

基于扰动和摩擦补偿的柔性机械臂系统 非奇异快速终端滑模控制

王军晓[†], 闫小东, 徐建明

(浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

摘要: 本文针对系统中存在的关节摩擦、动力学参数不确定性和外部负载干扰等因素引起的柔性机械臂系统控制性能下降的问题, 提出了一种基于扰动和摩擦补偿的非奇异快速终端滑模控制方法(NFTSMC-DE-FC). 首先, 设计扰动估计器(DE)对系统未知动态参数和负载干扰进行估计. 然后, 针对扰动估计器不能精确估计的关节摩擦力矩进行辨识. 最后, 利用滑模控制技术设计非奇异快速终端滑模控制器, 并将扰动估计值和摩擦力辨识值以前馈的方式进行补偿, 实现对柔性机械臂系统给定参考轨迹跟踪的准确性以及对外界扰动的鲁棒性. 值得注意的是, 与传统只使用扰动估计器的方法相比, 本文考虑到了摩擦力等非线性因素的影响, 并利用辨识技术对摩擦力进行辨识, 提高了控制精度. 利用Lyapunov稳定性定理从理论上证明了所设计的控制器可以保证闭环系统的稳定性. 实验结果表明, 相较于非奇异快速终端滑模控制方法(NFTSMC)和基于扰动估计器的非奇异快速终端滑模控制方法(NFTSMC-DE), 所提方法提高了柔性机械臂系统的轨迹跟踪性能.

关键词: 柔性机械臂; 滑模控制; 扰动估计器; 摩擦辨识; 扰动抑制

引用格式: 王军晓, 闫小东, 徐建明. 基于扰动和摩擦补偿的柔性机械臂系统非奇异快速终端滑模控制. 控制理论与应用, 2023, 40(7): 1199 – 1207

DOI: 10.7641/CTA.2022.20351

Nonsingular fast terminal-sliding-mode control for flexible manipulator system based on disturbance and friction compensation

WANG Jun-xiao[†], YAN Xiao-dong, XU Jian-ming

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: To deal with the problem of degradation in control performance of the flexible manipulator system caused by joint friction, dynamic parameter uncertainty and external load disturbance, this paper proposes a nonsingular fast terminal-sliding-mode control method based on the disturbance and friction compensation (NFTSMC-DE-FC). Firstly, a disturbance estimator (DE) is designed to estimate the unknown dynamic parameters and load disturbance of the system. Then the joint friction torques which can not be accurately estimated by disturbance estimator are identified. Finally, a nonsingular fast terminal sliding mode controller is designed by using the sliding mode control technology, and the disturbance estimates and friction identification values are compensated in a feedforward way to achieve the accuracy of tracking the given reference trajectory of the flexible manipulator system and the robustness to external disturbances. It is worth noting that compared with the traditional method which only uses disturbance estimator, the influence of nonlinear factors such as friction force is considered in this paper, and the friction is identified by using the identification technology, which improves the control accuracy. The Lyapunov stability theorem is used to prove that the designed controller can guarantee the stability of the closed-loop system. Experimental results show that compared with NFTSMC and NFTSMC-DE, the proposed method improves the trajectory tracking performance of the flexible manipulator system.

Key words: flexible manipulators; sliding mode control; disturbance estimator; friction identification; disturbance rejection

Citation: WANG Junxiao, YAN Xiaodong, XU Jianming. Nonsingular fast terminal-sliding-mode control for flexible manipulator system based on disturbance and friction compensation. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(7): 1199 – 1207

收稿日期: 2022-05-06; 录用日期: 2022-11-10.

[†]通信作者. E-mail: wjx2017@zjut.edu.cn; Tel.: +86 18795895157.

本文责任编辑: 李世华.

国家自然科学基金项目(62273306)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62273306).

1 引言

由于柔性机械臂具有更强的柔顺性,因此在人机交互领域得到了广泛应用^[1]. 与传统的刚性机械臂相比,柔性机械臂具有更平滑的力传输和较大的耐冲击性能^[2],然而,由于柔性关节机械臂的动力学模型是由电机侧动力学模型和连杆侧动力学模型组成,而在实际系统中存在电机侧的质量矩阵、阻尼矩阵等动力学参数难以得到,连杆侧的惯性矩阵、重力矩阵等动力学参数不准确的问题,难以建立精确的柔性机械臂动力学模型;此外,机械臂还会受到关节摩擦以及外界负载变化等因素的影响,这些都会影响机械臂的控制精度. 其中摩擦力矩是一种复杂的,非线性的,特别是关节处在低速和速度反向阶段,在此阶段关节摩擦力对位置跟踪性能有很大的影响^[3].

为此,国内外学者针对柔性机械臂的高精度轨迹跟踪问题做了许多探索和研究,提出了许多有效的控制方法,如自抗扰控制^[4]、基于扰动观测器的控制^[5]、滑模控制(sliding mode control, SMC)^[6-7]、自适应控制^[8-9]、智能控制^[10-11]等. 这些控制策略在一定程度上改善了柔性机械臂的控制性能. 其中,对扰动具有较强鲁棒性的滑模控制SMC受到了更多的关注^[12], SMC虽然能够对系统存在的扰动进行有效的抑制,但SMC由于不连续的切换项的存在会导致抖振问题,严重时可能会对执行器造成破坏^[13]. 基于扰动观测器的控制方法(disturbance observer based control, DOB-C)能够有效地补偿外部干扰和动力学模型参数不确定性对控制系统的影响^[14-15],而基于扰动观测器的滑模控制方案不仅能够有效的削弱SMC中的抖振现象,而且使系统的抗干扰性能得到了提升^[16]. 目前扩张状态观测器(extended state observer, ESO)^[17]、广义比例积分观测器(generalized proportional integral observer, GPIO)^[18]、滑模观测器^[19]等多种扰动观测器被应用于柔性机械臂的控制策略中,文献[20-22]将系统中的动力学参数不确定性和摩擦非线性因素等未知状态作为总扰动,将总的扰动扩展成一个新的状态变量并利用ESO进行估计,然而扰动观测器却不能精确的估计摩擦^[23].

本文针对系统中动力学参数不确定性、外部负载扰动以及关节摩擦等因素引起的柔性机械臂系统控制性能下降的问题,提出了一种基于扰动和摩擦补偿的柔性机械臂系统非奇异快速终端滑模控制方法. 该方法首先将系统中动力学参数不确定性和外部负载干扰作为系统总扰动,然后采用扰动估计器(disturbance estimator, DE)对总扰动进行估计,针对扰动估计器不能精确估计的关节摩擦力矩基于辨识技术进行摩擦补偿(friction compensation, FC),最后利用滑模控制技术设计非奇异快速终端滑模控制器. 实验结果表明,相较于非奇异快速终端滑模控制(nonsingular fast terminal sliding mode control, NFTSMC)^[24]和基

于扰动估计器的非奇异快速终端滑模控制(NFTSMC-DE)方法,所提出的基于扰动和摩擦补偿的非奇异快速终端滑模控制(NFTSMC-DE-FC)方法提高了柔性机械臂系统的轨迹跟踪性能.

2 柔性机械臂系统的数学模型

本文所采用的柔性机械臂系统结构如图1所示,该系统主要由电机、减速器、串联弹性制动器(series elastic actuator, SEA)、负载连杆组成. 电机与负载是通过SEA进行连接,使关节具有柔顺性. 根据文献[25],将关节柔性等效为线性扭矩弹簧,并且考虑到外界负载干扰以及电机端和连杆端的摩擦等因素,建立柔性机械臂系统的数学模型为

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + f_2 + \omega(t) = \tau, \quad (1)$$

$$J\ddot{\theta} + D\dot{\theta} + f_1 + \tau = T_m, \quad (2)$$

$$K_p(\theta - q) = \tau, \quad (3)$$

其中: θ 为电机侧转角, q 为为连杆侧转角, $\dot{\theta}$ 为电机侧角速度, \dot{q} 为连杆侧转角速度, $\ddot{\theta}$ 为电机侧角加速度, \ddot{q} 为连杆侧转角加速度, $M(q)$ 为机械臂惯性矩阵, $C(q, \dot{q})$ 为离心力和哥式力项, $G(q)$ 为机械臂重力矩阵, K_p 为柔性关节的弹性系数, T_m 为控制器输出力矩, τ 为柔性关节传递扭矩, J 为电机转子转动惯量, D 为电机阻尼系数, $\omega(t)$ 为机械臂受到的未知外界扰动, f_1 , f_2 分别为电机端和负载端摩擦力矩.

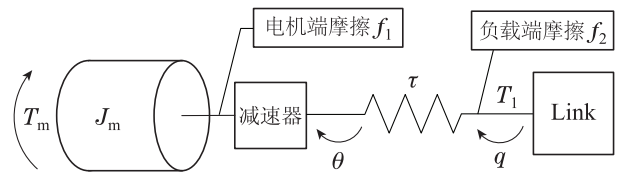


图1 柔性机械臂系统结构

Fig. 1 Structure of the flexible robots system

根据文献[26],单关节柔性机械臂数学模型为

$$I\ddot{q} + Mgl \sin q + f_2 + \omega(t) = \tau, \quad (4)$$

$$J_m\ddot{\theta} + D_m\dot{\theta} + f_1 + \tau = T_m, \quad (5)$$

$$K_p(\theta - q) = \tau, \quad (6)$$

其中: M 为连杆质量, g 为重力加速度, l 为连杆长度.

由式(4)–(6)可知,柔性机械臂实际上是由电机驱动电机转轴旋转,通过使SEA发生弹性形变产生扭矩,进而把电机轴扭矩传递给末端负载,结合式(4)–(5)可得

$$I\ddot{q} + Mgl \sin q + f_1 + f_2 = T_m - \omega(t) - F(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}), \quad (7)$$

其中 $F(\dot{\theta}, \ddot{\theta}) = J_m\ddot{\theta} + D_m\dot{\theta}$ 为电机动力学参数,进一步考虑关节柔性的影响,由式(6)–(7)得到柔性机械臂完整动力学模型为

$$I\ddot{q} + Mgl \sin q + f =$$

$$T_m - \omega(t) - J_m K_p^{-1} \ddot{\tau} - D_m K_p^{-1} \dot{\tau} - J_m \ddot{q} - D_m \dot{q}. \quad (8)$$

其中 $f = f_1 + f_2$ 为电机端和连杆端摩擦力矩总和, 并且式中的机械臂动力学参数可以写成 $I = I_0 + \Delta I$, $M = M_0 + \Delta M$, $l = l_0 + \Delta l$, 其中: $\Delta I, \Delta M, \Delta l$ 为系统动力学参数不确定量, 并假定柔性机械臂系统动力学模型中电机侧的动力学参数 J_m 和 D_m 完全未知.

令 $x_1 = q, x_2 = \dot{q}$, 则柔性机械臂系统的状态空间方程表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = I_0^{-1} T_m - I_0^{-1} (M_0 g l_0 \sin x_1 + f) + F, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (9)$$

其中 $F = I_0^{-1} (-\omega(t) - \Delta I \ddot{x}_1 - \Delta M g \Delta l \sin x_1 - J_m K_p^{-1} \ddot{\tau} - D_m K_p^{-1} \dot{\tau} - J_m \ddot{x}_1 - D_m \dot{x}_1)$ 为总扰动, 总扰动主要由 3 部分组成: $I_0^{-1} \omega(t)$ 为机械臂系统工作过程中由于负载变化等外界环境的干扰对系统动力学造成的影响; $I_0^{-1} (-\Delta I \ddot{x}_1 - \Delta M g \Delta l \sin x_1)$ 为机械臂系统自身动力学参数变化引起的不确定性; $I_0^{-1} (-J_m K_p^{-1} \ddot{\tau} - D_m K_p^{-1} \dot{\tau} - J_m \ddot{x}_1 - D_m \dot{x}_1)$ 为机械臂系统引入 SEA 后造成的动力学模型不确定项; y 为测量输出.

假设 1 假设系统中存在的总和扰动的一阶导数 \dot{F} 是有界的, 且满足 $|\dot{F}| \leq l_g$.

3 控制器设计

系统中动力学参数不确定性、外界负载干扰以及关节摩擦会引起柔性机械臂系统在运行过程中偏离参考位置甚至还会导致系统不稳定, 因此本节提出了一种基于扰动估计和摩擦补偿的非奇异快速终端滑模控制方法(图2). 该方法首先对系统中存在的动力学模型参数不确定性和外部负载干扰设计扰动估计器进行估计, 然后针对估计器不能精确估计的摩擦项通过实验数据进行辨识. 最后设计非奇异快速终端滑模控制器, 并将总扰动估计值和摩擦辨识值以前馈的方式进行补偿.

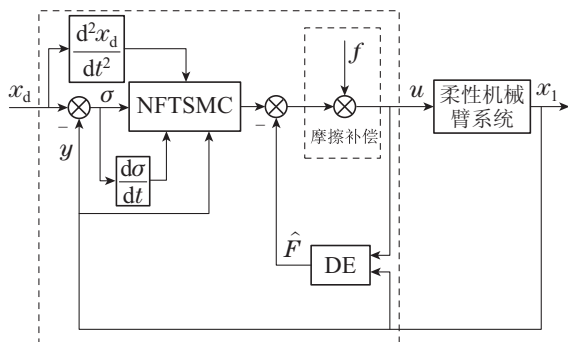


图 2 基于扰动和摩擦补偿的非奇异快速终端滑模控制框图
Fig. 2 Block diagram of nonsingular fast terminal-sliding-mode-control based on disturbance and friction compensation

3.1 关节摩擦力矩辨识

LuGre摩擦模型^[27]是一种广泛应用于机械和伺服系统的非线性动态摩擦模型, 本节将基于实验平台采集摩擦力数据, 并利用辨识技术得到模型参数. LuGre摩擦模型假设相对运动的两个刚性体在微观上通过弹性鬃毛相接触. 模型的建立是基于鬃毛的平均形变量, 能够准确的描述机械手系统中摩擦的动、静态特性, 鬃毛的平均形变量 z 表示为

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z, \quad (10)$$

其中: v 为接触面相对速度, $g(v)$ 为速度相关的函数, 表示不同的摩擦效应. LuGre摩擦力矩数学模型如下:

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z, \quad (11)$$

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{-|v/v_s|^\alpha}, \quad (12)$$

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 v, \quad (13)$$

其中: σ_0, σ_1 和为动态摩擦参数; σ_0 为鬃毛的刚性系数; σ_1 为鬃毛微观阻尼系数; σ_2 为黏性阻尼系数; F_c 为库伦摩擦力; F_s 为静摩擦力; v_s 为Stribeck速度; 指数 α 为一个经验值, 在本文中 α 取值为 2^[28].

本节中LuGre摩擦模型参数是通过离线辨识获得, 其中有 4 个静态参数和 2 个动态参数需要辨识, 分别为 v_s, F_c, F_s, σ_2 和 σ_0, σ_1 . 首先对静态参数进行辨识, 当关节匀速运动时, 摩擦力矩可描述为

$$F_v = g(v) \operatorname{sgn} v + \sigma_2 v. \quad (14)$$

经过多次实验得到摩擦力数据, 并通过最小二乘法得到摩擦模型的静态参数. 根据文献[29]中的两步法对动态参数进行辨识, 应用速度闭环控制, 使系统进行低频低幅值正弦运动, 并选取此过程中的速度和驱动力信息作为动态参数辨识的输入数据. 经过多次实验得到LuGre摩擦模型参数如表1所示.

表 1 摩擦力矩模型参数

Table 1 Parameters of the friction torque model

参数	符号	辨识值
库伦摩擦力	F_c^+ / Nm	0.6490
	F_c^- / Nm	0.1498
静摩擦力	F_s^+ / Nm	0.6838
	F_s^- / Nm	0.1794
黏性阻尼系数	$\sigma_2^+ / (\text{Nms} \cdot \text{rad})^{-1}$	0.1712
	$\sigma_2^- / (\text{Nms} \cdot \text{rad})^{-1}$	0.1391
Stribeck速度	$v_s^+ / (\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}$	0.02567
	$v_s^- / (\text{rad} \cdot \text{s})^{-1}$	0.01691
鬃毛刚性系数	$\sigma_0 / (\text{Nm} \cdot \text{rad})^{-1}$	45.014
鬃毛微观阻尼系数	$\sigma_1 / (\text{Nms} \cdot \text{rad})^{-1}$	1.281

注 1 由表1可知: 在速度正负两个方向上辨识出的摩擦力过零点位置是不一致的, 也就是说两个方向上的摩擦力

也是不尽相同的. 在做摩擦补偿的时候需要考虑运动方向带来的问题, 而式(12)在速度为零时会有两个不同的取值, 取 $g(0) = (F_s^+ + F_s^-)/2$.

假设2 假设系统中存在的摩擦力的辨识误差 $\Delta f = f - \bar{f}$ 是有界的, 并满足 $|\Delta f| \leq \tilde{l}_g$.

3.2 扰动估计

定义1^[30] 考虑系统 $\dot{x} = f(x, t)$ 的平衡状态 $x_e = 0$, 如果对任何 $\varepsilon > 0$, 存在一个 $\delta > 0$ (与 ε 和初始时间 t_0 有关), 使得从球域 $S(\delta)$ 内任一初始状态出发的状态轨迹始终在球域 $S(\delta)$ 内, 则平衡状态 $x_e = 0$ 称为在李雅普诺夫意义下是稳定的.

引理1^[31] 当且仅当对于任意给定的正定对称矩阵 Q , 存在一个正定对称矩阵 P 满足 $A^T P + PA = -Q$, 那么 A 是 Hurwitz 矩阵, 即 A 的所有特征值都满足 $\text{Re} \lambda_i < 0$. 此外, 如果 A 是 Hurwitz 矩阵, 那么正定对称矩阵 P 就是满足方程 $A^T P + PA = -Q$ 的唯一解.

根据文献[32]中龙伯格观测器的定义, 则系统(9)对应的龙伯格观测器模型为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = z_1 - x_1, \\ \dot{z}_1 = z_2 - l_1 e_1, \\ \dot{z}_2 = F + I_0^{-1} T_m - I_0^{-1} (M_0 g l_0 \sin z_1 + \bar{f}) - l_2 e_1, \end{cases} \quad (15)$$

其中: z_1, z_2 分别为 x_1, x_2 的估计值, \bar{f} 为辨识得到的摩擦力 f 的值.

针对不同形式的扰动可以设计广义的扰动估计器进行估计. 对于未知扰动 F , 首先对扰动的具体形式进行分析, 由上文可知, 考虑到实际情况的扰动形式以及后续控制器的设计, 假设系统扰动 F 满足假设1, 即扰动的导数满足有界条件, 为此针对扰动 F 采用误差的积分形式设计扰动估计器

$$\hat{F} = -l_3 \int e_1 dt, \quad (16)$$

则对应的扰动估计器系统为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - l_1 e_1, \\ \dot{z}_2 = \hat{F} + I_0^{-1} T_m - I_0^{-1} (M_0 g l_0 \sin z_1 + \bar{f}) - l_2 e_1, \\ \hat{F} = -l_3 \int e_1 dt, \end{cases} \quad (17)$$

其中: \hat{F} 为 F 的估计值, 选取 $l_1 = \beta_1 \omega, l_2 = \beta_2 \omega^2, l_3 = \beta_3 \omega^3$, 并假定 $\omega \geq 1$.

定义估计器误差 $e_1 = z_1 - x_1, e_2 = z_2 - x_2, e_3 = \hat{F} - F$, 得到估计器误差系统如下:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \beta_1 \omega e_1, \\ \dot{e}_2 = e_3 - \beta_2 \omega^2 e_1, \\ \dot{e}_3 = -\beta_3 \omega^3 e_1 - \dot{F}. \end{cases} \quad (18)$$

定义误差变量 $\eta = [e_1 \frac{e_2}{\omega} \frac{e_3}{\omega^2}]$, 则系统估计误差用状态空间模型可以表述为

$$\dot{\eta} = \omega A \eta - B \frac{\dot{F}}{\omega^2}, \quad (19)$$

其中: $A = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 \\ -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. 对设计的扰动估计器进行稳定性分析如下.

定理1 假设估计器误差系统(19)满足假设1, 若矩阵 A 是 Hurwitz 矩阵, 则估计器误差系统稳定, 并且估计误差收敛到界 $\frac{2l_g \|\Gamma\|}{\omega}$ 内.

证 选取李雅普诺夫函数 $V_\eta = \eta^T P \eta$, 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\eta &= \dot{\eta}^T P \eta + \eta^T P \dot{\eta} = \\ & (\omega A \eta - B \frac{\dot{F}}{\omega^2})^T P \eta + \eta^T P (\omega A \eta - B \frac{\dot{F}}{\omega^2}) = \\ & \omega \eta^T (A^T P + PA) \eta - \frac{2\dot{F}}{\omega^2} \eta^T P B. \end{aligned} \quad (20)$$

根据引理1, 若 A 为 Hurwitz 矩阵, 则存在唯一的正定对称矩阵 P , 使得 $A^T P + PA = -I$ 成立, 并将 Cauchy-Schwarz 不等式^[33] 应用到式(20)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\eta &= \eta^T (A^T P + PA) \eta - \frac{2\dot{F}}{\omega^2} \eta^T P B = \\ & -\omega \|\eta\|^2 - \frac{2\dot{F}}{\omega^2} \eta^T P B \leq \\ & -\omega \|\eta\|^2 + \frac{2l_g}{\omega^2} \|\eta\| \|\Gamma\|, \end{aligned} \quad (21)$$

其中: $\|\eta\|$ 为扰动估计误差的范数, l_g 为扰动导数 \dot{F} 的上界, $\Gamma = PB$. 当 $\|\eta\| > \frac{2l_g \|\Gamma\|}{\omega^3}$ 时, $\dot{V}_\eta < 0$. 根据定义1, 所设计的扰动估计器是稳定的.

因此从理论上可以得出结论, 估计器误差变量 $\|\eta\|$ 收敛到界 $\frac{2l_g \|\Gamma\|}{\omega^3}$ 内, 而 $\|\eta\| = \sqrt{e_1^2 + e_2^2/\omega^2 + e_3^2/\omega^4}$, 得到系统估计误差 $|e_i| \leq \check{l}_{gi} = \frac{2l_{gi} \|\Gamma\|}{\omega^{4-i}}, i = 1, 2, 3$.

即扰动 F 的估计误差 $|e_3| \leq \frac{2l_g \|\Gamma\|}{\omega}$. 由上述结论可知, 在保证矩阵 A 是 Hurwitz 矩阵前提下可以通过增大参数 ω 使估计误差趋向于无穷小, 但由扰动估计器式(16)可知, 过大的参数会引起扰动估计值有比较大的波动, 导致控制器的控制性能下降等问题, 因此扰动估计器参数的选择应保证扰动估计满足控制要求的前提下选择尽量小的值.

而针对摩擦力 f , 机械臂关节在转向时 f 会有正负切换, 而此时的摩擦力一阶导数 $\dot{f} = \infty$. 如果把摩擦力当作扰动 F 的一部分, 则在这一阶段 $\dot{F} = \infty$, 由式(19)可知, 扰动估计误差并不能收敛到零或者收敛到较小的界内. 另外, 若要保证扰动估计误差收敛到

零, 需要选择比较大的估计器参数 ω , 然而过大的 ω 在实际中会导致扰动估计值有比较大的波动等问题. 因此, 利用扰动估计器对摩擦力进行估计时并不能得到满意的估计精度. 证毕.

3.3 非奇异快速终端滑模控制

本节考虑系统中存在动力学参数不确定性, 外界负载扰动以及关节摩擦的情况下, 讨论结合扰动估计和摩擦补偿的非奇异快速终端滑模控制器的设计. 由于控制目标是使机械臂关节跟踪期望轨迹. 定义误差函数如下:

$$\sigma = x_d - x_1, \quad (22)$$

其中: x_1 为机械臂关节实际状态, x_d 和为关节状态参考值, 设计非奇异快速终端滑模面为

$$s = \sigma + \frac{1}{\alpha} \sigma^{g/h} + \frac{1}{\beta} \dot{\sigma}^{p/q}. \quad (23)$$

其中: $\alpha \in \mathbb{R}^+$, $\beta \in \mathbb{R}^+$, $p, q, g, h \in \mathbb{N}$ 为奇数, 且满足 $1 < p/q < 2$, $p/q < g/h$.

求得等效控制律为

$$T_{eq} = I_0[\ddot{x}_d + \beta \frac{q}{p} \dot{\sigma}^{2-p/q} (1 + \frac{g}{\alpha h} \sigma^{g/h-1})] + M_0 g l_0 \sin x_1 + \bar{f} - I_0 \hat{F}. \quad (24)$$

设计滑模趋近律

$$\dot{s} = -k \operatorname{sgn} s, \quad k > I_0^{-1} \tilde{l}_g + \check{l}_{g3}, \quad (25)$$

其中: \tilde{l}_g 为摩擦力矩辨识误差上界, \check{l}_{g3} 为总扰动估计误差上界.

结合式(23)–(25), 得到滑模控制律如下:

$$T_m = I_0[\ddot{x}_d + \beta \frac{q}{p} \dot{\sigma}^{2-p/q} (1 + \frac{g}{\alpha h} \sigma^{g/h-1}) - \hat{F} + k \operatorname{sgn} s] + M_0 g l_0 \sin x_1 + \bar{f}. \quad (26)$$

3.4 闭环系统稳定性分析

定义 2^[31] 对于系统 $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$, 如果存在与 t_0 无关的正常数 a_2 , $t_0 \geq 0$, 且对于任意大的 a_1 , 存在 $T = T(a_1, a_2) \geq 0$ 与 t_0 无关, 满足

$$\|x(t_0)\| \leq a_1 \Rightarrow \|x(t)\| \leq a_2, \quad \forall t \geq t_0 + T,$$

则系统的解 $x(t)$ 是全局一致最终有界的.

定理 2 假设系统(9)满足假设1和假设2, 在控制律(26)作用下, 如果控制器切换增益 k 满足条件 $k > I_0^{-1} \tilde{l}_g + \check{l}_{g3}$, 则系统的位置跟踪误差能够收敛零.

证 由于控制器中增加了估计器部分, 所以需要考虑估计器变量, 定义 $V_\eta = \eta^T P \eta$, 其中 P 为对称正定矩阵.

选取李雅普诺夫函数

$$V = \frac{1}{2} s^2 + V_\eta, \quad (27)$$

对其求导

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \dot{s} + \eta^T P \dot{\eta} + \eta^T P \dot{\eta} = \\ &= s[\dot{\sigma} + \frac{g}{\alpha h} \sigma^{g/h-1} \dot{\sigma} + \frac{p}{\beta q} \dot{\sigma}^{p/q-1} (\ddot{x}_d - \ddot{x}_1)] + \\ &= \eta^T P \dot{\eta} + \eta^T P \dot{\eta} = \\ &= s[\rho(\dot{\sigma})(-k \operatorname{sgn} s - \Delta F + I_0^{-1} \Delta f)] + \\ &= (\omega A \eta - B \frac{\dot{F}}{\omega^2})^T P \eta + \eta^T P (\omega A \eta - B \frac{\dot{F}}{\omega^2}) = \\ &= s[\rho(\dot{\sigma})(-k \operatorname{sgn} s - \Delta F + I_0^{-1} \Delta f)] + \\ &= \omega \eta^T (A^T P + P A) \eta - 2 \frac{\dot{F}}{\omega^2} \eta^T P B, \end{aligned} \quad (28)$$

其中: $\Delta f = f - \bar{f}$ 为摩擦力辨识误差, $\Delta F = F - \hat{F}$ 为系统未知扰动估计误差, $\rho(\dot{\sigma}) = \frac{p}{\beta q} \dot{\sigma}^{p/q-1}$, 并且满足 $\rho(\dot{\sigma}) \geq 0$.

根据引理1, 若 A 为Hurwitz矩阵, 则存在唯一的正定对称矩阵 P , 使得 $A^T P + P A = -I$ 成立, 并将Young不等式^[34]应用到式(28)得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s[\rho(\dot{\sigma})(-k \operatorname{sgn} s + I_0^{-1} \Delta f - \Delta F)] + \\ &= \omega \eta^T (A^T P + P A) \eta - 2 \frac{\dot{F}}{\omega^2} \eta^T P B = \\ &= s[\rho(\dot{\sigma})(-k \operatorname{sgn} s + I_0^{-1} \Delta f - e_3)] - \\ &= \omega \|\eta\|^2 - 2 \frac{\dot{F}}{\omega^2} \eta^T P B \leq \\ &= |s| [\rho(\dot{\sigma})(-k + (I_0^{-1} \tilde{l}_g + \check{l}_{g3}))] - \\ &= \omega \|\eta\|^2 + \|\eta\|^2 + \frac{l_g^2}{\omega^4} \|\Gamma\|^2 = \\ &= |s| [\rho(\dot{\sigma})(-k + (I_0^{-1} \tilde{l}_g + \check{l}_{g3}))] + \\ &= (1 - \omega) \|\eta\|^2 + \frac{l_g^2}{\omega^4} \|\Gamma\|^2 = \\ &= -|s| \xi + (1 - \omega) \|\eta\|^2 + \frac{l_g^2}{\omega^4} \|\Gamma\|^2, \end{aligned} \quad (29)$$

其中: $\xi = \rho(\dot{\sigma})(k - (I_0^{-1} \tilde{l}_g + \check{l}_{g3}))$, $\|\eta\|^2$ 表示误差向量 η 的范数的平方. 因此上式理论结果会出现以下两种情况:

1) 当 $|s| > \frac{l_g^2 \|\Gamma\|^2}{\omega^4 \xi}$ 时, $\frac{l_g^2}{\omega^4} \|\Gamma\|^2 - |s| \xi < 0$, $\dot{V} < 0$, 系统状态将会收敛;

2) 当 $|s| \leq \frac{l_g^2 \|\Gamma\|^2}{\omega^4 \xi}$ 时, $\frac{l_g^2}{\omega^4} \|\Gamma\|^2 - |s| \xi > 0$, 若满足条件 $\|\eta\|^2 \geq \frac{l_g^2 \|\Gamma\|^2 - \omega^4 |s| \xi}{\omega^4 (\omega - 1)}$, 则 $\dot{V} < 0$, 系统状态将会收敛.

综合上述两种情况, 估计器误差变量和跟踪误差变量均是有界的. 根据定义2, 系统是全局一致最终有界, 接着证明滑模面函数的收敛性能.

选取李雅普诺夫函数

$$V_1 = \frac{1}{2} s^2, \quad (30)$$

对李雅普诺夫函数求导

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s\dot{s} = \\ & s\left[\dot{\sigma} + \frac{g}{\alpha h}\sigma^{g/h-1}\dot{\sigma} + \frac{p}{\beta q}\dot{\sigma}^{p/q-1}(\ddot{x}_d - \ddot{x}_1)\right] = \\ & s\left[\frac{p}{\beta q}\dot{\sigma}^{p/q-1}(-k\operatorname{sgn}s - \Delta F + I_0^{-1}\Delta f)\right] \leq \\ & -|s|\rho(\dot{\sigma})[k - (I_0^{-1}\tilde{l}_g + \check{l}_{g3})], \end{aligned} \quad (31)$$

其中: $\rho(\dot{\sigma}) = \frac{p}{\beta q}\dot{\sigma}^{p/q-1}$, 对于控制器只需选择合适的 k , 并满足条件 $k > I_0^{-1}\tilde{l}_g + \check{l}_{g3}$, 此时有 $\dot{V}_1 \leq 0$. 下面对 $\rho(\dot{\sigma}) = 0$ 的情况进行分析.

1) 当 $\rho(\dot{\sigma}) = 0$ ($\dot{\sigma} = 0$)时, $\ddot{\sigma} = -k\operatorname{sgn}s + I_0^{-1}\Delta f - \Delta F$, 此时 $\ddot{\sigma}s < 0$, 仍然满足趋近条件, 系统状态将会趋近滑模面 $s = 0$ ^[35];

2) 当 $\rho(\dot{\sigma}) > 0$ 时, $k > I_0^{-1}\tilde{l}_g + \check{l}_{g3}$, 此时 $\dot{V}_1 < 0$, 系统状态趋近滑模面 $s = 0$.

综合上述情况, 在控制律(26)作用下, 系统状态在任意初始条件下到达滑模面 $s = 0$, 并沿着滑模面使位置跟踪误差收敛到零. 证毕.

4 实验验证

本节基于Baxter机器人对提出的控制策略进行验证, 如图3所示, Baxter是一款典型的具有柔性关节的双臂机器人, 机器人手臂每个关节中都内置有SEA, 增强了机械臂的柔顺性, 在人机协作或者外部碰撞下能起到保护人和机械臂本体的作用. 用户可以基于ROS(robot operating system)操作系统与机器人内部计算机互联来接受和发送信号, 通过该机器人关节处内置的传感器可以获得许多关键参数, 例如关节位置, 速度和扭矩等参数. 其中柔性机械臂关节 w_1 各参数如表2所示, 本实验中的控制算法是基于Python语言实现的, 机械臂的控制周期为10 ms.



图3 柔性机械臂系统实验平台

Fig. 3 Experimental platform of the flexible robots system

为了更好地验证本文所提出的控制策略的跟踪性能, 将其与传统的非奇异快速终端滑模控制以及基于扰动估计器的非奇异快速终端滑模控制方法进行比较. 最后, 为了定量分析系统的位置跟踪精度和对未知扰动的抑制性能, 将实验数据采用时间乘绝对误差

积分准则(integral of time-multiplied absolute-value of error, ITAE)和均方根误差(root mean square error, RMSE)^[36]两项性能指标来定量分析.

$$\begin{cases} \text{ITAE} = \int_0^t t|y - x_d|d\tau, \\ \text{RMSE} = \sqrt{\int_0^t \frac{1}{t}(y - x_d)^2 d\tau}, \end{cases} \quad (32)$$

其中: x_d 为给定参考位置, y 为系统输出.

表2 柔性机械臂系统参数

Table 2 Parameters of the flexible manipulators system

参数	符号	参考值
连杆惯量	$I/\text{kg}\cdot\text{m}^2$	0.17
连杆质量	m/kg	2.15
连杆长度	l/m	0.23
弹性刚度系数	$K_p/(\text{Nm}\cdot\text{rad})^{-1}$	250
电机转子惯量	$J_m/\text{kg}\cdot\text{m}^2$	-
电机阻尼系数	$D_m/(\text{Nms}\cdot\text{rad})^{-1}$	-
重力加速度	$g/\text{m}\cdot\text{s}^2$	9.80

根据上述方法和参数设计控制器并设计实验进行验证, 为了进行比较, 对比实验中尽可能选择相同的控制参数. 针对切换增益 k , 不同方案的 k 根据不同标准进行选择, 由上文理论分析结果可知, 针对NFTSMC方案, 为了达到满意的跟踪效果和扰动抑制性能需保证切换增益 $k > I_0^{-1}f + F$, 而当外界有负载干扰时, 需要通过较大的切换增益 k 对外界干扰进行抑制; 利用NFTSMC-DE方案进行实验时, 需保证切换增益满足 $k > I_0^{-1}f + \check{l}_{g3}$ 条件; 而利用NFTSMC-DE-FC方案进行实验时, 只需保证切换增益 $k > I_0^{-1}\tilde{l}_g + \check{l}_{g3}$, 相对于前两种方案, NFTSMC-DE-FC控制器中设计的切换增益 k 明显减小. 控制方案中的扰动估计器参数 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 设计为3, 3, 1, 控制器中其他参数的选取参见表3.

表3 控制器参数表(实验)

Table 3 Parameters of the controller (Experiment)

控制器	控制器参数							
	α	g	h	β	p	q	k	ω
NFTSMC	11	9	5	11	9	7	6.6	-
NFTSMC-DE	11	9	5	11	9	7	0.8	45
NFTSMC-DE-FC	11	9	5	11	9	7	0.8	45

通过下述实验对动态轨迹跟踪性能和扰动抑制性能进行验证:

情况I 对动态轨迹的跟踪性能, 设计正弦轨迹跟踪实验, 参考位置为 $x_d = 0.8\sin t \text{ rad}$.

正弦跟踪实验结果如图4-5所示, 其中3种控制方案的主要参数为切换增益 k , 实验中 k 的值分别为

6.6, 0.8, 0.8. 由图4可知, 为了能够抑制动力学模型中的参数不确定量和关节摩擦等因素的影响, 使关节状态跟踪上期望位置, 其中NFTSMC 方案的非连续切换项会选择较大的增益 k . 而NFTSMC-DE方案可以通过对扰动进行估计补偿减少控制器的切换增益, 减弱系统的抖振现象. 然而由上文分析可知, 扰动估计器并不能精确估计非线性摩擦项, 依然会出现“平顶”现象, 如图5所示. 为了比较本文所提出控制策略的优势, 选择同样的切换增益 k 进行实验对比, 实验结果表明本文所提控制方案在位置跟踪精度上有明显的提高. 另外, 图4和图5的实验结果和理论分析的结果一致.

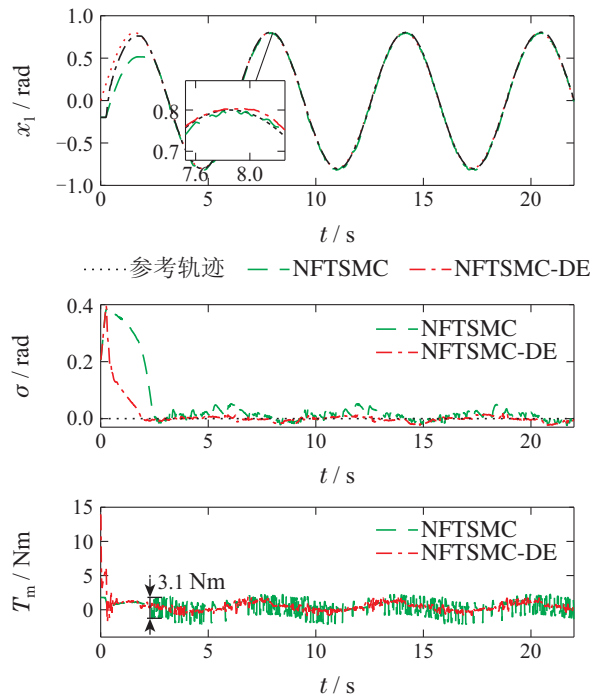


图 4 2种控制方法作用下的正弦跟踪响应曲线(情况I实验)
Fig. 4 Response curves of sine wave tracking under two controllers (Case I Experiment)

情况II 对外界扰动抑制能力, 通过在连杆末端悬挂质量为0.3 kg的负载模拟受到外界扰动的影响.

在外界有负载干扰情况下实验结果如图6和图7所示, 其中3种控制方案的主要参数为切换增益 k , 实验中 k 的值分别为10.3, 0.8, 0.8. 为了抑制末端负载和未知扰动的影响, NFTSMC方案中切换增益 k 设计为10.3. 由图6可知, NFTSMC控制量波动值达到了4.7, 导致系统具有比较大的抖振. 如图7所示, 利用DE对系统干扰进行估计、利用辨识技术对摩擦项进行辨识并在控制器中进行补偿之后的切换增益明显减小, 控制精度得到提高. 为了比较本文提出的控制策略的优势, 在具有扰动的情况下选择同样的切换增益 k 进行实验对比, 由图6和图7可知, 实验结果和理论分析的结果一致, 提出的控制方案具有更好的控制性能. 实验结果的性能指标见表4.

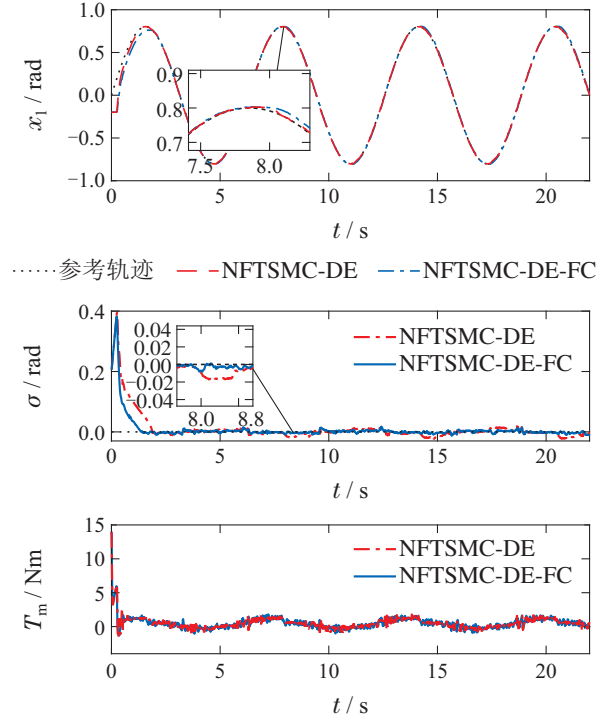


图 5 2种控制方法作用下的正弦跟踪响应曲线(情况I实验)
Fig. 5 Response curves of sine wave tracking under two controllers (Case I Experiment)

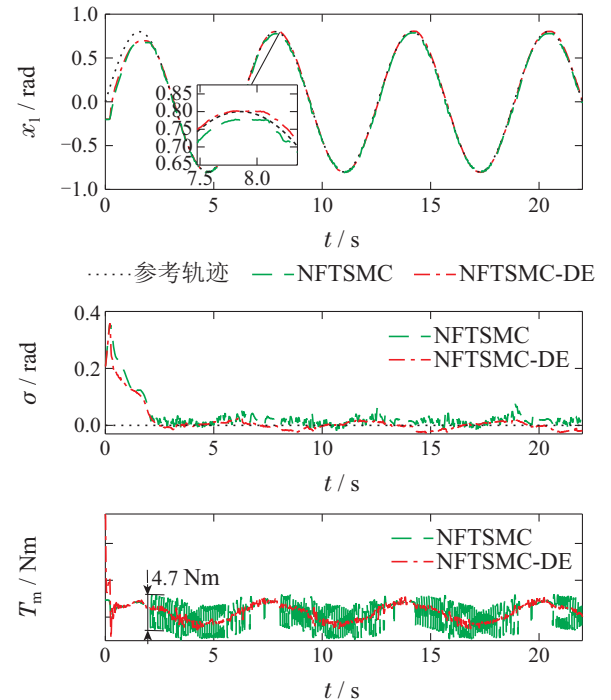


图 6 2种控制方法作用下的正弦跟踪响应曲线(情况II实验)
Fig. 6 Response curves of sine wave tracking under two controllers (Case II Experiment)

5 结论

本文研究了柔性机械臂系统的位置跟踪问题. 考虑系统存在的动力学模型参数不确定性, 外界负载扰动和关节摩擦的情况, 提出了一种基于扰动和摩擦补偿的非奇异快速终端滑模控制方法. 通过扰动估计器

对系统动力学模型参数不确定性和外界负载扰动进行估计,并利用辨识技术对扰动估计器不能准确估计的摩擦项进行辨识,并结合非奇异快速终端滑模控制律得到最终的复合控制律,在基于串联弹性驱动器的Baxter机器人仿真和实验平台上验证本文提出的控制方法,实验结果表明,所提出的控制器具有令人满意的性能,并证明了所提的控制方法更有优势。

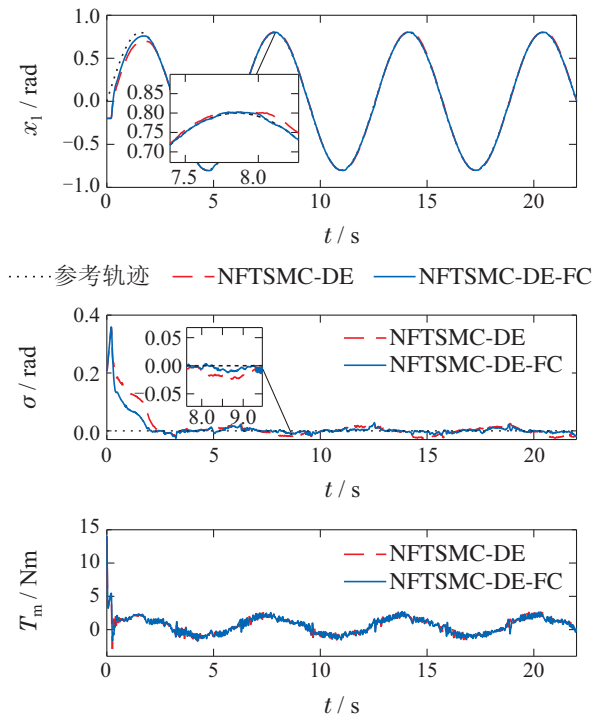


图7 2种控制方法作用下的正弦跟踪响应曲线(情况II实验)

Fig. 7 Response curves of sine wave tracking under two controllers (Case II Experiment)

表4 位置跟踪的性能指标比较(实验)

Table 4 Comparison of performance indexes for position tracking (Experiment)

控制器		ITAE	RMSE
情况1	NFTSMC	438.2044	7.1111
	NFTSMC-DE	191.6509	5.6180
	NFTSMC-DE-FC	88.0465	5.3340
情况2	NFTSMC	450.6135	5.9202
	NFTSMC-DE	276.5128	5.4828
	NFTSMC-DE-FC	133.3792	5.2439

参考文献:

[1] LI X, PAN Y P, CHEN G, et al. Multi-modal control scheme for rehabilitation robotic exoskeletons. *The International Journal of Robotics Research*, 2017, 36(5/7): 759 – 777.

[2] SUN L, YIN W, WANG M, et al. Position control for flexible joint robot based on online gravity compensation with vibration suppression. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 65(6): 4840 – 4848.

[3] KERMANI M R, PATEL R V, MOALLEM M. Friction identification and compensation in robotic manipulators. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2007, 56(6): 2346 – 2353.

[4] LIU Fucui, LIANG Lihuan, GAO Juanjuan, et al. Trajectory tracking control with active disturbance rejection for space manipulator in different gravity environments. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(3): 352 – 360.
(刘福才, 梁利环, 高娟娟, 等. 不同重力环境的空间机械臂自抗扰轨迹跟踪控制. *控制理论与应用*, 2014, 31(3): 352 – 360.)

[5] YUN J N, SU J B. Design of a disturbance observer for a two-link manipulator with flexible joints. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 22(2): 809 – 815.

[6] SOLTANPOUR M R, MOATTARI M. Voltage based sliding mode control of flexible joint robot manipulators in presence of uncertainties. *Robotics and Autonomous Systems*, 2019, 118: 204 – 219.

[7] WANG H M, ZHANG Q Y, SUN Z X, et al. Continuous terminal sliding-mode control for FJR subject to matched/mismatched disturbances. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, DOI: 10.1109/T-CYB.2021.3066593.

[8] LE-TIEN L, ALBU-SCHAFFER A. Robust adaptive tracking control based on state feedback controller with integrator terms for elastic joint robots with uncertain parameters. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017, 26(6): 2259 – 2267.

[9] MA H, ZHOU Q, LI H Y, et al. Adaptive prescribed performance control of a flexible-joint robotic manipulator with dynamic uncertainties. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, DOI: 10.1109/T-CYB.2021.3091531.

[10] XU B. Composite learning control of flexible-link manipulator using NN and DOB. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 48(11): 1979 – 1985.

[11] CHENG X, ZHANG Y J, LIU H S, et al. Adaptive neural backstepping control for flexible-joint robot manipulator with bounded torque inputs. *Neurocomputing*, 2021, 458: 70 – 86.

[12] LIU J X, GAO Y B, YIN Y F, et al. *Sliding Mode Control Methodology In the Applications of Industrial Power Systems*. New York, USA: Springer International Publishing, 2020.

[13] DING S H, LIU L, PARK J H. A novel adaptive nonsingular terminal sliding mode controller design and its application to active front steering system. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(12): 4250 – 4269.

[14] REN C E, DU T, LI G L, et al. Disturbance observer-based consensus control for multiple robotic manipulators. *IEEE Access*, 2018, 6: 51348 – 51354.

[15] LIU J X, GAO Y B, SU X J, et al. Disturbance-observer-based control for air management of PEM fuel cell systems via sliding mode technique. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2018, 27(3): 1129 – 1138.

[16] GINOYA D, SHENDGE P D, PHADKE S B. Disturbance observer based sliding mode control of nonlinear mismatched uncertain systems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2015, 26(1/3): 98 – 107.

[17] TALOLE S E, KOLHE J P, PHADKE S B. Extended-state-observer-based control of flexible-joint system with experimental validation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 57(4): 1411 – 1419.

[18] SUN J K, YANG J, LI S H, et al. Output-based dynamic event-triggered mechanisms for disturbance rejection control of networked nonlinear systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 50(5): 1978 – 1988.

[19] WANG H M, PENG W W, TAN X, et al. Robust output feedback tracking control for flexible-joint robots based on CTSMC technique. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2020, 68(6): 1982 – 1986.

- [20] WANG S B, REN X M, NA J, et al. Extended-state-observer-based funnel control for nonlinear servomechanisms with prescribed tracking performance. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2016, 14(1): 98 – 108.
- [21] REN C, LI X H, YANG X B, et al. Extended state observer-based sliding mode control of an omnidirectional mobile robot with friction compensation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(12): 9480 – 9489.
- [22] WANG Shengxiang, REN Chao, MA Shugen. Active disturbance rejection control with friction compensation for an omnidirectional mobile robot. *Control Theory & Applications*, 2017, 34(10): 1285 – 1292.
(王圣翔, 任超, 马书根. 含有摩擦补偿的全方位移动机器人自抗扰控制. *控制理论与应用*, 2017, 34(10): 1285 – 1292.)
- [23] EOM M, CHWA D. Robust swing-up and balancing control using a nonlinear disturbance observer for the pendubot system with dynamic friction. *IEEE Transactions on Robotics*, 2015, 31(2): 331 – 343.
- [24] LI Shengbo, LI Keqiang, WANG Jianqiang, et al. Nonsingular fast terminal-sliding-mode control method and its application on vehicular following system. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(5): 543 – 550.
(李升波, 李克强, 王建强, 等. 非奇异快速的终端滑模控制方法及其跟车控制应用. *控制理论与应用*, 2010, 27(5): 543 – 550.)
- [25] SPONG M W. Modeling and control of elastic joint robots. *Journal of Dynamic Systems. Measurement and Control*, 1987, 109(4): 310 – 318.
- [26] HUANG A C, CHEN Y C. Adaptive sliding control for single-link flexible-joint robot with mismatched uncertainties. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, 12(5): 770 – 775.
- [27] SIMONI L, BESCHI M, VISIOLI A, et al. Inclusion of the dwell time effect in the LuGre friction model. *Mechatronics*, 2020, 66: 102345.
- [28] TAN Y L, CHANG J, TAN H L. Adaptive backstepping control and friction compensation for AC servo with inertia and load uncertainties. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2003, 50(5): 944 – 952.
- [29] VARGAS F J T, DE FIERI E R, CASTELAN E B. Identification and friction compensation for an industrial robot using two degrees of freedom controllers. *ICARCV the 8th Control, Automation, Robotics and Vision Conference*. Piscataway: IEEE, 2004, 2: 1146 – 1151.
- [30] YU Li. *Modern Control Theory*. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.
(俞立. 现代控制理论. 北京: 清华大学出版社, 2007.)
- [31] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996.
- [32] LI S H, YANG J, CHEN W H, et al. *Disturbance Observer-Based Control: Methods and Applications*. Boca Raton: CRC press, 2014.
- [33] STEELE J M. *The Cauchy-Schwarz Master Class: An Introduction to the Art of Mathematical Inequalities*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [34] DIBENEDETTO E. *Real Analysis*. Boston: Birkhauser, 2002.
- [35] FENG Y, YU X B, MAN Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.
- [36] WANG J X, ZHAO L, YU L. Adaptive terminal sliding mode control for magnetic levitation systems with enhanced disturbance compensation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 68(1): 756 – 766.

作者简介:

- 王军晓 副教授, 目前研究方向为先进电力电子与运动控制, E-mail: wjx2017@zjut.edu.cn;
- 闫小东 硕士研究生, 目前研究方向为运动控制, E-mail: 2112003064@zjut.edu.cn;
- 徐建明 教授, 目前研究方向为机器人控制技术与电机伺服控制技术, E-mail: xujm@zjut.edu.cn.