]. \end{aligned} \quad (28)$$

为解决无人机系统的抖振现象, 常规做法是将控制器中的符号函数 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 替换为饱和函数 $\operatorname{sat}(\cdot)$ . 但在实际应用中, 由于饱和函数 $\operatorname{sat}(\cdot)$ 的切换控制, 仍存在时间上的延迟问题, 使得滑动模态出现抖动现象. 为解决这一问题, 采用改进的带有继电特性的连续函数 $\Theta(\cdot)$ 代替符号函数 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ , 缩短切换控制的延迟时间, 从而减小系统的抖振问题.

饱和函数

$$\operatorname{sat}(s_i) = \begin{cases} 1, & s_i > \Delta, \\ \frac{s_i}{\Delta}, & |s_i| \leq \Delta, \\ -1, & s_i < -\Delta. \end{cases} \quad (29)$$

改进的连续函数

$$\Theta(s_i) = \frac{|s_i|}{|s_i| + \tau}, \quad (30)$$

其中:  $s_i (i = \Phi, \theta, \Psi)$ 表示为全局快速终端滑模面,  $\Delta, \tau$ 均为极小的正常数. 位置控制器中趋近律的符号函数 $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 同样由改进的连续函数 $\Theta(\cdot)$ 代替. 姿态环中通过引入改进的连续函数 $\Theta(\cdot)$ 鲁棒地补偿故障和干

扰,使得所设计的控制器可保障常值故障和干扰或时变故障和干扰情况下的轨迹跟踪性能。

### 3.2 位置容错控制器设计

由系统(2)可得到一组虚拟控制输入

$$\begin{cases} u_{1x} = (\cos \Phi \sin \theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi) \frac{u_1}{m}, \\ u_{1y} = (\cos \Phi \sin \theta \sin \Psi - \sin \Phi \cos \Psi) \frac{u_1}{m}, \\ u_{1z} = (\cos \Phi \cos \theta) \frac{u_1}{m}. \end{cases} \quad (31)$$

位置子系统动力学模型可改写为

$$\begin{cases} \ddot{x} = u_{1x} - \frac{K_1}{m} \dot{x}, \\ \ddot{y} = u_{1y} - \frac{K_2}{m} \dot{y}, \\ \ddot{z} = (u_{1z}(1 - \rho_1) + \alpha_1 f_1) - \frac{K_3}{m} \dot{z} - g + d_1, \end{cases} \quad (32)$$

$x, y, z$  3轴的跟踪误差定义为

$$E_P = P_r - P, \quad (33)$$

其中:  $E_P = [e_x \ e_y \ e_z]^T$ ; 期望位置  $P_r = [x_d \ y_d \ z_d]^T$ ; 实际位置  $P = [x \ y \ z]^T$ .

选取全局快速终端滑模面为

$$S_i = \dot{E}_P + \delta_i E_P + \sigma_i E_P^{\frac{n_i}{m_i}} \quad (i = x, y, z), \quad (34)$$

选取一般趋近律为

$$\dot{S}_i = k_i S_i + \eta_i \operatorname{sgn} S_i \quad (i = x, y, z), \quad (35)$$

其中:  $k_i, \eta_i (i = x, y, z)$  为已知的正常数。

控制器设计为

$$\begin{cases} u_{1x} = \ddot{x}_d + \delta_x \dot{e}_x + \sigma_x \frac{n_x}{m_x} e_x^{\frac{n_x}{m_x} - 1} \dot{e}_x + \frac{K_1}{m} \dot{x} + \dot{s}_x, \\ u_{1y} = \ddot{y}_d + \delta_y \dot{e}_y + \sigma_y \frac{n_y}{m_y} e_y^{\frac{n_y}{m_y} - 1} \dot{e}_y + \frac{K_2}{m} \dot{y} + \dot{s}_y, \\ u_{1z} = \frac{1}{1 - \rho_1} (\ddot{z}_d + \delta_z \dot{e}_z + \sigma_z \frac{n_z}{m_z} e_z^{\frac{n_z}{m_z} - 1} \dot{e}_z + \frac{K_3}{m} \dot{z} + g - \alpha_1 f_1 - d_1 + \dot{s}_z). \end{cases} \quad (36)$$

由虚拟控制输入可解得

$$u_1 = m \frac{\cos \Phi_d \cos \theta_d}{u_{1z}}, \quad (37)$$

$$\Phi_d = \arctan\left(\frac{\cos \theta_d \sin \Psi_d u_{1x} - \cos \Psi_d u_{1y}}{u_{1z}}\right), \quad (38)$$

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{\cos \Psi_d u_{1x} + \sin \Psi_d u_{1y}}{u_{1z}}\right), \quad (39)$$

其中期望偏航角  $\Psi_d$  已知。

针对所设计的控制器,对式(34)求导可得

$$\dot{S}_i = \ddot{E}_P + \delta_i \dot{E}_P + \sigma_i \frac{n_i}{m_i} E_P^{\frac{n_i}{m_i} - 1} \dot{E}_P \quad (i = x, y, z), \quad (40)$$

其中  $S_i = [s_x \ s_y \ s_z]^T$ .

选取Lyapunov函数为

$$V_2 = \frac{1}{2} (s_x^2 + s_y^2 + s_z^2), \quad (41)$$

对其求导,并将式(36)(40)代入得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & s_x(-k_x s_x - \eta_x \operatorname{sgn} s_x) + s_y(-k_y s_y - \\ & \eta_y \operatorname{sgn} s_y) + s_z(-k_z s_z - \eta_z \operatorname{sgn} s_z) = \\ & -k_i S_i^2 - \eta_i |S_i|. \end{aligned} \quad (42)$$

由于  $k_i, \eta_i (i = x, y, z)$  为已知的正常数,那么可以得到  $\dot{V}_2 \leq 0$ .

根据引理1可知滑模面  $S_i$  可在有限时间内收敛至平衡点,其收敛时间为

$$t_{s_i} \leq \frac{m_i}{\delta_i (m_i - n_i)} \ln\left(\frac{\delta_i W(x_0) \frac{m_i - n_i}{m_i} + \sigma_i}{\sigma_i}\right) \quad (i = x, y, z). \quad (43)$$

由以上分析可知,位置子系统在有限时间内能够达到期望状态,该系统渐近稳定。

### 4 仿真实验与结果分析

如表1所示为四旋翼无人机动力学模型的相关参数,容错控制器相关参数如表2所示。

表1 四旋翼无人机模型参数

Table 1 Quadrotor UAV model parameters

| 符号          | 参数         | 符号          | 参数                         |
|-------------|------------|-------------|----------------------------|
| $m$         | 2.000 kg   | $K_{4,5,6}$ | 0.012 Ns/m                 |
| $l$         | 0.200 m    | $I_{x,y}$   | 1.250 Ns <sup>2</sup> /rad |
| $K_{1,2,3}$ | 0.010 Ns/m | $I_z$       | 2.500 Ns <sup>2</sup> /rad |

表2 容错控制器参数

Table 2 Fault tolerant controller parameters

| 符号                          | 参数    | 符号                           | 参数   |
|-----------------------------|-------|------------------------------|------|
| $\delta_{x,y,z}$            | 1     | $m_i (i = x, y, z, 1, 2, 3)$ | 15   |
| $\sigma_{x,y,z}$            | 1     | $n_i (i = x, y, z, 1, 2, 3)$ | 13   |
| $\delta_{\phi,\theta,\psi}$ | 15    | $k_{x,y,z}$                  | 5    |
| $\sigma_{\phi,\theta,\psi}$ | 13    | $k_{1,2,3}$                  | 60   |
| $\tau$                      | 0.015 | $n_i (i = x, y, z, 1, 2, 3)$ | 0.10 |

在仿真实验中,设置系统的初始状态

$$[x_0 \ y_0 \ z_0 \ \Phi_0 \ \theta_0 \ \Psi_0]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T.$$

位置期望轨迹  $P_r = [\cos t \ \sin t + 2 \ 5 + t]^T$ , 期望偏航角  $\Psi_d = \frac{\pi}{3}$ .

为了验证所提算法对执行器故障的容错性能,假设四旋翼无人机在  $t = 12$  s时,同时存在部分失效和偏置故障( $\alpha_j = 1$ )的情况,即位置环  $z$  轴的有效因子  $\rho_1 = 0.48$ , 以及偏置故障  $f_1 = 4$  和外部干扰  $d_1 = 5$ ; 姿态环在  $t = 12$  s时,同样遭受转子部分失效故障,即  $\rho_{2,3,4} = 0.36$ , 同时存在偏置故障  $f_2 = 0.1 \sin(0.1\pi t)$ ,

$f_3 = 2, f_4 = 3 \sin(0.3\pi t)$ 和外部干扰 $d_2 = 0.5, d_3 = 2 \sin(0.5\pi t), d_4 = 1.5$ . 相同条件下, 姿态环中将饱和函数 $\text{sat}(s)$ 与改进的连续函数 $\Theta(s)$ 进行对比, 且饱和函数 $\text{sat}(s)$ 的边界层厚度 $\Delta = 0.2$ ; 同时对比文献[7]中神经网络滑模控制器(radial basis function sliding mode control, RBF-SMC)、文献[15]中非奇异快速终端滑模控制器(non-singular fast terminal sliding mode control, NFTSMC)的容错控制和轨迹跟踪性能.

仿真结果如图3-6所示. 从图3-4中可以看出所设计的控制器较于其他两种控制算法具有较快的收敛速度, 并实现了较高精度的轨迹跟踪效果. 如图5所示,  $t = 12$  s时, 在发生并发性故障情况下, 所设计的控制器在极短时间内能够再次跟踪目标轨迹, 且轨迹曲线光滑. 此外, 通过图6姿态误差对比实验可以看出本文所提出的算法收敛速度更快, 系统的抖振现象得到了较大的改善, 这得益于控制器通过引入改进的连续函数, 补偿了故障和干扰, 并缩短了无人机系统对故障的响应时间, 体现了较强的容错能力.

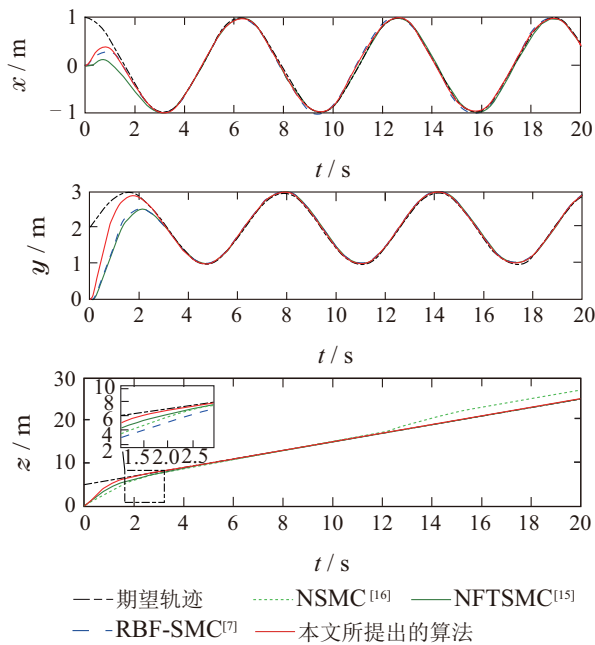


图 3 容错控制实验: 位置曲线  
Fig. 3 Fault tolerant control: Position

为了验证所提算法的鲁棒性, 将其与文献[16]中的终端滑模控制算法 (terminal sliding mode control, TSMC) 进行比较. 所设置的参数以及故障值等与前一个仿真实验相同. 从图7可以看出, 即使存在故障和扰动, 所设计算法的位置误差渐近收敛到零, 且在较短时间内收敛至平衡点. 而一般的终端滑模控制算法的误差状态逐渐发散, 从而验证了本文所设计的容错控制算法具有较强的鲁棒性.

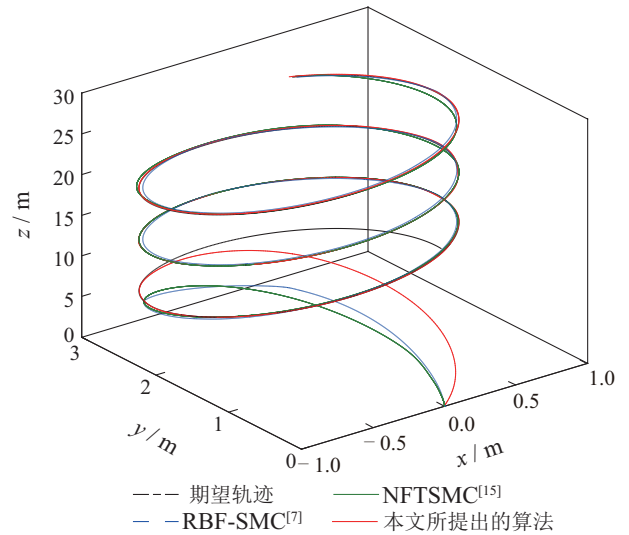


图 4 三维轨迹  
Fig. 4 3D trajectory

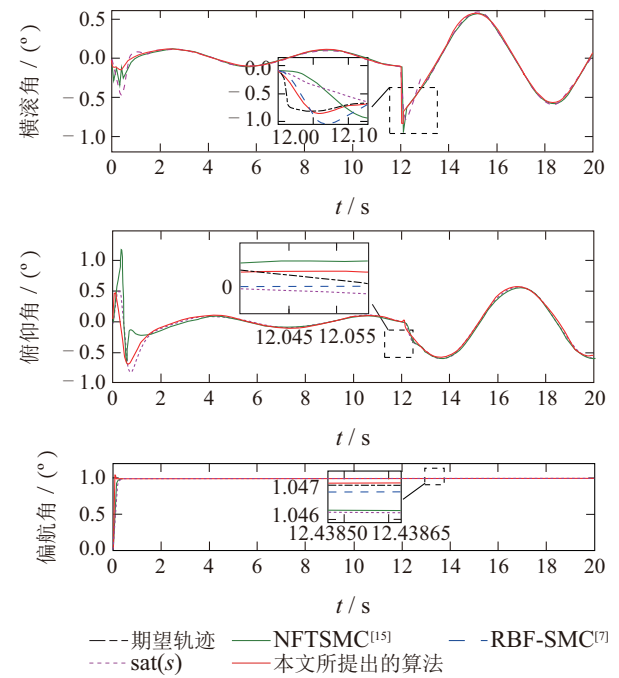


图 5 容错控制实验: 姿态曲线  
Fig. 5 Fault tolerant control: Attitude

### 5 结论

本文研究了四旋翼无人机有限时间内的轨迹跟踪问题, 同时考虑了四旋翼无人机执行机构部分失效故障、偏置故障和外部干扰对系统性能的影响. 基于RGFTSMC算法, 设计了一种有限时间容错控制器, 并进行了稳定性分析. 其次, 采用改进的连续函数鲁棒地补偿故障和干扰, 削弱了系统抖振, 保证了系统的稳定. 仿真实验表明, 所设计的控制器在保证无人机系统全局收敛的同时, 对故障和扰动具有较强的鲁棒性, 容错性能较好, 并表现出优良的轨迹跟踪性能. 本文着重解决四旋翼无人机执行器两种故障并发情况

下的容错控制问题,忽略了模型不确定性和输入饱和等情况,后续工作将对以上问题进行深入研究。

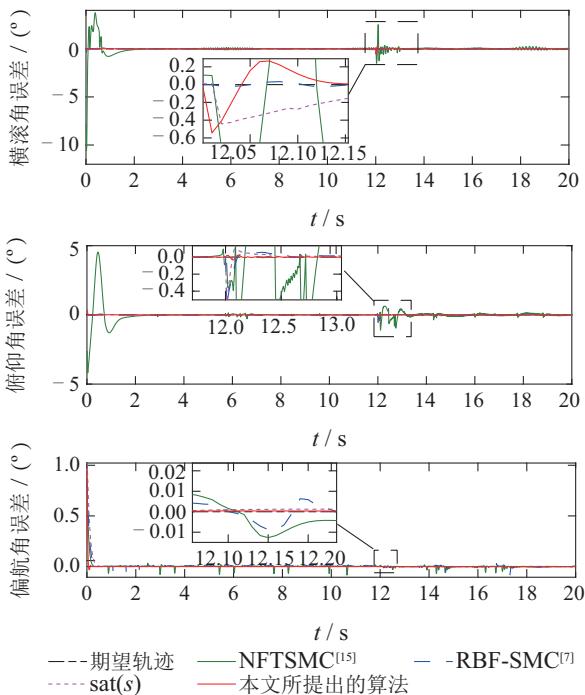


图6 容错控制实验: 姿态误差曲线

Fig. 6 Fault tolerant control: Attitude errors

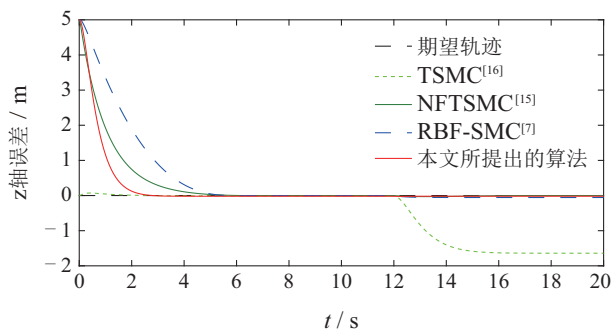


图7 位置误差对比

Fig. 7 Position error comparison

## 参考文献:

- LIU Zhong, HE Yuqing, GU Feng, et al. Passivity-based control and flight experiment of quad-tilt rotor unmanned aerial vehicle. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(8): 1287 – 1298. (刘重, 何玉庆, 谷丰, 等. 四倾转旋翼无人机无源控制与飞行实验. *控制理论与应用*, 2021, 38(8): 1287 – 1298.)
- WEN S, CHEN M Z Q, ZENG Z, et al. Adaptive neural-fuzzy sliding-mode fault-tolerant control for uncertain nonlinear systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 47(8): 2268 – 2278.
- DUC-TIEN N, DAVID S, LAHCEN S. Robust self-scheduled fault tolerant control of a quadrotor UAV. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, 50(1): 5761 – 5767.
- NIAN X, CHEN W, CHU X, et al. Robust adaptive fault estimation and fault tolerant control for quadrotor attitude systems. *International Journal of Control*, 2020, 93(3): 725 – 737.
- ZHU Fanglai, HOU Yongjian, ZHAO Xudong, et al. Observer-based fault-tolerant controller design for nonlinear switched systems. *Control and Decision*, 2017, 32(10): 1855 – 1863. (朱芳来, 侯永建, 赵旭东, 等. 非线性切换系统基于观测器的容错控制器设计. *控制与决策*, 2017, 32(10): 1855 – 1863.)

- HAO Wei, XIAN Bin. Nonlinear fault tolerant control design for quadrotor unmanned aerial vehicle attitude system. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(11): 1457 – 1463. (郝伟, 鲜斌. 四旋翼无人机姿态系统的非线性容错控制设计. *控制理论与应用*, 2015, 32(11): 1457 – 1463.)
- SHI X, CHENG Y, YIN C, et al. Actuator fault tolerant controlling using adaptive radical basis function neural network SMC for quadrotor UAV. *Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, Nanchang, China: IEEE, 2019: 5409 – 5414.
- AVRAM R C, ZHANG X, MUSE J. Nonlinear adaptive fault-tolerant quadrotor altitude and attitude tracking with multiple actuator faults. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017, 26(2): 701 – 707.
- ZHENG Junzhe, SONG Zhankui. Adaptive fault-tolerant control of quadrotor UAV under time-varying faults. *Journal of Dalian Polytechnic University*, 2021, 40(3): 222 – 229. (郑俊哲, 宋占魁. 时变故障下四旋翼无人机的自适应容错控制. *大连工业大学学报*, 2021, 40(3): 222 – 229.)
- RUDIN K, DUCARD G J J, SIEGWART R Y. Active fault tolerant control with imperfect fault detection information: Applications to UAVs. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 56(4): 2792 – 2805.
- LIU K, WANG R, WANG X, et al. Anti-saturation adaptive finite-time neural network based fault-tolerant tracking control for a quadrotor UAV with external disturbances. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 115: 106790.
- ZHAO Guanglei, GAO Rushuai, Chen Jiannan. Adaptive prescribed performance control of quadrotor with unknown actuator fault. *Control and Decision*, 2021, 36(9): 2103 – 2112. (赵广磊, 高儒帅, 陈健楠. 具有执行器故障的四旋翼无人机自适应预定性能控制. *控制与决策*, 2021, 36(9): 2103 – 2112.)
- MALLAVALLI S, FEKIH A. A fault tolerant tracking control for a quadrotor UAV subject to simultaneous actuator faults and exogenous disturbances. *International Journal of Control*, 2020, 93(3): 655 – 668.
- WANG F, ZHANG X. Adaptive finite time control of nonlinear systems under time-varying actuator failures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 49(9): 1845 – 1852.
- ZHAO Zhenhua, XIAO Liang, JIANG Bin, et al. Fast nonsingular terminal sliding mode trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on extended state observers. *Control and Decision*, 37(9): 2201 – 2210. (赵振华, 肖亮, 姜斌, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制. *控制与决策*, 2022, 37(9): 2201 – 2210.)
- LIAO Weizhong, ZONG Qun, MA Yali. Modeling and finite-time control for quadrotor mini unmanned aerial vehicles. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1343 – 1350. (廖卫中, 宗群, 马亚丽. 小型四旋翼无人机建模与有限时间控制. *控制理论与应用*, 2015, 32(10): 1343 – 1350.)
- ZHOU S, GUO K, YU X, et al. Fixed-time observer based safety control for a quadrotor UAV. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(5): 2815 – 2825.
- YU S, YU X, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957 – 1964.

## 作者简介:

张思洁 硕士研究生, 目前研究方向为容错控制, E-mail: zhangsijie125@163.com;

吴怀宇 教授, 博士生导师, 主要研究方向为服务机器人及其控制、机器视觉, E-mail: wuhuy@wust.edu.cn;

郑秀娟 副教授, 主要研究方向为复杂系统状态估计、故障诊断与故障预测, E-mail: zhengxj@wust.edu.cn.