基于自适应分布式滤波观测器的多智能体系统编队控制

高焕丽[1], 李　玮[1], 孟　伟[2], 蔡　鹤[1†]

(1. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510641; 2. 广东工业大学 自动化学院, 广东 广州 510006)

摘要: 本文考虑了全局指令系统输出信息受到信道扰动情况下线性多智能体系统的编队控制问题. 首先, 基于协作式输出调节理论框架对线性多智能体系统的编队控制问题进行数学建模. 其次, 针对受到信道扰动的全局指令系统输出信息, 提出了一类基于受扰输出的自适应分布式滤波观测器, 在降低网络信息交换量的同时消除扰动的影响. 最后, 设计了输出反馈确定等价控制律, 解决了线性多智能体系统的分布式编队控制问题. 给出了数值仿真结果检验控制性能.

关键词: 多智能体系统; 编队控制; 协作式输出调节; 分布式滤波观测器

引用格式: 高焕丽, 李玮, 孟伟, 等. 基于自适应分布式滤波观测器的多智能体系统编队控制. 控制理论与应用, 2024, 41(4): 729 – 737

DOI: 10.7641/CTA.2023.20639

Formation control of multiagent systems based on adaptive distributed filtering observer

GAO Huan-li[1], LI Wei[1], MEMG Wei[2], CAI He[1†]

(1. School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510641, China;
2. School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou Guangdong 510006, China)

Abstract: In this paper, we consider the formation control problem for linear multiagent systems where the output information of the global command generator is subject to channel disturbance. First, the formation control problem is formulated under the cooperative output regulation control framework. Second, to deal with the disturbed output information of the global command generator, a novel output-based adaptive distributed filtering observer is proposed, featuring less information exchange over the communication network and complete rejection of the channel disturbance. Finally, certainty equivalence output feedback control law is synthesized to solve the formation control problem of the linear multiagent systems in a distributed way. Simulation results are given to validate the control performance.

Key words: linear multiagent systems; formation control; cooperative output regulation; distributed filtering observer

Citation: GAO Huanli, LI Wei, MENG Wei, et al. Formation control of multiagent systems based on adaptive distributed filtering observer. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(4): 729 – 737

1　引言

近年来, 受自然界中鱼群[1]、鸟群[2]等生物集群行为的启发, 多智能体系统的编队控制逐渐成为重要的研究课题. 编队控制的目的是让多智能体系统以期望的编队队形沿着预设轨迹运动. 目前, 编队控制已经在多类无人集群系统中得到应用, 如移动机器人集群[3–4]、无人机集群[5–7]、水下自主航行器集群[8–9]等.

现有的编队控制策略主要分为3类: 基于行为的控制策略、领航–跟随控制策略, 以及基于虚拟结构的控制策略[10–12]. 在基于行为的控制策略中, 首先为智能体定义基本行动单元, 如目标搜寻、障碍躲避以及队形保持等; 其次, 通过对不同基本行动单元的加权来获得每一个智能体的实时控制决策[13–14]. 在领航–跟随控制策略中, 智能体被逐对标记为领航者–跟随者对, 每一个跟随者通过与它的领航者保持期望的相对空间位姿关系以实现整个集群期望的编队. 文献[15]研究了基于领航–跟随控制策略的移动机器人编队算法的稳定性问题. 文献[16]提出了基于位置估计器的领航–跟随编队控制方案, 去掉了其他控制方案中可

收稿日期: 2022−07−18; 录用日期: 2023−04−18.
†通信作者. E-mail: caihe@scut.edu.cn; Tel.: +86 19988283459.
本文责任编委: 夏元清.
国家自然科学基金项目(62173149, 62276104, U21A20476), 广东省自然科学基金项目(2021A1515012584, 2022A1515011262)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (62173149, 62276104, U21A20476) and the National Natural Science Foundation of Guangdong Province (2021A1515012584, 2022A1515011262).

直接获取智能体绝对位置信息的假设. 基于虚拟结构的控制策略通过一个虚拟结构的运动轨迹以及每一个智能体与该虚拟结构的相对运动来定义期望的编队队形, 因此, 无需指定某个实际的物理系统作为领航者[17]. 基于一致性的虚拟结构, 文献[18]提出了多航天器同步旋转控制方法. 文献[19]研究了基于虚拟结构法的多无人机编队控制, 通过基于supertwisting的鲁棒算法提高了编队的精度和稳定性.

协作式输出调节是解决主从结构多智能体系统协同控制的一类系统性理论框架[20]. 通过将编队指令系统作为外部系统, 基于协作式输出调节的编队控制逐渐成为虚拟结构法中一类重要的控制方法[21–28]. 针对线性多智能体系统, 文献[21]提出了基于虚拟误差的分布式内模控制方法, 可以同时处理参数不确定性以及通讯网络的时变性等问题. 文献 [22]考虑了带有未知输入的外部系统, 通过设计一个增益自调节分布式观测器对外部系统的状态进行估计. 在文献[21]的基础上, 文献[23]提出了基于虚拟误差的面向非线性多智能体系统的分布式内模控制方法. 利用非光滑分析与李雅普诺夫方法, 文献[24]通过设计分布式滤波器解决了在通信网络存在量化和攻击情况下的编队控制问题. 文献[25]考虑了基于编队控制的围捕问题, 通过自适应分布式观测器重构了移动目标的位置. 文献[26–27]考虑了多虚拟结构情况下的输出编队控制问题, 智能体的位置输出最终收敛于多虚拟结构的输出张成的凸集中. 文献[28]考虑了离散时间系统的包容控制, 并应用于多航器的协同护送任务. 协作式输出调节理论的核心技术之一是分布式观测器的设计与应用. 面向非结构化的一般指令信号, 文献[29–30]采用了基于符号函数的分布式观测器. 然而此类分布式观测器是非光滑的, 因此会产生控制输入的抖振. 对于结构化的由外部系统产生的指令信号, 大部分现有结果需要智能体预先已知外部系统的结构性信息以便设计分布式观测器或控制器, 如线性外部系统的系统矩阵或输出矩阵[21–25]. 对于外部系统结构性信息未知的情况, 文献[31]提出了面向状态观测的自适应分布式状态观测器, 并在许多后续工作中得到了应用与拓展[26–28]. 值得一提的是, 对于含有输入的线性外部系统, 文献[22]构造了基于符号函数的分布式观测器用于处理未知的外部系统输入. 更多的关于分布式观测器与自适应分布式观测器的技术细节与应用场景可参考文献[20].

基于协作式输出调节理论, 本文进一步考虑全局指令系统输出信息受到信道扰动情况下线性多智能体系统的编队控制问题. 首先, 基于协作式输出调节理论框架对线性多智能体系统的编队控制问题进行数学建模, 将每一个智能体的期望轨迹分解为全局编队指令和局部偏移指令. 其次, 针对受到信道扰动的全局指令系统输出信息, 提出了一类基于受扰输出的自适应分布式滤波观测器, 在降低网络信息交换量的同时消除信道扰动的影响. 最后, 通过构造等价指令系统完成了输出反馈确定等价控制律的设计, 解决了线性多智能体系统的分布式编队控制问题. 与现有工作相比, 本文的主要创新点总结如下. 一方面, 由于需要估计外部系统的状态, 因此自适应分布式状态观测器需要估计外部系统矩阵的全部元素. 对于面向输出观测的应用场景, 在文献[31]的基础上, 文献[32]提出了基于外部系统矩阵最小多项式系数的自适应分布式输出观测器. 而文献[32]中的自适应分布式观测器可以看作本文提出的自适应分布式滤波观测器在零干扰时的特例. 与自适应分布式观测器相比, 自适应分布式滤波观测器的主要难点在于如何分布式地消除信道扰动产生的影响. 为此, 受文献[33]启发, 本文通过引入扰动频点所对应的模态单元对分布式观测器的维数进行了扩增, 从而成功将扰动信号从测量信号中剥离, 消除了信道扰动对分布式观测器估计性能的影响. 另一方面, 目前大部分分布式观测器的设计并未考虑信道扰动的情况[20–23,25–31]. 文献[24]考虑了未知且有界的信道扰动, 并给出了跟踪误差最终一致有界的结果. 文献[33]在文献[31]的基础上, 通过在自适应分布式状态观测器中引入扰动频点模态单元实现了外部系统状态的渐进估计. 而本文提出的自适应分布式滤波观测器可以看作文献[33]中的自适应分布式滤波观测器面向输出观测的降维观测器, 其主要难点在于如何最大程度地压缩信息交换量. 为此, 受文献[32]启发, 本文基于线性系统理论构造了基于最小多项式系数与可观标准型的分布式观测器结构, 从而在保证观测器观测能力的同时最大限度地降低了网络信息交换量.

2 符号

本文采用以下数学符号: $\otimes$表示矩阵的克罗内克积; 给定$x_i \in \mathbb{R}^{n_i}, i = 1, \cdots, N$, $\mathrm{col}(x_1, \cdots, x_N) = [x_1^{\mathrm{T}} \ \cdots \ x_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$; 给定$Y_i \in \mathbb{R}^{m_i \times m_i}, i = 1, \cdots, N$, $\mathcal{D}(Y_1, \cdots, Y_M) = \text{block diag}\{Y_1, \cdots, Y_M\}$; 对于任意矩阵$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathrm{vec}(A) = \mathrm{col}(A_1, \cdots, A_n)$, 其中$A_i \in \mathbb{R}^m$是矩阵$A$的第$i$列; 对于任意的列向量$X \in \mathbb{R}^{nq}$, $M_n^q(X) = [X_1 \ \cdots \ X_q]$, 其中对于$i = 1, \cdots, q$, $X_i \in \mathbb{R}^n$且$X = \mathrm{col}(X_1, \cdots, X_q)$; 给定一个方阵$B \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\delta(B) = \{\lambda_1(B), \cdots, \lambda_n(B)\}$, $\lambda_i(B)$表示B的第i个特征值, $\underline{\delta}(B)$表示方阵B所有特征值的实部的最小值; 给定$a \in \mathbb{R}$, $\mathcal{S}(a) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a^2 & 0 \end{bmatrix}$; 给定正整数$k$, I_k表示k阶单位矩阵, 1_k表示全部元素均为1的k维列向量.

$\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$表示一个有向图, 它包含一个有限的

节点集$\mathcal{V}=\{1,2,\cdots,N\}$和一个边集$\mathcal{E}\subseteq\mathcal{V}\times\mathcal{V}$. 在边集$\mathcal{E}$中, 从节点$i$到节点$j$的边表示为$(i,j)$, 此时节点$i$称为节点$j$的邻居节点. 如果有向图$\mathcal{G}$包含一系列边$(i_1,i_2),(i_2,i_3),\cdots,(i_k,i_{k+1})$, 则称集合$\{(i_1,i_2),(i_2,i_3),\cdots,(i_k,i_{k+1})\}$是有向图$\mathcal{G}$中从节点$i_1$到节点$i_{k+1}$的一条路径, 此时称节点$i_1$可达节点$i_{k+1}$. 如果有向图$\mathcal{G}$中存在一个节点$i$, 满足从节点$i$可达所有其他节点, 则称该有向图包含一个有向生成树, 此时节点i称为根节点. 有向图$\mathcal{G}$ 的加权邻接矩阵定义为$A=[a_{ij}]\in\mathbb{R}^{N\times N}$, 其中$a_{ii}=0$; 对于$i\neq j$, 如果$(j,i)\in\mathcal{E}$, 则$a_{ij}>0$, 否则$a_{ij}=0$.

3 问题描述

考虑由N个智能体构成的多智能体系统, 对于$i=1,\cdots,N$, 第i个智能体的数学模型如下:

$$\begin{cases}\dot{x}_i(t)=A_ix_i(t)+B_iu_i(t)+E_{\mathrm{d}i}d_i(t),\\ y_{\mathrm{m}i}(t)=C_{\mathrm{m}i}x_i(t)+D_{\mathrm{m}i}u_i(t)+F_{\mathrm{md}i}d_i(t),\\ y_i(t)=C_ix_i(t),\end{cases}\tag{1}$$

其中: $x_i(t)\in\mathbb{R}^{n_i}$, $u_i(t)\in\mathbb{R}^{m_i}$, $y_{\mathrm{m}i}(t)\in\mathbb{R}^{p_{\mathrm{m}i}}$, $y_i(t)\in\mathbb{R}^p$分别表示第i个智能体的状态、控制输入、测量输出和位置输出; $p=2$与$p=3$分别表示智能体在二维与三维空间内运动; $A_i,B_i,E_{\mathrm{d}i},C_{\mathrm{m}i},D_{\mathrm{m}i},F_{\mathrm{md}i}$和$C_i$均为已知常数矩阵; 此外, $d_i(t)\in\mathbb{R}^{q_{\mathrm{d}i}}$表示第$i$个智能体受到的外部干扰, 由如下外部系统产生:

$$\begin{cases}\dot{w}_{\mathrm{d}i}(t)=\varPhi_{\mathrm{d}i}w_{\mathrm{d}i}(t),\\ d_i(t)=\phi_{\mathrm{d}i}w_{\mathrm{d}i}(t),\end{cases}\tag{2}$$

其中: $w_{\mathrm{d}i}(t)\in\mathbb{R}^{q_{wdi}}$为外部系统的状态, $\varPhi_{\mathrm{d}i}$和$\phi_{\mathrm{d}i}$为已知常数矩阵.

令$y_0(t)\in\mathbb{R}^p$表示全局编队指令, 由如下全局指令系统产生:

$$\begin{cases}\dot{v}_0(t)=\varPsi_0v_0(t),\\ y_0(t)=\psi_0v_0(t),\\ \chi_0(t)=\hbar(v_0(t),\varPsi_0,\psi_0),\end{cases}\tag{3}$$

其中: $v_0(t)\in\mathbb{R}^{q_0}$为全局指令系统的内部状态, $\varPsi_0$和ψ_0为常数矩阵, $\chi_0(t)\in\mathbb{R}^{q_\chi}$为全局指令系统的输出信息, 函数$\hbar$为静态信息压缩映射. 系统的静态结构信息$\varPsi_0,\psi_0$以及动态状态信息$v_0(t)$均为全局指令系统的有效信息, 通过设计静态信息压缩映射可以极大的减少有效信息的维数, 从而降低系统间的网络信息交换量[32]. 值得注意的是, 静态信息压缩映射的具体设计取决于全局指令系统与多智能体系统产生关联的方式. 由于指数发散的信号较少用于实际工程应用, 不失一般性, 本文假定$\varPsi_0$所有特征值的实部非正.

对$i=1,\cdots,N$, 令$y_i^l(t)\in\mathbb{R}^p$表示第i个智能体基于全局编队指令$y_0(t)$的偏移指令, 由如下偏移指令系统产生:

$$\begin{cases}\dot{w}_{li}(t)=\varPhi_{li}w_{li}(t),\\ y_i^l(t)=\phi_{li}w_{li}(t),\end{cases}\tag{4}$$

其中: $w_{li}(t)\in\mathbb{R}^{q_{wli}}$为偏移指令系统的内部状态, $\varPhi_{li}$和ϕ_{li}为常数矩阵. 在功能上, 全局编队指令与偏移指令共同构成了第i个智能体的轨迹指令. 其中, 全局编队指令提供了多智能体系统整体在空间中移动的参考轨迹, 而偏移指令决定了每一个智能体在编队中的相对位置. 因此, 对第i个智能体, 其编队跟踪误差定义为

$$e_i(t)=y_i(t)-y_0(t)-y_i^l(t).\tag{5}$$

在本文中, 考虑偏移指令由每个智能体独立生成, 即偏移指令系统是局部的. 此时, 全局指令系统可以看作是多智能体系统的一个虚拟领航系统.

将全局指令系统(3)与多智能体系统(1)看作一个增广系统, 其通信网络可以用一个有向图$\bar{\mathcal{G}}=(\bar{\mathcal{V}},\bar{\mathcal{E}})$表示. $\bar{\mathcal{V}}=\{0,1,\cdots,N\}$, 其中节点0代表全局指令系统, 节点$i$, $i=1,\cdots,N$代表第i个智能体. 对$i=0,1,\cdots,N$, $j=1,\cdots,N$, 当第j个智能体可以获得第$i(i\neq0)$个智能体的信息, 或第j个智能体可以获得全局指令系统$(i=0)$的信息时, $(i,j)\in\bar{\mathcal{E}}$. 进一步, 定义有向图$\bar{\mathcal{G}}$的子图为$\mathcal{G}=(\mathcal{V},\mathcal{E})$, $\mathcal{V}=\{1,\cdots,N\}$, $\mathcal{E}=\bar{\mathcal{E}}\cap(\mathcal{V}\times\mathcal{V})$. 令$\bar{\mathcal{A}}=[a_{ij}]$表示有向图$\bar{\mathcal{G}}$的加权邻接矩阵, $\mathcal{L}$表示有向图$\mathcal{G}$的拉普拉斯矩阵, $H=\mathcal{L}+\mathcal{D}(a_{10},\cdots,a_{N0})$. 本文假定$\bar{\mathcal{G}}$包含一个以节点0为根节点的有向生成树, 即要求全局指令系统的输出信息可以经由有向的信息通路直接或间接地传递至每一个多智能体系统. 在该假设下, 由文献[20]中引理2.1可知, $\underline{\delta}(H)>0$.

综上, 本文所考虑的编队问题描述如下.

问题 1 给定由系统(1)–(2)(4)构成的多智能体系统、全局指令系统(3), 以及通信拓扑图$\bar{\mathcal{G}}$, 为多智能体系统设计基于通信网络的分布式控制律$u_i(t)$, 使得对于任意的系统初值, 闭环系统稳定, 且满足对$i=1,\cdots,N$, $\lim\limits_{t\to\infty}e_i(t)=0$.

如文献[33], 本文考虑全局指令系统的输出信息$\chi_0(t)$在向多智能体系统传输的过程中受到信道扰动影响的情况. 具体地, 令$\chi_0^{\mathrm{m}}(t)\in\mathbb{R}^{q_\chi}$表示多智能体系统接收到的全局指令系统的输出信息, 其具有如下形式:

$$\chi_0^{\mathrm{m}}(t)=\chi_0(t)+\chi_0^{\mathrm{d}}(t),\tag{6}$$

其中$\chi_0^{\mathrm{d}}(t)=\mathrm{col}(\chi_{01}^{\mathrm{d}}(t),\cdots,\chi_{0q_\chi}^{\mathrm{d}}(t))\in\mathbb{R}^{q_\chi}$表示信道扰动. 本文考虑具有如下形式的信道扰动信号:

$$\chi_{0i}^{\mathrm{d}}(t)=\sum_{\varsigma=1}^{\sigma}\beta_{i\varsigma}\sin(\omega_\varsigma t+\gamma_{i\varsigma}),\ i=1,\cdots,q_\chi,\tag{7}$$

其中: 频率ω_ς已知, 幅值$\beta_{i\varsigma}$和初相$\gamma_{i\varsigma}$未知. 在下文中, 定义$\Omega=\{\pm\omega_\varsigma \mathrm{j}, \varsigma=1,\cdots,\sigma\}$, 其中j表示虚数单位, $\mathcal{S}(\Omega)=\mathcal{D}(\mathcal{S}(\omega_1),\cdots,\mathcal{S}(\omega_\sigma))\in\mathbb{R}^{2\sigma\times 2\sigma}$.

4 主要结果

4.1 基于受扰输出的自适应分布式滤波观测器

假设矩阵Ψ_0的最小多项式为

$$\lambda^\ell+\alpha_{01}\lambda^{\ell-1}+\cdots+\alpha_{0(\ell-1)}\lambda+\alpha_{0\ell},$$

其中$\ell\leqslant q_0$. 令$\alpha_0=\mathrm{col}(\alpha_{01},\cdots,\alpha_{0\ell})\in\mathbb{R}^\ell$. 对于全局指令系统(3), 定义其输出信息为$\chi_0(t)=\mathrm{col}(\alpha_0, y_0(t))\in\mathbb{R}^{\ell+p}$. 令$\alpha_0^{\mathrm{d}}(t)$与$y_0^{\mathrm{d}}(t)$分别表示作用在$\alpha_0$与$y_0(t)$上的信道扰动, $\alpha_0^{\mathrm{m}}(t)$与$y_0^{\mathrm{m}}(t)$表示智能体能够接收的全局指令系统的输出信息, 根据式(6)有

$$\begin{cases}\alpha_0^{\mathrm{m}}(t)=\alpha_0+\alpha_0^{\mathrm{d}}(t),\\ y_0^{\mathrm{m}}(t)=y_0(t)+y_0^{\mathrm{d}}(t),\end{cases}\tag{8}$$

其中$\chi_0^{\mathrm{d}}(t)=\mathrm{col}(\alpha_0^{\mathrm{d}}(t),y_0^{\mathrm{d}}(t))$的每一个分量均具有式(7)的形式. 定义如下矩阵:

$$\Lambda_\rho=\mathcal{D}(0,\mathcal{S}(\Omega))\in\mathbb{R}^{(1+2\sigma)\times(1+2\sigma)},$$
$$\Upsilon_\rho=[1\ \ 1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 1\ \ 0]\in\mathbb{R}^{1\times(1+2\sigma)},$$
$$\Xi_\rho=[1\ \ 0\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0\ \ 0]\in\mathbb{R}^{1\times(1+2\sigma)},$$

由文献[33]中引理1可知$(\Upsilon_\rho,\Lambda_\rho)$能观, 因此, 黎卡提方程

$$P_\rho\Lambda_\rho^{\mathrm{T}}+\Lambda_\rho P_\rho-P_\rho\Upsilon_\rho^{\mathrm{T}}\Upsilon_\rho P_\rho+I_{1+2\sigma}=0$$

存在唯一正定解$P_\rho>0$. 令$L_\rho=\mu_\alpha P_\rho\Upsilon_\rho^{\mathrm{T}}$, $\mu_\alpha>0$.

对$i=1,\cdots,N$, $k=1,\cdots,\ell$, 定义如下系统:

$$\begin{cases}\dot\rho_{ik}(t)=\Lambda_\rho\rho_{ik}(t)+L_\rho\sum\limits_{j=0}^{N}a_{ij}(\varrho_{jk}(t)-\varrho_{ik}(t)),\\ \varrho_{ik}(t)=\Upsilon_\rho\rho_{ik}(t),\ \varrho_{0k}(t)=\alpha_{0k}^{\mathrm{m}}(t),\\ \alpha_{ik}(t)=\Xi_\rho\rho_{ik}(t),\end{cases}\tag{9}$$

其中: $\rho_{ik}(t)\in\mathbb{R}^{1+2\sigma}$, $\varrho_{ik}(t)\in\mathbb{R}$, $\alpha_{ik}(t)\in\mathbb{R}$, $\alpha_{0k}^{\mathrm{m}}(t)$为$\alpha_0^{\mathrm{m}}(t)$的第$k$个元素.

进一步, 定义如下矩阵:

$$\Theta_i(t)=\begin{bmatrix}0&1&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ 0&0&\cdots&1\\ -\alpha_{i\ell}(t)&-\alpha_{i(\ell-1)}(t)&\cdots&-\alpha_{i1}(t)\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{\ell\times\ell},$$
$$\theta=[1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0]\in\mathbb{R}^{1\times\ell},$$
$$\Lambda_{\varphi i}(t)=\mathcal{D}(\Theta_i(t),\mathcal{S}(\Omega))\in\mathbb{R}^{(\ell+2\sigma)\times(\ell+2\sigma)},$$
$$\Upsilon_\varphi=[\theta\ \ 1\ \ 0\ \ \cdots\ \ 1\ \ 0]\in\mathbb{R}^{1\times(\ell+2\sigma)},$$
$$\Xi_\varphi=[\theta\ \ 0\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0\ \ 0]\in\mathbb{R}^{1\times(\ell+2\sigma)},$$

对于任意的$t\geqslant0$, $(\theta,\Theta_i(t))$为能观标准型, 因此能观. 由文献[33]中引理1可知, 对任意的$t\geqslant0$, $(\Upsilon_\varphi,\Lambda_{\varphi i}(t))$也能观. 因此, 对任意的$t\geqslant0$, 黎卡提方程

$$P_{\varphi i}(t)\Lambda_{\varphi i}^{\mathrm{T}}(t)+\Lambda_{\varphi i}(t)P_{\varphi i}(t)-P_{\varphi i}(t)\Upsilon_\varphi^{\mathrm{T}}\Upsilon_\varphi P_{\varphi i}(t)+I_{\ell+2\sigma}=0$$

存在唯一正定解$P_{\varphi i}(t)$. 令$L_{\varphi i}(t)=\mu_\varphi P_{\varphi i}(t)\Upsilon_\varphi^{\mathrm{T}}$, $\mu_\varphi>0$.

对$i=1,\cdots,N$, $k=1,\cdots,p$, 定义如下系统:

$$\begin{cases}\dot\varphi_{ik}(t)=\Lambda_{\varphi i}(t)\varphi_{ik}(t)+\\ \qquad L_{\varphi i}(t)\sum\limits_{j=0}^{N}a_{ij}(\xi_{jk}(t)-\xi_{ik}(t)),\\ \xi_{ik}(t)=\Upsilon_\varphi\varphi_{ik}(t),\ \xi_{0k}(t)=y_{0k}^{\mathrm{m}}(t),\\ \hat y_{ik}(t)=\Xi_\varphi\varphi_{ik}(t),\end{cases}\tag{10}$$

其中: $\varphi_{ik}(t)\in\mathbb{R}^{\ell+2\sigma}$, $\xi_{ik}(t)\in\mathbb{R}$, $\hat y_{ik}(t)\in\mathbb{R}$, $y_{0k}^{\mathrm{m}}(t)$为$y_0^{\mathrm{m}}(t)$的第k个元素.

令

$$\alpha_i(t)=\mathrm{col}(\alpha_{i1}(t),\cdots,\alpha_{i\ell}(t)),$$
$$\hat y_i(t)=\mathrm{col}(\hat y_{i1}(t),\cdots,\hat y_{ip}(t)),$$

有如下结果.

引理 1 给定全局指令系统(3)、信道扰动(7)–(8)、分布式动态补偿器(9)–(10), 以及通信拓扑$\bar{\mathcal{G}}$, 若$\delta(\Psi_0)\cap\Omega=\phi$, $\mu_\alpha,\mu_\varphi>\frac{1}{2}\underline{\delta}(H)^{-1}$, 则系统(9)–(10)的解存在, 且对$i=1,\cdots,N$, 有

$$\lim_{t\to\infty}\alpha_i(t)=\alpha_0,\ \ \lim_{t\to\infty}(\hat y_i(t)-y_0(t))=0.$$

证 对$k=1,\cdots,\ell$, $\alpha_{0k}^{\mathrm{m}}(t)$及$\alpha_{0k}$, 可由如下系统生成:

$$\begin{cases}\dot\rho_{0k}(t)=\Lambda_\rho\rho_{0k}(t),\\ \alpha_{0k}^{\mathrm{m}}(t)=\Upsilon_\rho\rho_{0k}(t),\\ \alpha_{0k}=\Xi_\rho\rho_{0k}(t),\end{cases}\tag{11}$$

其中$\rho_{0k}(t)\in\mathbb{R}^{1+2\sigma}$. 令$\bar\rho_{ik}(t)=\rho_{ik}(t)-\rho_{0k}(t)$, 有

$$\begin{aligned}&\dot{\bar\rho}_{ik}(t)=\\ &\Lambda_\rho\rho_{ik}(t)+L_\rho\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(\varrho_{jk}(t)-\varrho_{ik}(t))-\Lambda_\rho\rho_{0k}(t)=\\ &\Lambda_\rho\bar\rho_{ik}(t)+L_\rho\Upsilon_\rho\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(\bar\rho_{jk}(t)-\bar\rho_{ik}(t)).\end{aligned}\tag{12}$$

令$\bar\rho_k(t)=\mathrm{col}(\bar\rho_{1k}(t),\cdots,\bar\rho_{Nk}(t))$, 有

$$\dot{\bar\rho}_k(t)=(I_N\otimes\Lambda_\rho-H\otimes L_\rho\Upsilon_\rho)\bar\rho_k(t)\triangleq\Lambda_\alpha\bar\rho_k(t).$$

由于$\mu_\alpha>\frac{1}{2}\underline{\delta}(H)^{-1}$, 矩阵$\Lambda_\alpha$是Hurwitz的(文献[20], 引理3.1). 因此, $\lim\limits_{t\to\infty}\bar\rho_{ik}(t)=0$, 进而有

$$\lim_{t\to\infty}\alpha_i(t)=\alpha_0.\tag{13}$$

另一方面, 根据最小多项式的定义, 有

$$\Psi_0^{\ell}+\alpha_{01}\Psi_0^{\ell-1}+\cdots+\alpha_{0(\ell-1)}\Psi_0+\alpha_{0\ell}I_{q_0}=0.$$

由于$y_0^{(d)}(t)=\psi_0\Psi_0^{\rm d}v_0(t), d\leqslant\ell$, 对$k=1,\cdots,p$, 有

$$\begin{aligned}&y_{0k}^{(\ell)}(t)+\alpha_{01}y_{0k}^{(\ell-1)}(t)+\cdots+\\&\alpha_{0(\ell-1)}y_{0k}^{(1)}(t)+\alpha_{0\ell}y_{0k}(t)=0,\end{aligned}\tag{14}$$

其中$y_{0k}(t)$为$y_0(t)$的第k个元素. 令

$$\zeta_{0k}(t)=\mathrm{col}(y_{0k}(t),y_{0k}^{(1)}(t),\cdots,y_{0k}^{(\ell-1)}(t)),$$

$$\Theta_0=\begin{bmatrix}0&1&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&&\vdots\\ 0&0&\cdots&1\\ -\alpha_{0\ell}&-\alpha_{0(\ell-1)}&\cdots&-\alpha_{01}\end{bmatrix},$$

根据式(14), $y_{0k}(t)$可由如下系统生成:

$$\begin{cases}\dot{\zeta}_{0k}(t)=\Theta_0\zeta_{0k}(t),\\ y_{0k}(t)=\theta\zeta_{0k}(t),\end{cases}\tag{15}$$

其中$\zeta_{0k}(t)\in\mathbb{R}^{\ell}$为等价指令系统的内部状态. 进一步, 令$\Lambda_{\varphi0}=\mathcal{D}(\Theta_0,\mathcal{S}(\Omega))\in\mathbb{R}^{(\ell+2\sigma)\times(\ell+2\sigma)}$, 则$y_{0k}^{\rm m}(t)$和$y_{0k}(t)$可由如下系统生成:

$$\begin{cases}\dot{\varphi}_{0k}(t)=\Lambda_{\varphi0}\varphi_{0k}(t),\\ y_{0k}^{\rm m}(t)=\Upsilon_{\varphi}\varphi_{0k}(t),\\ y_{0k}(t)=\Xi_{\varphi}\varphi_{0k}(t),\end{cases}\tag{16}$$

其中$\varphi_{0k}(t)\in\mathbb{R}^{\ell+2\sigma}$. 由于$(\Upsilon_{\varphi},\Lambda_{\varphi0})$能观, 黎卡提方程$P_{\varphi0}\Lambda_{\varphi0}^{\rm T}+\Lambda_{\varphi0}P_{\varphi0}-P_{\varphi0}\Upsilon_{\varphi}^{\rm T}\Upsilon_{\varphi}P_{\varphi0}+I_{\ell+2\sigma}=0$存在唯一正定解$P_{\varphi0}$.

令$\bar{\Lambda}_i(t)=\Lambda_{\varphi i}(t)-\Lambda_{\varphi0}, \bar{P}_{\varphi i}(t)=P_{\varphi i}(t)-P_{\varphi0}$. 由式(13)知: $\lim\limits_{t\to\infty}\bar{\Lambda}_i(t)=0, \lim\limits_{t\to\infty}\bar{P}_{\varphi i}(t)=0$. 令$\bar{\varphi}_{ik}(t)=\varphi_{ik}(t)-\varphi_{0k}(t)$, 经计算, 有

$$\begin{aligned}&\dot{\bar{\varphi}}_{ik}(t)=\\&\bar{\Lambda}_i(t)\varphi_{0k}(t)+\bar{\Lambda}_i(t)\bar{\varphi}_{ik}(t)+\Lambda_{\varphi0}\bar{\varphi}_{ik}(t)+\\&\mu_{\varphi}P_{\varphi0}\Upsilon_{\varphi}^{\rm T}\Upsilon_{\varphi}\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(\bar{\varphi}_{jk}(t)-\bar{\varphi}_{ik}(t))+\\&\mu_{\varphi}\bar{P}_{\varphi i}(t)\Upsilon_{\varphi}^{\rm T}\Upsilon_{\varphi}\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(\bar{\varphi}_{jk}(t)-\bar{\varphi}_{ik}(t)).\end{aligned}\tag{17}$$

令$\bar{\varphi}_k(t)=\mathrm{col}(\bar{\varphi}_{1k}(t),\cdots,\bar{\varphi}_{Nk}(t)), \bar{\Lambda}_{\rm d}(t)=\mathcal{D}(\bar{\Lambda}_1(t),\cdots,\bar{\Lambda}_N(t)), \bar{P}_{\varphi{\rm d}}(t)=\mathcal{D}(\bar{P}_{\varphi1}(t),\cdots,\bar{P}_{\varphi N}(t))$, 有

$$\begin{aligned}&\dot{\bar{\varphi}}_k(t)=\\&(I_N\otimes\Lambda_{\varphi0}-\mu_{\varphi}(H\otimes P_{\varphi0}\Upsilon_{\varphi}^T\Upsilon_{\varphi}))\bar{\varphi}_k(t)+\\&(\bar{\Lambda}_{\rm d}(t)-\mu_{\varphi}\bar{P}_{\varphi{\rm d}}(t)(H\otimes\Upsilon_{\varphi}^T\Upsilon_{\varphi}))\bar{\varphi}_k(t)+\\&\bar{\Lambda}_{\rm d}(t)(1_N\otimes\varphi_{0k}(t))\triangleq\\&\Lambda_y\bar{\varphi}_k(t)+\Lambda_{y{\rm d}}(t)\bar{\varphi}_k(t)+\bar{\Lambda}_{\rm d}(t)(1_N\otimes\varphi_{0k}(t)).\end{aligned}$$

由于$\mu_{\varphi}>\dfrac{1}{2}\underline{\delta}(H)^{-1}$, Λ_y是Hurwitz的(文献[20], 引理3.1). 由于$\Lambda_{y{\rm d}}(t), \bar{\Lambda}_{\rm d}(t)$均指数趋于0, 有$\lim\limits_{t\to\infty}\bar{\varphi}_{ik}(t)=0$(文献[20],引理2.7), 进而有

$$\lim_{t\to\infty}(\hat{y}_i(t)-y_0(t))=0.\tag{18}$$

证毕.

由引理1可知, 分布式动态补偿器(9)–(10)在信道扰动$\chi_0^{\rm d}(t)$的作用下可以为每一个智能体还原系统的结构性信息α_0以及全局编队指令$y_0(t)$, 因此称为全局指令系统的基于受扰输出的自适应分布式滤波观测器.

令$\zeta_0(t)=\mathrm{col}(\zeta_{01}(t),\cdots,\zeta_{0p}(t))$, 则$y_0(t)$可以由以下等价指令系统生成:

$$\begin{cases}\dot{\zeta}_0(t)=(I_p\otimes\Theta_0)\zeta_0(t),\\ y_0(t)=(I_p\otimes\theta)\zeta_0(t),\end{cases}\tag{19}$$

此时, $e_i(t)$可以等价地写为

$$e_i(t)=y_i(t)-(I_p\otimes\theta)\zeta_0(t)-y_i^l(t),\tag{20}$$

对$k=1,\cdots,p$, 令

$$\begin{aligned}&\Gamma_{\varphi}=[I_{\ell}\ \ 0_{\ell\times2\sigma}],\\&\zeta_{ik}(t)=\Gamma_{\varphi}\varphi_{ik}(t),\\&\zeta_i(t)=\mathrm{col}(\zeta_{i1}(t),\cdots,\zeta_{ip}(t)),\end{aligned}$$

由方程(15)–(16)可知, $\zeta_{0k}(t)=\Gamma_{\varphi}\varphi_{0k}(t)$. 因此, 由引理1可知

$$\lim_{t\to\infty}\bar{\zeta}_i(t)=\lim_{t\to\infty}(\zeta_i(t)-\zeta_0(t))=0.\tag{21}$$

由引理1的证明可知, α_{0k}以及$\alpha_{0k}^{\rm m}(t)$可以等价地由虚拟系统(11)产生. 在分布式观测器(9)中, $\rho_{ik}(t)$, $\varrho_{ik}(t)$与$\alpha_{ik}(t)$分别为虚拟系统(11)的状态$\rho_{0k}(t)$以及输出$\alpha_{0k}^{\rm m}(t)$, α_{0k}的估计. 分布式观测器(9)通过估计$\rho_{0k}(t)$进而成功还原α_{0k}. 类似地, $y_{0k}(t)$以及$y_{0k}^{\rm m}(t)$可以等价地由虚拟系统(16)产生. 在分布式观测器(10)中, $\varphi_{ik}(t)$, $\xi_{ik}(t)$与$\hat{y}_{ik}(t)$分别为虚拟系统(16)的状态$\varphi_{0k}(t)$以及输出$y_{0k}^{\rm m}(t)$, $y_{0k}(t)$的估计. 分布式观测器(10)通过估计$\varphi_{0k}(t)$进而成功还原$y_{0k}(t)$. 本质上, 自适应分布式滤波观测器(9)–(10)将测量信号$\alpha_0^{\rm m}(t)$, $y_0^{\rm m}(t)$中有效信息与扰动信息作为一个整体同时进行估计, 进而通过混合信号在扰动频点上的分解分离出有效信息α_0与$y_0(t)$. 其中, 不同的扰动频点对应于分块对角矩阵$\mathcal{S}(\Omega)$对角线上的不同模态$\mathcal{S}(\omega_i)$, $i=1,\cdots,\sigma$.

4.2 确定等价控制律设计和稳定性分析

在提出本文的确定等价控制律设计之前, 首先列举以下假设.

假设 1 对$i=1,\cdots,N$, (A_i,B_i)可镇定.

假设 2 对$i=1,\cdots,N$,

$$([C_{\mathrm{m}i}\ \ F_{\mathrm{md}i}\phi_{\mathrm{d}i}], \begin{bmatrix} A_i & E_{\mathrm{d}i}\phi_{\mathrm{d}i} \\ 0 & \Phi_{\mathrm{d}i} \end{bmatrix})$$

可检测.

假设 3 如下3组调节器方程:

$$\begin{cases} X_{\Psi i}(I_p \otimes \Theta_0) = A_i X_{\Psi i} + B_i U_{\Psi i}, \\ 0 = C_i X_{\Psi i} - (I_p \otimes \theta), \end{cases} \tag{22}$$

$$\begin{cases} X_{\mathrm{d}i}\Phi_{\mathrm{d}i} = A_i X_{\mathrm{d}i} + B_i U_{\mathrm{d}i} + E_{\mathrm{d}i}\phi_{\mathrm{d}i}, \\ 0 = C_i X_{\mathrm{d}i}, \end{cases} \tag{23}$$

$$\begin{cases} X_{li}\Phi_{li} = A_i X_{li} + B_i U_{li}, \\ 0 = C_i X_{li} - \phi_{li}, \end{cases} \tag{24}$$

存在解$(X_{\Psi i}, U_{\Psi i})$, $(X_{\mathrm{d}i}, U_{\mathrm{d}i})$和$(X_{li}, U_{li})$.

在假设1与2下, 分别设计增益K_{xi}与L_i使得矩阵$A_i + B_i K_{xi}$与$\begin{bmatrix} A_i & E_{\mathrm{d}i}\phi_{\mathrm{d}i} \\ 0 & \Phi_{\mathrm{d}i} \end{bmatrix} + L_i[C_{\mathrm{m}i}\ \ F_{\mathrm{md}i}\phi_{\mathrm{d}i}]$均为Hurwitz矩阵. 进一步, 令$K_{\mathrm{d}i} = U_{\mathrm{d}i} - K_{xi}X_{\mathrm{d}i}$, $K_{li} = U_{li} - K_{xi}X_{li}$, $K_{zi} = [K_{xi}\ \ K_{\mathrm{d}i}]$.

对$i = 1, \cdots, N$, 设计控制律如下:

$$\begin{cases} u_i(t) = K_{zi}\hat{z}_i(t) + K_{\zeta i}(t)\zeta_i(t) + K_{li}w_{li}(t), \\ \dot{\hat{z}}_i(t) = \begin{bmatrix} A_i & E_{\mathrm{d}i}\phi_{\mathrm{d}i} \\ 0 & \Phi_{\mathrm{d}i} \end{bmatrix} \hat{z}_i(t) + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u_i(t) + \\ \qquad L_i([C_{\mathrm{m}i}\ F_{\mathrm{md}i}\phi_{\mathrm{d}i}]\hat{z}_i(t) + \\ \qquad D_{\mathrm{m}i}u_i(t) - y_{\mathrm{m}i}(t)), \\ \dot{\varpi}_i(t) = -\mu_{\varpi}\hat{R}_i(t)^{\mathrm{T}}(\hat{R}_i(t)\varpi_i(t) - b_i), \end{cases} \tag{25}$$

其中: $\mu_{\varpi} > 0$,

$$\hat{R}_i(t) = (I_p \otimes \Theta_i(t))^{\mathrm{T}} \otimes \begin{bmatrix} I_{n_i} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - I_{p\ell} \otimes \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix},$$

$$b_i = \mathrm{vec}(\begin{bmatrix} 0 \\ -I_p \otimes \theta_0 \end{bmatrix}),$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{X}_{\Psi i}(t) \\ \mathcal{U}_{\Psi i}(t) \end{bmatrix} = M^{p\ell}_{(n_i+m_i)}(\varpi_i(t)),$$

$$K_{\zeta i}(t) = \mathcal{U}_{\Psi i}(t) - K_{xi}\mathcal{X}_{\Psi i}(t).$$

本文的主要结果陈述如下.

定理 1 基于假设1–3, 给定系统(1)–(2)(4), 全局指令系统(3), 以及通信拓扑图$\bar{\mathcal{G}}$, 若$\mu_\alpha, \mu_\varphi > \frac{1}{2}\underline{\delta}(H)^{-1}$, 则问题1可由分布式滤波观测器(9)–(10)及控制律(25)解决.

证 令$z_i(t) = \mathrm{col}(x_i(t), w_{\mathrm{d}i}(t))$, $\bar{z}_i(t) = \hat{z}_i(t) - z_i(t)$, 有

$$\begin{aligned} &\dot{\bar{z}}_i(t) = \\ &\begin{bmatrix} A_i & E_{\mathrm{d}i}\phi_{\mathrm{d}i} \\ 0 & \Phi_{\mathrm{d}i} \end{bmatrix} \hat{z}_i(t) + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u_i(t) + \\ &L_i([C_{\mathrm{m}i}\ F_{\mathrm{md}i}\phi_{\mathrm{d}i}]\hat{z}_i(t) + D_{\mathrm{m}i}u_i(t) - \\ &[C_{\mathrm{m}i}\ F_{\mathrm{md}i}\phi_{\mathrm{d}i}]z_i(t) - D_{\mathrm{m}i}u_i(t)) - \\ &\begin{bmatrix} A_i & E_{\mathrm{d}i}\phi_{\mathrm{d}i} \\ 0 & \Phi_{\mathrm{d}i} \end{bmatrix} z_i(t) - \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u_i(t) = \\ &(\begin{bmatrix} A_i & E_{\mathrm{d}i}\phi_{\mathrm{d}i} \\ 0 & \Phi_{\mathrm{d}i} \end{bmatrix} + L_i[C_{\mathrm{m}i}\ F_{\mathrm{md}i}\phi_{\mathrm{d}i}])\bar{z}_i(t). \end{aligned} \tag{26}$$

由于$\begin{bmatrix} A_i & E_{\mathrm{d}i}\phi_{\mathrm{d}i} \\ 0 & \Phi_{\mathrm{d}i} \end{bmatrix} + L_i[C_{\mathrm{m}i}\ F_{\mathrm{md}i}\phi_{\mathrm{d}i}]$是Hurwitz的, 所以$\lim\limits_{t\to\infty} \bar{z}_i(t) = 0$. 令$\hat{z}_i(t) = \mathrm{col}(\hat{x}_i(t), \hat{w}_{\mathrm{d}i}(t))$, 其中$\hat{x}_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i}$, $\hat{w}_{\mathrm{d}i}(t) \in \mathbb{R}^{q_{w\mathrm{d}i}}$. 令$\bar{x}_i(t) = \hat{x}_i(t) - x_i(t)$, $\bar{w}_{\mathrm{d}i}(t) = \hat{w}_{\mathrm{d}i}(t) - w_{\mathrm{d}i}(t)$. 则有$\lim\limits_{t\to\infty} \bar{x}_i(t) = 0$, $\lim\limits_{t\to\infty} \bar{w}_{\mathrm{d}i}(t) = 0$.

令

$$R_0 = (I_p \otimes \Theta_0)^{\mathrm{T}} \otimes \begin{bmatrix} I_{n_i} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - I_{p\ell} \otimes \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & 0 \end{bmatrix}.$$

由引理1, 有$\lim\limits_{t\to\infty} \hat{R}_i(t) = R_0$. 进一步, 根据文献[31]中引理3, $\varpi_i(t)$唯一存在且有界, 满足

$$\lim_{t\to\infty} (\begin{bmatrix} \mathcal{X}_{\Psi i}(t) \\ \mathcal{U}_{\Psi i}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X^*_{\Psi i} \\ U^*_{\Psi i} \end{bmatrix}) = 0, \tag{27}$$

其中$(X^*_{\Psi i}, U^*_{\Psi i})$为调节器方程(22)的一组解. 令$K^*_{\zeta i} = U^*_{\Psi i} - K_{xi}X^*_{\Psi i}$, $\bar{K}_{\zeta i}(t) = K_{\zeta i}(t) - K^*_{\zeta i}$. 由文献[31]中引理3知, 当$\mu_{\varpi}$充分大时, $\bar{K}_{\zeta i}(t)$指数收敛于0.

定义

$$\tilde{x}_i(t) = x_i(t) - X^*_{\Psi i}\zeta_0(t) - X_{\mathrm{d}i}w_{\mathrm{d}i}(t) - X_{li}w_{li}(t),$$
$$\tilde{u}_i(t) = u_i(t) - U^*_{\Psi i}\zeta_0(t) - U_{\mathrm{d}i}w_{\mathrm{d}i}(t) - U_{li}w_{li}(t),$$

经计算, 有

$$\dot{\tilde{x}}_i(t) = A_i\tilde{x}_i(t) + B_i\tilde{u}_i(t), \tag{28}$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i(t) = {} & K_{xi}\tilde{x}_i(t) + K_{xi}\bar{x}_i(t) + \bar{K}_{\zeta i}(t)\zeta_0(t) + \\ & K_{\zeta i}(t)\bar{\zeta}_i(t) + K_{\mathrm{d}i}\bar{w}_{\mathrm{d}i}(t), \end{aligned} \tag{29}$$

$$e_i(t) = C_i\tilde{x}_i. \tag{30}$$

将式(29)代入式(28)有

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i(t) = {} & (A_i + B_iK_{xi})\tilde{x}_i(t) + B_i(K_{xi}\bar{x}_i(t) + \\ & \bar{K}_{\zeta i}(t)\zeta_0(t) + K_{\zeta i}(t)\bar{\zeta}_i(t) + K_{\mathrm{d}i}\bar{w}_{\mathrm{d}i}(t)), \end{aligned}$$

由于$\bar{x}_i(t)$, $\bar{K}_{\zeta i}(t)\zeta_0(t)$, $K_{\zeta i}(t)\bar{\zeta}_i(t)$与$\bar{w}_{\mathrm{d}i}(t)$均渐近趋于0, 且矩阵$A_i + B_iK_{xi}$是Hurwitz的, 因此有$\lim\limits_{t\to\infty} \tilde{x}_i(t) = 0$, 进而有$\lim\limits_{t\to\infty} e_i(t) = 0$.

证毕.

5 数值仿真

考虑一个含有4个智能体的多智能体系统, 其通信拓扑如图1所示.

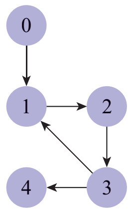

图 1 有向通信图

Fig. 1 Directed communication graph $\bar{\mathcal{G}}$

考虑第i个智能体的数学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{p}_i(t) = v_i(t), \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t) + d_{i1}(t), \\ y_{\mathrm{m}i}(t) = p_i(t) + d_{i2}(t), \end{cases} \tag{31}$$

其中: $p_i(t), v_i(t), u_i(t), y_{\mathrm{m}i}(t) \in \mathbb{R}^3$分别为第$i$个智能体在三维空间中的位置、速度、控制输入和位置输出. 假定d_{ij}的每个元素均为幅值为1, 频率介于10 rad/s到13 rad/s之间的正弦信号.

令$x_i(t) = \mathrm{col}(p_i(t), v_i(t))$, 则模型(31)可转化为模型(1)中所描述的形式, 其中:

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes I_3,\ B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes I_3,$$

$$C_{\mathrm{m}i} = C_i = [1\ \ 0] \otimes I_3,\ D_{\mathrm{m}i} = 0,$$

$$E_{\mathrm{d}i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ F_{\mathrm{md}i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

让多智能体系统沿y轴做匀速直线运动的同时, 在xOz平面形成正方形编队, 每个智能体距离正方形队形中心的距离为5 m.

令全局编队指令为$y_0(t) = \mathrm{col}(0, t, 10)$, 则其可由全局指令系统(3)产生, 其中:

$$\varPsi_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ \psi_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix},\ v_0(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

令式(4)中偏移指令系统产生的偏移指令为: $y_1^l(t) = \mathrm{col}(0,0,5)$, $y_2^l(t) = \mathrm{col}(0,0,-5)$, $y_3^l(t) = \mathrm{col}(5,0,0)$, $y_4^l(t) = \mathrm{col}(-5,0,0)$. 偏移指令系统的常数矩阵为

$$\varPhi_{li} = 0_{3\times 3},\ \phi_{li} = I_3.$$

系统内部状态的初值为

$$w_{l1}(0) = \mathrm{col}(0,0,5),$$
$$w_{l2}(0) = \mathrm{col}(0,0,-5),$$
$$w_{l3}(0) = \mathrm{col}(5,0,0),$$
$$w_{l4}(0) = \mathrm{col}(-5,0,0).$$

全局指令系统的输出信息中, $\alpha_0 = \mathrm{col}(0,0)$. 假设在全局指令系统输出信息的传输过程中, 外部干扰信号的频率为$w_\varsigma = 30$ rad/s. 设计K_{xi}使得$A_i + B_iK_{xi}$的极点为: $-1, -1.2, -1.4, -1.6, -1.8, -2$. 设计$L_i$使得$\begin{bmatrix} A_i & E_{\mathrm{d}i}\phi_{\mathrm{d}i} \\ 0 & \varPhi_{\mathrm{d}i} \end{bmatrix} + L_i[C_{\mathrm{m}i}\ F_{\mathrm{md}i}\phi_{\mathrm{d}i}]$的极点为: $-7, -7.1, -7.2, -7.3, -7.4, -7.5, -7.6, -7.7$. 取其他参数为: $\mu_\alpha = 50$, $\mu_\varphi = 100$, $\mu_\varpi = 500$.

当采用文献[32]中的自适应分布式观测器时, 仿真结果如图2–4所示. 从图中可以看出由于文献[32]中的自适应分布式观测器无法有效处理信道扰动, 因此编队控制任务未能实现. 当采用本文提出的自适应分布式滤波观测器时, 仿真结果如图5–7所示. 从图中可以看出自适应分布式滤波观测器可以消除扰动的影响, 还原信号的真值. 因此成功完成了编队任务.

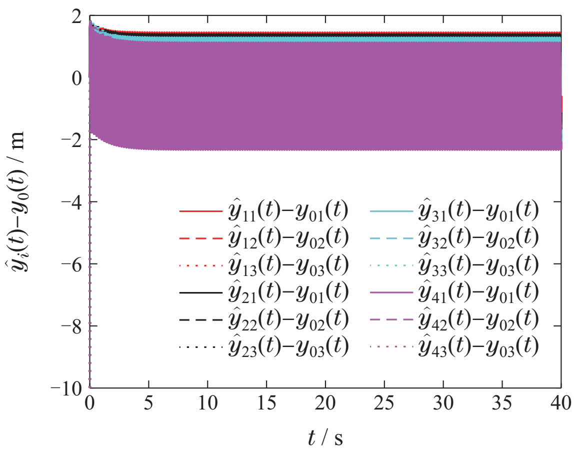

图 2 采用文献[32]中的自适应分布式观测器时$y_0(t)$的估计误差

Fig. 2 The estimation errors of $y_0(t)$ under the adaptive distributed observer proposed in literature [32]

6 结语

本文考虑了全局指令系统输出信息受到信道扰动情况下线性多智能体系统的编队控制问题. 基于协作式输出调节理论框架, 首先, 对该问题进行了数学建模; 其次, 针对受到信道扰动的全局指令系统输出信息, 提出了一类基于受扰输出的自适应分布式滤波观测器, 在降低网络信息交换量的同时消除信道扰动的影响; 最终, 通过数值仿真进一步验证了算法的正确性和有效性.

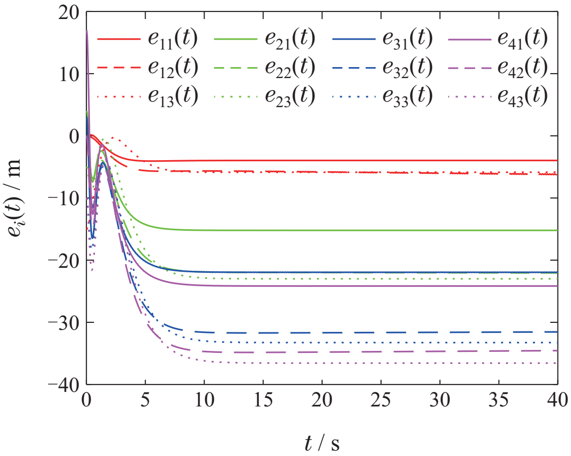

图 3 采用文献[32]中的自适应分布式观测器时的跟踪误差

Fig. 3 The tracking errors under the adaptive distributed observer proposed in literature [32]

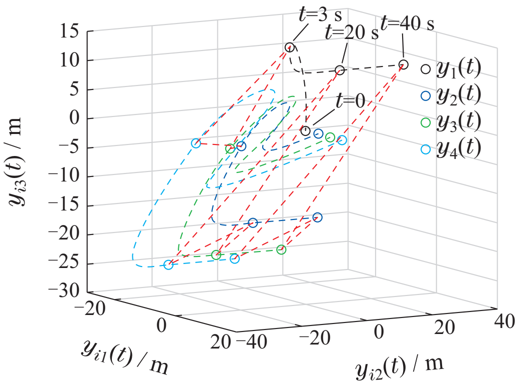

图 4 采用文献[32]中的自适应分布式观测器时智能体的轨迹

Fig. 4 The trajectories of 4-agents under the adaptive distributed observer proposed in literature [32]

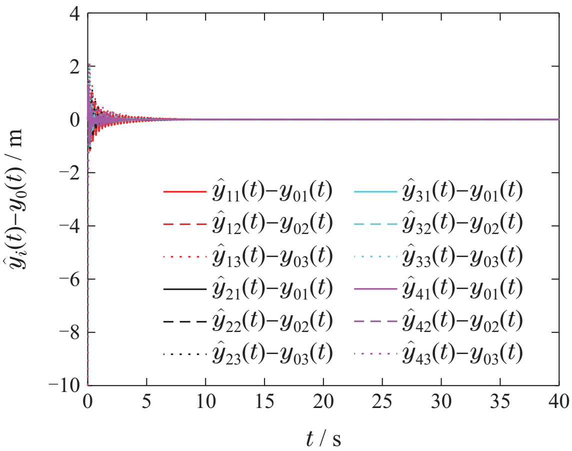

图 5 采用本文自适应分布式滤波观测器时$y_0(t)$的估计误差

Fig. 5 The estimation errors of $y_0(t)$ under the adaptive distributed filtering observer proposed in this paper

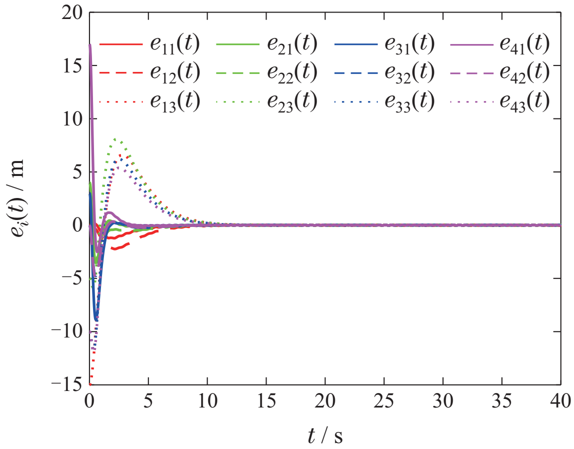

图 6 采用本文自适应分布式滤波观测器时的跟踪误差曲线

Fig. 6 The tracking errors under the adaptive distributed filtering observer proposed in this paper

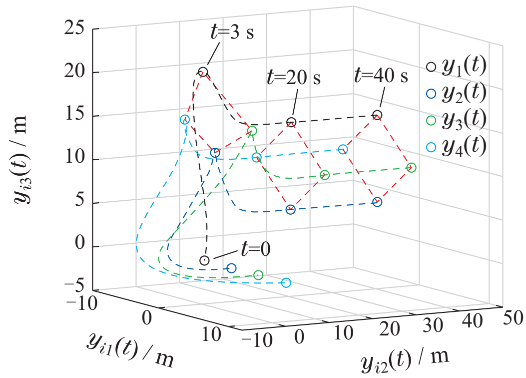

图 7 采用本文自适应分布式滤波观测器时智能体的轨迹

Fig. 7 The trajectories of 4-agents under the adaptive distributed filtering observer proposed in this paper

参考文献:

[1] MARRAS S, KILLEN S S, LINDSTRÖJ J, et al. Fish swimming in schools save energy regardless of their spatial position. *Behav Ecol Sociobiol*, 2015, 69: 219 – 226.

[2] BAJEC I L, HEPPNER F H. Organized flight in birds. *Animal Behaviour*, 2009, 78(4): 777 – 789.

[3] DESAI J P, OSTROWSKI J P, KUMAR V. Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2001, 17(6): 905 – 908.

[4] TAN Yao, MEI Jie. Formation control of mobile robots using bearing-only measurements. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(7): 1043 – 1050.
(谭瑶, 梅杰. 利用方位角信息的移动机器人编队控制. 控制理论与应用, 2021, 38(7): 1043 – 1050.)

[5] DUAN Haibin, HUO Mengzhen, FAN Yanming. Flight verification of multiple UAVs collaborative air combat imitating the intelligent behavior in hawks. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(12): 1812 – 1819.
(段海滨, 霍梦真, 范彦铭. 仿鹰群智能的无人机集群协同对抗飞行验证. 控制理论与应用, 2018, 35(12): 1812 – 1819.)

[6] QIU Huaxin, DUAN Haibin, FAN Yanming. Multiple unmanned aerial vehicle autonomous formation based on the behavior mechanism in pigeon flocks. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10):

1298 – 1304.
(邱华鑫, 段海滨, 范彦铭. 基于鸽群行为机制的多无人机自主编队. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1298 – 1304.)

[7] DONG X W, YU B C, SHI Z Y, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: Theories and applications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(1): 340 – 348.

[8] GAO Z Y, GUO G. Fixed-time leader-follower formation control of autonomous underwater vehicles with event-triggered intermittent communications. *IEEE Access*, 2018, 6: 27902 – 27911.

[9] PAN Wuwei, JIANG Dapeng, PANG Yongjie, et al. A multi-AUV formation algorithm combining artificial potential field and virtual structure. *Acta Armamentarii*, 2017, 38(2): 326 – 334.
(潘无为, 姜大鹏, 庞永杰, 等. 人工势场和虚拟结构相结合的多水下机器人编队控制. 兵工学报, 2017, 38(2): 326 – 334.)

[10] SONI A, HU H S. Formation control for a fleet of autonomous ground vehicles: A survey. *Robotics*, 2018, DOI: 10.3390/robotics7040067.

[11] KAMEL M A, YU X, ZHANG Y M. Formation control and coordination of multiple unmanned ground vehicles in normal and faulty situations: A review. *Annual Reviews in Control*, 2020, 49: 128 – 144.

[12] WANG Xiangke, LI Xun, ZHENG Zhiqiang. Survey of developments on multi-agent formation control related problems. *Control and Decision*, 2013, 28(11): 1601 – 1613.
(王祥科, 李迅, 郑志强. 多智能体系统编队控制相关问题研究综述. 控制与决策, 2013, 28(11): 1601 – 1613.)

[13] BALCH T, ARKIN R C. Behavior-based formation control for multirobot teams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, 14(6): 926 – 939.

[14] LAWTON J R T, BEARD R W, YOUNG B J. A decentralized approach to formation maneuvers. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003, 19(6): 933 – 941.

[15] TANNER H G, PAPPAS G J, KUMAR V. Leader-to-formation stability. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2004, 20(3): 443 – 455.

[16] LIANG X W, LIU Y H, WANG H S, et al. Leader-following formation tracking control of mobile robots without direct position measurements. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(12): 4131 – 4137.

[17] LEWIS M A, TAN K H. High precision formation control of mobile robots using virtual structures. *Autonomous Robots*, 1997, 4: 387 – 403.

[18] CONG B L, LIU X D, CHEN Z. Distributed attitude synchronization of formation flying via consensus-based virtual structure. *Acta Astronautica*, 2011, 68(11/12): 1973 – 1986.

[19] LI Zhengping, XIAN Bin. Robust distributed formation control of multiple unmanned aerial vehicles based on virtual structure. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(11): 2423 – 2431.
(李正平, 鲜斌. 基于虚拟结构法的分布式多无人机鲁棒编队控制. 控制理论与应用, 2020, 37(11): 2423 – 2431.)

[20] CAI H, SU Y F, HUANG J. *Cooperative Control of Multi-agent Systems: Distributed Observer and Distributed Internal Model Approaches*. Switzerland: Springer Cham, 2022.

[21] WANG X L. Distributed formation output regulation of switching heterogeneous multi-agent systems. *International Journal of Systems Science*, 2013, 44(11): 2004 – 2014.

[22] HUA Y Z, DONG X W, HU G Q, et al. Distributed time-varying output formation tracking for heterogeneous linear multiagent systems with a nonautonomous leader of unknown input. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(10): 4292 – 4299.

[23] LI W X, CHEN Z Q, LIU Z X. Formation control for nonlinear multiagent systems by robust output regulation. *Neurocomputing*, 2014, 140: 114 – 120.

[24] HUANG X, DONG J X. Reliable leader-to-follower formation control of multiagent systems under communication quantization and attacks. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 50(1): 89 – 99.

[25] XU B W, ZHANG H T, MENG H F, et al. Moving target surrounding control of linear multiagent systems with input saturation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(3): 1705 – 1715.

[26] HUA Y Z, DONG X W, LI Q D, et al. Distributed adaptive formation tracking for heterogeneous multiagent systems with multiple nonidentical leaders and without well-informed follower. *Internattonal Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(6): 2131 – 2151.

[27] WANG Q, DONG X W, WEN G H, et. al. Practical output containment of heterogeneous nonlinear multiagent systems under external disturbances. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(8): 5191 – 5201.

[28] JIANG S M, WANG S M, ZHAN Z, et al. Containment control of discrete-time multi-agent systems with application to escort control of multiple vehicles. *Internattonal Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 32: 6913 – 6938.

[29] ZHANG Y W, WANG X J, WANG S P, et. al. Three-dimensional formation-containment control of underactuated AUVs with heterogeneous uncertain dynamics and system constraints. *Ocean Engineering*, 2021, 238: 109661.

[30] FENG Z, HU G Q, SUN Y J, et al. Finite-time task space coordinated tracking of networked robotic manipulators with uncertain dynamics and disturbances. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2021, 8(3): 1513 – 1527.

[31] CAI H, LEWIS F L, HU G Q, et al. The adaptive distributed observer approach to the cooperative output regulation of linear multiagent systems. *Automatica*, 2017, 75: 299 – 305.

[32] CAI H, HUANG J. Output based adaptive distributed output observer for leader-follower multiagent systems. *Automatica*, 2021, 125: 109413.

[33] LI X Y, XU S H, GAO H L, et al. Distributed tracking of leader-follower multiagent systems subject to disturbed leader's information. *IEEE Access*, 2020, 8: 227970 – 227981.

作者简介:

高焕丽 副教授, 目前研究方向为群体智能, E-mail: hlgao@scut.edu.cn;

李 玮 硕士研究生, 目前研究方向为多智能体系统协同控制, E-mail: 17802006448@163.com;

孟 伟 教授, 目前研究方向为无人自主系统、协同控制, E-mail: meng0025@gdut.edu.cn;

蔡 鹤 教授, 目前研究方向为多智能体系统协同控制与应用, E-mail: caihe@scut.edu.cn.