# 足式机器人SLIP模型向上跳跃台阶的运动控制

肖 乐, 伞红军<sup>†</sup>, 孙海杰, 陈久朋

(昆明理工大学 机电工程学院, 云南 昆明 650500; 云南省先进装备智能制造技术重点实验室, 云南 昆明 650500)

摘要:由于存在地势起伏,台阶对足式机器人运动稳定性会带来较大挑战.弹簧负载倒立摆模型(SLIP)作为研究 足式机器人的优良模板,能否完成向上跳跃台阶的动作与其腿部摆角,起跳位置和跳跃高度都有密切的关系.由于 调整模型腿部摆角规律容易引发运动失效,故本文在算法中引入虚拟弹簧腿,根据虚拟弹簧腿的运行规律确定合理 起跳位置,根据起跳位置来控制系统跳跃高度进而完成跳跃台阶的动作.最后利用仿真软件进行多组仿真,结果表 明本文算法对起跳区间划分合理,对起跳高度控制精准,能够实现SLIP模型跳跃台阶前后的稳定运动.

关键词: 足式机器人; 运动控制; SLIP模型; 台阶地形; 能量补充

引用格式: 肖乐, 伞红军, 孙海杰, 等. 足式机器人SLIP模型向上跳跃台阶的运动控制. 控制理论与应用, 2024, 41(4): 631-637

DOI:10.7641/CTA.2023.20591

# Motion control of upward jumping step for SLIP model of legged robot

## XIAO Le, SAN Hong-jun<sup>†</sup>, SUN Hai-jie, CHEN Jiu-peng

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming Yunnan 650500, China; Key Laboratory of Advanced Equipment Intelligent Manufacturing Technology of Yunnan Province, Kunming Yunnan 650500, China)

**Abstract:** The existence of steps presents significant hurdles to the motion stability of the legged robot because of uneven ground. The spring-loaded inverted pendulum (SLIP) model is an excellent template for studying the legged robot. Whether it can complete the action of jumping up the step is closely related to its leg swing angle, jump position and jump height. Because it is easy to cause motion failure by adjusting the swing angle law of the leg of the model, this paper introduces a virtual spring leg into the algorithm, determines a reasonable jump position according to the operation law of the virtual spring leg, and controls the jump height according to the jump position to complete the action of the jump step. Finally, multiple sets of simulations have been carried out by simulation software. The results show that the algorithm in this paper divides the jump interval reasonably, controls the jump height accurately, and can realize the stable movement of SLIP model before and after jumping steps.

Key words: legged robot; motion control; SLIP model; step topography; energy supplement

**Citation:** XIAO Le, SAN Hongjun, SUN Haijie, et al. Motion control of upward jumping step for SLIP model of legged robot, *Control Theory & Applications*, 2024, 41(4): 631 – 637

## 1 引言

足式机器人具备较高的灵活性和适应复杂环境的 潜力<sup>[1]</sup>, 故提高足式机器人对不同地形的适应性逐渐 成为了机器人领域的研究热点. 良好的控制模型对足 式机器人的地形适应能力发挥着至关重要的作用<sup>[2]</sup>. 研究者们基于大量的生物实验数据总结抽象出的弹 簧负载倒立摆模型(spring-loaded inverted pendulum, SLIP)能够模拟多种动物的运动学和动力学特征<sup>[3]</sup>, 也 能够有效降低控制过程的复杂程度, 已经成为足式机 器人运动控制分析的基本模板<sup>[4]</sup>,很多基于 SLIP 模型的机器人也展现出良好的运动性能,如 SCalf-II, ATRIAS, Cassie等<sup>[5-7]</sup>.

研究证明,准确掌握SLIP模型的动力学特性会对 控制效果及控制难度产生十分积极的影响<sup>[8-9]</sup>.但SL-IP模型动力学方程具有较强的非线性耦合特点,无法 求出其处于支撑相时的精确解析表达式<sup>[10]</sup>.虽然使 用龙格-库塔法可以得到较高精度的数值解,但是基 于数值积分的控制器存在庞大的计算量,并不利于机

收稿日期: 2022-07-04; 录用日期: 2023-09-01.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: sanhjun@163.com; Tel.: +86 13577194028.

本文责任编委: 吴敏.

云南省重点研发计划项目(202002AC080001)资助.

Supported by the Key Research and Development Plan of Yunnan Province (202002AC080001).

器人的实时控制<sup>[11]</sup>.为此诸多学者对SLIP模型做了 进一步的简化和假设,进而求出了支撑相动力学方程 的近似解析解<sup>[12-14]</sup>.这些方法虽然从数学解析的过 程中更进一步地逼近了SLIP模型的动力学特性,但此 类方法对SLIP模型的进一步假设和简化又增大了控 制参数与真实机器人之间的差距,对控制过程不利. 而Raibert提出SLIP模型的"弹跳高度--前进速度--机体 位姿"三体解耦控制(三分法)不需对系统动力学方程 进行求解,能够有效表征机器人的运动特性,也能表 现出控制过程的简洁性,在实时控制方面也具备较高 的优越性<sup>[15]</sup>.

此外, 足式机器人的运动是一个不断与环境交互 的过程, 环境的复杂程度也会对机器人运动效果产生 较大的影响<sup>[16-17]</sup>. 如果足式机器人对台阶地形有较 高适应性, 则可体现出其相对于轮式机器人的优越性. 但是, 相对于平面地形, 台阶会大大增加足式机器人 运动失效的概率, 对运动稳定性带来较大影响. 因此 必须综合考量机器人本身运动特性与外部环境的关 系, 实现控制参数与环境参数匹配, 才能实现机器人 稳定运行<sup>[18]</sup>. 现有研究利用三分法已经能实现SLIP 模型在平地上和较低高度台阶下的稳定运动<sup>[19-21]</sup>, 但 并未综合考虑台阶高度, 位置与SLIP模型系统之间的 关系, 因此对台阶的适应性不够高.

针对台阶问题,本文基于三分法提出了SLIP模型 向上跳跃台阶的控制算法.在每一次足端触地后对起 跳区间进行实时预测,当足端落入预测的起跳区间内, 根据起跳位置及台阶高度对系统进行能量补充.目的 在于保证SLIP模型向上跳跃台阶时不发生失效并且 跳上台阶后能够继续稳定运行,有效提升SLIP模型对 台阶地形的适应性.最后在Adams中建立了SLIP模型 并联合Simulink进行了多组仿真,验证了本文算法的 效果.

## 2 SLIP模型

### 2.1 模型运动过程

如图1所示, SLIP模型是由一个质量为m的刚体和 一个无质量静息长度为l<sub>0</sub>的弹簧腿组成的系统,并且 假设模型足端触地时不发生滑动.



图 1 SLIP模型运动过程 Fig. 1 Movement process of SLIP model

SLIP模型具有两个自由度,分别是位于髋关节上的转动自由度和弹簧腿伸缩方向上的移动自由度,通过给髋关节施加合适的力矩T和给刚体质心施加合适的力F便能控制其运动规律.SLIP模型的一个运动周期由一个飞行相和一个支撑相组成,飞行相在前支撑相在后,即一个运动周期从弹簧腿离地开始至弹簧腿再次离地时结束.飞行相可以进一步划分为上升阶段和下降阶段,支撑相也可以进一步划分为压缩阶段和伸展阶段.

当系统处于飞行相时,弹簧腿处于静息状态,刚体 仅受到重力作用,故刚体质心在水平方向保持匀速运动,竖直方向做自由落体运动,动力学方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x} = 0, \\ m\ddot{y} = -mg, \end{cases}$$
(1)

其中g表示重力加速度.

当系统处于支撑相时,刚体质心除了受到重力作 用还受到一直变化的弹簧力作用,此时模型的运动形 式相比于飞行相要复杂许多,其动力学方程为

$$\begin{cases} m\ddot{l} - m\dot{\theta}^2 l + mg\cos\theta - k\left(l_0 - l\right) = -c\dot{l},\\ 2ml\dot{l}\dot{\theta} + ml^2\ddot{\theta} - mgl\sin\theta = 0, \end{cases}$$
(2)

其中: *l*表示弹簧腿的实时长度, *θ*表示弹簧腿与竖直 方向的夹角, *c*表示阻尼系数。

#### 2.2 运动失效分析

由于SLIP系统是间歇性与地面接触,并且接触面较小,再加之重心高度较大并时刻起伏波动,给系统的稳定性带来了巨大的挑战.学者于海涛<sup>[18]</sup>将SLIP 模型的失效原因分为两大类:地面高度起伏以及模型 运动参数不匹配.再结合本文所涉及的运动场景,两 类失效原因可能会导致如图2所示的4类失效形式.



#### 1) 第1类失效形式.

如图2(a)所示,当系统进入飞行相的下降阶段后, 质心还没有飞过台阶侧壁正上方,由于起跳点距离台 阶侧壁较远或者起跳高度不够,会造成弹簧腿足端与 台阶侧壁发生磕碰.

#### 2) 第2类失效形式.

如图2(b)所示,当系统进入飞行相后,质点已经飞 过台阶侧壁正上方,由于质心高度和弹簧腿摆动角度 不足会造成弹簧腿与台阶发生磕碰.

3) 第3类失效形式.

如图2(c)所示,当触地角 $\alpha^{TD}$ 较小时,弹簧腿的反 作用力在初始水平速度的相反方向的分力较大,致使 水平速度下降较多,无法继续前进,于是产生了回弹 现象.

4) 第4类失效形式.

如图2(d)所示,当触地角α<sup>TD</sup>较大时,质心高度下 降较多,弹簧腿的反作用力更多作用在初始水平速度 方向上,以至于系统无法完成下一周期的起跳.

## 3 运动控制算法设计

三分法的主要思路是在系统飞行相控制弹簧腿的 摆角以实现质心飞行相水平速度的稳定,在系统的支 撑相对系统进行能量补充,以保证整个运动过程中系 统跳跃高度的稳定<sup>[3]</sup>.本文算法的总体思路是先利用 三分法实现系统在第1段平面的稳定运动,根据系统 在第1段平面上的运动规律预测可行的起跳区间,如 果传感器检测到足端落到相应的起跳区间内,则在该 支撑相的伸展阶段增加补充能量的值,进而增加系统 跳跃高度,从而实现跳上台阶的目的.

## 3.1 能量补充策略

为了简化系统,许多学者在研究SLIP模型的时候 不考虑系统的阻尼并将足端触地过程视为完全弹性 碰撞,忽略能量损失.但现实系统运动过程中必然存 在能量损失,若不进行能量补充,系统的能量将不断 衰减最终导致运动失效.当系统不需要跳跃台阶时, 采用文献 [19]的方法对系统进行能量补充能使系统 的跳跃高度稳定在一定范围内.假设相邻运动周期的 能量损失相同,每个周期能量损失Δ*E*<sub>n</sub>可以计算为

$$\Delta E_n^- = E_n^{\rm TD} + \Delta E_n^+ - E_n^{\rm LO},\tag{3}$$

其中:  $E_n^{\text{TD}}$ ,  $\Delta E_n^+$ ,  $E_n^{\text{LO}}$ 分别为第n个周期弹簧腿触地 时刻系统的能量值、给系统补充的能量值、弹簧腿离 地时刻的能量值. 由于系统在飞行相能量守恒, 故还 存在如下能量关系:

$$E_n^{\rm LO} = E_{n+1}^{\rm TD} = E_{n+1}^{\rm d}, \tag{4}$$

 $E_{n+1}^{d}$ 表示系统期望的总能量,可由下式计算:

$$E_{n+1}^{\rm d} = \frac{1}{2}m\dot{x}_{n+1}^2 + mgy_{n+1}^{\rm APEX},$$
 (5)

其中:  $\dot{x}_{n+1}$ ,  $y_{n+1}^{\text{APEX}}$ 表示系统在第n + 1个周期飞行相时的质心水平速度和质心最大高度. 如果系统不需要跳跃台阶, 则第n + 1个周期所需要补充的能量为

$$\Delta E_{n+1}^{+} = E_{n+1}^{d} + \Delta E_{n}^{-} - E_{n}^{\text{LO}}.$$
 (6)

当足端落到适当位置时,要跳上高度为H的台阶时,在式(6)的基础上应该增加补充的能量值,总共需要补充的能量可以表示为

$$\Delta E_{n+1}^{\mathrm{T}} = mgH + \Delta E_{n+1}^{+}.$$
 (7)

## 3.2 应对台阶的起跳区间预测

并不是每一次足端触地时按照式(7)进行能量补充 系统都能顺利跳上台阶,要足端与台阶侧壁的距离在 一定范围内时按照式(7)进行能量补充才能防止出现 第1类或第2类失效的情况,将这个范围称为起跳区 间.将系统在第1段平面上的最后一次落足点称为起 跳点,需要根据每次足端触地时刻的相关参数来预测 起跳区间.

利用三分法对系统进行控制时, 难以实时预测弹 簧腿的摆角, 对足端的实时位置也是难以掌握的. 故 在此假设系统中存在一个虚拟弹簧腿, 如图3所示, 当 质心高度大于 $l_0$ 后, 虚拟弹簧腿始终与地面保持垂直 且长度等于真实弹簧腿静息长度 $l_0$ . 假设虚拟弹簧腿 离地时刻的质心水平速度 $\dot{x}^V$ 、竖直速度 $\dot{y}^V$ 分别等于 真实弹簧腿离地时刻的质心水平速度 $\dot{x}_{n+1}^{\text{LO}}$ 、竖直速 度 $\dot{y}_{n+1}^{\text{LO}}$ . 如果虚拟弹簧腿能够完成跳跃台阶的动作, 则真实弹簧腿跳跃台阶时发生第1类、第2类失效的概 率将更低.







预测系统按照式(7)进行能量补充后飞行相质心运 动轨迹为

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_{n+1}^{\rm LO} + \dot{x}_{n+1}^{\rm LO} t, \\ y_{n+1} = y_{n+1}^{\rm LO} + \dot{y}_{n+1}^{\rm LO} t - \frac{1}{2} {\rm g} t^2, \end{cases}$$
(8)

其中:  $x_{n+1}^{\text{LO}}$ ,  $y_{n+1}^{\text{LO}}$ ,  $\dot{x}_{n+1}^{\text{LO}}$ ,  $\dot{y}_{n+1}^{\text{LO}}$  分别表示起跳后系统离地时刻质心的水平位置、竖直高度、水平速度、竖直速度、系统稳定运行后, 不同周期离地时刻的质心竖直高度、水平速度、竖直速度、离地角度都近似相等. 在足端未离地时,  $y_{n+1}^{\text{LO}}$ 和 $\dot{x}_{n+1}^{\text{LO}}$ 还未可知, 可由 $y_n^{\text{LO}}$ 和 $\dot{x}_n^{\text{LO}}$ 来替代, 离地时刻质心水平位置 $x_{n+1}^{\text{LO}}$ , 竖直速度 $\dot{y}_{n+1}^{\text{LO}}$ 也还未可知,  $x_{n+1}^{\text{LO}}$ 可以由足端位置 $x^{\text{toe}}$ 和上一周期的离地角度 $\alpha_n^{\text{LO}}$ 预测得到,  $\dot{y}_{n+1}^{\text{LO}}$ 由上一运动周期 系统离地时刻竖直速度 $\dot{y}_n^{\mathrm{LO}}$ 与 $\Delta E_{n+1}^{\mathrm{T}}$ 共同得出

$$x_{n+1}^{\rm LO} = x^{\rm toe} + l_0 \cos \alpha_n^{\rm LO},$$
 (9)

 $\dot{y}_{n+1}^{\rm LO} = \sqrt{2gH + (\dot{y}_n^{\rm LO})^2}.$  (10)

虚拟弹簧腿足端离地后的足端轨迹可以表示为

$$\begin{cases} x^{\mathcal{V}} = x_{n+1}, \\ y^{\mathcal{V}} = y_{n+1} - l_0. \end{cases}$$
(11)

当虚拟足端轨迹按照式(11)所表示的轨迹运行时, 如果起跳点位置不同,可能出现如图4所示的4种情况, 黑色点表示虚拟足端轨迹起始点,图4彩印点表示足 端轨迹终止点,图中虚线为是为了体现出抛物线的完 整性.当虚拟足端轨迹起始点为D点时,终止点依然 落到第1段平面上;起始点为C点或A点时,终止点位 于台阶侧壁上,此时则对应真实系统中的第1类和 第2类失效形式.当起始点为B点时,表示虚拟足端成 功落到第2段平面上.



Fig. 4 Schematic diagram of virtual foot track

如图5所示,取两种虚拟弹簧腿足端按照式(11)运动时能够落到第2段平面的极限情况,这两条线起始点F点和E点便是起跳区间的端点,将E点与台阶侧 壁之间的区域称为I区,F点和E点之间的区域称为II区.



要想虚拟足端能够落到第2段平面上,需要保证虚 足端能够运行到台阶侧壁的正上方并且足端位于台 阶侧壁正上方时要比台阶高,如图4中虚拟弹簧腿足 端所示.再结合式(11),虚拟足端每次触地后可以预测 起跳区间左端点F点、右端点E点分别与台阶侧壁的 距离 $L_{e}^{V}, L_{f}^{V}$ :

$$\begin{cases} L_{\rm e}^{\rm V} = \dot{x}_{n+1}^{\rm LO}(\frac{\dot{y}_{n+1}^{\rm LO} - \sqrt{(\dot{y}_{n+1}^{\rm LO})^2 + 2gY}}{g}), \\ L_{\rm f}^{\rm V} = \dot{x}_{n+1}^{\rm LO}(\frac{\dot{y}_{n+1}^{\rm LO} + \sqrt{(\dot{y}_{n+1}^{\rm LO})^2 + 2gY}}{g}), \end{cases}$$
(12)

其中 $Y = y_{n+1}^{\text{LO}} - H - l_0$ ,即足虚拟足端位置位于区间[ $x^{\text{stair}} - L_{\text{f}}^{\text{V}}, x^{\text{stair}} - L_{\text{e}}^{\text{V}}$ ]内时,按照式(7)进行能量补充,足端再次落地后便能落到第2段平面上.

#### 3.3 起跳区间拓展及相应能量补充

当在平地上按照式(6)进行能量补充后系统的步 长*L*<sup>step</sup>大于II区宽度时,系统相邻两次落足可能分别 位于*E*点右侧和*F*点左侧,如图5中起始点为*M*点的 虚拟足端轨迹线所示.此时应该将起跳区间进行拓展, 由于I区距离台阶较近,如果足端落到该区间内,系统 更容易于与台阶发生磕碰.故选择将起跳区间向*F*点 左侧进行拓展,拓展出来的起跳区间称为III区.拓展 起跳区间的原则应该是起跳区间总长度要大于系统 在第1段平面上运动的一个步长*L*<sup>step</sup>.拓展以后的起 跳区间端点*K*到台阶侧壁的距离*L*<sup>k</sup> 可以计算为

$$L_{\rm k}^{\rm V} = L^{\rm T} + L_{\rm e}^{\rm V}.$$
 (13)

L<sup>T</sup>为拓展后的起跳区间总长度,可以由之前*n*个 周期的平均步长乘以一个大于1的系数来确定,即

$$L^{\rm T} = \frac{(1+\mu)\sum_{i=1}^{n} L_i^{\rm step}}{n-0.5},$$
 (14)

其中μ是为了保证区域拓展有效而引入的增益系数, 由于第1个周期由飞行相的最高点开始的,其步长只 相当于一个完整运动周期的一半,故式(14)的分母才 为*n* – 0.5.

当起跳点位于III区内时,按照式(7)进行能量补充 不能满足要求.要想系统起跳点位于III区时起跳能够 成功,则要求式(11)中 $x^V$ 与台阶侧壁位置 $x^{\text{stair}}$ 相等 时,虚拟足端高度 $y^V$ 要大于台阶高度H,故得到虚拟 弹簧腿离地时刻系统质心竖直速度 $j_{n+1}^{\text{out}}$ 的最小值为

$$\dot{y}_{n+1}^{\text{LO}} = \frac{\frac{1}{2}gt^2 + H + l_0 - y_n^{\text{LO}}}{t},$$
 (15)

其中t是系统离地后质心飞行至台阶侧壁正上方的时间,可以表示为

$$t = \frac{x^{\text{stair}} - x_{n+1}^{\text{LO}}}{\dot{x}_{n}^{\text{LO}}}.$$
 (16)

 $x_{n+1}^{\text{LO}}$ 由式(9)计算得出,于是起跳点位于III区时的 需要补充的能量为

$$\Delta E_{n+1}^{\rm T} = \frac{1}{2}m((\dot{y}_{n+1}^{\rm LO})^2 - (\dot{y}_n^{\rm LO})^2) + \Delta E_{n+1}^+.$$
 (17)

如图6所示,最终将第1段平面分为了4个区域,当 足端落到不同的区域时需要补充的能量不同.







足端落到每个区域所需要补充的能量为该区域 内不同色块所代表的能量总和.

上述的区域划分都是基于虚拟弹簧腿的,而传 感器检测的是真实弹簧腿的足端位置.图3中表明 了虚拟弹簧腿的足端离地时刻与真实弹簧腿足端离 地时刻的水平位置关系,对于真实弹簧腿来说,用 于划分起跳区间的3个长度应该由下式表示:

$$\begin{cases} L_{\rm e} = L_{\rm e}^{\rm V} + l_0 / \tan \alpha^{\rm V}, \\ L_{\rm f} = L_{\rm f}^{\rm V} + l_0 / \tan \alpha^{\rm V}, \\ L_{\rm k} = L_{\rm k}^{\rm V} + l_0 / \tan \alpha^{\rm V}. \end{cases}$$
(18)

在足端离地前不能测量得到 $\alpha^{V}$ 的值,因此在控制过程中以上一周期的离地角度 $\alpha_n^{LO}$ 代替 $\alpha^{V}$ 进行计算.

综上所述,对于真实弹簧腿,如果传感设备检测 到 足 端 触 地 位 置  $x^{\text{toe}}$  位 于 区 间  $[x^{\text{stair}} - L_{\text{f}}, x^{\text{stair}} - L_{\text{e}}]$ 内时,按照式(7)进行能量补充,如果足端触地位置 $x^{\text{toe}}$ 位于区间 $[x^{\text{stair}} - L_{\text{k}}, x^{\text{stair}} - L_{\text{f}}]$ 内时,按照式(17)进行能量补充,否则按照式(6)进行能量补充.

最后系统所需的能量可以用一个变力F补充到 系统当中<sup>[20]</sup>,即

$$F = \frac{2 \times \Delta E \times (l_0 - l)}{(l_0 - l_{\rm B})^2},$$
(19)

其中: *l*<sub>B</sub>表示在第*n*个运动周期中弹簧的最短长度, Δ*E*为式(6)–(7)(17) 中所需补充的能量值.

## 4 仿真实验及结果分析

为验证所提算法的控制效果,用仿真软件对 SLIP系统在有台阶的地形中进行仿真实验.在 Adams环境中建立SLIP模型,然后利用Simulink搭 建SLIP模型的控制系统,模型参数及控制系统的相 关参数如表1.系统初始水平速度为1.5 m/s,质心初 始高度为0.75 m.

表 1 模型及控制参数 Table 1 Model and control parameters

参数	参数值
机身质量m/kg	8
总腿长l <sub>0</sub> /m	0.6
弹簧刚度k/(kN·m <sup>-1</sup> )	4
弹簧阻尼 $c$ / (kN·s · m <sup>-1</sup> )	0.01
控制增益 $\mu$	0.05

## 4.1 能量补充精确度验证

设置SLIP模型水平初始位置为0,台阶位置*x*<sup>stair</sup>为4.5 m,台阶高度*H*为0.2 m,对系统进行仿真实验,系统在Adams环境中运行过程如图7所示.



Fig. 7 The running process of SLIP model

图8表示系统质心竖直速度的变化规律,系统的前6个周期完全在第1段平面上运动,其中1-5周期 竖直速度也呈现周期性变换的规律,在第6周期时 为了应对地势高度变化,质心处于上升阶段时的竖 直速度会大于之前周期.从第7周期支撑相开始,系 统进入第2段平面运动,系统质心的竖直速度又恢 复到和1-5周期相同的周期性规律.

图9表示系统运动过程中质心的高度变化过程. 前6个周期系统完全在第1段平面上运动,系统每次 跳跃高度也波动较小.第6周期的质心峰值高度为 0.719 m,第7周期质心高度峰值为0.911 m,高度差 为0.192 m,与预期的0.2 m 仅存在4%的误差,说明 本算法和仿真系统能够有效地将所需能量补充给系 统,并且对质心高度的控制较为精确.





Fig. 8 Center of mass vertical velocity



SLIP系统的稳定运动一般呈现周期性,其数学本质可提炼为在确定相空间下的闭轨<sup>[18]</sup>.图10表示系统运动过程中质心高度与竖直速度的相轨迹.



系统在第1平面上运动时相轨迹能够趋向于一 个极限环,当跳跃台阶时,系统相轨迹偏离第一个 极限环后能够收敛到另一个极限环附近,说明本算 法在系统跳跃台阶时打破了在系统在第1平面上形 成的稳定状态后能够让系统在第2段平面上继续稳 定运行.综上所述,当足端每次触地时,本算法对系 统补充的能量值是比较精确的.

#### 4.2 起跳区间划分合理性验证

在第4.1节的仿真中,系统初始水平位置为0m, 足端在第1段平面共触地6次,足端触地水平位置分 別 为: 0.374 m, 1.073 m, 1.792 m, 2.494 m, 3.192 m, 3.905 m, 相邻落足点的距离接近于0.7 m, 说明步长 也稳定在一定范围内. 为了验证对起跳区间的划分 是否正确, 需要保证起跳点能够有效分布在区间  $[x^{\text{stair}} - L_k, x^{\text{stair}} - L_e]$ 内, 故改变系统的初始位置 做多组仿真. 台阶位置 $x^{\text{stair}}$ 不变, 9组仿真实验的系 统水平初始位置位于0~0.8 m之间, 间隔为0.1 m, 最后得到的起跳点位置如表2所示.

表 2 起跳位置和峰值差
--------------

Table 2 Jump position and peak height difference

组号	初始位置/m	起跳点位置/m	峰值差/m
1	0	3.905	0.193
2	0.1	4.007	0.194
3	0.2	4.110	0.195
4	0.3	4.178	0.199
5	0.4	3.608	0.303
6	0.5	3.710	0.223
7	0.6	3.805	0.193
8	0.7	3.901	0.195
9	0.8	3.977	0.189

理想状况下, 起跳点位于区间[ $x^{\text{stair}} - L_f, x^{\text{stair}}$ - $L_e$ ] 内时, 跳跃台阶前后的质心峰值高度差应为 0.2 m. 但由于存在能量损耗, 仿真系统中该峰值差 往往会小于0.2 m. 如表2 所示, 第5、6 组的峰值差 大于0.2 m, 并且其起跳点与台阶侧壁的距离大于其 他组, 说明这两组起跳点位于区间[ $x^{\text{stair}} - L_k, x^{\text{stair}}$ - $L_f$ ]内, 因为起跳点位于此区间时补充的能量会大 于起跳点位于区间[ $x^{\text{stair}} - L_f, x^{\text{stair}} - L_e$ ]内时补充 的能量.

如果在第5组和第6组仿真中,依然按照式(7)进行能量补充,系统分别会出现如图11所示的两种情况.图11(a)中,系统发生了第1类失效,图11(b)中, 足端刚好落在第2段平面的边缘上,系统虽然没有 发生失效,但是依然存在较大的失效风险.由此证 明当起跳点位于[ $x^{\text{stair}} - L_k, x^{\text{stair}} - L_f$ ]内时按照 式(17)进行能量补充是有必要的.如果补充的能量 过大,将引发不必要的能量损失和触地后发生失效 等情况.当足端进入起跳区间后,在不改变触地角 的情况下,补充的能量越大,足端再次触地时其位 置就距离台阶侧壁越远.第5组和第6组仿真中足端 第一次落到第2段平面上时足端水平位置分别为 4.557 m和4.569 m,与台阶侧壁距离仅为0.057 m和 0.069 m,说明当起跳点位于区间[ $x^{\text{stair}} - L_k, x^{\text{stair}}$  $-L_f$ ]内时,由式(17)所决定的能量的大小是合适的.







## 5 结论

本文算法在SLIP系统中引入虚拟弹簧腿,根据 虚拟弹簧腿在第1段平面上运动规律实时预测起跳 区间,并根据系统足端触地位置对系统进行能量补 充.改变SLIP模型的初始位置并进行了多组仿真实 验,结果表明:本文算法对起跳区间的划分是合理 的,当足端分别落到不同区域时对系统进行能量补 充都能对跳跃高度实现精确的控制,并且系统跳上 台阶后能够继续稳定运行,有效提高了SLIP模型对 台阶地形的适应能力.

## 参考文献:

- LI M, JIANG Z, WANG P, et al. Control of a quadruped robot with bionic springy legs in trotting gait. *Journal of Bionic Engineering*, 2014, 11(2): 188 – 198.
- [2] XU Z, GAO J, LIU C. Stability analysis of quadruped robot based on compliant control. *IEEE International Conference on Robotics and Biometics (ROBIO)*. Qingdao, China: IEEE, 2016: 236 – 241.
- [3] RAIBERT M H. Legged robot that balance. *IEEE Expert*, 1986, 1(4): 89 89.
- [4] SHAN K, YU H, GAO H, et al. Stance phase leg actuation control of the active SLIP running based on virtual constraint in sagittal plane. 2018 Annual American Control Conference (ACC). Milwaukee, WI, USA: IEEE, 2018: 1969 – 1974.
- [5] CHEN T, RONG X, LI Y, et al. A compliant control method for robust trot motion of hydraulic actuated quadruped robot. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2018, 15(6): 1729881418813235.
- [6] REZAZADEH S, HUBICKI C, JONES M, et al. Spring-mass walking with ATRIAS in 3D: Robust gait control spanning zero to 4.3 KPH on a heavily underactuated bipedal robot. *Dynamic Systems and Control Conference*. New York: ASME, 2015, 57243: V001T04A003.
- [7] XIONG X, AMES A D. Bipedal hopping: Reduced-order model embedding via optimization-based control. *International Conference* on Intelligent Robots and Systems (IROS). New York: IEEE, 2018: 3821 – 3828.
- [8] SINGH R, ROUT B K. Applying swing-leg retraction on an actuated spring loaded inverted pendulum model. *The 2nd International Conference on Inventive Systems and Control (ICISC)*. Coimbatore, India: IEEE, 2018: 1059 – 1062.
- [9] COUNCIL G, YANG S, REVZEN S. Deadbeat control with (almost) no sensing in a hybrid model of legged locomotion. *Proceedings of* the 2014 International Conference on Advanced Mechatronic Systems. Kumamoto, Japan: IEEE, 2014: 475 – 480.

- [10] ZHANG C, ZOU W, MA L, et al. Biologically inspired jumping robots: A comprehensive review. *Robotics and Autonomous Systems*, 2020, 124: 103362.
- [11] CHEN G, WEI N, YAN L, et al. Perturbation-based approximate analytic solutions to an articulated SLIP model for legged robots. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2022: 106943.
- [12] GEYER H, SEYFARTH A, BLICKHAN R. Spring-mass running: Simple approximate solution and application to gait stability. *Journal* of Theoretical Biology, 2005, 232(3): 315 – 328.
- [13] LI Mantian, YU Haitao, GUO Wei, et al. Research on the analyticity of SLIP model based on perturbation theory and locomotion Control. *Robot*, 2012, 34(6): 689 – 696.
  (李满天,于海涛,郭伟,等. 基于摄动理论的SLIP模型解析化研究及 其运动控制. 机器人, 2012, 34(6): 689 – 696.)
- [14] ARSLAN O, SARANLI U, MORGUL O. An approximate stance map of the spring mass hopper with gravity correction for nonsymmetric locomotions. *International Conference on Robotics and Automation.* Kobe, Japan: IEEE, 2009: 2388 – 2393.
- [15] YANG Junjie, SUN Hao, WANG Changhong, et al. An overview of quadruped robots. *Navigation Positioning and Timing*, 2019, 6(5): 61 73.
  (杨钧杰, 孙浩, 王常虹, 等. 四足机器人研究综述. 导航定位与授时, 2019, 6(5): 61 73.)
- [16] XU Peng, DING Liang, GAO Haibo, et al. Environmental characterization and path planning for legged robots considering foot-terrain interaction. *Navigation Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(23): 21 – 33.
  (徐鹏, 丁亮, 高海波, 等. 考虑足地作用的足式机器人环境表征与路 径规划. 机械工程学报, 2020, 56(23): 21 – 33.)
- [17] ZHANG Xue, LIU Chengju, CHEN Qijun. Adaptive walking control of biped robot based on Fuzzy-CPG. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(12): 2525 2534.
  (张雪,刘成菊,陈启军. 基于Fuzzy CPG的双足机器人适应性行走 控制. 控制理论与应用, 2020, 37(12): 2525 2534.)
- [18] YU Haitao. Research on dynamic locomotion control of legged robot based on reduced SLIP mode. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014. (于海涛. 基于SLIP归约模型的足式机器人动步态控制研究. 哈尔 滨: 哈尔滨工业大学, 2014.)
- [19] ZUO Guoyu, LIU Xu. Stable jumping control of bionic kangaroo robot using spring-loaded inverted pendulum model. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(8): 1151 1158.
  (左国玉,刘旭. 基于弹簧负载倒立摆模型的仿袋鼠机器人稳定跳跃 控制. 控制理论与应用, 2018, 35(8): 1151 1158.)
- [20] HAN B, LUO X, LIU Q, et al. Hybrid control for SLIP-based robots running on unknown rough terrain. *Robotica*, 2014, 32(7): 1065 – 1080.
- [21] HAN B, LUO X, LIU Q, et al. A control strategy for SLIP-based locomotion under lateral impact in 3D space. *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*. New York: IEEE, 2015: 517 – 522.

作者简介:

肖 乐 硕士研究生,目前研究方向为足式机器人自适应控制等,

E-mail: x1997711@163.com;

**伞红军** 副教授,硕士生导师,目前研究方向为机器人技术及应

用、移动机器人等, E-mail: sanhjun@163.com;

**孙海杰**硕士研究生,目前研究方向为移动机器人路径规划等, E-mail: haijiesun402@163.com;

**陈久朋** 讲师,博士,硕士生导师,目前研究方向为机器人技术及应用等, E-mail: 18314490225@163.com.