

# 约束非线性系统理想点多目标安全预测控制

何德峰<sup>†</sup>, 操佩颐, 岑江晖

(浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

**摘要:** 考虑具有状态和控制约束的仿射非线性系统多目标安全控制问题, 本文提出一种保证安全和稳定的多目标安全模型预测控制(MOSMPC)策略. 首先通过理想点逼近方法解决多个控制目标的冲突问题. 其次, 利用控制李雅普诺夫障碍函数(CLBF)参数化局部控制律, 并确定系统不安全域. 在此基础上, 构造非线性系统的参数化双模控制器, 减少在线求解模型预测控制(MPC)优化问题的计算量. 进一步, 应用双模控制原理和CLBF约束, 建立MOSMPC策略的递推可行性和闭环系统的渐近稳定性, 并保证闭环系统状态避开不安全域. 最后, 以加热系统的多目标控制为例, 验证了本文策略的有效性.

**关键词:** 非线性系统; 模型预测控制; 多目标控制; 安全控制; 稳定性

**引用格式:** 何德峰, 操佩颐, 岑江晖. 约束非线性系统理想点多目标安全预测控制. 控制理论与应用, 2024, 41(2): 355 – 363

DOI: 10.7641/CTA.2023.20542

## Utopia multi-objective safe predictive control of constrained nonlinear systems

HE De-feng<sup>†</sup>, CAO Pei-yi, CEN Jiang-hui

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

**Abstract:** This paper considers the multi-objective safe control problem of input-affine nonlinear systems subject to the constraints on the state and control. A new multi-objective safe model predictive control (MOSMPC) scheme is proposed for the system with guaranteed safety and stability. First, the utopia-point approximation method is adopted to solve the conflicting problem of multiple control objectives. Second, the control Lyapunov-barrier function (CLBF) is used to parameterize the local control laws of the system and determine the unsafe domains of the system. Then the parameterized dual-mode controller of the nonlinear system is constructed to reduce the computational amount of online solving the MPC optimization problem. Moreover, recursive feasibility of the MOSMPC scheme and asymptotic stability of the closed-loop system are established via the dual-mode control principle and the CLBF constraint, which ensures that the states of the closed-loop system can avoid the unsafe domain. Finally, an example of multi-objective control of a heating system is used to verify the effectiveness of the proposed strategy.

**Key words:** nonlinear systems; model predictive control; multi-objective control; safety control; stability

**Citation:** HE Defeng, CAO Peiyi, CEN Jianghui. Utopia multi-objective safe predictive control of constrained nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(2): 355 – 363

### 1 引言

安全与稳定是工业过程正常生产的前提, 安全事故一旦发生, 轻则造成生产过程严重的经济损失, 重则威胁生产者的生命健康<sup>[1-2]</sup>, 如何保证安全与稳定运行成为工业生产过程的首要任务. 除了工业现场的安全保护装置外, 过程控制系统可以通过对控制器的

约束设计保证生产过程的安全与稳定运行<sup>[3-5]</sup>. 因此, 各种约束条件在工业过程控制中普遍存在<sup>[3-6]</sup>. 另一方面, 工业过程控制问题通常涉及多个控制目标, 如能耗、效率和控制速率等要求, 这些控制目标通常相互冲突<sup>[6-8]</sup>. 因此, 控制器的设计需要保证这些相互冲突的目标在运行过程中协调实现. 现已证明, 模型预

收稿日期: 2022-06-17; 录用日期: 2023-06-01.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn; Tel.: +86 13093790667.

本文责任编辑: 夏元清.

国家自然科学基金项目(62173303), 浙江省重点研发计划项目(2020C03056)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62173303) and the Key Research and Development Program of Zhejiang Province (2020C03056).

测控制(model predictive control, MPC)具有在求解最优控制问题的同时对约束和多目标问题进行有效处理的优点,已被广泛应用于各种工业生产过程的最优控制<sup>[6-10]</sup>.

近年来,兼顾稳定性与安全性的MPC方法受到了学术界和工业界越来越多的关注.例如,文献[11-12]提出一种基于控制避障函数的安全反馈设计来保证系统的安全运行;文献[13]提出利用安全指标函数作为硬约束定义不安全区域,结合稳定控制和控制安全,结果显示所提出的方法可以实现非线性系统的闭环稳定性和运行安全性;文献[14-16]考虑控制目标和安全约束之间的潜在冲突,提出一种基于控制李雅普诺夫障碍函数(control Lyapunov-barrier function, CLBF)的控制策略,通过加权控制李雅普诺夫函数(control Lyapunov function, CLF)和控制障碍函数(control barrier function, CBF)兼顾闭环系统的稳定性和控制安全性,文献[14-16]同时还给出了存在多个不安全情况下的控制方法;文献[15]提出了一种基于CLBF的模型预测控制策略,解决满足约束和保证安全的非线性系统的稳定问题,保证状态收敛到稳态而不进入一个指定的不安全区域;文献[17]推广了不安全区域的定义,并通过基于CLBF的控制方法得到验证.现有基于CLBF的控制策略侧重系统安全性和稳定性控制目标,但缺少对工业过程更多控制目标的系统性处理.

工业过程控制通常存在多个相互冲突的性能指标,本质上是一种多目标优化控制问题<sup>[18-19]</sup>.加权函数法因其使用方便,通常被用来近似求解多目标优化控制问题,但确定适当的加权系数通常很困难,一般需要经过大量的离线实验才能得到,特别是复杂系统或非凸的多目标控制问题<sup>[20-21]</sup>.为此,近年来相关学者提出了一些新的多目标优化MPC方法,如对控制目标进行优先级排序的优先级多目标MPC<sup>[22-24]</sup>、基于拐点的进化多目标优化MPC<sup>[25-26]</sup>以及基于多目标理想点逼近的多目标MPC<sup>[27-28]</sup>等.理想点逼近多目标MPC策略通过帕累托前沿实现理想点目标跟踪,无需复杂的参数选择就能自动处理各个性能指标的冲突性,并获得令人满意的多目标控制结果,在工业过程多目标控制研究中得到了广泛关注.

仿射输入非线性系统是工业过程控制中常用的一类非线性模型,广泛用于描述加热过程<sup>[29]</sup>、聚合反应过程<sup>[15-17]</sup>等工业过程的动态特性.本文考虑具有状态和控制约束的仿射输入非线性系统,提出一种具有稳定性和安全性保证的非线性系统多目标安全模型预测控制(multi-objective safe predictive control, MOSMPC)策略.首先,采用理想点跟踪方法协调多个控制目标的冲突性.再利用约束CLBF的特性设计系统参数化局部控制律,保证闭环系统状态避开不安全区域.同时,构造非线性系统的参数化双模MPC控制器,

在优化多目标性能的同时减少在线求解优化问题的计算量,从而可增加预测时域扩大闭环系统的初始可行域.进一步,应用双模控制原理和CLBF约束,建立MOSMPC策略的递推可行性和闭环系统的渐近稳定性,并且保证系统状态在初始可行域能始终避开不安全区域.最后,通过加热系统的多目标控制仿真实验验证本文结论的有效性和优越性.

符号说明:  $I_{\geq 0}$ 表示非负整数的集合;  $I_{a,b}$ 表示集合  $\{i \in I_{\geq 0} : a \leq i \leq b\}$ , 其中  $a \in I_{\geq 0}$  和  $b \in I_{\geq 0}$ ;  $u(t_0:t_1)$  表示  $t \in [t_0, t_1]$  的一个连续时间信号  $u(t)$ ; 给定初始状态  $x_0$ , 对于输入信号  $u(0:t)$ ,  $t$  时刻系统的解  $x(t)$  由  $x(t) = \phi(t; x_0, u(0:t))$  表示; 符号  $\|\cdot\|$  表示向量的2范数; 上标T表示向量或矩阵的转置; “ $\setminus$ ”表示集合差, 即  $A \setminus B = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \in A, x \notin B\}$ ;  $\emptyset$  表示空集;  $\partial D$  表示集  $D \subset \mathbb{R}^n$  的边界;  $L_f V$  是标量函数  $V(\cdot)$  沿向量函数  $f(\cdot)$  的李导数.

## 2 问题描述和预备

考虑连续时间仿射输入非线性系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t), \\ t \geq 0, x(0) = x_0. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(t) \in X$  和  $u(t) \in U$  是  $t$  时刻系统的状态变量和控制变量;  $x_0$  是初始状态;  $X \subseteq \mathbb{R}^n$  和  $U \subseteq \mathbb{R}^m$  分别是状态和控制的约束集;  $f(x)$  和  $g(x)$  是自变量  $x$  的连续函数. 不失一般性, 令原点为该系统的平衡点, 并假设系统状态是可测的. 为简化书写, 令  $F(x, u) = f(x) + g(x)u$ . 考虑系统状态和控制约束为

$$(x(t), u(t)) \in Z, \forall t \geq 0, \quad (2)$$

其中  $Z \subseteq X \times U$  是包含原点为内点的紧凸集.

考虑性能函数向量  $L(x, u) = [L_1(x, u) \cdots L_l(x, u)]$ , 其中  $L_j : Z \rightarrow \mathbb{R}, j \in I_{1:l} (l \geq 2)$ , 并假设  $L_j(x, u)$  关于  $x$  和  $u$  连续有界. 则定义系统(1)的多目标稳态优化问题为

$$\min_{(x,u) \in Z} \{L(x, u) : F(x, u) = 0\}, \quad (3)$$

由于各性能函数  $L_j(x, u)$  相互冲突, 无法同时取得各个性能指标的最优性, 通常采用帕累托(Pareto)最优性定义问题(3)的最优解, 即给定优化问题(3)的可行解  $(x_s^p, u_s^p)$ , 如果不存在其他可行解, 使得如下不等式成立:

$$L_j(x, u) \leq L_j(x_s^p, u_s^p), j \in I_{1:l}, \quad (4)$$

且不等式组中至少有一个  $j \in I_{1:l}$ , 使得  $L_j(x, u) < L_j(x_s^p, u_s^p)$ .

考虑系统(1)在采样时间  $t_k$  的状态  $x_k$ , 即  $x(t_k) = x_k$ , 则定义有限预测时域  $0 < T < \infty$  上的目标函数为

$$J_j(x_k, u(t_k : t_k + T)) =$$

$$\int_{t_k}^{t_k+T} L_j(x(s), u(s))ds, \quad (5)$$

其中  $s$  为预测时间. 注意单目标 MPC 通过最小化单个目标函数  $J_j(x, u)$  优化镇定系统(1), 而多目标 MPC 除闭环系统的稳定性外, 应同时优化多个相互冲突的目标函数, 因此, 定义系统(1)的多目标有限时域最优控制问题为

$$\begin{aligned} & \min_{u(t_k:t_k+T)} J(x_k, u(t_k : t_k + T)) \\ \text{s.t. } & \dot{x}(s) = F(x(s), u(s)), \forall s \in [t_k, t_k + T], \\ & (x(s), u(s)) \in X \times U, \forall s \in [t_k, t_k + T], \\ & x(t_k) = x_k, \end{aligned} \quad (6)$$

其中:  $u(t_k : t_k + T)$  是在采样时间  $t_k$  预测的未来时段  $[t_k : t_k + T]$  的控制输入;  $J(x, u)$  是需要最小化的 1 个目标函数向量, 即

$$J(x, u) = [J_1(x, u) \ J_2(x, u) \ \cdots \ J_l(x, u)], \quad (7)$$

如果多目标最优控制问题(6)存在可行解, 则设  $u^*(t_k : t_k + T)$  是问题(6)的一个帕累托最优解. 根据滚动时域优化控制原理, 多目标 MPC 控制律定义为

$$u(t) = u^*(t_k : t_{k+1}), \forall t \in [t_k, t_{k+1}), k \in I_{\geq 0}, \quad (8)$$

即  $u^*(t_k : t_k + T)$  作用于系统(1)直到下一个采样时刻  $t_{k+1} = t_k + \delta$ , 其中采样周期  $\delta > 0$ . 在下一采样时刻  $t_{k+1}$ , 用更新的状态  $x_{k+1}$  重复整个过程.

多目标 MPC 控制律(8)作用下的闭环系统的稳定性无法由优化问题(6)中目标函数的最优性保证. 进一步, 闭环状态演化过程中存在不安全域, 如温度、压力、浓度过高等运行区域, 但优化问题(6)无约束条件使闭环状态避开系统不安全域. 令开集  $X_d$  表示系统(1)运行区间的不安全区域, 本文目标是寻找一个最优反馈控制  $u(x) \in U$ , 使闭环系统状态轨迹  $x(t; x_0, u) \in X$  但始终避开  $X_d$ , 即  $x(t; x_0, u) \notin X_d, \forall t \geq 0, x_0 \in X$ , 从而确保系统是最优且安全运行的. 对此, 本文将引入 CLBF 概念设计安全约束, 采用 MPC 方法保证闭环系统能安全避开不安全域, 并渐进稳定于平衡点.

考虑系统(1)的一个连续可微函数  $W_c(x)$ , 定义集

$$\begin{aligned} X_e &= x \in X \setminus (X_d \cup 0) | W_c(x) / \partial x = 0, \\ X_c &= x \in X | W_c(x) \leq 0 \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned} X_{uc} &= \{x \in X \mid \dot{W}_c(x) = L_f W_c(x) + L_g W_c(x) u(x) < \\ & 0, u(x) \in U\} \cup 0 \cup X_e, \end{aligned}$$

其中  $L_f W_c(x)$  和  $L_g W_c(x)$  分别为  $W_c(x)$  对函数  $f(x)$  和  $g(x)$  的李导数.

**定义 1**<sup>[15]</sup> 考虑系统(1)及不安全域  $X_d \subset X_{uc}$ , 如果函数  $W_c(x)$  有下界, 在 0 点有最小值, 并满足如

下:

- 1)  $W_c(x) > 0, \forall x \in X_d$ ;
- 2)  $|\frac{\partial W_c(x)}{\partial x}| \leq r(|x|)$ ;
- 3)  $X_c \neq \emptyset$ ;
- 4)  $\overline{X_{uc} \setminus (X_d \cup X_c)} \cap \bar{X}_d \neq \emptyset$ ;
- 5)  $L_f W_c(x) < 0, \forall x \in \{s \in X_{uc} \setminus (X_d \cup 0 \cup X_e) \mid L_g W_c(s) = 0\}$ , 其中  $r$  是  $\mathcal{K}$  类函数, 则  $W_c(x)$  是该系统的一个控制李雅普诺夫障碍函数 CLBF.

**注 1** 在实际中, CLBF 可以由控制李雅普诺夫函数和控制障碍函数复合而成. 令  $V(x)$  和  $B(x)$  分别是系统(1)的控制李雅普诺夫函数<sup>[30]</sup>和控制障碍函数<sup>[15]</sup>, 则该系统的一个 CLBF 为  $W_c(x) = V(x) + \lambda B(x) + \nu$ , 其中  $\lambda$  和  $\nu$  可由  $V(x)$  和  $B(x)$  的上下界给定, 详见文献[15].

### 3 多目标安全 MPC 设计

#### 3.1 理想点计算

考虑优化问题(3)的第  $j \in I_{1:l}$  个性能函数  $L_j(x, u)$ , 求解对应稳态优化问题为

$$L_{s,j}^* := \min_{(x,u) \in Z} \{L_j(x, u) : F(x, u) = 0\}, \quad (9)$$

得最优解  $(x_{s,j}^*, u_{s,j}^*)$ , 其中最优值  $L_{s,j}^* = L_j(x_{s,j}^*, u_{s,j}^*)$ . 由于各性能函数  $L_j(x, u)$  相互冲突, 故各  $L_j(x, u)$  对应的最优解  $(x_{s,j}^*, u_{s,j}^*)$  不同. 为此, 应用  $L_{s,j}^*$  定义目标函数向量  $J(x, u)$  的理想点为

$$J_s^* = T [L_{s,1}^* \ L_{s,2}^* \ \cdots \ L_{s,l}^*]^T, \quad (10)$$

显然, 理想点  $J_s^*$  是目标函数向量  $J(x, u)$  的不可达点, 但给出了各个目标函数  $J_j(x, u)$  的理想期望性能. 因此, 求解与该理想点  $J_s^*$  最接近性能函数值对应的稳态解  $(x_s^c, u_s^c)$  为

$$\begin{aligned} (x_s^c, u_s^c) &= \arg \min_{(x,u) \in Z} \{\|TL(x, u) - J_s^*\|_p : \\ & F(x, u) = 0\}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\|\cdot\|_p$  是向量  $p$  范数. 稳态解  $(x_s^c, u_s^c)$  又称为多目标优化问题(6)的折衷稳态点. 因此, 本文多目标 MPC 控制器的设计遵循使  $J(x, u)$  逐渐逼近  $J_s^*$  并使闭环系统稳定于  $x_s^c$  的原则实现各个目标函数的最优化.

#### 3.2 基于 CLBF 的控制器设计

为应用 CLBF 概念设计 MPC 控制器, 首先将系统(1)的折衷稳态点  $(x_s^c, u_s^c)$  平移至原点. 令坐标转换  $z = x - x_s^c$  和  $v = u - u_s^c$ , 则系统(1)可变换为

$$\begin{aligned} \dot{z} &= f(z(t) + x_s) + \\ & g(z(t) + x_s)(v(t) + u_s) := \bar{F}(z, v), \end{aligned} \quad (12)$$

令  $Z_d = X_d - x_s^c$  及  $W_c(z)$  为系统(12)的一个 CLBF, 则有以下结论.

**引理 1** 考虑系统(12)及其不安全域  $Z_d$ , 并给定

实数  $D_1 > 0$  和  $D_2 > 0$ , 则存在非空集  $S_T$  及其反馈控制律

$$v(z) = h(z, \mu) = -p(z, \mu)\beta(z)^T, \quad (13)$$

其中参数  $\mu = (\mu_1, \mu_2) \in D = [0, D_1] \times (0, D_2]$ , 增益为

$$p(x, \mu) = \begin{cases} \frac{\alpha(z) + \mu_1 \sqrt{|\alpha(z)|^2 + \mu_2 |\beta(z)|^4}}{|\beta(z)|^2}, \\ \beta(z) \neq 0, \\ 0, \beta(z) = 0, \end{cases} \quad (14)$$

其中  $\alpha(z) = L_f W_c(z)$  和  $\beta(z) = L_g W_c(z)$ , 使其闭环系统满足约束(2), 并在不变集  $S_T$  中渐近稳定, 同时使闭环状态避开不安全域  $Z_d$ .

**证** 令  $S_T \subset X$  为  $W_c(z)$  的最大水平集, 则由 CLBF 定义可知, 集  $S_T$  非空. 当  $z \in S_T \setminus Z_d$ , 由 CLBF 定义可得  $W_c(z) \leq 0$ . 对  $W_c(z)$  沿闭环系统状态轨迹求导得

$$\dot{W}_c(z) = \alpha(z) + \beta(z)h(z, \mu) = -\mu_1 \sqrt{|\alpha(z)|^2 + \mu_2 |\beta(z)|^4}, \quad (15)$$

当  $\beta(z) = 0$  时, 由 CLBF 定义可得  $\dot{W}_c(x) = \alpha(z) < 0$ ; 当  $\beta(z) \neq 0$  时,  $\dot{W}_c(x) = -\mu_1 \sqrt{|\alpha(z)|^2 + \mu_2 |\beta(z)|^4}$ , 即  $W_c(z(t)) < W_c(z(0)) < 0, \forall t \geq 0, z(t) \notin Z_d$ . 则应用定理 1<sup>[15]</sup> 的证明思路可得, 闭环系统状态轨迹  $z$  在控制律  $h(z, \mu)$  作用下保持在域  $S_T \setminus Z_d$  内, 且在不变集  $S_T$  内渐近稳定.

**注 2** 不变集  $S_T$  的大小与参数  $\mu$  取值相关. 文献[31]给出了一种不变集  $S_T$  的选取方法, 如下: 先定义集  $Z_h = \{z \in \mathbb{R}^n \mid \exists \mu \in D \text{ s.t. } h(z, \mu) + u_s^c \in U\}$  和  $S_T(r) = \{z \in \mathbb{R}^n \mid W_c(z) \leq r\}$ , 再将  $r$  从 0 逐渐增加, 直到集  $(X - x_s^c) \cap Z_h$  无法包含  $S(r)$ , 从而得到与  $r_{\max}$  相关的最大不变集  $S_{T\max}$ , 令  $S_{T\max} = \{z \in \mathbb{R}^n \mid W(z) \leq r_{\max}\} \subseteq X$ , 则每时刻都至少存在一个  $\mu_f \in D$ , 使具有控制器(13)的闭环系统(12)满足约束(2), 并且闭环状态轨迹在避开不安全域  $Z_d$  的前提下渐近收敛到原点.

由引理 1 和注 2 可知, 闭环系统(12)–(13)存在一个不变集  $S_{\max}$ , 使得闭环系统渐近稳定到平衡点, 并且满足对状态量和控制量的约束. 为简化书写, 令  $S_T(x_s^c) = \{x \in X : x = z + x_s^c, \forall z \in S_{\max}\}$ , 其中至少存在一个可行的  $\mu_f \in D$ , 使相应的控制器  $u(x) = h(x - x_s^c, \mu_f) + u_s^c$  满足系统状态和控制约束(2).

为设计约束系统(1)–(2)的多目标安全 MPC, 定义参数化双模控制律如下<sup>[30]</sup>:

$$u^{DM}(x) = \begin{cases} h(x - x_s^c, \mu_f) + u_s^c + c, & x \notin S_T(x_s^c), \\ h(x - x_s^c, \mu) + u_s^c, & x \in S_T(x_s^c), \end{cases} \quad (16)$$

其中:  $c \in \mathbb{R}$  是求解多目标最优控制问题的修正项;  $\mu$  是控制器参数向量. 在  $k \in I_{\geq 0}$  的每个采样时间  $t_k$ , 如果状态  $x(t_k) \notin S_T(x_s^c)$ , 则通过在线求解优化问题  $J(x, u)$  得到  $c(t_k)$ ; 如果  $x(t_k) \in S_T(x_s^c)$ , 则在线求得  $\mu(t_k)$ . 由此将得到系统(1)满足约束(2)的稳定多目标安全 MPC.

**注 3** 传统双模控制方法<sup>[32–35]</sup>仅通过在线计算修正项求解最优控制问题, 而在终端域  $S_T(x_s^c)$  中定义的终端控制律通常是通过系统(1)的线性化模型离线确定的. 在本文策略中, 当闭环系统状态进入终端域时, 通过 CLBF 得到一个带可变参数的状态反馈控制律, 整体在线更新. 这种修改一方面将终端域内外的计算统一到一个代价函数, 有利于解决需要在线调整成本函数的控制要求. 另一方面, 通过引入可变参数, 最大程度上弱化控制器和终端域的耦合性, 通过在终端控制律(16)中选择一些可行参数  $\mu_f$ , 可以离线计算  $S_T(x_s^c)$ , 降低多目标 MPC 在线优化时的计算量.

### 3.3 双模多目标安全 MPC 算法

考虑约束系统(1)–(2), 稳态折衷点(11)和双模控制器(16), 定义折衷性能指标函数为

$$\hat{J}(x(t_k), u(t_k : t_k + T)) = \|J(x(t_k), u(t_k : t_k + T)) - J_s^*\|_p, \quad (17)$$

则定义系统(1)的多目标安全有限时域最优控制问题分别为

$$\begin{aligned} & \min_{c(t_k : t_k + T)} \hat{J}(x(t_k), u(t_k : t_k + T)) \\ & \text{s.t. } \dot{x}(s) = F(x(s), u(s)), (x(s), u(s)) \in \mathbb{Z}, \\ & u(s) = h(x(s) - x_s^c, \mu_f) + u_s^c + c(s), \\ & x(t_k + T) \in S_T(x_s^c), \\ & x(t_k) = x_k, \forall s \in [t_k, t_k + T] \end{aligned} \quad (18)$$

和

$$\begin{aligned} & \min_{\mu(t_k) \in D} \hat{J}(x_k(t_k), u(t_k : t_k + T)) \\ & \text{s.t. } \dot{x}(s) = F(x(s), u(s)), (x(s), u(s)) \in \mathbb{Z}, \\ & u(s) = h(x(s) - x_s^c, \mu(t_k)) + u_s^c, \\ & x(t_k) = x_k, \forall s \in [t_k, t_k + T], \end{aligned} \quad (19)$$

其中: 目标函数向量  $J(x, u)$  和其稳态理想点  $J_s^*$  分别由式(7)–(10)给定;  $c(t_k : t_k + T)$  为采样时刻  $t_k$  的预测范围  $[t_k, t_k + T]$  内的预测修正. 由此本文提出的考虑安全性的双模多目标安全 MPC 算法归纳如下:

**步骤 1** 设定采样周期  $\delta > 0$ 、预测时域  $T = T_0 > \delta$ 、多个性能指标函数  $J_j$  和参数域  $D$ ;

**步骤 2** 离线计算理想点  $J_s^*$ , 折衷解  $(x_s^c, u_s^c)$  和带参数  $\mu_f \in D$  的终端不变集  $S_T(x_s^c)$ ; 设  $k = 0$  和  $t_k = 0$ ;

**步骤 3** 在采样时刻  $t_k$ , 测量当前状态  $x_k$ , 令  $x(t_k) = x_k$ ;

**步骤 4** 如果状态  $x(t_k) \notin S_T(x_s^c)$ , 在线解决优化问题(18)得到修正项  $c^*(t_k)$ , 转入步骤5; 否则, 求解优化问题(19)得  $\mu^*(t_k)$ , 转入步骤6, 令  $T = T_0$ ;

**步骤 5** 将  $u^{DM}(t) = h(x(t) - x_s^c, \mu_t) + u_s^c + c^*(t_k : t_{k+1})$  应用到系统(1), 直到下一个采样时刻; 令  $k = k + 1$  和  $T = T - \delta$ ; 返回步骤3;

**步骤 6** 将  $u^{DM}(t) = h(x(t) - x_s^c, \mu^*(t_k)) + u_s^c$  应用于系统(1), 直到下一个采样时刻; 令  $k = k + 1$  并返回步骤3.

**定义 2** 考虑约束系统(1)–(2), 若系统的某一初始状态  $x(t_0) \notin S_T(x_s^c)$ , 且在此初始时刻优化问题(18)存在可行解满足其约束条件, 则称  $x(t_0)$  为闭环系统的初始可行状态, 所有满足条件的初始可行状态值构成的集合称为初始可行域, 记为  $X_{f0}$ .

**定理 1** 考虑约束系统(1)及其多目标安全有限时域最优控制问题(18)–(19), 则在充分长的预测时域  $T$  内该优化问题是递推可行的.

**证** 由注2–3可知, 当状态  $x(t_k) \in S_T(x_s^c)$  时, 至少存在一个可行的参数向量  $\mu_t$  满足约束(19); 当状态  $x(t_k) \notin S_T(x_s^c)$  时, 由双模控制策略可知, 闭环状态可以在一个有限时域  $T$  内被驱动到终端域  $S_T(x_s^c)$  内, 一旦状态进入  $S_T(x_s^c)$ , 则回到上一种情况. 因此可得算法1中的最优控制问题在容许状态集  $X_{f0}$  中是递推可行的. 证毕.

**定理 2** 考虑约束系统(1)–(2)及其控制李雅普诺夫避障函数  $W_c(x)$  和不安全区域  $X_d$ , 则对任意初始状态  $x_0 \in X_{f0}$ , 算法1作用下的闭环系统稳定到稳态  $x_s^c$ , 且始终不会进入不安全区域  $X_d$ .

**证** 已知对于初始状态  $x(t_0) \notin S_T(x_s^c)$ , 在双模控制器作用下, 闭环系统状态可在有限时域  $T$  内进入终端域  $S_T(x_s^c)$ , 记为  $x_T \in S_T(x_s^c)$ . 假设  $x_T \in \frac{S_T(x_s^c)}{X_d}$ , 则由CLBF定义可得

$$\dot{W}_c(x(t)) < 0, \forall x(t) \in S_T(x_s^c) \setminus (X_d \cup \{0\}), \quad (20)$$

即  $W_c(x(t)) < W_c(x(0)) < \infty, \forall t \geq 0$ . 根据控制李雅普诺夫避障函数  $W_c(x)$  的特性可知, 闭环系统的状态轨迹是有界的. 这意味着由  $x$  的极限点构成的集合  $\Omega(x)$  是非空的连通紧集, 且  $\lim_{t \rightarrow \infty} d(x(t), \Omega(x)) = 0$ , 其中  $d$  为状态和集的距离<sup>[36]</sup>. 由注1或文献[15]可知, 函数  $W_c(x) = V(x) + \lambda B(x) + \nu$  的控制李雅普诺夫函数  $V(x)$  为正定函数, 参数和存在下界, 则  $W_c(x)$  存在下界. 又不等式(20)意味着  $W_c(x)$  是单调递减函数, 故  $W_c(x)$  必收敛. 考虑对于由  $x$  的极限点构成的集合  $t_n \rightarrow \infty$  时  $x(t_n) \rightarrow \xi$ . 由  $W_c(x)$  的连续性可知,  $\lim_{t_n \rightarrow \infty} W_c(x(t_n)) = W_c(\xi)$ , 因此, 可得  $\Omega(x) = \{\xi \in X \mid W_c(\xi) = \lim_{n \rightarrow \infty} W_c(x(t_n))\} \subset S_T(x_s^c)$ , 则  $W_c(x)$  收敛于集  $\Omega(x)$ , 且沿着此时状态轨迹有  $u = 0$ . 当  $u(t) =$

$0, t \geq 0$  时, 可得  $d(x(0), \Omega(x)) = 0$ , 则  $d(x(t), \Omega(x)) = 0, t \geq 0$ . 因此在集  $\Omega(x)$  中,  $W_c(x) = W_c(0) = 0$ , 得到  $\Omega(x) = \{0\}$ , 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t)| = 0$ .

**注 4** 尽管优化问题(18)–(19)计算得到的参数  $c^*$  和  $\mu^*$  是开环解, 但由于参数化双模控制律(16)结构特点, 算法1得到的多目标MPC控制器是闭环控制律. 进一步, 在算法1的预测时间窗口  $[t_k, t_k + T]$  内的参数  $\mu$  的值是不变的, 从而, 通过参数化压缩了优化问题的决策变量维数, 因此, 这将有助于减轻算法1的在线优化计算量.

**注 5** 由于算法1的双模形式, MPC的控制律关于  $x$  通常是不连续的. 然而, 对于任何初始条件  $x_0 \in X_{f0}$ , 状态  $x$  都可以被驱动到  $x \in S_T(x_s^c)$ . 一旦  $x$  进入  $S_T(x_s^c)$ , 则可以通过基于CLBF的解析控制律(16)实现连续条件下的渐近稳定控制.

### 4 实例仿真

考虑一个多输入多输出非线性加热系统, 如图1所示. 图中加热系统由一个外部加热装置和一个内部可拆卸传热容器组成, 内部容器中可放置需要加热的对象. 加热过程目标是通过调节外部加热装置的温度  $T_h$  和内部容器的温度  $T_n$ , 从而对容器中的对象进行加热. 这是由加热装置的两个加热器共同控制的, 可用的控制输入分别是加热器提供的两个电源  $W_{h1}$  和  $W_{h2}$ . 此外, 内部管道通过水温对内部容器进行温度调节实现热量交换, 而外部温度通过引起环境的辐射冷却来干扰加热系统. 该系统可以表征中药等加热过程, 将需要处理的中药放置在内部容器中进行加热处理.

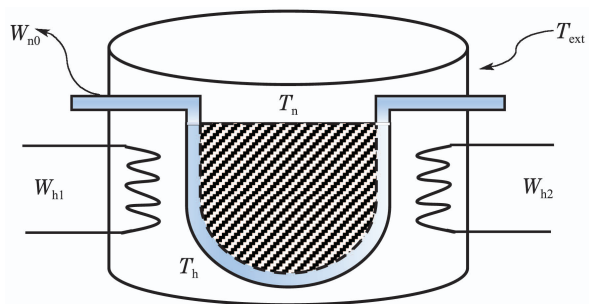


图 1 加热系统示意图

Fig. 1 Schematic representation of the heating system

考虑图1所示加热系统, 应用传热学和能量守恒原理, 加热系统的动力学表示如下<sup>[29]</sup>:

$$\begin{cases} m_n c_n \dot{T}_n(t) = W_{n0} + A_1 h_1 (T_h(t) - T_n(t)), \\ m_h c_h \dot{T}_h(t) = W_{h1}(t) + W_{h2}(t) - A_1 h_1 (T_h(t) - T_n(t)) + A_2 h_2 (T_{ext}^4(t) - T_h^4(t)), \end{cases} \quad (21)$$

其中:  $T_h$  是内部可拆卸容器温度;  $T_n$  是加热对象温度;  $T_{ext}$  是加热系统的外部温度;  $m_n$  是内部容器质量;  $m_h$  为加热装置质量;  $c_n$  为内部容器比热;  $c_h$  为加热装置比热;  $h_1$  为内部容器对流系数;  $h_2$  为加热装置对流



系数;  $A_1$ 为内部容器面积;  $A_2$ 为加热装置面积;  $W_{n0}$ 为每个采样间隔内部管道带来的热量;  $W_{h1}$ 和 $W_{h2}$ 为加热器电源功率. 该加热系统模型参数值:  $T_{\text{ext}} = 283 \text{ K}$ ;  $m_n = 3.0 \text{ kg}$ ;  $m_h = 20.0 \text{ kg}$ ;  $c_n = 300 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ;  $c_h = 4000 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ ;  $h_1 = 200 \text{ kg/K} \cdot \text{s}^3$ ;  $h_2 = 9.203 \times 10^{-7} \text{ kg/K} \cdot \text{s}^3$ ;  $A_1 = 0.3 \text{ m}^2$ ;  $A_2 = 0.8 \text{ m}^2$ ;  $W_{n0} = 250 \text{ W}$ . 分别选择内部容器温度 $T_n$ 和外部加热装置温度 $T_h$ 为该加热系统的状态变量 $x_1$ 和 $x_2$ , 选择加热器 $W_{h1}$ 和 $W_{h2}$ 分别为控制输入 $u_1$ 和 $u_2$ , 即系统的状态和控制输入 $x = [T_n \ T_h]^T$ 和 $u = [W_{h1} \ W_{h2}]^T$ , 且满足以下约束:

$$\begin{cases} 200 \text{ K} \leq T_n \leq 400 \text{ K}, \\ 0 \text{ W} \leq W_{h1} \leq 12000 \text{ W}, \\ 200 \text{ K} \leq T_h \leq 400 \text{ K}, \\ 0 \text{ W} \leq W_{h2} \leq 40400 \text{ W}. \end{cases} \quad (22)$$

对加热系统而言, 通常希望在使用过程中降低系统能耗, 即最小化性能函数

$$L_1(x, u) = W_{h1} + W_{h2}, \quad (23)$$

同时希望温度变化率尽可能大, 使系统在保证安全的前提下尽快达到指定温度, 即最小化性能函数

$$L_2(x, u) = -(\dot{T}_n^2 + \dot{T}_h^2), \quad (24)$$

并且跟踪设定温度 $373 \text{ K}$ , 即最小化性能函数

$$L_3(x, u) = |T_h - 373| + |T_n - 373|, \quad (25)$$

因此, 在设计加热系统控制器时应同时满足上述3个性能要求.

定义性能函数向量  $L(x, u) = [L_1(x, u) \ L_2(x, u) \ L_3(x, u)]^T$ . 根据稳态优化问题(9),  $L(x, u)$ 的理想稳态点计算为  $L_s^* = [0 \ 0 \ 4.167]^T$ , 分别对应稳态解  $O_1(x_s^*, u_s^*) = (300.485, 296.18, 0, 0)$ ,  $O_2(x_s^*, u_s^*) = (300.531, 296.364, 2.101, 1.451)$  和  $O_3(x_s^*, u_s^*) = (373.742, 69.576, 713.323, 7345.673)$ , 上述3组稳态最优解不一致, 表明 $L_1(x, u)$ ,  $L_2(x, u)$ ,  $L_3(x, u)$ 之间具有冲突性, 即加热系统控制是一个多目标冲突的优化控制问题. 由式(11)计算2范数下的折衷稳态解  $O(x_s^c, u_s^c) = (300.534, 296.368, 1.898, 1.898)$ , 则加热系统的控制目标是同时最小化性能函数(23)–(25), 使系统在满足约束的前提下安全渐近稳定到折衷稳态点.

本文算法通过平衡点 $O(x_s^c, u_s^c)$ 定义移位状态向量 $z = x - x_s^c$ 和控制变量 $v = u - u_s^c$ . 为此, 选择移位系统的CLF为定义控制李雅普诺夫函数 $V(z) = z^T P z$ , 其中 $P = \begin{bmatrix} 29.7 & 44.8 \\ 44.8 & 195.8 \end{bmatrix}$ . 不安全域 $Z_d$ 定义为终端区域内的一个开集, 状态域 $Z_d$ 中外部加热装置和内部容器的温差较大, 包含在实际加热过程中会

产生安全威胁的不安全状态, 其范围表示为 $Z_d := \{z \in \mathbb{R}^2 \mid F(z) = (z_1 + 4.2)^2 + (z_2 - 1)^2 / 10 < 0.06\}$ . 又定义 $\mathcal{H} := \{z \in \mathbb{R}^2 \mid F(z) < 0.07\}$ , 可由文献[15]设计控制避障函数为

$$B(z) = \begin{cases} \frac{F(z)}{e^{F(z)-0.07}} - e^{-6}, & z \in \mathcal{H}, \\ -e^{-6}, & z \notin \mathcal{H}, \end{cases} \quad (26)$$

其中, 对于所有状态 $z \in \mathcal{H}$ ,  $B(z) > 0$ . 按照注1构造控制李雅普诺夫避障函数 $W_c(x) = V(x) + \lambda B(x) + \nu$ , 其中参数 $c_1 = 15$ ,  $c_2 = 210$ ,  $c_3 = \max_{z \in \partial \mathcal{H}} |z|^2 = 29.99$ ,  $c_4 = \min_{z \in \partial Z_d} |z|^2 = 10.62$ ,  $\lambda = 2.1 \times 10^6$ ,  $\nu = -c_1 c_4 = -159.3$ . 终端域 $S_T(x_s^c) = \{z \in \mathbb{R}^2 : W_c(z) \leq -4764.68\}$ , 通过离线试错得参数向量 $\mu$ 的范围为 $[0.01 \ 10] \times [0.01 \ 10]$ .

在仿真中, 取采样周期为 $2 \text{ s}$ , 预测步长为 $10$ , 仿真总步长为 $500$ . 采用MATLAB2021A软件中的fmincon函数优化计算最优控制问题. 选取系统初始状态点 $A(-5.5 \ 1.9)$ ,  $B(-6 \ 1.7)$ 和 $C(-5 \ 1.4)$ . 图2给出了闭环系统从3个不同初始状态点到稳态点的状态移动轨迹, 图中结果显示, 所有闭环状态能避开不安全区域, 并能最终收敛到稳态点. 加热系统从初始状态 $A$ 开始, 比较本文方法DM-MOSMPC和基于CLF的MOMPC<sup>[28]</sup>控制下的状态轨迹, 结果如图3所示, 其中, 实线表示基于CLBF的安全MOMPC控制下的状态轨迹, 虚线表示基于CLF的MOMPC控制下的状态轨迹. 结果显示, 本文基于CLBF的双模安全多目标MPC将闭环系统的状态保持在稳定安全区域内并驱动到稳态点, 而基于CLF的MOMPC无法对状态空间中的不安全域进行躲避. 因此, DM-MOSMPC在状态约束下优于基于CLF的MOMPC, 同时, 保证系统的安全性和闭环稳定性.

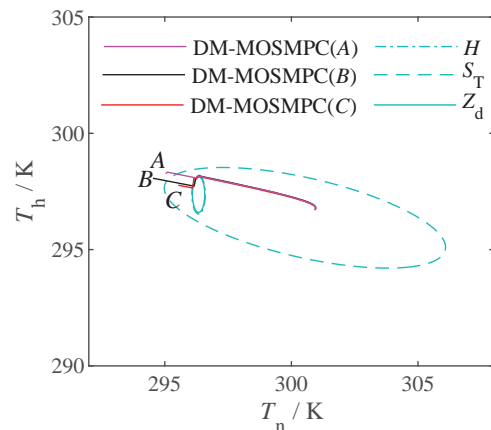


图2 闭环系统不同初始点的状态轨迹

Fig. 2 The closed-loop state trajectories of different initial points

为比较本文DM-MOSMPC和CLBF-MOMPC方

法, 选择系统从初始状态  $B$  开始, 系统状态轨迹如图4所示, 其中: 实线表示本文控制方法, 虚线表示CLBF-MOMPC方法<sup>[16]</sup>. 系统的状态曲线如图5所示, 结果表明本文方法更快更准确地趋近稳态点. 3个性能函数的优化过程如图6所示, 其中, 点实线是稳态性能, 实线表示DM-MOSMPC方法, 虚线表示CLBF-MOMPC方法. 曲线表明, 多个冲突经济目标通过控制器的优化迅速下降, 直到稳定在稳态性能附近.

另外, 在计算量方面也可以看到本文方法的优势. 图7显示本文方法DM-MOSMPC(蓝色柱状图)和CLBF-MOMPC方法(红色柱状图)在不同预测时域进行一次在线优化时的计算CPU时间的比较. 结果显示, 本文方法在线优化所用的计算CPU时间在各个不同的预测时域比所选取的对比方法时间短.

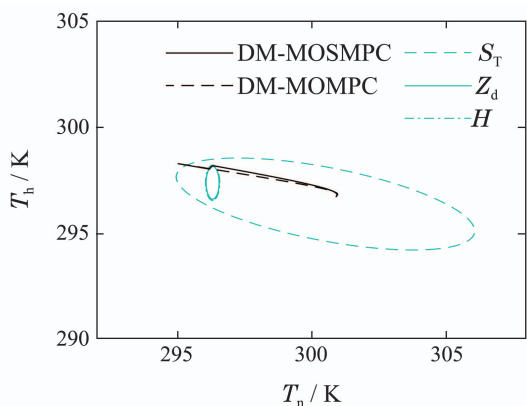


图 3 DM-MOSMPC和DM-MOMPC方法的闭环系统状态轨迹

Fig. 3 The closed-loop state trajectories under DM-MOSMPC and DM-MOMPC

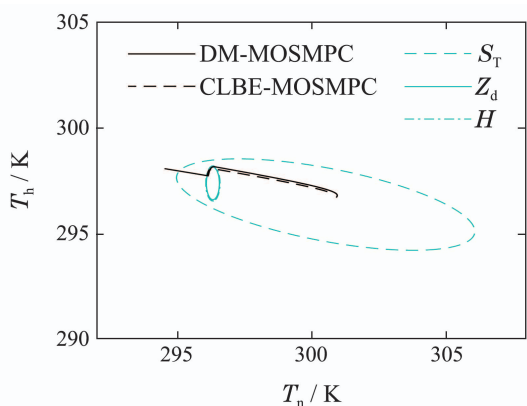


图 4 DM-MOSMPC和CLBF-MOMPC方法的闭环系统状态轨迹

Fig. 4 The closed-loop state trajectories under DM-MOSMPC and CLBF-MOMPC

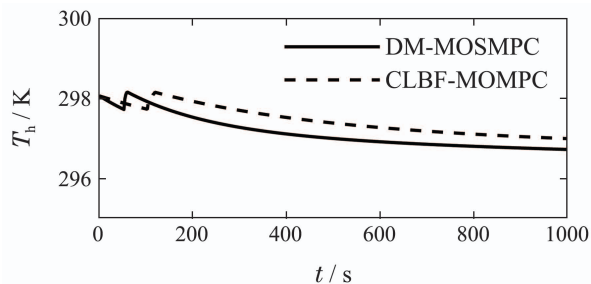
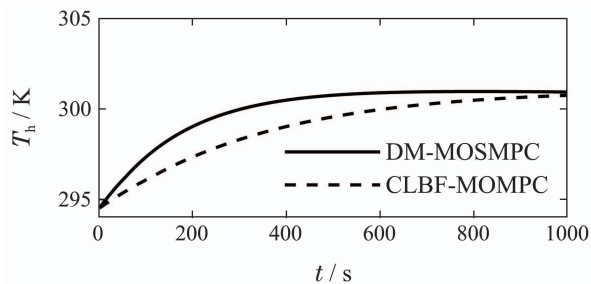


图 5 DM-MOSMPC和CLBF-MOMPC方法的状态曲线  
Fig. 5 The state profiles under DM-MOSMPC and CLBF-MOMPC

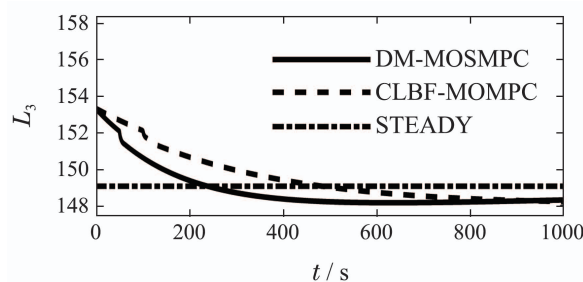
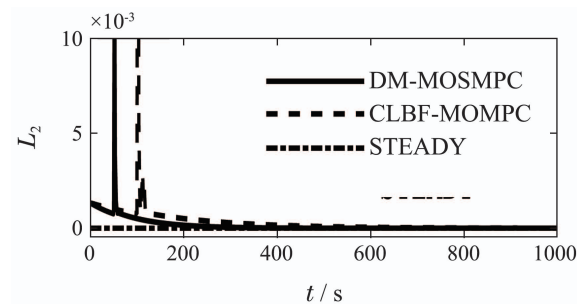
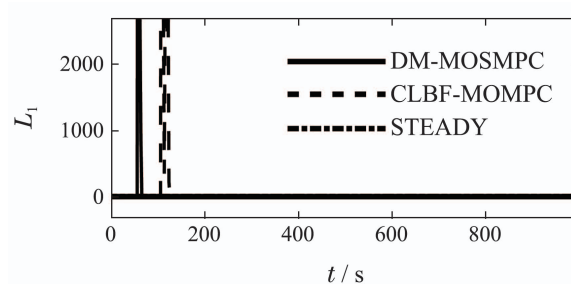


图 6 DM-MOSMPC和CLBF-MOMPC方法的性能函数曲线  
Fig. 6 The Performance function profiles under DM-MOSMPC and CLBF-MOMPC

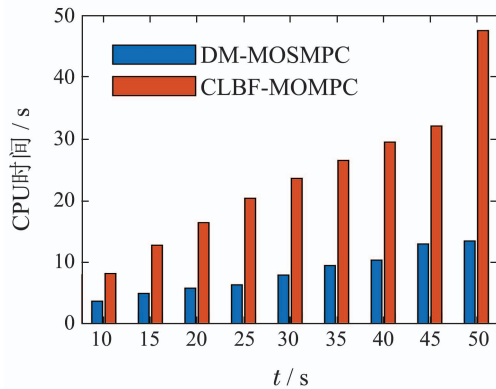


图7 DM-MOSMPC和CLBF-MOMPC方法的在线优化计算的CPU时间

Fig. 7 The average computational CPU time for online optimization of DM-MOSMPC and CLBF-MOMPC

为比较不同的多目标处理方法,表1给出理想点和加权两种方法对应的系统状态量的稳态误差.在加权方法中,3个目标函数(23)–(25)被转化为一个加权和形式的单目标函数

$$L_w(x, u) = w_1 L_1(x, u) + w_2 L_2(x, u) + w_3 L_3(x, u), \quad (27)$$

其中标量 $w_i > 0$ 为权重因子,  $i=1, 2, 3$ .在加权法中分别采用3种权重,对应的 $(w_1, w_2, w_3)$ 分别为 $a(100, 0.1, 0.1)$ , 权重 $b(10, 50, 0.1)$ 和权重 $c(0.1, 10, 100)$ .

表1 理想点和加权方法的稳态误差

Table 1 Steady-state error of the Utopia point and weighting methods

控制策略	$E_1 = x_1 - x_{s1}^c$	$E_2 = x_2 - x_{s2}^c$
本文方法	0.0547	0.221
加权法(a)	0.0642	0.376
加权法(b)	0.0646	0.353
加权法(c)	0.0736	0.795

可以看出,本文方法得到的稳态误差相对较小,在加权方法中对不同权值的选择会得到不同的误差.这意味着在实际中适当的权值是难以选择的,缺乏系统性的权重调整规则,并且会增加控制器实现的复杂性.需要指出的是,此仿真对比并不是为了说明加权方法在控制性能上不如理想点方法,而是为了说明前者过分依赖手工调优和设计者的经验,而本文方法则提供一种更为系统的方法来处理多目标控制问题.

通过上述仿真结果和讨论,可以得到对于系统(21),双模MOSMPC算法能够更有效实现加热控制目标.

## 5 总结

本文考虑连续时间仿射输入非线性系统,提出一

种多目标安全模型预测控制(MOSMPC)策略.该策略首先利用理想点逼近方法解决多控制目标冲突问题.其次,引入满足约束的CLBF设计参数化局部控制律,并由约束保证闭环系统的安全性.进一步,应用双模控制原理和CLBF约束,建立MOSMPC策略的递推可行性和闭环系统的渐近稳定性,并且策略保证系统状态在初始可行域能始终避开不安全区域.最后,通过对一加热系统的多目标控制仿真对比实验,验证了本文策略的有效性和优越性.在此基础上,未来的工作方向包括对多目标安全非线性模型预测控制(nonlinear model predictive control, NMPC)的鲁棒性和多目标优化算法的研究.

## 参考文献:

- [1] WANG Y. Large property damage losses in the hydrocarbon-chemical industries. *Petroleum Planning & Engineering*, 1993, 4(3): 59 – 60.
- [2] JIANG Chunming, LI Qi. The development and application of process safety management and technology. *China Petroleum and Chemical Standard and Quality*, 2007, 27(5): 45 – 49. (姜春明, 李奇. 过程安全管理与技术的发展与应用. 中国石油和化工标准与质量, 2007, 27(5): 45 – 49.)
- [3] KLATT K, MARQUARDT W. Perspectives for process systems engineering-personal views from academia and industry. *Computers and Chemical Engineering*, 2009, 33: 536 – 550.
- [4] Liu Derong. The advanced control of complex industrial process. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(9): 1841 – 1842. (刘德荣. 复杂工业过程的先进控制. 自动化学报, 2014, 40(9): 1841 – 1842.)
- [5] KRETCHIK JOE T. Process safety management of highly hazardous chemicals. *Chemical Health & Safety*, 2000, 7(5): 44.
- [6] AGRAWAL N, RANGAIAH G P, RAY A, et al. Multi-objective optimization of the operation of an industrial low-density polyethylene tubular reactor using genetic algorithm and its jumping gene adaptations. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2006, 45(9): 3182 – 3199.
- [7] FLORES-TLACUAHUAC A, MORALES P, RIVERA-TOLEDO M. Multiobjective nonlinear model predictive control of a class of chemical reactors. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2012, 51(17): 5891 – 5899.
- [8] WOJSZNIS W, MEHTA A, WOJSZNIS P, et al. Multi-objective optimization for model predictive control. *ISA Transactions*, 2007, 46(3): 351 – 361.
- [9] ANGELI D, AMRIT M, RAWLINGS J B. On average performance and stability of economic model predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(7): 1615 – 1626.
- [10] MULLER M A, ALLGOWER F. Economic and distributed model predictive control: Recent developments in optimization-based control. *SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration*, 2017, 10(2): 39 – 52.
- [11] WIELAND P, ALLGOWER F. Constructive safety using control barrier functions. *IFAC Proceedings Volumes*, 2007, 40(12): 462 – 467.
- [12] AMES A D, XU X, GRIZZLE J W, et al. Control barrier function based quadratic programs for safety critical systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(8): 3861 – 3876.
- [13] ALBALAWI F, DURAND H, CHRISTOFIDES PD. Process operational safety using model predictive control based on a process Safety Index. *Computers and Chemical Engineering*, 2017, 104: 76 – 88.



- [14] ROMDLONY M Z, JAYAWARDHANA B. Stabilization with guaranteed safety using control lyapunov-barrier function. *Automatica*, 2016, 66: 39 – 47.
- [15] WU Z, ALBALAWI F, ZHANG Z, et al. Control lyapunov-barrier function-based model predictive control of nonlinear systems. *Automatica*, 2019, 109: 108508.
- [16] WU Z, DURAND D, CHRISTOFIDES P D. Safe economic model predictive control of nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 2018, 118: 69 – 76.
- [17] WU Z, PANAGIOTIS H, CHRISTOFIDES P D. Handling bounded and unbounded unsafe sets in control Lyapunov-barrier function-based model predictive control of nonlinear processes. *Chemical Engineering Research & Design*, 2019, 143: 140 – 149.
- [18] MAREE J P, IMSLAND L. On multi-objective economic predictive control of cyclic process operation. *Journal of Process Control*, 2014, 24(8): 1328 – 1336.
- [19] VALLERIO M, VANIMPE J, LOGIST F. Tuning of NMPC controllers via multi-objective optimization. *Computers and Chemical Engineering*, 2014, 61(11): 38 – 50.
- [20] PAN H, GAO H, SUN Y, et al. The algorithm and software implementation for double-layered model predictive control based on multi-priority rank steady-state optimization. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(3): 405 – 414.
- [21] BEMPORAD A, DE PENA D M. Multi-objective model predictive control. *Automatica*, 2009, 45(12): 2823 – 2830.
- [22] HE D, SONG X, HUANG H. Stabilizing constrained model predictive control with prioritized multi-objectives. *Control and Decision*, 2013, 28(12): 1831 – 1836.
- [23] HE D, WANG L, SUN J. On stability of multi-objective NMPC with objective prioritization. *Automatica*, 2015, 57: 189 – 198.
- [24] HE D, ZHANG Y, YU S. Prioritized multi-objective model predictive control without terminal constraints and its applications to nonlinear processes. *Optimal Control Applications & Methods*, 2021, 42(4): 1030 – 1044.
- [25] ZOU J, LI Q, YANG S, et al. A prediction strategy based on center points and knee points for evolutionary dynamic multi-objective optimization. *Applied Soft Computing*, 2017, 61: 806 – 818.
- [26] WEI L, GUO Z, FAN R, et al. A prediction strategy based on special points and multi-region knee points for evolutionary dynamic multi-objective optimization. *Applied Intelligence*, 2020, 50(12): 4357 – 4377.
- [27] LIU S, ZHONG W, CHEN X, et al. Multiobjective economic model predictive control using utopia-tracking for the wet flue gas desulfurization system. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2023, 54: 343 – 352.
- [28] PAN Y, CHEN Y, LIU Y, et al. Pareto multi-objective lyapunov-based economic model-predictive control for nonlinear time-felayed system. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Systems*, 2022, 53(1): 1 – 10.
- [29] MAGNI L, SCATTOLINI R, TANELLI M. Switched model predictive control for performance enhancement. *International Journal of Control*, 2008, 81(12): 1859 – 1869.
- [30] HE D, WANG L, YU L. Multi-objective nonlinear predictive control of process systems: A dual-mode tracking control approach. *Journal of Process Control*, 2015, 25: 142 – 151.
- [31] HE D, JI H, YU L. Constructive robust model predictive control for constrained non-linear systems with disturbances. *IET Control Theory & Applications*, 2013, 7(15): 1869 – 1876.
- [32] HE D. Dual-mode nonlinear MPC via terminal control laws with free-parameters. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2017, 4(3): 526 – 533.
- [33] MARRUEDO D L, ALAMO T, CAMACHO E F. Robust MPC of constrained discrete-time nonlinear systems based on approximated reachable sets. *Automatica*, 2006, 42(10): 1745 – 1751.
- [34] MAYNE D Q, RAWLINGS J B, RAO C V, et al. Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, 2000, 36(6): 789 – 814.
- [35] MICHALSKA H, MAYNE D Q. Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, 38(11): 1623 – 1633.
- [36] JAYAWARDHANA B, WEISS G. State convergence of passive nonlinear systems with an  $L_2$  input. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(7): 1723 – 1727.

#### 作者简介:

**何德峰** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为预测控制理论及其应用, E-mail: hdfzj@zjut.edu.cn;

**操佩颐** 硕士研究生, 目前研究方向为模型预测控制, E-mail: 2112103205@zjut.edu.cn;

**岑江晖** 硕士研究生, 目前研究方向为模型预测控制, E-mail: 2112003280@zjut.edu.cn.