

多自由度机械臂的饱和输出反馈有限时间同步位置控制

王海红^{1†}, 季祥^{2,3}, 翟天嵩¹

(1. 南阳理工学院 智能制造学院, 河南 南阳 473004; 2. 西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安 710071;
3. 河南工业职业技术学院 自动化工程学院, 河南 南阳 473000)

摘要: 针对输入受限的多自由度机械臂高精度位置控制问题, 本文充分考虑驱动器饱和和非线性的影响, 提出了多自由度机械臂输出反馈饱和有限时间比例-微分(PD)+同步位置控制策略, 应用Lyapunov稳定性理论和几何齐次性技术证明了闭环系统的全局有限时间稳定性. 非线性饱和函数的恰当引入, 使得所提出的控制器具有清晰明确的上界, 可以通过预先选择满足特定条件的控制器参数有效避免驱动器饱和问题; 同步控制项的恰当引入, 使得所提出的控制器兼顾了多自由度机械臂各轴间的同步协调性, 从而获得更快的收敛速度和更好的系统整体性能, 满足工程实际对机械臂的高精度要求. 本文的数值仿真结果验证了所提出的控制方法的有效性和可行性.

关键词: 机械臂; 输出反馈控制; 输入受限; 位置控制; 同步控制; 全局有限时间稳定性

引用格式: 王海红, 季祥, 翟天嵩. 多自由度机械臂的饱和输出反馈有限时间同步位置控制. 控制理论与应用, 2023, 40(6): 1079 – 1088

DOI: 10.7641/CTA.2022.20205

Global output feedback finite-time synchronization position control of robot manipulators under actuator constraints

WANG Hai-hong^{1†}, JI Xiang^{2,3}, ZHAI Tian-song¹

(1. School of Intelligent Manufacturing, Nanyang Institute of Technology, Nanyang Henan 473004, China;
2. School of Electro-Mechanical Engineering, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China;
3. School of Automation Engineering, Henan Polytechnic Institute, Nanyang Henan 473000, China)

Abstract: Considering actuator constraints, a saturated output feedback finite-time PD plus gravity compensation (PD+) synchronization position controller is proposed for high-precision positioning of robot manipulators with bounded inputs. Applying the Lyapunov stability theory and geometric homogeneity technique, global finite-time stability of the closed system is proved. By properly introducing a nonlinear saturation function, the proposed controller has a clear and explicit upper bound. The actuator saturations are effectively avoided by selecting control gains a priori. By properly introducing a synchronization term into the expression of the proposed controller, the synchronization of robot manipulators system is considered, and thus obtains a faster convergence and a better system performance which meet the practical needs. Simulation results illustrate the effectiveness and feasibility of the proposed approach.

Key words: manipulators; output feedback control; bounded control; position control; synchronization control; global finite-time stability

Citation: WANG Haihong, JI Xiang, ZHAI Tiansong. Global output feedback finite-time synchronization position control of robot manipulators under actuator constraints. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(6): 1079 – 1088

1 引言

随着科技进步和工业自动化水平的不断提高, 人们对工业机器人的位置控制精度提出了越来越高的要求^[1-3]. 由于大部分实用机器人一般都只安装高精

度位置检测装置来获取关节位置信息, 而所需速度信息则通过高精度滤波器或状态观测器获得^[4-5], 加之比例-微分(proportional-derivative, PD)和比例-积分-微分(proportional-integral-derivative, PID)型的控制器

收稿日期: 2022-03-22; 录用日期: 2022-09-16.

[†]通信作者. E-mail: wanghaihong3804@163.com.

本文责任编辑: 吴敏.

国家自然科学基金项目(61971334, 51875431), 河南省科技攻关项目(212102210368), 南阳市基础与前沿研究计划项目(JCQY011), 南阳理工学院博士科研启动基金项目(NGBJ-2019-08)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61971334, 51875431), the Key Scientific and Technological Program of Henan Province (212102210368), the Basic and Frontier Research Plan Project of Nanyang (JCQY011) and the Doctoral Scientific Research Fund of Nanyang Institute of Technology (NGBJ-2019-08).

具有概念简单、参数整定规则明晰和易于工程实现等优点,故涌现出一批专家学者致力于机械臂输出反馈PD+/PID位置控制研究^[6-11].

虽然上述研究取得了令人瞩目的成就,但均假设驱动器能够提供控制算法所需的任意能量.然而,实际驱动器受其最大输出力矩的限制,不能提供无限制的能量,这种现象被称为“驱动器饱和”.控制算法的设计若不充分考虑驱动器饱和问题则会影响或限制系统的控制精度^[12].因此,部分学者设计了多自由度机械臂饱和输出反馈PD+/PID位置控制器^[13-18].具体地说,文献[13]设计了饱和输出反馈PD+(saturated output feedback PD+, SOPD+)渐近稳定控制器.文献[14]提出了饱和输出反馈PD加期望重力补偿渐近稳定控制.文献[15-17]研究了机械臂(半)全局渐近稳定饱和输出反馈PID位置控制算法.相比于渐近稳定控制,有限时间控制能获得更快收敛速度、更高控制精度和更强抗干扰性^[19],故文献[18]提出了多自由度机械臂饱和输出反馈有限时间PD+(saturated output feedback finite-time PD+, SOFPD+)控制算法.

轴间的协调性是影响多自由度机械臂高精度运动的重要因素,但上述输出反馈饱和和位置控制算法并未考虑各个轴间的协调控制.同步控制技术是研究轴间协调性的关键.近年来,将交叉耦合控制技术^[20]应用于多自由度系统位置控制的研究受到越来越多的关注^[21-24].文献[21-22]提出了多轴运动系统和移动机器人的同步控制技术,但算法的实现依赖于系统的位置和速度测量,且只能保证闭环系统的渐近稳定性.文献[23-24]实现了多自由度机械臂只基于位置信息的饱和输出反馈PD+/PID同步控制,并满足输入受限的要求,但文献[23-24]只能得到渐近稳定性的结论.

在文献[18]的基础上,本文进一步提出了饱和输出反馈有限时间PD+同步(SOFPD+ synchronization, SOFPD+S)位置控制算法,并利用Lyapunov稳定性理论和几何齐次性技术证明了闭环系统的全局有限时间稳定性.非线性同步控制项的引入,使所提出的SOFPD+S控制器兼顾了多自由度机械臂各轴间的同步协调性;具有“小误差放大、大误差饱和”功能的非线性函数的引入,使所提出的控制器在有效避免驱动器饱和的同时获得更高的控制精度和更好的系统整体性能.数值仿真结果验证了所提出的控制算法的有效性和可行性.

2 预备知识

2.1 有限时间稳定性理论

定义 1 齐次向量场和齐次系统^[4,8].

考虑时不变系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{f}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}, \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

设 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = (f_1(\boldsymbol{x}), \dots, f_n(\boldsymbol{x}))^T$ 是一个连续的向量场.对于任意给定的 $\epsilon > 0$,如果有下式成立:

$$f_i(\epsilon^{r_1} x_1, \dots, \epsilon^{r_n} x_n) = \epsilon^{d+r_i} f_i(\boldsymbol{x}), \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

则 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 称为具有齐次度 $d \in \mathbb{R}$ 的齐次向量场,其中 (r_1, \dots, r_n) ($r_i > 0, i = 1, \dots, n$)称为扩张系数.

若 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 为齐次向量场,则系统(1)为齐次系统.

引理 1 局部有限时间稳定^[4].

对于系统

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) + \hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{f}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}, \hat{\boldsymbol{f}}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n, \quad (3)$$

其中: $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 为 $d < 0$ 的齐次向量场; $\hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x})$ 为连续向量场.若 $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ 的原点渐近稳定,且有下式(4)成立:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\hat{f}_i(\epsilon^{r_1} x_1, \dots, \epsilon^{r_n} x_n)}{\epsilon^{d+r_i}} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \boldsymbol{x} \neq \mathbf{0}, \quad (4)$$

那么 $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ 是系统(3)的局部有限时间稳定平衡点.

引理 2 全局有限时间稳定^[4].

如果一个系统是全局渐近稳定的和局部有限时间稳定的,则该系统是全局有限时间稳定的.

2.2 机械臂系统模型及其主要特性

n 自由度机械臂的动力学模型为^[4]

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}) \ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{D} \dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (5)$$

其中: $\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}} \in \mathbb{R}^n$ 为关节的位置、速度和加速度矢量, $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}), \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为惯性矩阵和哥氏力和离心力矩阵, $\boldsymbol{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为对角正定的线性阻尼矩阵, $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \in \mathbb{R}^n$ 为重力矢量, $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ 为控制力矩矢量.

机械臂系统(5)具有如下主要性质^[4,8]:

性质 1 惯性矩阵 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{q})$ 对称正定且有界,即

$$\lambda_m(\boldsymbol{H}) \|\dot{\boldsymbol{q}}\|^2 \leq \dot{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{H}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{q}} \leq \lambda_M(\boldsymbol{H}) \|\dot{\boldsymbol{q}}\|^2. \quad (6)$$

性质 2 $\dot{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{q}) - 2\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$ 是反对称矩阵,即

$$\boldsymbol{\xi}^T (\dot{\boldsymbol{H}}(\boldsymbol{q}) - 2\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})) \boldsymbol{\xi} = 0, \quad \forall \boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^n. \quad (7)$$

性质 3 重力矢量 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$ 是有界的,即

$$\sup_{\boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n} \{|g_i(\boldsymbol{q})|\} \leq \kappa_{g_i}, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad (8)$$

其中: $g_i(\boldsymbol{q})$ 是 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$ 的第 i 个分量, κ_{g_i} 为已知正常数.

3 控制器设计

3.1 控制目标

论文目的是对于给定机械臂系统(5),针对期望常值位置 \boldsymbol{q}_d ,设计全局稳定的SOFPD+S控制器,并保证控制力矩满足式(9)所示的输入受限约束条件:

$$|\tau_i| \leq \tau_i^{\max}, \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad (9)$$

其中: τ_i 为控制力矩 τ 的第 i 个分量, τ_i^{\max} 表示第 i 个关节驱动器的最大输出力矩, 其值是先验已知的.

为使机械臂能稳定在任意期望位置, τ_i^{\max} 应满足

$$\tau_i^{\max} > \kappa_{gi}, \forall i = 1, \dots, n. \quad (10)$$

3.2 饱和输出反馈有限时间PD+同步位置控制器

同步误差 E 定义为每个轴的位置误差与其相邻两轴位置误差的差值关系, 即 $E = Te$ 如下所示^[21]:

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_{n-1} \\ E_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_{n-1} \\ e_n \end{pmatrix}, \quad (11)$$

其中: $e = q - q_d$ 为位置误差, T 为同步转换矩阵, 易证 T 为对称半正定矩阵. 由于与轴 i 相邻的两轴可表示为 $i - 1$ 和 $i + 1$, 而与轴 1 相邻的两轴为轴 2 和轴 n , 与轴 n 相邻的两个轴为轴 $n - 1$ 和轴 1, 于是有: 当 $i = 1$ 时, 令 $i - 1 = n$; 当 $i = n$ 时, 令 $i + 1 = 1$.

耦合位置误差 ε 定义为

$$\varepsilon = e + \lambda E = (I + \lambda T)e, \quad (12)$$

从上式易知, 当 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时, 有 $e \rightarrow 0$ 和 $E \rightarrow 0$, 即可实现各轴的同步控制, 其中 λ 为同步控制常数.

定义矢量函数 $\text{Sig}^\alpha(\cdot) \in \mathbb{R}^n$ 和 $\text{Sat}^\alpha(\cdot) \in \mathbb{R}^n$ 为

$$\text{Sig}^\alpha z = [|z_1|^\alpha \text{sgn } z_1 \ \cdots \ |z_n|^\alpha \text{sgn } z_n]^\text{T}, \quad (13)$$

$$\text{Sat}^\alpha z = [\text{sat}^\alpha z_1 \ \cdots \ \text{sat}^\alpha z_n]^\text{T}, \quad (14)$$

$$\text{Sat}^\alpha z_i = \begin{cases} |z_i|^\alpha \text{sgn } z_i, & |z_i| < 1, \\ \text{sgn } z_i, & |z_i| \geq 1. \end{cases} \quad (15)$$

值得指出的是, 参数 α 应选为 $0 < \alpha < 1$, 因为此时的矢量函数 $\text{Sig}^\alpha(\cdot)$ 具有“小误差放大”功能, 饱和函数 $\text{Sat}^\alpha(\cdot)$ 具有“小误差放大、大误差饱和”功能. 将该函数引入控制器既能满足机械臂的输入受限要求, 又能使系统具有较快瞬态响应速度和控制精度.

所提出的 SOFPD+S 控制器可表述为

$$\tau = g(q) - K_p \text{Sat}^{\alpha_1} e - K_d \text{Sat}^{\alpha_1} v - (I + \lambda T)^\text{T} K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} \varepsilon, \quad (16)$$

$$v = q_c + Bq, \quad (17)$$

$$\dot{q}_c = -A \text{Sig}^{\alpha_2}(q_c + Bq), \quad (18)$$

其中: $K_p = \text{diag}\{k_{pi}\}$ 和 $K_d = \text{diag}\{k_{di}\}$ 为正定比例和微分增益矩阵, $A = \text{diag}\{a_i\}$ 和 $B = \text{diag}\{b_i\}$ 为滤波器增益矩阵, 以及 $K_\varepsilon = \text{diag}\{k_{\varepsilon i}\}$, $i = 1, \dots, n$ 为对角正定的同步控制增益矩阵, $q_c, v \in \mathbb{R}^n$ 为辅助变量和速度估计矢量, $0 < \alpha_1 < 1$, $\alpha_2 = (\alpha_1 + 1)/2$.

将式(16)–(18)代入系统(5), 得闭环系统方程为

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + K_p \text{Sat}^{\alpha_1} e + K_d \text{Sat}^{\alpha_1} v + (I + \lambda T)^\text{T} K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} \varepsilon = 0, \quad (19)$$

$$\dot{v} = -A \text{Sig}^{\alpha_2} v + B\dot{q}. \quad (20)$$

易知原点为闭环系统唯一平衡点.

3.3 稳定性分析

引理 3 矢量 $(I + \lambda T)^\text{T} K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} \varepsilon$ 具有如下所示的明确上界:

$$|(I + \lambda T)^\text{T} K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} \varepsilon|_i \leq (1 + 2\lambda)k_{\varepsilon i} + \lambda k_{\varepsilon(i-1)} + \lambda k_{\varepsilon(i+1)}. \quad (21)$$

由 T 和 K_ε 定义, 及式(14)–(15)易证引理 3 成立.

注 1 应用性质 3 和引理 3, 控制器(16)有如下上界:

$$|\tau_i| \leq \kappa_{gi} + k_{pi} + k_{di} + (1 + 2\lambda)k_{\varepsilon i} + \lambda k_{\varepsilon(i-1)} + \lambda k_{\varepsilon(i+1)}. \quad (22)$$

由不等式(22)和条件(10)可知, 只要依据式(23)选择合适的控制器增益, 则驱动器饱和和约束条件(9)总是可以满足的.

$$k_{pi} + k_{di} + (1 + 2\lambda)k_{\varepsilon i} + \lambda k_{\varepsilon(i-1)} + \lambda k_{\varepsilon(i+1)} \leq \tau_i^{\max} - \kappa_{gi}, \forall i = 1, \dots, n. \quad (23)$$

定理 1 对于给定机械臂系统(5), 只要根据条件(23)选择合适控制器增益, 则所提出的 SOFPD+S 控制可保证闭环系统(19)和(20)的状态 $e, \dot{q}, v, \varepsilon$ 在有限时间内同时趋近于零, 实现机械臂系统的高精度同步位置控制, 同时满足驱动器的饱和和约束条件(9).

证 定理 1 的证明可由如下 3 步实现:

步骤 1 全局渐近稳定性.

选取候选 Lyapunov 函数如下:

$$V = \frac{1}{2} \dot{q}^\text{T} H(q) \dot{q} + \sum_{i=1}^n \int_0^{\varepsilon_i} k_{pi} \text{sat}^{\alpha_1} \sigma \, d\sigma + \sum_{i=1}^n \int_0^{v_i} k_{di} b_i^{-1} \text{sat}^{\alpha_1} \sigma \, d\sigma + \sum_{i=1}^n \int_0^{\varepsilon_i} k_{\varepsilon i} \text{sat}^{\alpha_1} \sigma \, d\sigma, \quad (24)$$

其中 e_i, v_i 和 ε_i 分别是矢量 e, v 和 ε 的第 i 个分量.

易得 Lyapunov 函数 V 是正定和径向无界的.

V 的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \dot{q}^\text{T} \dot{H}(q) \dot{q} + \dot{q}^\text{T} H(q) \ddot{q} + \\ & \dot{q}^\text{T} K_p \text{Sat}^{\alpha_1} e + \dot{v}^\text{T} K_d B^{-1} \text{Sat}^{\alpha_1} v + \\ & \dot{\varepsilon}^\text{T} K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} \varepsilon. \end{aligned} \quad (25)$$

由式(19)–(20)和性质 2, 及位置控制 $\dot{e} = \dot{q}$, 可得

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{q}^\text{T} \dot{H}(q) \dot{q} + \dot{q}^\text{T} (-C(q, \dot{q}) \dot{q} - D\dot{q} -$$

$$\begin{aligned}
 & K_p \text{Sat}^{\alpha_1} e - K_d \text{Sat}^{\alpha_1} v - \\
 & (I + \lambda T)^T K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} \varepsilon + \dot{q}^T K_p \text{Sat}^{\alpha_1} e + \\
 & \dot{q}^T (I + \lambda T)^T K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} \varepsilon + (-A \text{Sig}^{\alpha_2} v + \\
 & B \dot{q})^T K_d B^{-1} \text{Sat}^{\alpha_1} v = \\
 & -\dot{q}^T D \dot{q} - (\text{Sig}^{\alpha_2} v)^T A K_d B^{-1} \text{Sat}^{\alpha_1} v.
 \end{aligned} \tag{26}$$

由性质1和定义(13)–(15)易得, \dot{V} 是半负定的.

至此, Lyapunov函数 V 是全局正定和径向无界的, 其时间导数 \dot{V} 是半负定的. 应用LaSalle不变性原理^[25]可知, 闭环系统(19)–(20)是全局渐近稳定的.

步骤 2 局部有限时间稳定性.

利用引理1证明闭环系统的局部有限时间稳定性.

设 $x_1 = e = q - q_d$, $x_2 = \dot{x}_1 = \dot{q}$, $x_3 = v$, $x_4 = \varepsilon$ 和 $x = [x_1^T \ x_2^T \ x_3^T \ x_4^T]^T \in \mathbb{R}^{4n}$, 则方程(19)–(20)可改写为

$$\begin{cases}
 \dot{x}_1 = x_2, \\
 \dot{x}_2 = -H^{-1}(x_1 + q_d)[C(x_1 + q_d, x_2)x_2 + Dx_2 + K_p \text{Sat}^{\alpha_1} x_1 + K_d \text{Sat}^{\alpha_1} x_3 + (I + \lambda T)^T K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} x_4], \\
 \dot{x}_3 = -A \text{Sig}^{\alpha_2} x_3 + Bx_2, \\
 \dot{x}_4 = (I + \lambda T)x_2.
 \end{cases} \tag{27}$$

易知 $x = 0$ 是系统(27)的唯一平衡点, 但其不是齐次系统. 把上式进一步改写为

$$\begin{cases}
 \dot{x}_1 = x_2, \\
 \dot{x}_2 = -H^{-1}(q_d)[K_p \text{Sat}^{\alpha_1} x_1 + K_d \text{Sat}^{\alpha_1} x_3 + (I + \lambda T)^T K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} x_4] + \hat{f}_2(x), \\
 \dot{x}_3 = -A \text{Sig}^{\alpha_2} x_3 + Bx_2, \\
 \dot{x}_4 = (I + \lambda T)x_2,
 \end{cases} \tag{28}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \hat{f}_2(x) = & -H^{-1}(x_1 + q_d)[C(x_1 + q_d, x_2)x_2 + Dx_2] - \\
 & \tilde{H}(x_1, q_d)[K_p \text{Sat}^{\alpha_1} x_1 + K_d \text{Sat}^{\alpha_1} x_3 + \\
 & (I + \lambda T)^T K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} x_4].
 \end{aligned} \tag{29}$$

$\tilde{H}(x_1, q_d)$ 的定义为^[8]

$$\tilde{H}(x_1, q_d) = H^{-1}(x_1 + q_d) - H^{-1}(q_d). \tag{30}$$

至此, 系统(28)具备了引理1的形式. 进一步由式(28)–(30), 很容易验证 $f(0) = 0$ 和 $\hat{f}(0) = 0$.

由饱和函数 $\text{Sat}^\alpha(\cdot)$ 的定义(14)–(15)以及定义1易知, 对于任意 $|x_{1i}| < 1$ 和 $|x_{3i}| < 1$, 如下系统:

$$\begin{cases}
 \dot{x}_1 = x_2, \\
 \dot{x}_2 = -H^{-1}(q_d)[K_p \text{Sat}^{\alpha_1} x_1 + K_d \text{Sat}^{\alpha_1} x_3 + (I + \lambda T)^T K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} x_4], \\
 \dot{x}_3 = -A \text{Sig}^{\alpha_2} x_3 + Bx_2, \\
 \dot{x}_4 = (I + \lambda T)x_2
 \end{cases} \tag{31}$$

是一个具有齐次度 $d = \alpha_1 - 1 < 0$ 的齐次系统, 其中扩张系数 $(r_{1i}, r_{2i}, r_{3i}, r_{4i})$ 可取为 $r_{1i} = r_1 = 2, r_{2i} = r_2 = \alpha_1 + 1, r_{3i} = r_3 = r_1, r_{4i} = r_4 = r_1$.

接下来证明闭环系统(28)(也就是系统(27))的局部有限时间稳定性. 首先证明 $x = 0$ 是系统(31)的渐近稳定平衡点. 构建正定正则候选Lyapunov函数为

$$\begin{aligned}
 V_1 = & \frac{1}{2} x_2^T H(q_d) x_2 + \\
 & \sum_{i=1}^n \int_0^{x_{1i}} k_{pi} \text{sat}^{\alpha_1} \sigma \, d\sigma + \\
 & \sum_{i=1}^n \int_0^{x_{3i}} k_{di} b_i^{-1} \text{sat}^{\alpha_1} \sigma \, d\sigma + \\
 & \sum_{i=1}^n \int_0^{x_{4i}} k_{\varepsilon i} \text{sat}^{\alpha_1} \sigma \, d\sigma.
 \end{aligned} \tag{32}$$

V_1 沿齐次系统(31)的时间导数为

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1 = & x_2^T H(q_d) \dot{x}_2 + \dot{x}_1^T K_p \text{Sat}^{\alpha_1} x_1 + \\
 & \dot{x}_3^T K_d B^{-1} \text{Sat}^{\alpha_1} x_3 + \dot{x}_4^T K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} x_4 = \\
 & x_2^T (-K_p \text{Sat}^{\alpha_1} x_1 - K_d \text{Sat}^{\alpha_1} x_3 - \\
 & (I + \lambda T)^T K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} x_4) + x_2^T K_p \text{Sat}^{\alpha_1} x_1 + \\
 & (-A \text{Sig}^{\alpha_2} x_3 + Bx_2)^T K_d B^{-1} \text{Sat}^{\alpha_1} x_3 + \\
 & x_2^T (I + \lambda T)^T K_\varepsilon \text{Sat}^{\alpha_1} x_4 = \\
 & -(A \text{Sig}^{\alpha_2} x_3)^T A K_d B^{-1} \text{Sat}^{\alpha_1} x_3,
 \end{aligned} \tag{33}$$

在上式的推导过程中, 本文利用了位置控制性质 $\dot{H}(q_d) = 0$. 根据表达式(33)易知, \dot{V}_1 是半负定的.

于是有 V_1 是正定和径向无界的, \dot{V}_1 是半负定的. 应用LaSalle不变性原理^[25]可进一步证明原点是齐次系统(31)的全局渐近稳定平衡点.

接下来, 证明由式(29)定义的 $\hat{f}_2(x)$ 满足引理1的条件(4). 注意到 $H^{-1}(x_1 + q_d)$ 和 $C(x_1 + q_d, x_2)$ 都是光滑的^[8]且 $d < 0$, 于是有

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} - \frac{H^{-1}(\epsilon^{r_1} \mathbf{x}_1 + \mathbf{q}_d)[C(\epsilon^{r_1} \mathbf{x}_1 + \mathbf{q}_d, \epsilon^{r_2} \mathbf{x}_2) \epsilon^{r_2} \mathbf{x}_2 + D \epsilon^{r_2} \mathbf{x}_2]}{\epsilon^{d+r_2}} = -H^{-1}(\mathbf{q}_d)[C(\mathbf{q}_d, \mathbf{0}) + D] \mathbf{x}_2 \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon^{-d} = 0 \quad (34)$$

对 $\tilde{H}(\mathbf{x}_1, \mathbf{q}_d)$ 的每一个分量应用中值定理^[8]有

$$\tilde{H}(\epsilon^{r_1} \mathbf{x}_1, \mathbf{q}_d) = H^{-1}(\epsilon^{r_1} \mathbf{x}_1 + \mathbf{q}_d) - H^{-1}(\mathbf{q}_d) = o(\epsilon^{r_1}), \quad (35)$$

进而, 对于 $|x_{1i}| < 1, |x_{3i}| < 1$ 和 $|x_{4i}| < 1$, 有

$$\begin{aligned} & \lim_{\epsilon \rightarrow 0} - \frac{\tilde{H}(\epsilon^{r_1} \mathbf{x}_1, \mathbf{q}_d)[K_p \text{Sat}^{\alpha_1}(\epsilon^{r_1} \mathbf{x}_1) + K_d \text{Sat}^{\alpha_1}(\epsilon^{r_3} \mathbf{x}_3)]}{\epsilon^{d+r_2}} + \\ & \lim_{\epsilon \rightarrow 0} - \frac{\tilde{H}(\epsilon^{r_1} \mathbf{x}_1, \mathbf{q}_d)[(I + \lambda T)^T K_\epsilon \text{Sat}^{\alpha_1}(\epsilon^{r_4} \mathbf{x}_4)]}{\epsilon^{d+r_2}} = \\ & - \lim_{\epsilon \rightarrow 0} o(\epsilon^{r_1-d-r_2})[K_p \text{Sat}^{\alpha_1}(\epsilon^{r_1} \mathbf{x}_1) + K_d \text{Sat}^{\alpha_1}(\epsilon^{r_3} \mathbf{x}_3)] - \\ & \lim_{\epsilon \rightarrow 0} o(\epsilon^{r_1-d-r_2})[(I + \lambda T)^T K_\epsilon \text{Sat}^{\alpha_1}(\epsilon^{r_4} \mathbf{x}_4)] = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

注意到上式结论的推导利用了当 $0 < \alpha_1 < 1$ 时, $r_1 - d - r_2 = 2(1 - \alpha_1) > 0$ 的事实.

对 $\mathbf{x} \in D = \{\mathbf{x} \mid |x_{1i}| < 1, |x_{3i}| < 1, |x_{4i}| < 1\}$ 有

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\hat{\mathbf{f}}_2(\epsilon^{r_1} \mathbf{x}_1, \epsilon^{r_2} \mathbf{x}_2, \epsilon^{r_3} \mathbf{x}_3, \epsilon^{r_4} \mathbf{x}_4)}{\epsilon^{d+r_2}} = 0. \quad (37)$$

根据引理1的内容可得出闭环系统(28)(也就是系统(19)–(20))是局部有限时间稳定的.

步骤3 全局有限时间稳定性.

结合前面两个步骤的证明结果, 应用引理2可以得出, 闭环系统(19)和(20)是全局有限时间稳定的.

证毕.

注2 若用式(14)定义的饱和函数 $\text{Sat}(\cdot)^\alpha$ 替换滤波器(18)中的非线性函数 $\text{Sig}^\alpha(\cdot)$, 即

$$\dot{\mathbf{v}} = -A \text{Sat}^{\alpha_2} \mathbf{v} + B \dot{\mathbf{q}}, \quad (38)$$

定理1的结论仍然成立. 运用与定理1类似的方法, 不难证明此种情况下闭环系统的全局有限时间稳定性.

注3 与Loria等^[13]的SOPD+控制(42)–(43)相比, 所提出的饱和SOFPD+S同步控制引入了一类非光滑但连续的饱和函数和同步控制项, 进一步提高了系统的运动精度和整体性能; 此外, 所提出的SOFPD+S控制保证了闭环系统的全局有限时间稳定性. 相比之下, Loria等^[13]的SOPD+控制则只能保证闭环系统的渐近稳定性.

注4 与饱和输出反馈PD+同步^[24](SOPD+ synchronization, SOPD+S)位置控制器(44)相比, 所提出的SOFPD+S控制器引入的具有“小误差放大、大误差饱和”功能的非线性函数, 使得机械臂系统满足了输入受限要求, 提高了系统的瞬态响应速度和稳态定位精度, 实现了闭环系统的全局有限时间稳定位置控制. 相比之下, 饱和输出反馈同步控制SOPD+S则只能保证闭环系统的全局渐近稳定性.

注5 由所提出的SOFPD+S控制表达式(16)和耦合误

差 ϵ 定义(12)可见, 同步常数 λ 越大同步控制作用越强, 同步效果越好. 但 λ 越大所需的控制力矩也越大, 进而可能会影响或限制系统性能的实现. 故要结合实际系统选择合适的 λ 值.

注6 若令控制器(16)中的参数 $\lambda = 0$ 和 $K_\epsilon = \mathbf{0}$, 则得到文献^[18]提出的SOFPD+控制

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{g}(\mathbf{q}) - K_p \text{Sat}^{\alpha_1} \mathbf{e} - K_d \text{Sat}^{\alpha_1} \mathbf{v}. \quad (39)$$

值得说明的是, 所提出的SOFPD+S控制和SOFPD+^[18]控制是有明显区别的. SOFPD+控制是利用位置误差 \mathbf{e} 、速度估计 \mathbf{v} 作为反馈信息, 能保证在有限时间内 $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}, \mathbf{v} \rightarrow \mathbf{0}$, 而所提出的SOFPD+S控制是利用位置误差 \mathbf{e} 、速度估计 \mathbf{v} 和耦合位置误差 ϵ 作为反馈信息的, 能同时保证在有限时间内 $\mathbf{e} \rightarrow \mathbf{0}, \mathbf{v} \rightarrow \mathbf{0}$ 和 $\epsilon \rightarrow \mathbf{0}$, 进而实现同步误差 \mathbf{E} 趋近于零, 能实现多自由度机械臂各轴之间的同步运动.

注7 若令控制器(16)中的参数 $\alpha_1 = 1$, 则可以得到如式(40)–(41)所示的非饱和和线性输出反馈PD+同步(linear output feedback PD+ synchronization, LOPD+S)控制器

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{g}(\mathbf{q}) - K_p \mathbf{e} - K_d \mathbf{v} - (I + \lambda T)^T K_\epsilon \boldsymbol{\epsilon}, \quad (40)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = -A \mathbf{v} + B \dot{\mathbf{q}}. \quad (41)$$

利用Lyapunov直接方法和LaSalle不变性原理很容易证明闭环系统的全局渐近稳定性.

4 数值仿真分析

通过三自由度机械臂(详见文献^[18])数值仿真验证所提出的控制算法的有效性和可行性, 其中线性阻尼矩阵为 $D = \text{diag}\{0.193, 0.852, 1.524\}$.

仿真1 与非饱和和渐近同步控制LOPD+S比较.

首先将所提出的SOFPD+S同步控制与非饱和同步控制LOPD+S(40)–(41)进行仿真分析. 将这两种控制器进行比较的依据是: 它们具有相似的结构且均能实现同步位置控制. 参数 $\boldsymbol{\tau}^{\max} = [50 \ 30 \ 30]^T \text{ N}\cdot\text{m}$, $\mathbf{q}_d = [\pi \ \pi \ \pi]^T \text{ rad}$. 控制器初始条件选为零. 采样周

期取为 $T = 1 \text{ ms}$. 由机械臂性质3可得 $\kappa_{g1} = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$, $\kappa_{g2} = 3.085 \text{ N}\cdot\text{m}$ 和 $\kappa_{g3} = 0.990 \text{ N}\cdot\text{m}$. 将这些值代入机械臂增益限制条件(23), 经反复试验调试, 所提出的SOFPD+S控制器增益参数可选为: $\lambda = 0.2$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = (\alpha_1 + 1)/2 = 0.75$, $\mathbf{K}_p = \text{diag}\{10, 6, 6\}$, $\mathbf{K}_d = \text{diag}\{14, 6, 6\}$, $\mathbf{K}_e = \text{diag}\{8, 8, 8\}$, $\mathbf{A} = \text{diag}\{100, 100, 100\}$ 和 $\mathbf{B} = \text{diag}\{20, 20, 20\}$. 为了体现比较的相对公平性, 非饱和渐近控制LOPD+S的参数和所提出的SOFPD+S控制相同.

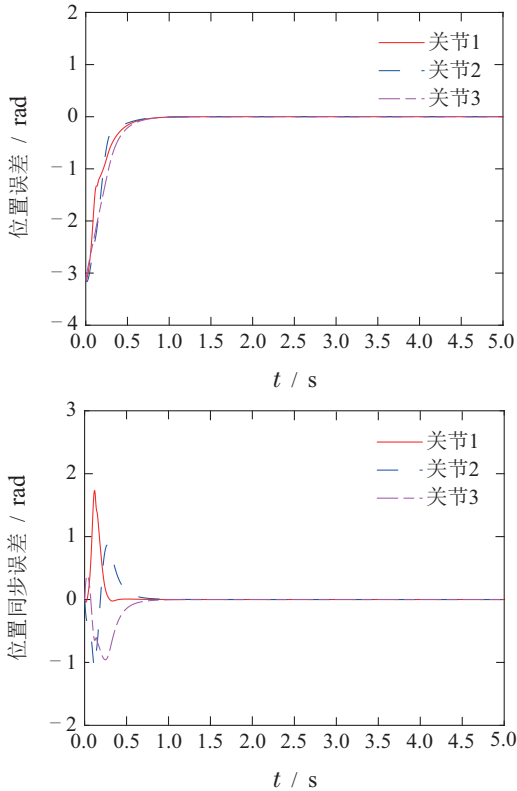


图1 LOPD+S控制的位置误差和同步误差

Fig. 1 Position and synchronization errors of LOPD+S

图1和图2给出了两种控制器作用下的位置误差和同步误差, 图3和图4给出了相应的控制力矩. 对比图1和图2的仿真结果可以看出, 经过初始的较大误差的暂态过渡过程之后, 两种控制算法均能使机械臂的3个轴同步协调运动到所期望的位置, 且两者的收敛速度相当, 即所提出的饱和有限时间SOFPD+S控制与非饱和渐近LOPD+S控制在仿真上具有相似的动态跟随性能. 但比较图3和图4可以看出, 所提出的饱和SOFPD+S控制的控制力矩均在驱动控制力矩的限制条件之内, 满足实际系统输入受限的要求; 而非饱和LOPD+S控制的控制力矩约是SOFPD+S相应控制力矩的2倍以上, 远远超出了限制条件, 将其用在实际的机械臂位置控制上, 受实际驱动器最大输出力矩的限制, 实际的驱动器不可能输出仿真的控制力矩, 即不能获得预期的控制效果, 这就意味着, 在相同的控制力矩下, 所提出的饱和SOFPD+S控制相比于非饱和和

LOPD+S控制能获得更好的系统性能, 满足工程实际的需要.

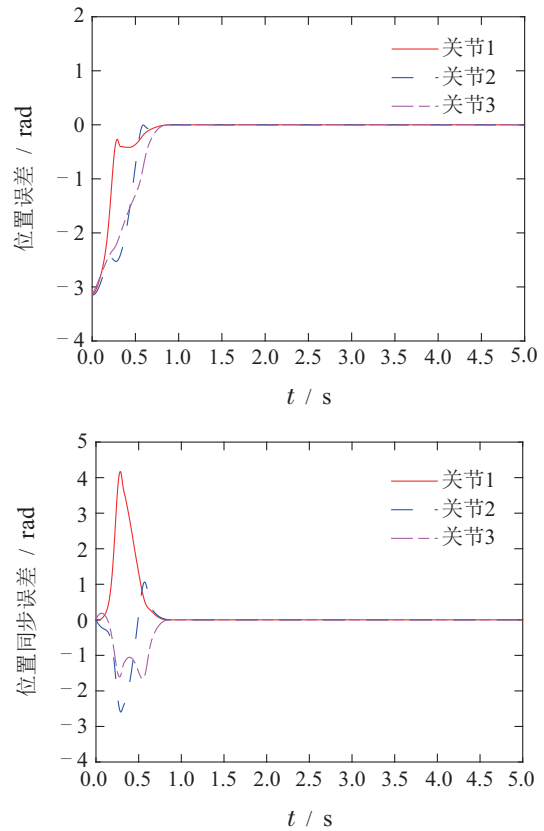
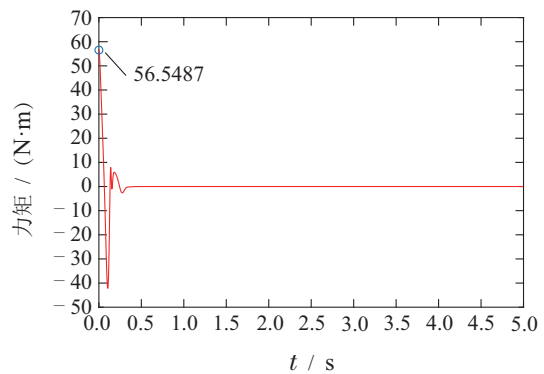
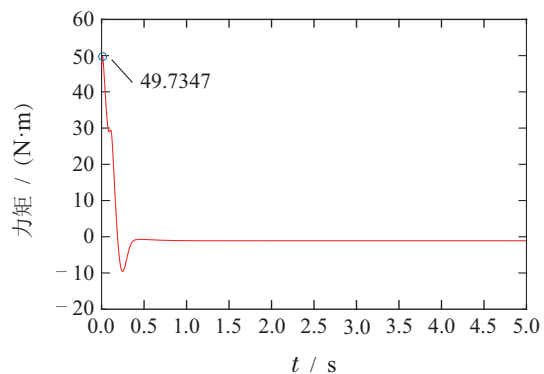


图2 SOFPD+S控制的位置误差和同步误差

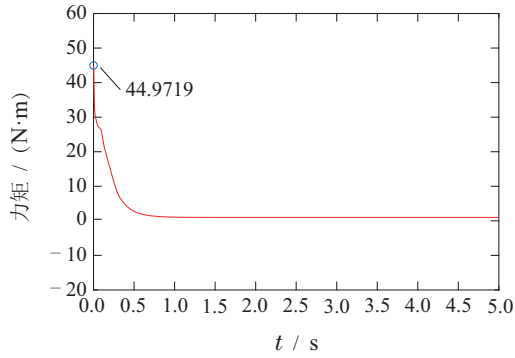
Fig. 2 Position and synchronization errors of SOFPD+S



(a) 关节1



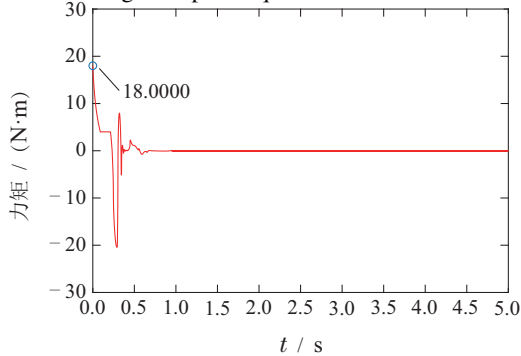
(b) 关节2



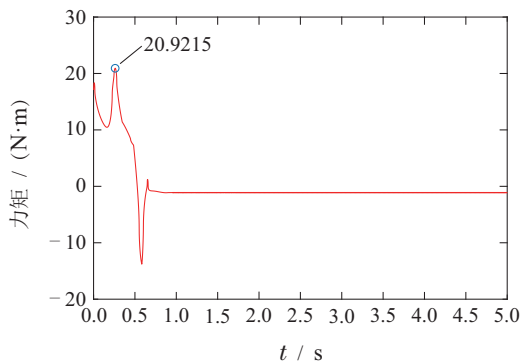
(c) 关节3

图 3 LOPD+S控制的控制力矩

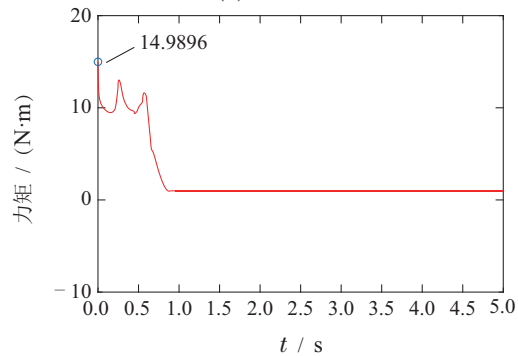
Fig. 3 Input torques of LOPD+S



(a) 关节1



(b) 关节2



(c) 关节3

图 4 SOFPD+S控制的控制力矩

Fig. 4 Input torques of SOFPD+S

仿真 2 与饱和渐近控制SOPD+^[13]的比较.
Loria等^[13]提出的饱和输出反馈控制SOPD+为

$$\tau = g(q) - K_p \text{Tanh}(e) - K_d \text{Tanh}(q_c + Bq), \quad (42)$$

$$\dot{q}_c = -A \text{Tanh}(q_c + Bq), \quad (43)$$

其中 $\text{Tanh}(\cdot) \in \mathbb{R}^n$ 表示标准的双曲正切矢量函数.

将这两种控制器进行比较的依据是: 它们具有相似的控制结构且均能满足机械臂输入受限要求. 机械臂模型和条件与仿真1相同. 所提出的SOFPD+S控制的控制参数与仿真1相同. 为了体现比较的公平性, Loria等^[13]的SOPD+参数与所提出的SOFPD+S相同, 但不含参数 $\alpha_1, \alpha_2, \lambda$ 和 K_e .

图5描述了饱和SOPD+^[13]控制的位置误差和同步误差, 图6给出了对应的控制力矩. 值得说明的是, 图5是为了便于和所提出的SOFPD+S控制的同步误差进行比较而绘制的, 而在SOPD+^[13]控制器表达式(42)中并没有该同步控制项. 对比图2和图5可以看出, 在相同控制器参数下, 所提出的SOFPD+S相比于SOPD+^[13]控制, 具有更快的响应速度和控制精度. 同时, 所提出的SOFPD+S控制很好地实现了关节间的同步运动(3个关节达到所期望位置的时刻均是0.8 s左右). 而Loria等^[13]提出的SOPD+控制不能使3个关节很好地同步协调运动(3个关节达到期望位置的时刻分别为2 s, 2.4 s和3 s左右). 由图4和图6可见, 两种控制的控制力矩均没有超出最大驱动力矩的限制值, 且所提出的饱和有限时间SOFPD+S控制的控制力矩相比于饱和SOPD+^[13]控制的并没有明显增加, 即在不明显增加系统控制力矩的情况下, 所提出的SOFPD+S控制获得了更好的控制性能, 这进一步表明了所提出的控制算法的工程实用性和有效性.

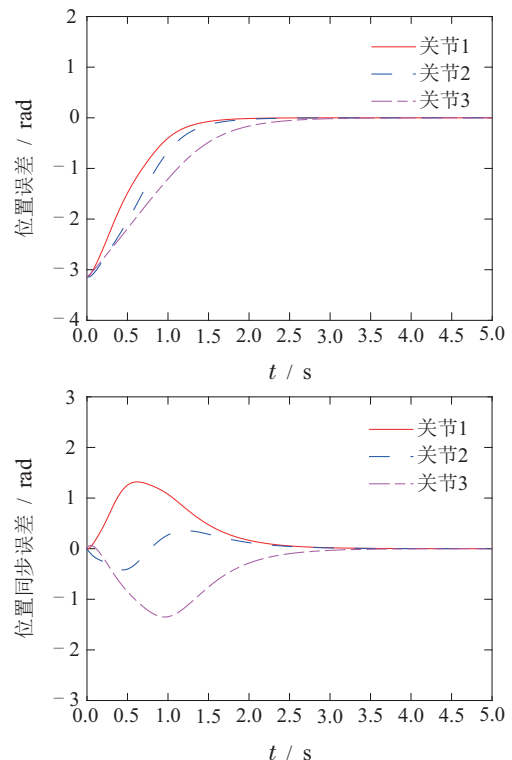


图 5 SOPD+^[13]控制的位置误差和同步误差

Fig. 5 Position and synchronization errors of SOPD+^[13]

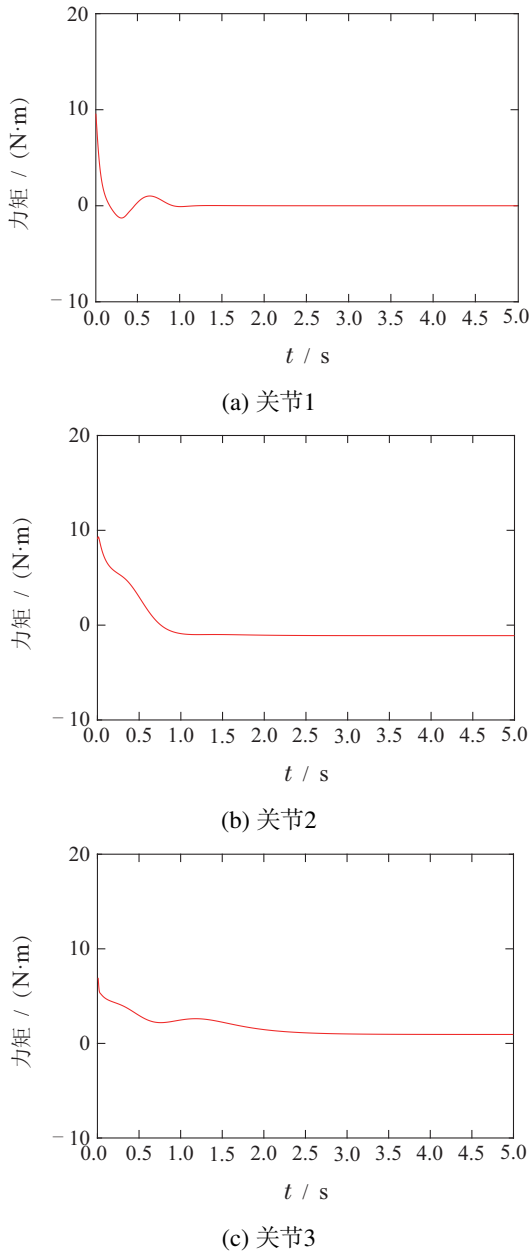


图6 SOPD+^[13]控制的控制力矩
Fig. 6 Input torques of SOPD+^[13]

仿真3 与饱和渐近同步控制SOPD+S^[24]的比较. 饱和输出反馈SOPD+S控制如下:

$$\tau = g(q) - K_p \text{Tanh}(e) - K_d \text{Tanh}(v) - (I + \lambda T)^T K_\varepsilon \text{Tanh}(\varepsilon), \quad (44)$$

其中滤波器表达式与式(41)相同.

将这两种控制器进行比较的依据是: 它们具有相似的控制结构且均能实现机械臂系统的输出反馈稳定同步位置控制并都能满足驱动器的饱和和非线性要求. 所提出的饱和SOFPD+S控制的初始条件和控制增益和仿真1-2中的相同. 为了体现比较的相对公平性, SOPD+S同步控制器的控制参数选为和所提出的SOFPD+S控制器的一致, 但不包括参数 α_1 和 α_2 .

图7和图8给出了SOPD+S^[24]控制的仿真结果. 对比图2和图7可以看出, 相比于SOPD+S^[24]控制, 所提出的SOFPD+S控制具有更快的收敛速度和更好的定位精度; 且所提出的SOFPD+S控制驱动3个关节同时到达期望位置的时刻为0.8s左右, 而SOPD+S^[24]控制为1s左右, 即所提出的SOFPD+S控制具有更好的同步控制效果. 进一步对比图4和图8可以看出, 所提出的SOFPD+S控制和SOPD+S^[24]控制的控制力矩均在其限制条件之内, 且所提出的SOFPD+S的控制作用相比SOPD+S^[24]控制的并没有明显增加, 故所提出的SOFPD+S控制能获得更好的控制精度和系统整体性能. 值得指出的是, 由于控制器同步参数 λ 和 K_ε 相同, 所以图2和图7的同步误差曲线差距不是很大.

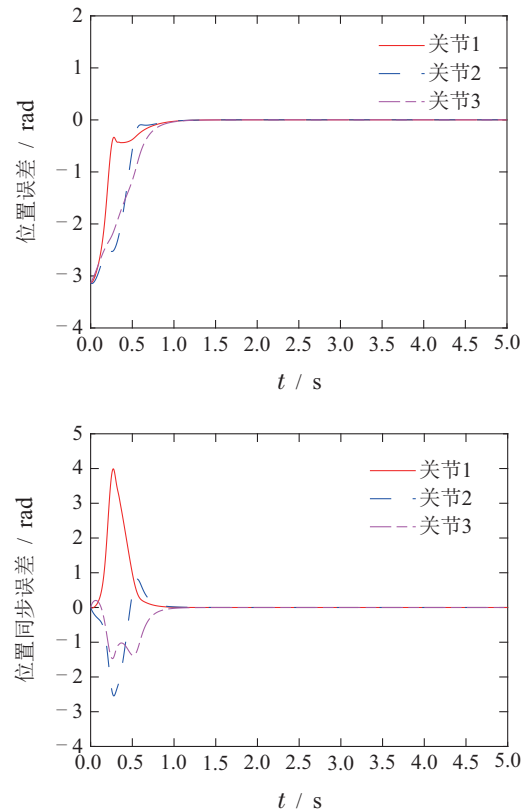
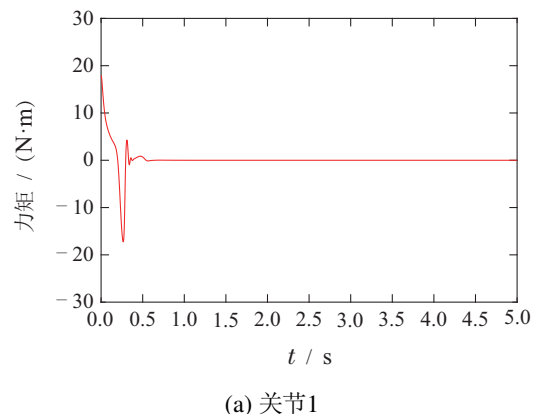
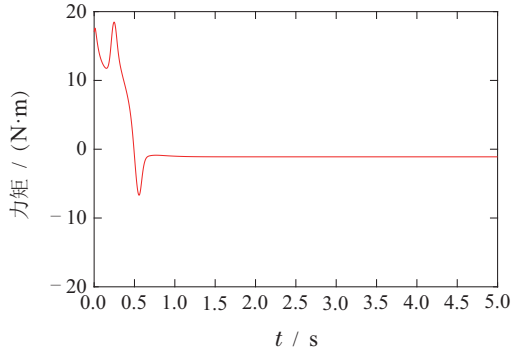
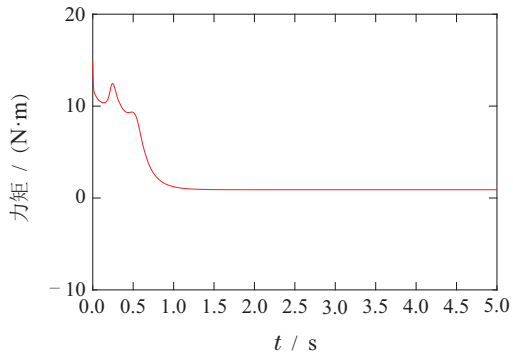


图7 SOPD+S^[24]控制的位置误差和同步误差
Fig. 7 Position and synchronization errors of SOPD+S^[24]





(b) 关节2



(c) 关节3

图 8 SOPD+S^[24]控制的控制力矩

Fig. 8 Input torques of SOPD+S^[24]

仿真 4 与饱和有限时间控制SOFPD+^[18]的比较.

将这两种控制器进行比较的依据是: 它们具有相似的结构且均能实现多自由度机械臂的饱和输出反馈有限时间控制. 所提出的饱和SOFPD+S控制的初始条件和控制增益与前面仿真中相同. 为了体现比较的相对公平性, SOFPD+^[18]控制的控制参数和所提出的SOFPD+S控制的相同, 但不包括同步参数 λ 和 K_ϵ .

图9和图10给出了相应的仿真结果, 且图9也是为了便于比较而绘制的. 通过对比图2和图9, 图4和图10可以清楚看出, 在相同的控制器参数下, 所提出的饱和有限时间同步SOFPD+S控制和饱和有限时间SOFPD+^[18]控制均能满足机械臂系统的输入受限条件; 此外, 非线性同步控制项的引入, 使得所提出的有限时间SOFPD+S控制具有更快的响应速度和更好的同步作用, 提高了系统的控制精度和综合性能.

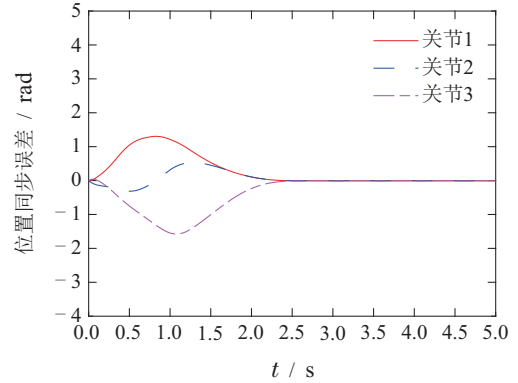
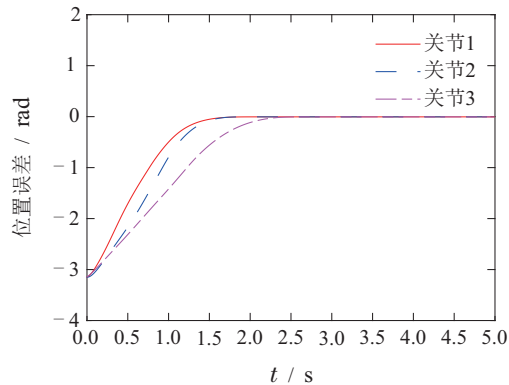
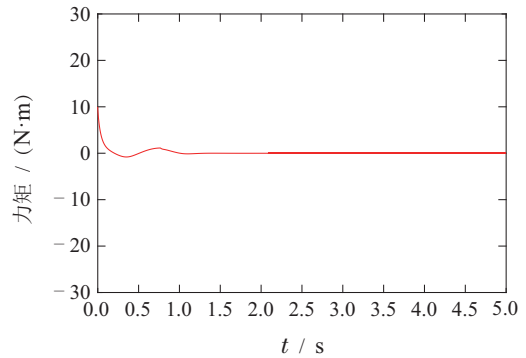
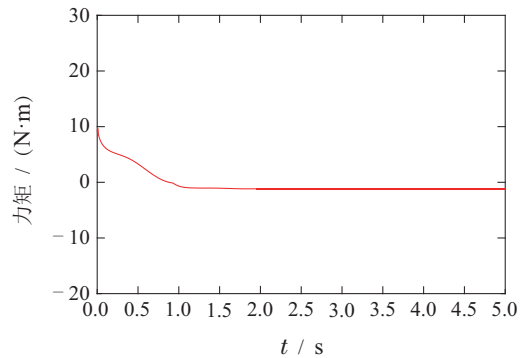


图 9 SOFPD+^[18]控制的位置误差和同步误差

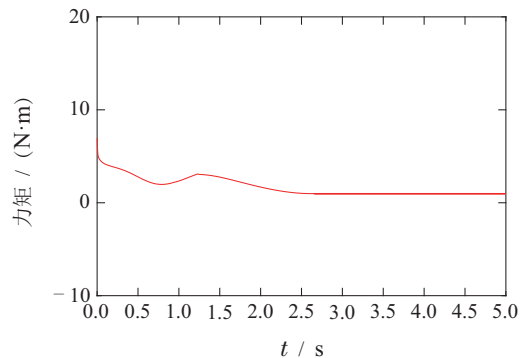
Fig. 9 Position and synchronization errors of SOFPD+^[18]



(a) 关节1



(b) 关节2



(c) 关节3

图 10 SOFPD+^[18]控制的控制力矩

Fig. 10 Input torques of SOFPD+^[18]

由上述仿真结果可以得出: 所提出的SOFPD+S控制很好地解决了输入受限机械臂系统的输出反馈有限时间同步位置控制问题. 相比于非饱和渐近稳定同

步LOPD+S控制、饱和渐近稳定SOPD+[13]控制、饱和渐近稳定同步SOPD+S[24]控制、以及饱和和有限时间稳定SOFPD+[18]控制均获得更好的系统控制精度和整体性能。

5 结论

论文提出了多自由度机械臂的输出反馈饱和有限时间PD+同步位置控制策略,应用Lyapunov稳定性理论和几何齐次性技术证明了闭环系统的全局有限时间稳定性. 所提出的控制器具有清晰明确的上界,可以通过预先选择控制器参数满足确定的条件来有效避免驱动器饱和,进而克服驱动器饱和对控制系统性能的潜在影响. 数值仿真结果表明所提出的控制方法在满足机械臂输入受限条件和保证各轴同步协调运动的前提下,具有更快的收敛速度和控制精度. 所提出的饱和有限时间同步位置控制器不仅保证了多自由度机械臂的输出反馈全局有限时间稳定调节,同时也为一大类输入受限的非线性二阶系统的输出反馈有限时间同步位置镇定提供了一种有效的替代方法.

参考文献:

- [1] GUO D S, LI Z X, KHAN A H, et al. Repetitive motion planning of robotic manipulators with guaranteed precision. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2021, 17(1): 356 – 366.
- [2] LI Xiaohua, YANG Ruifang, LIU Hui, et al. Adaptive finite-time bounded- H_∞ tracking control for a class of manipulator system. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(1): 147 – 156.
(李小华, 杨瑞芳, 刘辉, 等. 一类机械臂系统自适应有限时间有界 H_∞ 跟踪控制. *控制理论与应用*, 2021, 38(1): 147 – 156.)
- [3] COLE M O T, SHINONAWANIK P, WONGRATANAPHISAN T. Time-domain prefilter design for enhanced tracking and vibration suppression in machine motion control. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 104: 106 – 119.
- [4] SU Yuxin. *Control Theory for Nonlinear Robotic Manipulators*. Beijing: Science Press, 2008.
(苏玉鑫. 非线性机器人系统控制理论. 北京: 科学出版社, 2008.)
- [5] YU X B, HE W, LI H Y, et al. Adaptive fuzzy full-state and output-feedback control for uncertain robots with output constraint. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 51(11): 6994 – 7007.
- [6] SU Y X, MULLER P C, ZHENG C H. A global asymptotic stable output feedback PID regulator for robot manipulators. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Roma: IEEE, 2007: 4484 – 4489.
- [7] WANG H H, SU Y X, ZHANG L Y. Global output feedback position regulation of friction robot manipulators. *Proceedings of the IMechE, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2017, 231(3): 230 – 241.
- [8] HONG Y G, XU Y S, HUANG J. Finite-time control for robot manipulators. *Systems and Control Letters*, 2002, 46(4): 243 – 253.
- [9] SU Y X, ZHENG C H, MULLER P C. Global continuous finite-time output feedback regulation of robot manipulators. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Pasadena: IEEE, 2008: 3383 – 3388.
- [10] SU Y X, ZHENG C H. A simple nonlinear PID control for global finite-time regulation of robot manipulators without velocity measurements. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Anchorage: IEEE, 2010: 4651 – 4656.
- [11] WANG H H, SU Y X. Global finite-time regulation of robot manipulators using only position measurements. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2018, 40(5): 1681 – 1690.
- [12] HONG Y, YAO B. A globally stable saturated desired compensation adaptive robust control for linear motor systems with comparative experiments. *Automatica*, 2007, 43(10): 1840 – 1848.
- [13] LORIA A, KELLY R, ORTEGA R, et al. On global output feedback regulation of Euler-Lagrange systems with bounded inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1138 – 1143.
- [14] SU Y X, PARRA-VEGA V. Global asymptotic saturated output feedback control of robot manipulators. *Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation*. Chongqing, China: IEEE, 2008: 3445 – 3450.
- [15] ALVAREZ-RAMIREZ J, KELLY R, CERVANTES I. Semiglobal stability of saturated linear PID control for robot manipulators. *Automatica*, 2003, 39(6): 989 – 995.
- [16] MENDOZA M, ZAVALA-RIO A, SANTIBANEZ V, et al. Output-feedback proportional-integral-derivative type control with simple tuning for the global regulation of robot manipulators with input constraints. *IET Control Theory and Applications*, 2015, 9(14): 2097 – 2106.
- [17] SU Y X, MULLER P C, ZHENG C H. Global asymptotic saturated PID control for robot manipulators. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(6): 1280 – 1288.
- [18] WANG H H, SU Y X, ZHANG L Y. Global output feedback finite-time regulation of robot manipulators under actuator constraints. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2017, 139(6): 064501.
- [19] MENG Z Y, REN W, YOU Z. Distributed finite-time attitude containment control for multiple rigid bodies. *Automatica*, 2010, 46(12): 2092 – 2099.
- [20] XIAO Y, ZHU K Y, LIAW H C. Generalized synchronization control of multi-axis motion systems. *Control Engineering Practice*, 2005, 13(7): 809 – 819.
- [21] SUN D, SHAO X Y, FENG G. A model-free cross-coupled control for position synchronization of multi-axis motions: Theory and experiments. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2007, 15(2): 306 – 314.
- [22] SUN D, WANG C. Controlling swarms of mobile robots for switching between formations using synchronization concept. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Roma: IEEE, 2007: 2300 – 2305.
- [23] WANG Yongtao. *Synchronization precision motion control of multi-axis robotic system with actuator constraints*. Xi'an: Xidian University, 2018.
(王永涛. 输入受限多轴机器人系统同步精密运动控制. 西安: 西安电子科技大学, 2018.)
- [24] ZHU Shengqiang. *High-precision synchronous control technology for multi-axis systems*. Xi'an: Xidian University, 2014.
(朱生强. 多轴系统高精度同步控制技术. 西安: 西安电子科技大学, 2014.)
- [25] CHENG Daizhan. *Applied Nonlinear Control*. Beijing: China Machine Press, 2006.
(程代展. 应用非线性控制, 北京: 机械工业出版社, 2006.)

作者简介:

王海红 博士, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性系统控制、非线性机器人系统控制算法研究, E-mail: wanghaihong3804@163.com;

季祥 博士研究生, 目前研究方向为机器人控制技术、太阳能聚光器结构设计、视日跟踪伺服系统, E-mail: 19848280@qq.com;

翟天嵩 硕士, 教授, 目前研究方向为伺服运动控制系统的分析和设计, E-mail: my990815@163.com.