

# 一类控制系数有界的时变非线性系统的自适应鲁棒控制

杜佳璐, 于双和, 郭晨, 陈余庆

(大连海事大学 信息科学技术学院, 辽宁 大连 116026)

**摘要:** 针对一类带有有界控制系数和有界扰动的时变参数严格反馈非线性系统, 将Nussbaum函数增益及光滑投影算法与自适应逆推设计工具相结合, 提出一种自适应鲁棒非线性控制方案. 在此方案中无需知道控制系数的符号, 以及时变参数和扰动的界. 借助Lyapunov函数及相关引理证明了所设计的自适应鲁棒非线性控制器能保证闭环系统中的所有信号全局一致有界. 可以通过恰当地选取设计参数, 保证系统具有任意指定的控制性能. 仿真研究证明了所提出算法的可行性和有效性.

**关键词:** 自适应鲁棒控制; 严格反馈非线性时变系统; 不确定; 逆推; Nussbaum增益

**中图分类号:** TP13      **文献标识码:** A

## Adaptive robust control of a class of nonlinear systems with time-varying parameters and bounded control coefficient

DU Jia-lu, YU Shuang-he, GUO Chen, CHEN Yu-qing

(School of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116026, China)

**Abstract:** This paper designs an adaptive robust controller for a class of strict-feedback nonlinear systems with time-varying parameters and bounded control coefficient and disturbances. Incorporating Nussbaum function gain and smooth projection algorithm with adaptive backstepping design tools, this design method does not require a priori knowledge of the sign of the time-varying control coefficient and the bound of time-varying parameters and disturbances. By means of Lyapunov function and related lemmas, we prove that the designed adaptive robust nonlinear controller guarantees the global uniform boundedness of all signals of the resulting closed-loop system. The desired system performances can be achieved by appropriately selecting the design parameters. Simulation studies show the feasibility and effectiveness of the presented approach.

**Key words:** adaptive robust control; strict-feedback nonlinear time-varying systems; uncertainty; backstepping; Nussbaum gain

### 1 引言(Introduction)

由于不确定非线性系统普遍存在于实际工程领域, 它的控制问题在非线性控制领域日益受到重视, 并取得了很大的进展. 对于带有未知参数的可线性化非线性系统, 可利用其非线性结构特征设计有效的自适应控制器, 但受到非线性增长率和匹配条件的限制<sup>[1]</sup>. 除去这些限制条件, 针对一类线性参数化不确定严格反馈非线性系统, 一种递归设计的自适应逆推调节及跟踪方案被提出, 实现了系统的全局镇定, 且能提供自适应控制器的瞬态性能信息<sup>[2-3]</sup>; 进一步, 文献[4]将非线性阻尼引入到控制器设计中, 改善了系统性能; 针对带有未建模动态的不确定非线性系统, 文献[5-6]提出了构造性的自适应非线性控制方案, 获得了自适应逆推方法的鲁棒化, 保证闭环系统的信号一致最终有界.

上述方法均假设系统的虚拟控制系数及控制系

数为1, 而在实际工程系统中, 其控制系数常常不为1. 带有未知的控制系数及虚拟控制系数的参数化严格反馈系统的自适应控制问题近几年受到广泛关注. 在假设控制系数未知但符号已知的情况下, 针对一类严格反馈非线性控制系统, 获得了几个自适应控制系统的稳定解<sup>[3, 7-8]</sup>. 当控制系数及虚拟控制系数符号未知时, 系统的自适应控制问题变得更加困难, 大部分结果都是针对线性系统的, 文献[9]首次提出Nussbaum增益, 针对一类一阶线性系统给出了第1个自适应解, 此后, 该方法被扩展到非线性系统<sup>[10-14]</sup>. 针对具有完全未知的虚拟控制系数和控制系数的一类严格反馈不确定非线性系统, 文献[10]提出了系统的全局自适应控制方案, 保证闭环系统渐近稳定; 进一步, 当上面的系统同时具有摄动不确定时, 文献[11]提出了全局鲁棒自适应控制方案, 保证闭环系统所有信号一致最终有界; 文献[12-13]针

对具有时变的未知控制系数和时变未知参数的不确定非线性时变系统, 提出自适应跟踪控制策略. 当参数化不确定时变非线性系统带有时变扰动时, 文献[14]提出鲁棒自适应控制器. 除文献[13]外, 上述控制器均采用解耦的逆推设计工具, 即在设计过程中将状态变量 $z_i$ 从 $z_{i+1}$ 中分离出来.

本文考虑一类控制系数和扰动均完全未知的严反馈非线性时变系统, 将Nussbaum增益函数、光滑的投影算法与常规的自适应逆推非线性控制方法相结合, 提出一种非线性自适应鲁棒控制方案, 所提出设计方案不要求控制系数符号已知, 且避免了控制器奇异值问题; 借助于Lyapunov函数及相关引理, 证明了所提出的控制策略可保证最终的闭环系统中的所有信号全局一致最终有界, 恰当地选取设计参数可使系统达到任意期望的控制性能.

## 2 问题的描述及预备知识(Problem description and preliminaries)

### 2.1 问题的描述(Problem description)

考虑一类带有完全未知的控制系数和扰动项的不确定严反馈时变非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & 1 \leq i \leq n-1, \\ \dot{x}_n = g(t)u + \sum_{j=1}^p \theta_j(t)\varphi_j(X) + d(t), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $X = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$  为状态向量,  $u \in \mathbb{R}$  为控制输入量,  $y$  为输出量;  $\varphi_j(1 \leq j \leq p)$  是已知的光滑非线性函数,  $\theta(t) = (\theta_1(t), \dots, \theta_p(t))^T$  为未知时变参数向量, 属于一个以原点为圆心、半径为 $r_\Omega$ 的闭球域 $\Omega$ ,  $g(t) \neq 0$  被称为控制系数;  $d(t)$  为完全未知的时变有界扰动.

**假设 1** 假设控制系数 $g(t)$ 是时变有界的, 但界是未知的, 且控制系数符号亦未知.

**注 1** 在实际系统中, 控制系数是普遍存在的. 式(1)描述了如船舶的各种运动控制、机器人的路径跟踪控制、电机的位置控制等实际控制问题. 自然界中系统的能量总是有限的, 系统的动态特性及环境变化引起的扰动往往是不确定的, 且依赖于时间, 从而系统的控制系数和扰动是时变有界的. 这里, 只是声明界是存在的, 不要求界已知. 因此假设1是合理的, 系统(1)更符合实际.

本文的控制目标是: 在假设1条件下, 针对带有完全未知的控制系数和扰动项的时变不确定非线性系统(1), 设计自适应鲁棒控制律, 使得系统的输出调节误差收敛于一个以原点为中心的任意小的邻域内, 同时保证系统中所有信号全局一致最终有界.

### 2.2 预备知识(Preliminaries)

Nussbaum函数增益方法可用于处理不确定系统的控制系数或虚拟控制系数符号未知的问题. 常用

的Nussbaum函数有:  $\xi^2 \cos \xi$ ,  $\xi^2 \sin \xi$ ,  $\exp(\xi^2) \cdot \cos((\pi/2)\xi)$ . 这里给出控制器设计中要用到的关于Nussbaum类型函数的引理.

**引理 1**<sup>[14]</sup> 令 $V(\cdot)$ 和 $\xi(\cdot)$ 是定义在 $[0, t_f]$ 上的光滑函数, 且对 $\forall t \in [0, t_f]$ ,  $V(t) \geq 0$ ,  $N(\cdot)$ 是光滑的Nussbaum类型偶函数. 若下面不等式成立:

$$V(t) \leq C_0 + e^{-C_1 t} \int_0^t (\beta(\tau)N(\xi) + 1)\dot{\xi}e^{C_1 \tau} d\tau, \quad \forall t \in [0, t_f], \quad (2)$$

式中: 常数 $C_1 > 0$ ,  $C_0$ 为某一适当的常数.  $\beta(t)$ 是一个有界的、界未知的非零时变参数, 则 $\int_0^t \beta(\tau)N(\xi) \cdot \dot{\xi} d\tau$ ,  $V(t)$ 及 $\xi(t)$ 在 $[0, t_f]$ 上一定有界.

**注 2** 依文献[15]中的命题2, 如果闭环系统在 $[0, t_f]$ 上存在有界的解, 则有 $t_f = \infty$ . 因此, 引理1中的信号有界性可推广到全局有界.

**定义 1**<sup>[16]</sup> 令 $\theta_0(t) \in \Omega_0$ 是未知的时变参数向量,  $\hat{\theta}_0(t)$ 是 $\theta_0(t)$ 的估值,  $\Omega_0 \in \mathbb{R}^p$ 是一个半径 $r_{\Omega_0}$ 已知的闭球域. 定义投影算子如下:

$$\text{Proj}(y, \hat{\theta}_0) = \begin{cases} y, & \text{如果 } p(\hat{\theta}_0) \leq 0, \\ y, & \text{如果 } p(\hat{\theta}_0) \geq 0 \text{ 且 } \frac{\partial p^T}{\partial \hat{\theta}_0} y \leq 0, \\ p(\hat{\theta}_0) \frac{\partial p}{\partial \hat{\theta}_0} \frac{\partial p^T}{\partial \hat{\theta}_0} y, & \\ y - \frac{\frac{\partial p}{\partial \hat{\theta}_0} \frac{\partial p^T}{\partial \hat{\theta}_0} y}{\|\frac{\partial p}{\partial \hat{\theta}_0}\|^2}, & \\ \text{其他}, & \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $p(\hat{\theta}_0) = (\|\hat{\theta}_0\|^2 - r_{\Omega_0}^2)/(\varepsilon^2 + 2\varepsilon r_{\Omega_0})$ ,  $\varepsilon$ 是一个任意的正实数. 由式(3)易知, 如果 $\hat{\theta}_0(0) \in \Omega_0$ , 则有 $\|\hat{\theta}_0(t)\| \leq r_{\Omega_0} + \varepsilon, \forall t \geq 0$ .

## 3 自适应鲁棒控制器设计(Adaptive robust controller design)

设计过程由 $n$ 步组成, 控制律和参数自适应律的设计均基于下列坐标变换:

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - y_d, \\ z_2 = x_2 - \phi_1(z_1), \\ \vdots \\ z_n = x_n - \phi_{n-1}(z_1, \dots, z_{n-1}), \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $\phi_i(z_1, \dots, z_i), i = 1, \dots, n-1$  为虚拟控制函数,  $y_d$ 是期望的参考输出.

**Step 1** 首先考虑式(1)第1个子系统

$$\dot{x}_1 = x_2. \quad (5)$$

依式(4), 方程(5)变为

$$\dot{z}_1 = x_2 - \dot{y}_d = z_2 + \phi_1(z_1). \quad (6)$$

为镇定子系统(5), 设李雅普诺夫预选函数 $V_1 = \frac{1}{2}z_1^2$ , 选取虚拟反馈控制律

$$\phi_1(z_1) = -c_1 z_1, \quad (7)$$

式中  $c_1 > 0$  为一设计常数, 则有

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2, \quad (8)$$

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2. \quad (9)$$

**Step  $i$**  ( $2 \leq i \leq n-1$ ) 对  $i = 2, \dots, n-1$  的每一步, 循环使用类似的过程,  $z_i$  的微分为

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= x_{i+1} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \phi_{i-1}}{\partial z_j} \dot{z}_j = \\ & z_{i+1} + \phi_i + \psi_i(z_1, \dots, z_i), \end{aligned} \quad (10)$$

其中:  $\psi_i(z_1, \dots, z_i) = -\sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \phi_{i-1}}{\partial z_j} (z_{j+1} + \phi_j + \psi_j)$ ,  $i = 2, \dots, n-1$  为适当定义的  $(z_1, \dots, z_i)$  的光滑函数,  $\psi_1 = 0$ .

定义虚拟反馈控制律

$$\phi_i(z_1, \dots, z_i) = -z_{i-1} - c_i z_i - \psi_i(z_1, \dots, z_i), \quad (11)$$

式中  $c_i$  是设计常数, 则有

$$\dot{z}_i = -z_{i-1} - c_i z_i + z_{i+1}. \quad (12)$$

定义增广李雅普诺夫预选函数  $V_i$ :

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 = \frac{1}{2} (z_1^2 + \dots + z_i^2). \quad (13)$$

求其沿着式(8)和式(12)的时间导数为

$$\dot{V}_i = -(c_1 z_1^2 + \dots + c_i z_i^2) + z_i z_{i+1}. \quad (14)$$

**Step  $n$**  依式(1)(11)和式(4),  $z_n$  的时间导数可表示为

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= g(t)u + \sum_{j=1}^p \theta_j(t) \varphi_j(X) + d(t) - \\ & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \phi_{n-1}}{\partial z_j} (z_{j+1} + \phi_j + \psi_j) = \\ & g(t)u + \theta_a^T(t) \varphi_a(X) + d(t), \end{aligned} \quad (15)$$

式中:

$$\theta_a(t) = [1 \ \theta_1(t) \ \dots \ \theta_p(t)]^T,$$

$$\varphi_a =$$

$$\left[ -\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \phi_{n-1}}{\partial z_j} (z_{j+1} + \phi_j + \psi_j) \ \varphi_1(X) \ \dots \ \varphi_p(X) \right]^T.$$

定义增广李雅普诺夫函数  $V_n$ :

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2. \quad (16)$$

求其沿着式(15)的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \dot{V}_{n-1} + z_n \dot{z}_n = \\ & -(c_1 z_1^2 + \dots + c_{n-1} z_{n-1}^2) + z_{n-1} z_n + \\ & z_n [g(t)u + \theta_a^T(t) \varphi_a + d(t)]. \end{aligned} \quad (17)$$

设自适应控制律  $u$  为

$$u = N(\xi)(c_n z_n + \hat{\theta}_a^T(t) \varphi_a + v), \quad (18)$$

$$\dot{\xi} = c_n z_n^2 + z_n \hat{\theta}_a^T(t) \varphi_a + z_n v, \quad (19)$$

$$v = \frac{1}{4} k z_n (\varphi_a^T \varphi_a + 1), \quad (20)$$

式中:  $k$  和  $c_n$  是正的设计参数,  $N(\xi) = \xi^2 \cos \xi$  为 Nussbaum 类型偶函数,  $\hat{\theta}_a(t)$  是  $\theta_a(t)$  的参数估计. 令其自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_a = \gamma \cdot \text{Proj}(z_n \varphi_a, \hat{\theta}_a), \quad (21)$$

式中:  $\gamma > 0$  是一设计参数,  $\text{Proj}(z_n \varphi_a, \hat{\theta}_a)$  是由式(3)给出的投影算子.

将式(18)代入式(17), 同时考虑式(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= -(c_1 z_1^2 + \dots + c_{n-1} z_{n-1}^2) + z_{n-1} z_n + \\ & g(t)N\dot{\xi} + z_n \theta_a^T(t) \varphi_a + z_n d(t), \end{aligned} \quad (22)$$

将上式右边同时加减式(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= -(c_1 z_1^2 + \dots + c_{n-1} z_{n-1}^2) + z_{n-1} z_n + \\ & g(t)N\dot{\xi} + \dot{\xi} - z_n \hat{\theta}_a(t)^T \varphi_a - \\ & z_n v + z_n \theta_a^T \varphi_a + z_n d(t) = \\ & -(c_1 z_1^2 + \dots + c_n z_n^2) + z_{n-1} z_n + \\ & g(t)N\dot{\xi} + \dot{\xi} + z_n d(t) - \frac{k}{4} z_n^2 + \\ & z_n \tilde{\theta}_a^T \varphi_a - \frac{k}{4} z_n^2 \varphi_a^T \varphi_a, \end{aligned} \quad (23)$$

式中  $\tilde{\theta}_a = \theta_a - \hat{\theta}_a$ . 依完全平方, 可得

$$z_n \tilde{\theta}_a^T \varphi_a - \frac{k}{4} z_n^2 \varphi_a^T \varphi_a \leq \frac{1}{k} \tilde{\theta}_a^T \tilde{\theta}_a, \quad (24)$$

$$z_n d(t) - \frac{k}{4} z_n^2 \phi^2 \leq \frac{1}{k} d^2(t), \quad (25)$$

$$z_{n-1} z_n \leq \frac{1}{4a^2} z_{n-1}^2 + a^2 z_n^2, \quad (26)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq -[c_1 z_1^2 + \dots + c_{n-2} z_{n-2}^2 + (c_{n-1} - \\ & \frac{1}{4a^2}) z_{n-1}^2 + (c_n - a^2) z_n^2] + g(t)N\dot{\xi} + \\ & \dot{\xi} + \frac{1}{k} \tilde{\theta}_a^T(t) \tilde{\theta}_a(t) + \frac{1}{k} d^2(t) \leq \\ & -C_0 V_n + g(t)N\dot{\xi} + \dot{\xi} + \\ & \frac{1}{k} \tilde{\theta}_a^T(t) \tilde{\theta}_a(t) + \frac{1}{k} d^2(t), \end{aligned} \quad (27)$$

式中:  $C_0 = \min\{2c_1, \dots, 2c_{n-2}, 2(c_{n-1} - \frac{1}{4a^2}), 2(c_n - a^2)\} > 0$ ,  $c_{n-1} c_n > 1/4$ ,  $a$  为任意实数.

用  $e^{C_0 t}$  乘式(27)两边, 得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (V_n e^{C_0 t}) &\leq (g(t)N + 1) \dot{\xi} e^{C_0 t} + \\ & \frac{1}{k} [\tilde{\theta}_a^T(t) \tilde{\theta}_a(t) + d^2(t)] e^{C_0 t}. \end{aligned} \quad (28)$$

将式(28)在  $[0, t]$  上积分, 得

$$0 \leq V_n(t) \leq$$

$$V_n(0)e^{-C_0t} + \int_0^t \frac{1}{k} [\tilde{\theta}_a^T \tilde{\theta}_a + d^2] e^{-C_0(t-\tau)} d\tau + e^{-C_0t} \int_0^t (gN + 1) \dot{\xi} e^{C_0\tau} d\tau. \quad (29)$$

由于在自适应律式(21)中使用了投影算法, 保证参数估计 $\hat{\theta}_a(t)$ 有界, 因此 $\tilde{\theta}_a(t)$ 有界; 另一方面, 扰动项 $d^2$ 也是有界的; 从而保证

$$\int_0^t \frac{1}{k} (\tilde{\theta}_a^T \tilde{\theta}_a + d^2) e^{-C_0(t-\tau)} d\tau$$

是有界的. 令

$$C_{\theta,d} = \frac{1}{k} \sup_{\tau \in [0,t]} (\|\tilde{\theta}_a(\tau)\|^2 + d^2(\tau)),$$

则有

$$0 \leq V_n(t) \leq V_n(0) + C_{\theta,d}/C_0 + e^{-C_0t} \int_0^t (gN + 1) \dot{\xi} e^{C_0\tau} d\tau, \quad (30)$$

针对式(30), 应用引理1可知:  $\int_0^t gN \dot{\xi} d\tau$ ,  $\xi(t)$ 及 $V_n(t)$ 在 $[0, t_f]$ 上有界, 从而 $z_1, \dots, z_n, N(\xi)$ 均有界, 进而,  $\psi_2, \dots, \psi_{n-1}, \phi_1, \dots, \phi_{n-1}$ 及原来的状态 $x_1, \dots, x_n$ 均有界, 这就意味着式(6)(10)(15)(18)–(21)构成的闭环误差系统的解在 $[0, t_f]$ 上有界. 故依文献[15]中的命题2, 没有有限时间逃逸现象发生, 系统中所有信号全局一致最终有界. 进一步, 根据 $V_n(t)$ 的定义式(16)和式(31)可知: 对任意的

$$\mu^* \geq \sqrt{2(V_n(0) + C_{\theta,d}/C_0 + C_N)},$$

$C_N$ 是 $e^{-C_0t} \int_0^t (gN + 1) \dot{\xi} e^{C_0\tau} d\tau$ 的上界, 存在 $t_T$ , 使得对所有的 $t \geq t_T$ , 有 $\|z\| \leq \mu^*$ ; 从而输出误差 $z_1 = y - y_d$ 被调节到 $z_1 = 0$ 的小邻域内, 并满足

$$|z_1(t)| \leq \sqrt{2(V_2(0) - \frac{C_{\theta,d}}{C_0}) e^{-C_0t} + 2(C_N + \frac{C_{\theta,d}}{C_0})}, \quad \forall t. \quad (31)$$

通过恰当地选取控制器各设计常数, 可使系统实际输出 $y$ 以任意精度达到输出期望值 $y_d$ . 上述结果证明了如下定理:

**定理 1** 对于带有完全未知有界控制系数 $g(t)$ 和未知有界扰动 $d(t)$ 的一类严格反馈不确定时变非线性系统(1), 在假设1的条件下, 应用上述设计过程, 通过恰当地选取满足 $c_i > 0 (i = 1, 2, \dots, n)$ ,  $c_{n-1}c_n > \frac{1}{4}$ ,  $k > 0$ ,  $\gamma > 0$ 的控制器各设计参数, 及参数 $\varepsilon > 0$ , 式(18)–(21)所描述的自适应鲁棒非线性控制方案可保证系统的实际输出 $y(t)$ 以任意精度达到期望值 $y_d$ , 同时保证结果的闭环自适应系统中所有信号全局一致最终有界.

#### 4 算例与仿真(Example and simulation)

为了验证所提出的自适应鲁棒控制算法的有效性, 考虑下面的二阶系统的调节问题:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = g(t)u + \theta_0^T(t)\varphi(x_2) + d(t), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (32)$$

式中:  $g(t)$ 是有界的未知时变控制系数,  $\theta_0(t)$ 是界已知的未知时变参数向量;  $\varphi(x_2) = [x_2 \ x_2^3]^T$ 为系统非线性函数向量. 为设计自适应鲁棒控制器, 令 $\hat{\theta}_a(t)$ 为未知参数 $\theta_a(t) = [1 \ \theta_0^T(t)]^T$ 的估计值, 并令 $z_1 = x_1 - y_d$ ,  $z_2 = x_2 - \dot{\phi}_1$ , 依第3节中的设计步骤有:

$$\dot{\phi}_1(z_1) = -c_1 z_1, \quad (33)$$

$$u = N(\xi)(c_2 z_2 + \hat{\theta}_a^T \varphi_a + v), \quad (34)$$

$$\dot{\xi} = c_2 z_2^2 + z_2 \hat{\theta}_a^T \varphi_a + z_2 v, \quad (35)$$

$$v = \frac{1}{4} k z_2 (\varphi_a^T \varphi_a + 1), \quad (36)$$

式中:  $N(\xi) = \xi^2 \cos \xi$ 是一个偶Nussbaum函数,  $\varphi_a = [c_1 x_2 \ \varphi^T(x_2)]^T$ . 参数自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}}_a = \gamma \cdot \text{Proj}(z_2 \varphi_a, \hat{\theta}_a), \quad (37)$$

式中:  $\text{Proj}(z_2 \varphi_a, \hat{\theta}_a)$ 为式(3)定义的光滑投影算子.

为了进行仿真研究, 选择: 1)

$$g(t) = 0.00065(t/60 + 5)^2,$$

$$\theta_0(t) = [-0.0065(t/60 + 5) \ 0.0026(t/60 + 5)]^T,$$

$$d(t) = 8 \times \text{rand}(\cdot),$$

$\text{rand}(\cdot)$ 是幅值为1, 频率为1 rad/s的零均值随机噪音;

2) 系统参考输出为 $y_d = 30$ ; 3) 设计参数分别被选择为:

$$c_1 = 0.07, \ c_2 = 4, \ k = 1, \ \gamma = 0.5,$$

$$r_{\Omega_0} = 1, \ \varepsilon = 0.01;$$

4) 各初始值被选择为:

$$x_1(0) = x_2(0) = 0, \ \hat{\theta}_a(0) = [0 \ 0 \ 0]^T, \ \xi(0) = 1.2.$$

仿真结果如图1–5所示.

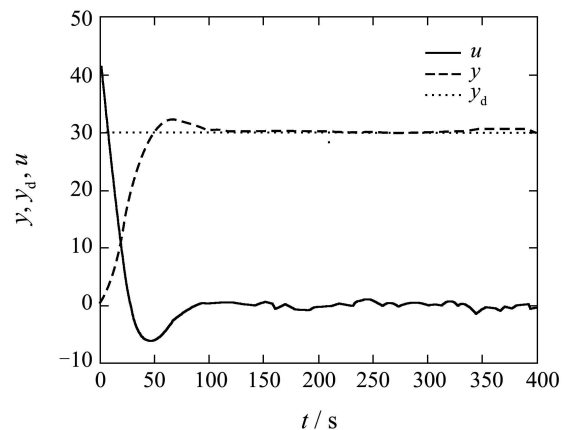


图 1 系统的参考输出 $y_d$ , 实际输出 $y$ 及控制输入 $u$   
Fig. 1 Reference output  $y_d$ , actual output  $y$ , and control input  $u$  of the system

图1表示系统实际输出 $y$ 、期望的输出 $y_d$ 和控制输入 $u$ 的历时变化曲线, 显见实际的输出快速达到并保持期望的输出; 图2-4为参数估计 $\hat{\theta}_a$ 的历时变化曲线; 图5是Nussbaum增益 $N(\xi)$ 及其变量 $\xi$ 的历时变化曲线. 图示仿真结果表明: 正如定理1所证明的, 未知时变参数的估计 $\hat{\theta}_a$ 是收敛的, 系统中的所有信号都是有界的; 对带有完全未知的时变控制系数及扰动的不确定非线性时变系统, 所设计的自适应鲁棒控制器能够以好的性能实现系统的调节控制, 且对未知的时变扰动具有鲁棒性.

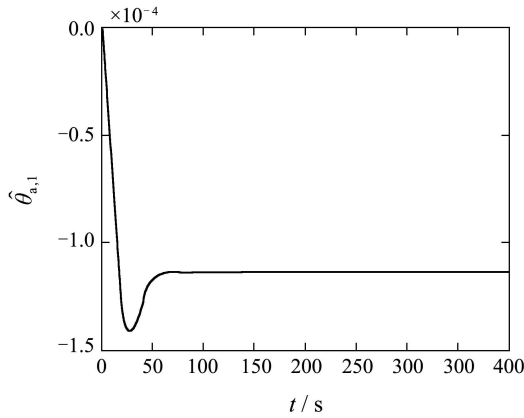


图2 自适应参数 $\hat{\theta}_{a,1}$   
Fig. 2 Adaptive parameter  $\hat{\theta}_{a,1}$

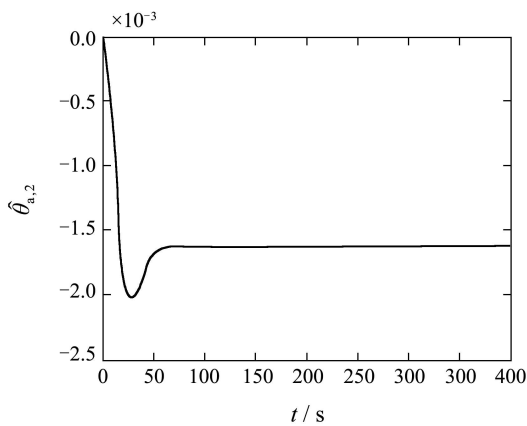


图3 自适应参数 $\hat{\theta}_{a,2}$   
Fig. 3 Adaptive parameter  $\hat{\theta}_{a,2}$

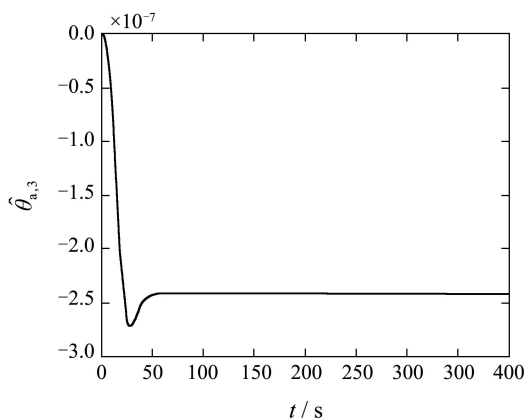


图4 自适应参数 $\hat{\theta}_{a,3}$   
Fig. 4 Adaptive parameter  $\hat{\theta}_{a,3}$

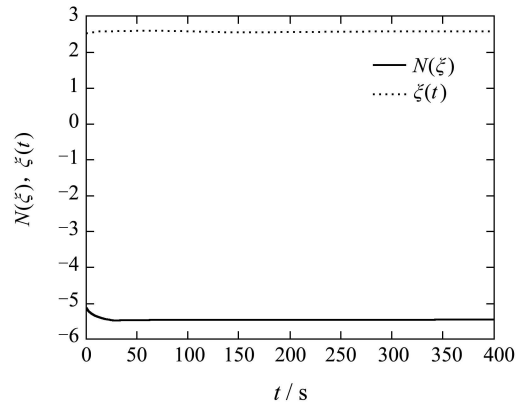


图5 Nussbaum增益 $N(\xi)$ 及其变量 $\xi(t)$   
Fig. 5 Nussbaum gain  $N(\xi)$  and its argument  $\xi(t)$

### 5 结论(Conclusion)

针对带有完全未知的时变控制系数和扰动的一类时变参数不确定非线性系统(1), 本文提供了一种新的基于自适应逆推—Nussbaum函数增益的自适应鲁棒非线性控制方案. 该控制方案在参数估计自适应律中引进光滑投影算法, 确保时变参数的自适应估计有界, 可处理未知的有界的时变参数和时变控制系数不确定, 及未知的有界的时变扰动, 而不需要系统的控制系数符号已知. 应用Lyapunov函数和相关的引理, 在理论上证明了所提出的自适应鲁棒控制律通过恰当地选取设计参数, 可使系统的输出调节误差收敛于任意小的域内, 同时保证最终的闭环系统所有信号全局一致最终有界. 最后, 仿真研究证明了所提出的自适应鲁棒控制律的有效性.

### 参考文献(References):

- [1] SASTRY S, ISIDORI A. Adaptive control of linearizable systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1989, 34(9): 1123 – 1131.
- [2] KANELLAPOULOS I, KOKOTOVIC P, MORSE A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(9): 1241 – 1253.
- [3] KRSTIC M, KANELLAPOULOS I, KOKOTOVIC P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1995.
- [4] PLYCARPOU M M, IOANNOU P A. A robust adaptive nonlinear control design[J]. *Automatica*, 1996, 32(3): 423 – 427.
- [5] JIANG Z P, HILL D J. A robust adaptive backstepping scheme for nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(7): 1705 – 1711.
- [6] YAO B, TOMIZYKA M. Adaptive robust control of SISO nonlinear systems in a semi-strict feedback form[J]. *Automatica*, 1997, 33(3): 893 – 900.
- [7] GE S S, HANG C C, ZHANG T. Stable adaptive control for nonlinear multivariable systems with a triangular control structure[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(4): 1221 – 1225.
- [8] GE S S, WANG C. Adaptive NN control of uncertain nonlinear pure feedback systems[J]. *Automatica*, 2002, 38(2): 671 – 682.
- [9] NUSSBAUM R D. Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control[J]. *Systems & Control Letters*, 1983, 3(3): 243 – 246.

- [10] YE X D, JIANG J P. Adaptive nonlinear design without a priori knowledge of control directions[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(9): 1617 – 1621.
- [11] GE S S, HONG F, LEE T H. Robust adaptive control for a class of perturbed strict-feedback nonlinear systems[C] // *Proceedings of the 2004 American Control Conference*. New York: IEEE, 2004: 1917 – 1922.
- [12] YE X D. Asymptotic regulation of time-varying uncertain nonlinear systems with unknown control directions[J]. *Automatica*, 1999, 35(3): 929 – 935.
- [13] 杜佳璐, 于双和, 郭晨, 等. 一类具有未知控制方向的不确定非线性系统自适应控制[C] // 第26届中国控制会议论文集. 中国, 张家界: 北京航空航天大学出版社, 2007, 3: 835 – 839. (DU J L, YU S H, GUO C, et al. Adaptive robust control of a class of uncertain nonlinear systems with unknown control direction[C] // *Proceedings of the 26th Chinese Control Conference*. Zhangjiajie, China: Beihang University Press, 2007, 3: 835-839.)
- [14] GE S S, WANG J. Robust adaptive tracking for time varying uncertain nonlinear systems with unknown control coefficients[J]. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2003, 48(6): 1463 – 1469.
- [15] RYAN E P. A universal adaptive stabilizer for a class of nonlinear systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1991, 16(1): 209 – 218.
- [16] POMET J B, PRALY L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(4): 729 – 740.

#### 作者简介:

**杜佳璐** (1966—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事非线性控制理论、智能控制、船舶运动控制的研究, E-mail: dujl66@163.com;

**于双和** (1968—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事非线性控制理论与应用的研究, E-mail: shuanghe@dlmu.edu.cn;

**郭晨** (1956—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事智能控制理论与应用、船舶系统仿真、虚拟现实技术等研究, E-mail: guoc@dlmu.edu.cn;

**陈余庆** (1979—), 男, 博士, 副教授, 主要从事非线性控制理论、多智能机器人协作与监控的研究, E-mail: chen@dlmu.edu.cn.