

## 变负载机械手轨迹跟踪控制器设计

赵兴强<sup>1</sup>, 刘振<sup>1,2†</sup>, 朱全民<sup>3</sup>

(1. 青岛大学 自动化学院, 山东 青岛 266071; 2. 青岛大学 山东省工业控制技术重点实验室, 山东 青岛 266071;

3. 英国西英格兰大学 工程设计与数学系, 英国 布里斯托 BS161QY)

**摘要:** 本文针对具有变负载的不确定刚性机械手系统, 提出了一种依赖平均驻留时间的神经网络自适应切换控制策略。本控制方案将夹持不同负载的刚性机械手系统视为切换系统, 即根据负载的不同将整个系统分为若干子系统, 并基于平均驻留时间原则对每个子系统分别设计控制器。在各子系统中, 分别采用径向基函数(RBF)神经网络逼近系统结构参数, 以避免控制器对系统精确模型的依赖。同时, 基于神经网络设计鲁棒补偿项, 以抑制集总扰动对系统的影响。然后, 利用多Lyapunov函数方法证明了轨迹跟踪误差的一致最终有界性。最后, 通过仿真验证, 所提出的控制方案不仅可实现变负载机械手期望轨迹的高精度跟踪, 而且可有效削弱输入力矩的抖振。

**关键词:** 切换控制器; 机械手; 神经网络; 平均驻留时间; 自适应控制

**引用格式:** 赵兴强, 刘振, 朱全民. 变负载机械手轨迹跟踪控制器设计. 控制理论与应用, 2024, 41(4): 738 – 744

DOI: 10.7641/CTA.2023.20342

## Trajectory tracking controller design for manipulator with variable loads

ZHAO Xing-qiang<sup>1</sup>, LIU Zhen<sup>1,2†</sup>, ZHU Quan-min<sup>3</sup>

(1. School of Automation, Qingdao University, Qingdao Shandong 266071, China;

2. Shandong Key Laboratory of Industrial Control Technology, Qingdao University, Qingdao Shandong 266071, China;

3. Department of Engineering Design and Mathematics, University of the West of England, Bristol BS161QY, UK)

**Abstract:** In this paper, a neural network adaptive switching control strategy based on the average dwell time is proposed for uncertain rigid manipulator system with variable loads. In this proposal, the rigid manipulator system holding different loads is treated as a switched system, which is divided into several subsystems according to different loads, and then different sub controllers are designed for each subsystem based on the average dwell time principle. In every subsystem, the RBF neural network is utilized for approaching to the system structural parameters to avoid the dependence of the controller on accurate system model. Meanwhile, the RBF neural network is employed to design the robust compensation term to suppress the influence of lumped disturbance of the system. Then, the uniform final boundedness of trajectory tracking error is verified by multi-Lyapunov function method. Finally, the simulation results show that the proposed algorithm can not only achieve the high-precision tracking of the manipulator with variable loads, but effectively eliminate the chattering of input torque.

**Key words:** switching controller; robotic manipulator; neural network; average dwell time; adaptive control

**Citation:** ZHAO Xingqiang, LIU Zhen, ZHU Quanmin. Trajectory tracking controller design for manipulator with variable loads. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(4): 738 – 744

## 1 引言

在科技不断发展的时代背景下, 机器人作为工业生产的强有力工具已经引起了广泛的关注, 其在微电子、医疗、码垛、物流等领域拥有举足轻重的地位, 而

机械手作为机器人系统的关键组成部分, 因其能够对期望轨迹实现高精度跟踪, 在机器人控制中得到了广泛应用。然而, 由于机械手系统的高度非线性、强耦合性, 导致其动力学参数难以精确预测。事实上, 由于机

收稿日期: 2022–05–03; 录用日期: 2023–03–08.

†通信作者. E-mail: zliu@qdu.edu.cn; Tel.: +86 15589815125.

本文责任编辑: 方勇纯。

国家自然科学基金项目(61803217, 62003231), 山东省自然科学基金项目(ZR2023MF029), 山东省高等学校优秀青年创新团队支持计划项目(2022KJ142)资助。

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61803217, 62003231), the Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2023MF029) and the Team Plan for Youth Innovation of Universities in Shandong Province (2022KJ142).

械手受到关节摩擦、载荷变化、测量误差等不确定因素的影响, 很难获得精确的动力学模型。为处理参数的不确定性, 国内外学者提出了一系列先进的控制方法, 包括滑模控制<sup>[1-2]</sup>、自适应控制<sup>[3]</sup>、反步控制法<sup>[4]</sup>、动态面控制<sup>[5]</sup>、神经网络<sup>[6]</sup>及模糊控制<sup>[7]</sup>等。文献[8]针对含有动态摩擦及未知有界扰动的机械手系统, 设计了自适应控制算法, 并基于此算法实现了对期望轨迹的渐近跟踪。文献[9]给出了一种新型任务空间自适应方法, 利用径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络处理惯性参数及运动学参数。文献[10]提出一种基于神经网络的鲁棒补偿方法, 并利用反向传播算法和Lyapunov稳定性理论, 导出了权值参数的自适应律以保证跟踪误差收敛。为进一步降低对机械手系统模型的依赖, 文献[11]通过RBF神经网络对系统模型的参数矩阵分别逼近, 并通过自适应学习算法在线调整, 其逼近误差利用鲁棒项进行补偿。文献[12]对机械手系统的每个关节参数采用神经网络进行估计, 在避免使用系统建模信息的同时, 也能够处理扰动等不确定性参数的影响。

值得一提的是, 上述控制方法均采用单一控制器, 在负载切换瞬间可能导致误差积累甚至系统不稳定。对于具有负载切换的机械手系统, 其参数突变可用子系统切换表示, 因此同样可以将其视为切换系统。为解决负载切换过程中参数跳变产生的问题, 文献[13-14]研究了连续切换系统的稳定性问题, 并通过设计不同的切换规则以保证系统稳定。与文献[15]提出的基于系统标称模型的状态反馈切换控制器设计方案相比, 文献[15]的控制方案不仅需要系统的精确模型, 还需要时时计算惯性矩阵的逆, 在实际应用中具有一定的局限性。本文利用神经网络逼近系统模型, 避免了对系统精确模型及对惯性矩阵求逆的过程的依赖, 提高了算法的实用性。与文献[16]提出的基于公共Lyapunov函数的 $H_\infty$ 自适应切换控制器设计方案相比, 本文选用多Lyapunov函数证明闭环误差系统的一致最终有界性, 降低了理论层面上Lyapunov函数选取的保守性。与文献[17]提出的基于模型参数线性化的自适应切换控制器设计方案相比, 本文方法可对实际应用中难以进行参数线性化及具有未知建模动态和外部扰动的系统模型进行有效控制。此外, 本文引入自适应神经网络补偿控制算法, 通过权值更新对系统的集总扰动进行估计与补偿, 可有效地降低系统抖振, 并保证轨迹跟踪误差一致最终有界。

基于以上分析, 本文针对具有建模不确定性及未知扰动的变负载机械手系统, 设计了一种不依赖系统精确模型的神经网络切换控制器。本文主要工作如下: 1) 将变负载机械手系统建模为切换系统, 利用神经网络逼近机械手系统模型, 解决了控制器设计对切换机械手系统精确模型的依赖及负载跳变问题; 2) 设计了

切换信号和切换控制器, 并结合神经网络补偿集总扰动, 以减小高频抖振并提高系统的鲁棒性; 3) 基于平均驻留时间方法和多Lyapunov函数方法证明了跟踪误差的一致最终有界性。

## 2 系统建模与描述

### 2.1 系统动力学建模

对具有变负载的 $n$ 关节机械手系统, 其拉格朗日动力学微分方程如下:

$$H_{\sigma(t)}(q)\ddot{q} + V_{\sigma(t)}(q, \dot{q})\dot{q} + G_{\sigma(t)}(q) + \tau_d = \tau, \quad (1)$$

其中:  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$  分别代表关节位置、速度和加速度;  $H_{\sigma(t)}(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  是惯性矩阵;  $V_{\sigma(t)}(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  表示哥氏力和向心力矩阵;  $G_{\sigma(t)}(q) \in \mathbb{R}^n$  表示重力项;  $\tau_d \in \mathbb{R}^n$  表示外部扰动及建模不确定性;  $\tau \in \mathbb{R}^n$  表示控制输入力矩;  $\sigma(t): [0, \infty) \rightarrow \Omega = \{1, 2, \dots, M\}$  表示切换信号, 其中  $M$  表示负载的种类。对  $\forall \sigma(t) = m, m \in \Omega$ , 代表第  $m$  个子系统, 则  $H_\sigma(q) \triangleq H_m(q), V_\sigma(q, \dot{q}) \triangleq V_m(q, \dot{q}), G_\sigma(q) \triangleq G_m(q)$ 。

**注 1** 工业生产中工件类型是有限的, 机械手夹持不同工件时, 其动力学模型参数会发生改变, 故可为不同模态的系统设计其相应的子控制器。机械手对某一负载进行位置跟踪控制时, 可使用对应的子控制器进行控制, 从而可将负载突变问题转化成切换系统问题进行研究。此外, 机械手切换到某一负载时, 控制器将根据切换信号同步切换到相对应的子控制器, 即负载与控制器同步切换<sup>[18]</sup>。

为便于系统的控制器设计及误差有界性分析, 下面给出刚性机械手的3个性质。

**性质1<sup>[19]</sup>** 对  $\forall z \in \mathbb{R}^n$ , 惯性矩阵  $H_m(q)$  具有有界且正定的特性, 并且存在正常数  $n_{1m}$  和  $n_{2m}$ , 使得  $n_{1m}\|z\|^2 \leq z^T H_m(q)z \leq n_{2m}\|z\|^2$ 。

**性质2<sup>[19]</sup>** 对  $\forall z \in \mathbb{R}^n$ ,  $\dot{H}_m(q) - 2V_m(q, \dot{q})$  为斜对称阵, 且满足  $z^T(\dot{H}_m(q) - 2V_m(q, \dot{q}))z = 0$ 。

**性质3<sup>[19]</sup>** 对  $\forall q \in \mathbb{R}^n$ ,  $G_m(q)$  和  $V_m(q, \dot{q})$  是有界的, 且满足  $\|G_m(q)\| \leq \vartheta$ ,  $\|V_m(q, \dot{q})q\| \leq \varphi\|\dot{q}\|^2$ , 其中  $\vartheta$  和  $\varphi$  均为有界常量。

### 2.2 切换系统概述

切换系统由多个子系统组成, 这些子系统可以是连续的, 也可以是离散的。然而, 在特定时间点, 只能有一个子系统运行, 子系统的运行时间由切换控制策略决定。本文主要研究与时间相关的受限切换。假设连续时间切换系统有  $M$  个子系统, 其动力学方程可表示为  $\dot{z}(t) = F_{\sigma(t)}(z)$ ,  $t \in \mathbb{R}^+$ , 其中  $\sigma(t): [0, \infty) \rightarrow \Omega = \{1, 2, \dots, M\}$  是分段常值函数, 表示系统的切换信号, 其变化由时间或特定的系统状态决定。基于切换信号  $\sigma(t)$ , 切换序列可表示为  $\{(i_0, t_0), \dots, (i_k, t_k), \dots, (i_N, t_N) | i_k \in \Omega\}$ , 但只有第  $i_k$  个子系统可以在  $t \in [t_k, t_{k+1})$  被激活<sup>[14]</sup>。

**定义1**<sup>[13]</sup> 对任意  $T_2 > T_1 > 0$ , 在  $(T_1, T_2)$  时间内, 切换信号  $\sigma(t)$  的切换次数可由  $N_\sigma(T_1, T_2)$  表示。如果不等式满足  $N_\sigma(T_1, T_2) \leq N_0 + (T_2 - T_1)/T_a$ , 则  $T_a$  被称为平均驻留时间, 其中:  $T_a > 0$ ;  $N_0 \geq 0$ .

### 2.3 RBF神经网络的结构与应用

RBF神经网络凭借强大的学习能力, 能精确逼近各种复杂非线性项  $f(z)$ . 在含有逼近误差  $\varepsilon$  的情形下,  $f(z)$  的具体形式可表示为  $f(z) = W^T \Theta(z) + \varepsilon$ , 其中:  $W = [\omega_1 \ \omega_2 \ \cdots \ \omega_l]^T$  表示权值向量;  $\Theta(z) = [\Theta_1 \ \Theta_2 \ \cdots \ \Theta_l]^T$  代表隐层基函数, 在此处将其取为高斯函数。由此,  $\Theta_j(z)$  可表示为  $\Theta_j(z) = \exp(-\frac{\|z - c_j\|^2}{2b_j^2})$ ,  $j=1, 2, \dots, l$ , 其中:  $z = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_p]^T$  是系统输入值;  $l$  是神经网络隐层数量;  $c_j = [c_{j1} \ c_{j2} \ \cdots \ c_{jp}]^T$  表示中心点向量;  $b_j = [b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_l]^T$  代表第  $j$  个神经网络基宽;  $\Theta_j(z)$  代表第  $j$  个神经网络的高斯函数。通过RBF神经网络对  $f(z)$  估计, 则有  $\hat{f}(z) = \hat{W}^T \Theta(z)$ , 其中  $\hat{W}$  为  $W$  的估计值, 且  $\tilde{W} = \hat{W} - W$ .

**注2** 本文中RBF神经网络具有两方面作用: 1) 用于逼近系统模型, 以降低对系统精确模型的依赖; 2) 基于神经网络设计鲁棒补偿项, 以抑制集总扰动对系统的影响。

### 3 控制器设计

设参考信号为  $q_d$ , 实际信号为  $q$ . 这里将具有变负载机械手系统视为含多个子系统的切换系统, 控制目标即利用神经网络切换控制策略保证轨迹跟踪误差的一致最终有界性。定义跟踪误差为

$$e = q_d - q, \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}. \quad (2)$$

**定义2**<sup>[20]</sup> 对包含原点的集合  $W \in \mathbb{R}^n$ , 若存在非负常值  $T(d)$  使得  $|e(t_0)| \leq d$ , 且对  $\forall t > t_0 + T(d)$  时有  $|e(t)| \in W$ , 则跟踪误差  $e(t)$  是一致最终有界的。

滑模函数设计为

$$s = \dot{e} + \chi e, \quad (3)$$

其中  $\chi = \text{diag}\{\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n\}$  表示对角正定阵。

引入如下辅助变量:

$$r = \dot{q} + s = \dot{q}_d + \chi e, \dot{r} = \ddot{q} + \dot{s} = \ddot{q}_d + \chi \dot{e}, \quad (4)$$

其中  $\dot{q}_d$  和  $\ddot{q}_d$  分别表示期望关节速度与加速度。

联立式(2)–(4), 可得

$$\begin{aligned} H_m(q)\dot{s} &= H_m(q)(\ddot{q}_d - \ddot{q} + \chi \dot{e}) = \\ &- V_m(q, \dot{q})s - \tau + Z_m(z) + \tau_d, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $Z_m(z) = H_m(q)\dot{r} + V_m(q, \dot{q})r + G_m(q)$  表示模型参数, 并通过神经网络进行逼近。

变负载机械手系统(1)的切换控制律设计为

$$\tau = \hat{Z}_m(z) + E_m s - \hat{K}_m(z), \quad (6)$$

其中:  $E_m = \text{diag}\{E_{m1}, \dots, E_{mn}\}$  为对角阵,  $\hat{K}_m(z) = [k_{m1}(z) \ \cdots \ k_{mn}(z)]^T$  为所要设计的鲁棒补偿项。

基于RBF神经网络的模型参数估计值  $\hat{Z}_m(z)$  和鲁棒补偿项  $\hat{K}_m(z)$  分别设计为

$$\hat{Z}_m(z) = \hat{W}_m^T \Theta_m(z), \quad (7)$$

$$\hat{K}_m(z) = \hat{W}_{Km}^T \Theta_{Km}(z), \quad (8)$$

其中  $\hat{Z}_m(z)$  和  $\hat{K}_m(z)$  分别表示  $Z_m(z)$  和  $K_m(z)$  的估计值。

权值更新律为

$$\dot{\hat{W}}_m = \begin{cases} \Psi_m \Theta_m(z) s^T - \Pi_{m1}, & \sigma(t) = m, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (9)$$

$$\dot{\hat{W}}_{Km} = \begin{cases} -\Gamma_m \Theta_{Km}(z) s^T - \Pi_{m2}, & \sigma(t) = m, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $\Psi_m$  和  $\Gamma_m$  为正定对称阵;  $\Pi_{m1}$  和  $\Pi_{m2}$  分别为

$$\Pi_{m1} = \delta_1 \frac{\text{tr}(\hat{W}_m^T \Theta_m(z) s^T) \hat{W}_m}{\Delta_{1m}}, \quad (11)$$

$$\Pi_{m2} = \delta_2 \frac{\text{tr}(\hat{W}_{Km}^T \Theta_{Km}(z) s^T) \hat{W}_{Km}}{\Delta_{2m}}, \quad (12)$$

其中:  $\Delta_{1m}$  和  $\Delta_{2m}$  分别表示神经网络的权值估计值  $\hat{W}_m$  和  $\hat{W}_{Km}$  的范数界, 即:  $\mathcal{B}_1(\Delta_{1m}) = \{\hat{W}_m : \|\hat{W}_m\| \leq \Delta_{1m}\}$ ,  $\mathcal{B}_2(\Delta_{2m}) = \{\hat{W}_{Km} : \|\hat{W}_{Km}\| \leq \Delta_{2m}\}$ , 且

$$\delta_1 = \begin{cases} 1, & \|\hat{W}_m\| = \Delta_{1m}, \text{tr}(\hat{W}_m^T \Theta_m s^T) > 0, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (13)$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 1, & \|\hat{W}_{Km}\| = \Delta_{2m}, \text{tr}(\hat{W}_{Km}^T \Theta_{Km} s^T) > 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (14)$$

联立式(5)–(6), 可得

$$H_m(q)\dot{s} = -(E_m + V_m(q, \dot{q}))s + \xi_m, \quad (15)$$

其中  $\xi_m = -\tilde{W}_m^T \Theta_m(z) + \varepsilon + \tau_d + \hat{K}_m(z)$ .

机械手控制结构如图1所示。

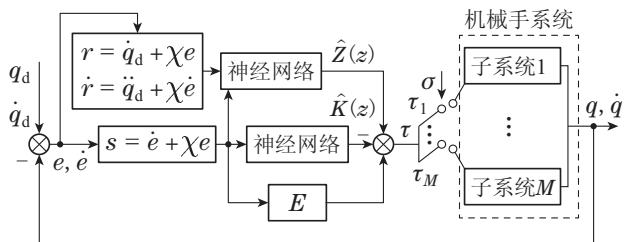


图1 变负载机械手控制结构图

Fig. 1 Control diagram of manipulator under variable loads

### 4 误差一致最终有界性分析

此节中, 将利用多Lyapunov函数方法和平均驻留时间方法分析跟踪误差的一致最终有界性。

**定理1** 考虑具有变负载的n关节机械手系统

(1), 若采用控制律(6)和神经网络权值更新律(9)–(10), 且切换信号满足平均驻留时间 $T_a > \frac{\ln \mu}{2\lambda_0}$ , 则位

置跟踪误差和速度跟踪误差可实现一致最终有界. 其中:

$$\lambda_m < \frac{\lambda_{\min}\{E_m\}}{n_{2m}}, \quad m \in \Omega, \quad (16)$$

$$\lambda_0 = \min_{m \in \Omega} \{\lambda_m\}, \quad (17)$$

$$\mu > \max_{m, v \in \Omega} \left\{ \frac{n_{2m}}{n_{1v}} \right\}. \quad (18)$$

证 对于系统(1), 选择Lyapunov函数

$$V_m(X(t)) = V_m^1 + V_m^2, \quad (19)$$

$$V_m^1 = \frac{1}{2} (\text{tr}(\tilde{W}_m^T \Psi_m^{-1} \tilde{W}_m) + \text{tr}(\tilde{W}_{Km}^T \Gamma_m^{-1} \tilde{W}_{Km})), \quad (20)$$

$$V_m^2 = \frac{1}{2} s^T H_m(q) s, \quad (21)$$

其中 $X(t) = [s \ \tilde{W}_m \ \tilde{W}_{Km}]^T$ , 并且 $\exists c, d \in K_\infty$ , 使得 $c(\|X(t)\|) \leq V_m(X(t)) \leq d(\|X(t)\|)$ .

对式(20)求导, 并结合式(9)–(13)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_m^1 &= \text{tr}(\tilde{W}_m^T \Psi_m^{-1} (\Psi_m \Theta_m(z) s^T - \Pi_{m1})) + \\ &\quad \text{tr}(\tilde{W}_{Km}^T \Gamma_m^{-1} (-\Gamma_m \Theta_{Km}(z) s^T - \Pi_{m2})) \leq \\ &\quad \sum_{i=1}^n \text{tr}(s_{mi} \tilde{W}_{mi}^T \Theta_{mi}(z)) - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \text{tr}(s_{mi} \tilde{W}_{Kmi}^T \Theta_{Kmi}(z)). \end{aligned} \quad (22)$$

对式(21)求导, 并由性质2和式(15), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_m^2 &= s^T (H_m(q) \dot{s} + V_m(q, \dot{q}) s) = \\ &\quad -s^T E_m s + s^T (-\tilde{W}_m^T \Theta_m + \varepsilon + \tau_d + \hat{K}_m(z)), \end{aligned} \quad (23)$$

进而可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_m(X(t)) &= -s^T E_m s + s^T (\varepsilon + \tau_d + \hat{K}_m(z)) - \\ &\quad \sum_{i=1}^n \text{tr}(s_{mi} \tilde{W}_{Kmi}^T \Theta_{Kmi}(z)). \end{aligned} \quad (24)$$

由 $\hat{K}(z) = (\tilde{W}_K^T + W_K^T) \Theta_K(z)$ , 可得

$$\dot{V}_m(X(t)) = \sum_{i=1}^n s_{mi} (f_{mi} + W_{Kmi}^T \Theta_{Kmi}(z)) - s^T E_m s,$$

其中 $f_{mi}$ 表示集总扰动, 此项利用神经网络补偿器进行处理.

对 $\forall \varepsilon_{mi} > 0$ , 根据神经网络逼近特性<sup>[21]</sup>, 可得

$$|f_{mi} + W_{Kmi}^T \Theta_{Kmi}(z)| \leq \varepsilon_{mi}, \quad (25)$$

进而可得,  $\exists$ 正常数 $0 < \eta_{mi} < 1$ <sup>[22]</sup>, 使得

$$\varepsilon_{mi} \leq \eta_{mi} |s_{mi}|, \quad (26)$$

结合式(25)–(26), 可得

$$s_{mi} |f_{mi} + W_{Kmi}^T \Theta_{Kmi}(z)| \leq \eta_{mi} s_{mi}^2, \quad (27)$$

进而可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_m(X) &\leq -s^T E_m s + \sum_{i=1}^n \eta_{mi} s_{mi}^2 \leq \\ &\quad \sum_{i=1}^n (\eta_{mi} - E_{mi}) \|s\|^2 = \\ &\quad -F_m \|s\|^2 \leq -\lambda_{\min}\{F_m\} \|s\|^2, \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $\lambda_{\min}\{F_m\}$ 表示 $F_m$ 的最小特征值, 并且 $E_{mi} > \eta_{mi}$ .

令 $\Xi_m = \max_{m \in \Omega} \{V_m^1\}$  (在 $\hat{W}_m$ 与 $\hat{W}_{Km}$ 范围已知时存在), 由式(16)可得, 若

$$\|s\| \geq \sqrt{\frac{2\lambda_m \Xi_m}{-\lambda_m n_{2m} + \lambda_{\min}\{F_m\}}}, \quad (29)$$

则有

$$-\lambda_{\min}\{F_m\} \|s\|^2 \leq -2\lambda_m \left( \frac{1}{2} n_{2m} \|s\|^2 + \Xi_m \right), \quad (30)$$

进而可得

$$-s^T F_m s \leq -2\lambda_m V_m(X(t)), \quad (31)$$

即 $\dot{V}_m(X(t)) \leq -2\lambda_m V_m(X(t))$ .

$$\text{令} \vartheta_1 = \max_{m \in \Omega} \left\{ \sqrt{\frac{2\lambda_m \Xi_m}{-\lambda_m n_{2m} + \lambda_{\min}\{F_m\}}} \right\}, \text{ 据式(17),}$$

当 $\|s\| \geq \vartheta_1$ , 可有

$$\dot{V}_m(X(t)) \leq -2\lambda_0 V_m(X(t)), \quad (32)$$

其中 $\lambda_0$ 表示相应子系统被激活时的衰减率.

同理, 当参数 $\mu$ 满足式(18)时, 若

$$\|s\| \geq \vartheta_2 = \max_{m, v \in \Omega} \left\{ \sqrt{\frac{2\Xi_m}{\mu n_{1v} - n_{2m}}} \right\}, \quad (33)$$

可得

$$\frac{1}{2} n_{2m} \|s\|^2 + \Xi_m \leq \mu \frac{1}{2} n_{1v} \|s\|^2, \quad (34)$$

进而可得

$$V_m(X(t)) \leq \mu V_v(X(t)), \quad \forall m, v \in \Omega, \quad (35)$$

其中 $\mu$ 表示Lyapunov函数在 $\forall m \neq v$ 切换时刻的增长系数.

令 $\vartheta = \max\{\vartheta_1, \vartheta_2\}$ , 当 $\|s\| \geq \vartheta$ , 式(32)–(35)始终成立. 事实上, 由不等式(32)可得

$$V_m(X(t)) \leq e^{-2\lambda_0(t-t_k)} V_m(X(t_k)). \quad (36)$$

令 $N_\sigma[t_0, t] \leq N_0 + (t - t_0)/T_a$ , 并结合式(35)可得

$$\begin{aligned} V_m(X(t)) &\leq e^{-2\lambda_0(t-t_k)} V_m(X(t_k)) \leq \\ &\quad e^{-2(\lambda_0 - \frac{\ln \mu}{2T_a})(t-t_0)} V_\sigma(X(t_0)). \end{aligned} \quad (37)$$

结合式(37)可知,当平均驻留时间满足式 $T_a > \frac{\ln \mu}{2\lambda_0}$ 时,变量 $X(t) = [s^T \tilde{W}_m^T \tilde{W}_{Km}^T]^T$ 将于有限时间收敛到 $\Phi_\vartheta = \{X(t) \mid \|s\| \leq \vartheta\}$ . 假设 $\|s\|$ 在 $T_f$ 时刻达到 $\Phi_\vartheta$ ,若 $\|s\|$ 递增,当再次到达 $\Phi_\vartheta$ 前,有

$$\begin{aligned} V_m(X(t)) &\leq \mu^{N_\sigma(t_0,t)} e^{-2\lambda_0(t-t_0)} V_\sigma(X(t_0)) = \\ &\mu^{N_\sigma(t_0,t)} (V_\sigma^1 + V_\sigma^2) e^{-2\lambda_0(t-t_0)} \leq \\ &\mu^{N_\sigma(t_0,t)} \left(\frac{1}{2} n_{2\sigma} \vartheta^2 + \Xi_m\right) \leq \\ &\mu^{N_\sigma(t_0,t)} \max_{m \in \Omega} \left\{ \frac{1}{2} n_{2m} \vartheta^2 + \Xi_m \right\}, \end{aligned} \quad (38)$$

令 $\Psi = \mu^{N_\sigma(t_0,t)} \max_{m \in \Omega} \left\{ \frac{1}{2} n_{2m} \vartheta^2 + \Xi_m \right\}$ ,则

$$\frac{1}{2} n_{1m} \|s\|^2 \leq V_m(X(t)) \leq \Psi, \quad (39)$$

进而可得 $\|s\|^2 \leq \sqrt{\frac{2\Psi}{n_{1m}}} \leq \sqrt{\frac{2\Psi}{\min\{n_{1m}\}}}$ .

因此,据定义2可知,对任意初值 $\|s(0)\|$ , $\|s\|$ 是一致最终有界的. 又由式(3)可得, $e$ 和 $\dot{e}$ 均为一致最终有界的.

## 5 仿真结果及分析

在本节中,基于MATLAB/Simulink平台,并通过双连杆机械手以验证所提控制方案的有效性及优越性. 本实验选用的负载质量分别为0 kg, 3 kg和6 kg,并选用文献[23]中的双连杆机械手模型,其结构参数具体值如表1所示,模型结构具体如下:

$$H_\sigma(q) = \begin{bmatrix} P_{1\sigma} + P_{2\sigma} + 2P_{3\sigma} \cos q_2 & P_{2\sigma} + P_{3\sigma} \cos q_2 \\ P_{2\sigma} + P_{3\sigma} \cos q_2 & P_{2\sigma} \end{bmatrix},$$

$$V_\sigma(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -P_{3\sigma} \dot{q}_2 \sin q_2 & -P_{3\sigma} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ P_{3\sigma} \dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G_\sigma(q) = \begin{bmatrix} P_{4\sigma} g \cos q_1 + P_{5\sigma} g \cos(q_1 + q_2) \\ P_{5\sigma} g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix},$$

$$\tau_d = [0.1 \sin(2t) \quad 0.1 \sin(2t)]^T,$$

$$P_{1\sigma} = I_{1\sigma} + m_{1\sigma} l_{c1\sigma}^2 + m_{e\sigma} l_{1\sigma}^2, P_{2\sigma} = I_{e\sigma} + m_{e\sigma} l_{ce\sigma}^2,$$

$$P_{3\sigma} = m_{e\sigma} l_{1\sigma} l_{ce\sigma}, P_{4\sigma} = m_{1\sigma} l_{ce\sigma} + m_{e\sigma} l_{1\sigma},$$

$$P_{5\sigma} = m_{e\sigma} l_{ce\sigma}.$$

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{21} & P_{31} & P_{41} & P_{51} \\ P_{12} & P_{22} & P_{32} & P_{42} & P_{52} \\ P_{13} & P_{23} & P_{33} & P_{43} & P_{53} \\ \frac{10}{3} & \frac{17}{5} & 3 & 4 & 3 \\ \frac{19}{3} & \frac{34}{5} & 6 & 7 & 6 \\ \frac{28}{3} & \frac{53}{5} & 9 & 10 & 9 \end{bmatrix}.$$

其中 $\sigma \in \{1, 2, 3\}$ 表示子系统模态集,即系统在3种不同负载间进行切换. 矩阵 $P$ 由机械手连杆尺寸和重量决定,末端执行器初始状态为 $q(0) = [1.05 \quad 0.8]^T$ , $\dot{q}(0) = [1 \quad 2]^T$ ,期望轨迹 $q_{d1} = 1 + 0.2 \sin(0.5\pi t)$ , $q_{d2} = 1 - 0.2 \cos(0.5\pi t)$ , $\hat{W}_\sigma(0) = 0$ , $\hat{W}_{K\sigma}(0) = 0$ , $E_1 = 100I$ , $E_2 = 110I$ , $E_3 = 120I$ , $c_1 = c_2 = [-1.5 \quad -1 \quad -0.5 \quad 0 \quad 0.5 \quad 1 \quad 1.5]$ , $b = 20$ , $\chi = 40I$ , $\Psi_\sigma = 20I$ , $\Gamma_\sigma = 0.1I$ , $\lambda_0 = 1.5$ , $\mu = 220$ ,平均驻留时间 $T_a > 1.8$  s. 为更好地验证本文控制算法的有效性,选取了3种控制方法进行比较:文献[4]提出的无切换机制的自适应反步模糊控制器(反步法);文献[15]提出的具有特定切换规则的状态反馈控制器(disturbance switching neural network control, DSNN);文献[24]提出的神经网络滑模控制器,且不具有以负载变化为切换信号的切换机制(neural network sliding mode control, NNSMC).

表1 机械手在3种负载作用下的参数

Table 1 Parameters of the manipulator under 3 loads

切换信号	$m_{1\sigma}$	$l_{1\sigma}$	$l_{c1\sigma}$	$I_{1\sigma}$	$m_{e\sigma}$	$l_{ce\sigma}$	$I_{e\sigma}$
$\sigma = 1(0 \text{ kg})$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	3	1	$\frac{2}{5}$
$\sigma = 2(3 \text{ kg})$	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	6	1	$\frac{4}{5}$
$\sigma = 3(6 \text{ kg})$	1	1	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{12}$	9	1	$\frac{8}{5}$

仿真实验如图2-4及表2所示. 图2为机械手各关节位置跟踪误差在4种不同控制方案作用下的效果图,可以看出,与NNSMC, DSNN和反步法相比,本文方法的跟踪精度较高,误差收敛速度较快且幅值波动较小. 图3为本文方法的切换信号,控制器依此信号与负载同步切换. 图4为各关节控制力矩对比效果图,可以看出本文算法下的控制力矩曲线较为光滑,且力矩波动较小. 此外,在能量消耗方面<sup>[7]</sup>,由表2可以看出,系统完成相同动作,在所提方法作用下系统消耗的能量较低.

## 6 结论

本文针对具有模型不确定性的变负载刚性机械手系统,设计了一种新型的基于平均驻留时间的自适应神经网络切换控制器. 该方法利用RBF神经网络逼近系统模型参数,避免了控制器对系统精确模型的依赖. 此外,基于神经网络设计了系统的鲁棒补偿器,以抑制系统的集总扰动,并在此基础上综合了闭环系统的自适应切换控制器,利用平均驻留时间方法和多Lyapunov函数方法证明了跟踪误差的一致最终有界性. 最后,仿真结果验证了所设计方法的有效性.

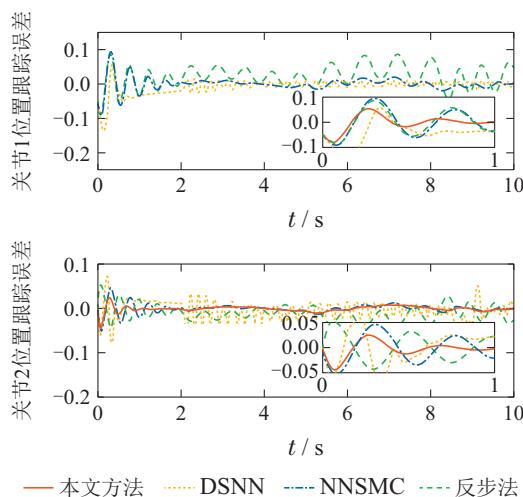


图2 位置跟踪误差

Fig. 2 Position tracking error

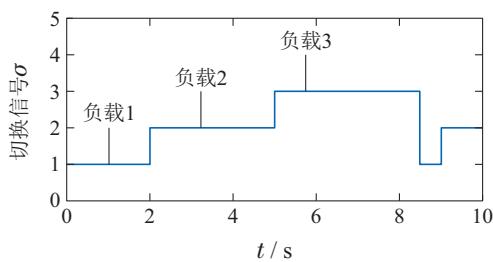


图3 切换信号

Fig. 3 Switching signal

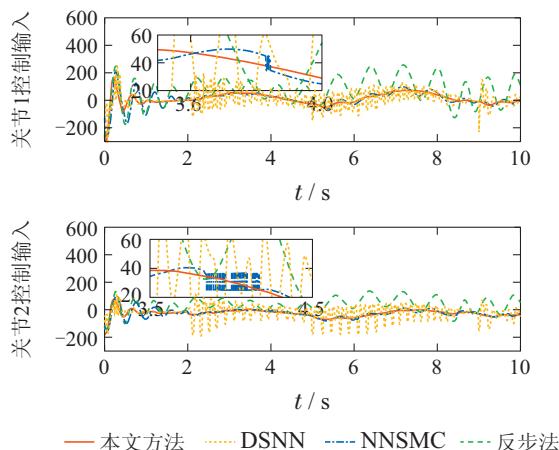


图4 控制输入

Fig. 4 Control input

表2 能量消耗对比

Table 2 Energy consumption comparison

方法	关节1	关节2
本文方法	$2.2440 \times 10^4$	$1.3700 \times 10^4$
NNSMC	$3.2606 \times 10^4$	$1.6692 \times 10^4$
DSNN	$3.1686 \times 10^4$	$2.6703 \times 10^4$
反步法	$1.1478 \times 10^5$	$3.7524 \times 10^4$

## 参考文献:

- ZHANG Wenhui, QI Naiming, YIN Hongliang. Neural-network tracking control of space robot based on sliding-mode variable structure. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(9): 1141 – 1144.  
(张文辉, 齐乃明, 尹洪亮. 基于滑模变结构的空间机器人神经网络跟踪控制. 控制理论与应用, 2011, 28(9): 1141 – 1144.)
- CHEN Zhengsheng, WANG Xuesong, CHENG Yuhu. Continuous non-singular fast terminal sliding mode control of robotic manipulators considering disturbance and input saturation. *Control and Decision*, 2022, 37(4): 903 – 912.  
(陈正升, 王雪松, 程玉虎. 考虑扰动与输入饱和的机械臂连续非奇异快速终端滑模控制. 控制与决策, 2022, 37(4): 903 – 912.)
- YU Xinbo, HE Wei, XUE Chengqian, et al. Disturbance observer-based adaptive neural network tracking control for robots. *Acta Automatica Sinica*, 2019, 45(7): 1307 – 1324.  
(于欣波, 贺威, 薛程谦, 等. 基于扰动观测器的机器人自适应神经网络跟踪控制研究. 自动化学报, 2019, 45(7): 1307 – 1324.)
- XUE Y, YU H, LIU X. Improved fuzzy backstepping position tracking control for manipulator driven by PMSM. *Chinese Automation Congress*. Xi'an, China: IEEE, 2018: 3561 – 3565.
- ZHAO Q C, LIN Y. Adaptive fuzzy dynamic surface control with pre-specified tracking performance for a class of nonlinear systems. *Asian Journal of Control*, 2011, 13(6): 1082 – 1091.
- FENG G. A new stable tracking control scheme for robotic manipulators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 1997, 27(3): 510 – 516.
- LI T H, HUANG Y C. MIMO adaptive fuzzy terminal sliding-mode controller for robotic manipulators. *Information Sciences*, 2005, 180(23): 4641 – 4660.
- TOMEI P. Robust adaptive friction compensation for tracking control of robot manipulators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(11): 2164 – 2169.
- YANG Liang, CHEN Yong, LIU Zhi. Adaptive trajectory tracking control for manipulator with uncertain dynamics and kinematics. *Control and Decision*, 2019, 34(11): 2485 – 2490.  
(杨亮, 陈勇, 刘治. 基于参数不确定机械臂系统的自适应轨迹跟踪控制. 控制与决策, 2019, 34(11): 2485 – 2490.)
- PHAM V C, WANG Y N. Adaptive trajectory tracking neural network control with robust compensator for robot manipulators. *Neural Computing & Applications*, 2016, 27(2): 525 – 536.
- YEN T V, NAN W Y, CUONG P V. Robust adaptive sliding mode neural networks control for industrial robot manipulators. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2019, 17(3): 783 – 792.
- LIU C, WEN G, ZHAO Z, et al. Neural-network-based sliding-mode control of an uncertain robot using dynamic model approximated switching gain. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(5): 2339 – 2346.
- ZHANG L X, GAO H J. Asynchronously switched control of switched linear systems with average dwell time. *Automatica*, 2010, 46(5): 953 – 958.
- KUNDU A, CHATTERJEE D. Stabilizing switching signals for switched systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(3): 882 – 888.
- YU L, FEI S M, SUN L N, et al. Design of robust adaptive neural switching controller for robotic manipulators with uncertainty and disturbances. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, 77(3/4): 571 – 581.
- WANG X, NIU R S, CHEN C, et al.  $H_\infty$  switched adaptive control for a class of robot manipulators. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2014, 36(3): 347 – 353.

- [17] YE X M, WANG X, ZHAO J. Switched adaptive control with average dwell time for a class of robot manipulators. *Proceedings of the 33rd Chinese Control Conference*. Nanjing, China: IEEE, 2014: 8501 – 8506.
- [18] WANG X, ZHAO J. Autonomous switched control of load shifting robot manipulators. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(9): 7161 – 7170.
- [19] LIU P, YU H, CANG S. Adaptive neural network tracking control for underactuated systems with matched and mismatched disturbances. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 98: 1447 – 1464.
- [20] LEE Y, ZAK, S H. Uniformly ultimately bounded fuzzy adaptive tracking controllers for uncertain systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2004, 12(6): 97 – 811.
- [21] ZHOU Q, ZHAO S, LI H, et al. Adaptive neural network tracking control for robotic manipulators with dead zone. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(12): 3611 – 3620.
- [22] GUO Y Z, WOO P Y. An adaptive fuzzy sliding mode controller for robotic manipulators. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 2003, 33(2): 149 – 159.
- [23] LIU Jinkun. *Robot Control System Design and Matlab Simulation*. Beijing: Tsinghua University Press, 2017.  
(刘金琨. 机器人控制系统的设计与MATLAB仿真. 北京: 清华大学出版社, 2017.)
- [24] LIU A, ZHAO H, SONG T, et al. Adaptive control of manipulator based on neural network. *Neural Computing and Applications*, 2021, 33: 4077 – 4085.

### 作者简介:

- 赵兴强 硕士研究生, 目前研究方向为机器人控制、智能控制,  
E-mail: xxzhaoms@163.com;
- 刘振 博士, 副教授, 目前研究方向为非线性控制、机器人控制,  
E-mail: zliu@qdu.edu.cn;
- 朱全民 博士, 教授, 目前研究方向为非线性系统辨识、控制与应用、智能控制, E-mail: quan.zhu@uwe.ac.uk.