

具有随机协议网络化系统的 H_∞ 滤波

周佩冬, 俞立, 宋洪波, 欧林林

(浙江工业大学信息工程学院, 浙江省嵌入式系统联合重点实验室, 浙江杭州 310023)

摘要: 本文研究了一类具有随机介质访问协议网络化系统的 H_∞ 滤波问题. 将传感器和滤波器的通信过程描述为一个马尔可夫链, 进而将滤波误差系统建模成一个马尔可夫跳变系统. 然后, 运用李雅普诺夫方法和线性矩阵不等式技术, 给出了滤波误差系统随机稳定且具有给定 H_∞ 性能的一个充分条件, 并基于该条件给出了 H_∞ 滤波器的设计方法. 最后的数值算例验证了本文方法的有效性.

关键词: 网络化系统; 随机协议; H_∞ 滤波; 马尔可夫跳变系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

H-infinity filtering for network-based systems with stochastic protocols

ZHOU Pei-dong, YU Li, SONG Hong-bo, OU Lin-lin

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology,
Zhejiang Provincial United Key Laboratory of Embedded Systems, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: The H-infinity filtering is studied for network-based systems with stochastic protocols. The communication process between the sensors and the filter is described as a Markov chain; thus the resulting filtering error system is a Markovian jump system. By using the Lyapunov method and the linear matrix inequality technique, we develop the sufficient conditions for the filtering error system to be stochastically stable and with a prescribed H-infinity performance. An H-infinity filter design procedure is also presented based on the developed conditions. A numerical example is given to show the effectiveness of the proposed method.

Key words: network-based systems; stochastic protocols; H-infinity filtering; Markovian jump systems(MJSs)

1 引言(Introduction)

近十几年来, 由传感器、执行器、控制器和滤波器通过网络连接构成的网络化系统受到了越来越广泛的关注, 并已成为控制和信号处理界的热点研究领域之一^[1,2]. 目前, 网络化系统的控制问题已经得到了大量的研究, 而同样重要的网络化系统的滤波(信号估计)问题研究成果相对较少^[1,3,4].

滤波的目的是通过含有噪声的系统输出估计未知的系统状态或其线性组合. Kalman滤波方法是应用最为广泛的滤波方法之一, 但其要求外部噪声为统计特性已知的高斯白噪声, 在这一条件无法满足的情况下, 可以采用 H_∞ 滤波等方法^[3~8]. 另一方面, 网络化系统具有连线少、成本低、易于扩展和维护、高效灵活等优点, 然而网络的引入为滤波理论提出了很多新的问题, 包括网络诱导时延, 丢包和通信受限等. 现有网络化系统的滤波结果主要侧重于网络诱导时延和丢包问题^[3,6,7], 而具有通信受限的网络化系统的滤波结果较少^[8].

网络的总线形式及其有限的带宽导致了在同一时刻只能有一个节点(包含若干传感器或者执行器)可以和中心节点(滤波器或控制器)进行通信, 这就是网络化系统的通信受限问题. 具有通信受限网络化系统的研究除了涉及到控制器或滤波器设计外, 还涉及到协议问题(网络化系统中, 协议指的是介质访问控制协议). 协议可以分为确定性协议和随机性协议, 比如令牌网协议和MEF-TOD(maximum error first, try once and discard)就属于确定性协议, 而工业以太网用的则是随机性协议^[2,9]. 具有确定性协议网络化系统已经受到了重视, 而具有随机协议网络化系统的研究尚处于起步阶段, 仅有少量文献报道. 文献[10]研究了具有随机协议网络化系统的输入输出稳定性问题, 文献[11]提出了一种随机传感器选择方法, 使得信号估计误差的协方差上界最小. 另一方面, 随着工业以太网的应用越来越广泛, 研究具有随机协议的网络化系统也越来越有必要.

本文研究了具有随机介质访问协议网络化系统

的 H_∞ 滤波器设计问题. 对象的输出由多个传感器节点传输, 而传感器节点访问网络的过程由随机协议控制. 另外, 在任意传输时刻, 可能会发生因为冲突而产生的丢包现象. 由于很多具有有限个模态的随机系统可以描述为马尔可夫跳变系统, 如一些生产系统, 经济系统, 具有随机丢包和随机时延的网络化系统等^[6,7,12,13]. 而本文所考虑的这类网络化系统是包含有限个模态的随机系统. 因此, 通过用一个马尔可夫链描述传感器节点和滤波器进行通信的过程, 可以将滤波误差系统建模成一个马尔可夫跳变系统. 利用李雅普诺夫方法和LMI技术, 给出了滤波误差系统随机稳定并满足给定 H_∞ 性能的一个充分条件和 H_∞ 滤波器设计方法. 最后通过一个仿真算例验证了本文方法的有效性.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑如图1所示的网络化滤波系统结构图, 对象由如下状态空间模型描述:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bw(k), \\ y(k) = Cx(k) + Dw(k), \\ z(k) = Lx(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量, $y(k) \in \mathbb{R}^r$ 是测量输出, $w(k) \in \mathbb{R}^m$ 是能量有界的外部扰动, $z(k) \in \mathbb{R}^p$ 是待估计的信号, A, B, C, D 和 L 是具有适当维数的常数矩阵.

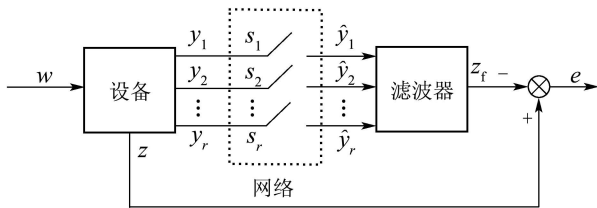


图1 网络化滤波系统结构图

Fig. 1 Structure of network-based filtering system

记 $y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_r]^T$, 其中 $y_j, \forall j \in M = \{1, 2, \dots, r\}$ 都是标量. 不失一般性, 假设测量输出 y_1, y_2, \dots, y_r 通过 \bar{r} 个传感器节点传输, 其中 $\bar{r} \leq r$. 为描述方便, 记 $N_i, i = 1, 2, \dots, \bar{r}$ 是由所有通过节点 i 传输的 y_j 的下标组成的集合. 由于通信受限, 在每个传输时刻只有一个传感器节点可以和滤波器进行通信. 用 r 个开关 S_1, S_2, \dots, S_r 描述传感器和滤波器通信的情况, 如果节点 i 与滤波器在 k 时刻进行通信, 则开关 $S_j, \forall j \in N_i$ 闭合, 其余断开; 另外, 如果发生丢包, 则所有的开关都断开.

由于本文考虑的是随机协议, 因此可以用一个马尔可夫链 $\rho(k) \in L = \{0, 1, 2, \dots, \bar{r}\}$ 来描述传感器节点和滤波器的通信过程, 其中: $\rho(k) = i, i = 1, 2, \dots, \bar{r}$ 表示传感器节点 i 在 k 时刻和滤波器

进行通信, $\rho(k) = 0$ 表示发生丢包. 用 $\Pi = [\rho_{ij}]$ 表示 $\rho(k)$ 的概率转移矩阵, 其中:

$$\begin{aligned} \rho_{ij} &= \text{Prob}\{\rho(k+1) = j | \rho(k) = i\}, \\ \sum_{j=0}^{\bar{r}} \rho_{ij} &= 1, \forall i, j \in L, \end{aligned}$$

其中: $\text{Prob}\{\cdot\}$ 表示事件发生的概率.

注1 记 $\mu_0(0)$ 为初始时刻丢包的概率, $\mu_i(0), i = 1, 2, \dots, \bar{r}$ 为初始时刻各节点访问网络的概率, 定义此系统丢包的概率 μ_0 为稳态时刻丢包的概率 $\mu_0(\infty)$, 各节点访问网络的概率 μ_i 为稳态时刻各节点访问网络的概率 $\mu_i(\infty)$, 则概率转移矩阵 Π 和各个节点访问网络的概率以及丢包率存在如下关系:

$$\begin{aligned} &[\mu_0(\infty), \mu_1(\infty), \dots, \mu_{\bar{r}}(\infty)] = \\ &\lim_{g \rightarrow \infty} [\mu_0(0), \mu_1(0), \dots, \mu_{\bar{r}}(0)] \Pi^g. \end{aligned} \quad (2)$$

考虑如下依赖于 $\rho(k)$ 的全阶滤波器:

$$\begin{cases} x_f(k+1) = A_{f\rho(k)}x_f(k) + B_{f\rho(k)}\hat{y}(k), \\ z_f(k) = C_{f\rho(k)}x_f(k) + D_{f\rho(k)}\hat{y}(k), \end{cases} \quad (3)$$

其中: $x_f(k) \in \mathbb{R}^n$ 是滤波器的状态, $\hat{y}(k) \in \mathbb{R}^r$ 是滤波器的输入, $z_f(k) \in \mathbb{R}^p$ 是 $z(k)$ 的估计信号, $A_{f\rho(k)}, B_{f\rho(k)}, C_{f\rho(k)}$ 和 $D_{f\rho(k)}$ 是待设计的滤波器参数.

引入矩阵

$$A_i = \begin{cases} \sum_{j \in N_i} \text{diag}\{\delta(j-1), \delta(j-2), \dots, \delta(j-r)\}, \\ i = 1, 2, \dots, \bar{r}, \\ 0, i = 0, \end{cases}$$

其中: $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角矩阵, $\delta(l) = \begin{cases} 1, l = 0 \\ 0, l \neq 0 \end{cases}$. 如

果 $\rho(k) = i$, 即在 k 时刻传感器节点 i 与滤波器进行通信, 则可以得到 $\hat{y}_j(k) = y_j(k), \forall j \in N_i$. 对于 $\hat{y}_j(k), \forall j \in M \setminus N_i$, 这里基于文献[14]的思想, 将其进行置0处理, 即 $\hat{y}_j(k) = 0, \forall j \in M \setminus N_i$. 综合以上分析, 可得

$$\hat{y}(k) = A_{\rho(k)}y(k). \quad (4)$$

定义 $\tilde{x}(k) = [x^T(k) \ x_f^T(k)]^T$ 和 $e(k) = z(k) - z_f(k)$, 根据式(1)(3)和(4), 可以得到滤波误差系统模型:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = \tilde{A}_{\rho(k)}\tilde{x}(k) + \tilde{B}_{\rho(k)}w(k), \\ e(k) = \tilde{C}_{\rho(k)}\tilde{x}(k) + \tilde{D}_{\rho(k)}w(k), \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{\rho(k)} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_{f\rho(k)}A_{\rho(k)}C & A_{f\rho(k)} \end{bmatrix}, \\ \tilde{B}_{\rho(k)} &= \begin{bmatrix} B \\ B_{f\rho(k)}A_{\rho(k)}D \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{\rho(k)} &= [L - D_{f\rho(k)}A_{\rho(k)}C - C_{f\rho(k)}], \\ \tilde{D}_{\rho(k)} &= -D_{f\rho(k)}A_{\rho(k)}D. \end{aligned}$$

可以看出滤波误差系统(5)是一个马尔可夫跳变系统. 因此, 具有随机协议网络化系统的H_∞滤波器设计问题已经转化为了滤波误差系统(5)的H_∞滤波器设计问题. 本文的主要目的是设计形如式(3)的H_∞滤波器, 使得滤波误差系统(5)满足以下条件:

- 1) 在外部扰动 $w(k) = 0, \forall k \geq 0$ 的情况下, 滤波误差系统(5)随机稳定;
- 2) 在零初始条件下, 滤波误差系统(5)具有给定的H_∞性能 $\gamma > 0$.

为此, 首先引入如下定义:

定义 1^[15] 在外部扰动 $w(k) = 0, \forall k \geq 0$ 的情况下, 对任意的初始条件 $\varphi(0) = \{\tilde{x}(0), \rho(0)\}$, 若

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \|\tilde{x}(k)\|^2 \mid \varphi(0)\right\} < \infty \quad (6)$$

成立, 则滤波误差系统(5)称为是随机稳定的, 其中 $\|\tilde{x}(k)\| = \sqrt{\tilde{x}^T(k)\tilde{x}(k)}$.

定义 2^[16] 对于给定标量 $\gamma > 0$, 若滤波误差系统(5)随机稳定, 且在零初始条件下,

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \|e(k)\|^2\right\} \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \|w(k)\|^2 \quad (7)$$

成立, 则滤波误差系统(5)称为随机稳定且具有H_∞性能 γ .

3 主要结果(Main results)

首先给出滤波误差系统(5)随机稳定且具有给定H_∞性能 γ 的一个充分条件.

定理 1 给定标量 $\gamma > 0$ 和概率转移矩阵 Π , 如果存在矩阵 $P_i > 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} -\bar{P}_i & 0 & \bar{P}_i \tilde{A}_i & \bar{P}_i \tilde{B}_i \\ * & -I & \tilde{C}_i & \tilde{D}_i \\ * & * & -P_i & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

对所有的 $i \in L$ 都成立, 那么滤波误差系统(5)随机稳定且具有给定的H_∞性能 γ , 其中 $\bar{P}_i = \sum_{j=0}^{\bar{r}} \rho_{ij} P_j$.

证 首先证明滤波误差系统(5)的随机稳定性. 选取李雅普诺夫函数

$$V(k) = \tilde{x}^T(k)P_{\rho(k)}\tilde{x}(k),$$

记 $\rho(k) = i, \rho(k+1) = j$, 那么

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\Delta V(k)] &= \\ \mathbb{E}[\tilde{x}^T(k+1)P_j\tilde{x}(k+1) \mid \varphi(k)] - \tilde{x}^T(k)P_i\tilde{x}(k) &= \end{aligned}$$

$$\tilde{x}^T(k) \left[\sum_{j=0}^{\bar{r}} \rho_{ij} \tilde{A}_i^T P_j \tilde{A}_i - P_i \right] \tilde{x}(k).$$

记 $\bar{P}_i = \sum_{j=0}^{\bar{r}} \rho_{ij} P_j$, 上式可以写成

$$\mathbb{E}[\Delta V(k)] = \tilde{x}^T(k) [\tilde{A}_i^T \bar{P}_i \tilde{A}_i - P_i] \tilde{x}(k).$$

由式(8)得

$$\begin{bmatrix} -\bar{P}_i & \bar{P}_i \tilde{A}_i \\ * & -P_i \end{bmatrix} < 0,$$

进而, 根据Schur引理^[17]可得

$$\tilde{A}_i^T \bar{P}_i \tilde{A}_i - P_i < 0. \quad (9)$$

因此, 由式(9)可得 inequality

$$\mathbb{E}[V(k+1) \mid \varphi(k)] < V(k).$$

易知存在 $0 < \alpha < 1$, 使得以下不等式

$$\mathbb{E}[V(k+1) \mid \varphi(k)] \leq \alpha V(k)$$

成立, 由递推关系得

$$\mathbb{E}[V(k) \mid \varphi(0)] \leq \alpha^k V(0),$$

从而

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^h [V(k) \mid \varphi(0)]\right\} &\leq (1 + \alpha + \dots + \alpha^h) V(0) = \\ &\frac{1 - \alpha^{h+1}}{1 - \alpha} V(0). \end{aligned}$$

再对上面不等式的两边关于 h 取 $h \rightarrow +\infty$ 的极限, 并令 $\beta = \min_{i \in L} \lambda_{\min}(P_i)$, 可得

$$\mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \|\tilde{x}(k)\|^2 \mid \varphi(0)\right\} \leq \frac{1}{(1 - \alpha)\beta} V(0) < \infty.$$

由定义1可知, 滤波误差系统(5)随机稳定.

以下证明滤波误差系统(5)具有H_∞性能 γ . 考虑如下性能指标:

$$J \triangleq \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} [e^T(k)e(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)]\right\}.$$

在零初始条件下, 有

$$\begin{aligned} J &\leq \mathbb{E}\left\{\sum_{k=0}^{\infty} [e^T(k)e(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k) + \Delta V]\right\} = \\ &\sum_{k=0}^{\infty} \xi^T(k) \Phi_i \xi(k), \end{aligned}$$

其中:

$$\xi(k) = [\tilde{x}^T(k) \ w^T(k)]^T,$$

$\Phi_i =$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i^T \bar{P}_i \tilde{A}_i - P_i + \tilde{C}_i^T \tilde{C}_i & \tilde{A}_i^T \bar{P}_i \tilde{B}_i + \tilde{C}_i^T \tilde{D}_i \\ * & -\gamma^2 I + \tilde{B}_i^T \bar{P}_i \tilde{B}_i + \tilde{D}_i^T \tilde{D}_i \end{bmatrix}.$$

由Schur引理可知, $\Phi_i < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} -\bar{P}_i^{-1} & 0 & \tilde{A}_i & \tilde{B}_i \\ * & -I & \tilde{C}_i & \tilde{D}_i \\ * & * & -P_i & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (10)$$

对式(10)左乘和右乘 $\text{diag}\{\bar{P}_i, I, I, I\}$, 可得式(8). 因此如果式(8)成立可得 $\Phi_i < 0$, 即 $J < 0$, 从而可得 $E\{\sum_{k=0}^{\infty} \|e(k)\|^2\} \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \|w(k)\|^2$. 由定义2知, 滤波误差系统(5)具有给定的 H_{∞} 性能 γ . 证毕.

可看出式(8)关于矩阵变量 A_{fi}, B_{fi} 和 P_i 是非线性的, 故很难用定理1求得滤波器参数矩阵. 为此, 定理2结合引入松弛矩阵消除系统矩阵与李雅普诺夫矩阵之间耦合^[16]的方法, 给出 H_{∞} 滤波器设计方法.

定理 2 给定标量 $\gamma > 0$ 和概率转移矩阵 Π , 如果存在矩阵 $P_{1i}, P_{2i}, P_{3i}, X_i, Y_i, Z_i, \bar{A}_{fi}, \bar{B}_{fi}, \bar{C}_{fi}, \bar{D}_{fi}$, 使得

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{1i} - X_i^T - X_i & \bar{P}_{2i} - Z_i^T - Y_i & 0 \\ * & \bar{P}_{3i} - Y_i^T - Y_i & 0 \\ * & * & -I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ X_i A + \bar{B}_{fi} N_i C & \bar{A}_{fi} X_i B + \bar{B}_{fi} N_i D \\ Z_i A + \bar{B}_{fi} N_i C & \bar{A}_{fi} Z_i B + \bar{B}_{fi} N_i D \\ L - \bar{D}_{fi} N_i C & -\bar{C}_{fi} & -\bar{D}_{fi} N_i D \\ -P_{1i} & -P_{2i} & 0 \\ * & -P_{3i} & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} P_{1i} & P_{2i} \\ * & P_{3i} \end{bmatrix} > 0, \quad (12)$$

对所有 $i \in L$ 都成立, 那么滤波误差系统(5)随机稳定且具有给定的 H_{∞} 性能 γ , 其中: $\bar{P}_{li} = \sum_{j=0}^{\bar{r}} \rho_{ij} P_{lj}, l = 1, 2, 3$. 并且相应的滤波器参数矩阵为

$$\begin{cases} A_{fi} = Y_i^{-1} \bar{A}_{fi}, B_{fi} = Y_i^{-1} \bar{B}_{fi}, \\ C_{fi} = \bar{C}_{fi}, D_{fi} = \bar{D}_{fi}. \end{cases} \quad (13)$$

证 首先证明若式(14)成立, 则式(8)成立.

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_i - R_i - R_i^T & 0 & R_i^T \tilde{A}_i & R_i^T \tilde{B}_i \\ * & -I & \tilde{C}_i & \tilde{D}_i \\ * & * & -P_i & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (14)$$

由式(14)可知 $\bar{P}_i - R_i - R_i^T < 0$, 又由 $\bar{P}_i > 0$ 得 $R_i + R_i^T > 0$, 因此可知 R_i 非奇异. 另外根据

$$(\bar{P}_i - R_i)^T \bar{P}_i^{-1} (\bar{P}_i - R_i) \geq 0,$$

可以得到

$$\bar{P}_i - R_i - R_i^T \geq -R_i^T \bar{P}_i^{-1} R_i. \quad (15)$$

因此, 若式(14)成立, 则 $\Psi_i < 0$ 成立, 其中:

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} -R_i^T \bar{P}_i^{-1} R_i & 0 & R_i^T \tilde{A}_i & R_i^T \tilde{B}_i \\ * & -I & \tilde{C}_i & \tilde{D}_i \\ * & * & -P_i & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}.$$

对 $\Psi_i < 0$ 分别左乘 $\text{diag}\{(R_i^{-1} \bar{P}_i)^T, I, I, I\}$ 和右乘 $\text{diag}\{R_i^{-1} \bar{P}_i, I, I, I\}$, 得到式(8). 因此, 如果式(14)成立, 则式(8)成立.

由 $\bar{P}_{3i} > 0$ 和 $\bar{P}_{3i} - Y_i^T - Y_i < 0$ 得 $Y_i^T + Y_i > 0$, 因此可知 Y_i 非奇异. 注意到 \tilde{A}_i 和 \tilde{B}_i 的结构, 令

$$R_i^T = \begin{bmatrix} X_i & Y_i \\ Z_i & Y_i \end{bmatrix},$$

并记

$$P_i = \begin{bmatrix} P_{1i} & P_{2i} \\ * & P_{3i} \end{bmatrix}, \bar{P}_i = \begin{bmatrix} \bar{P}_{1i} & \bar{P}_{2i} \\ * & \bar{P}_{3i} \end{bmatrix}.$$

定义矩阵变量

$$\bar{A}_{fi} = Y_i A_{fi}, \bar{B}_{fi} = Y_i B_{fi}, \bar{C}_{fi} = C_{fi}, \bar{D}_{fi} = D_{fi},$$

经过矩阵运算可由式(14)得到式(11). 因此, 若式(11)(12)成立, 则式(8)成立, 根据定理1知滤波误差系统(5)随机稳定且具有给定的 H_{∞} 性能 γ , 且相应的滤波器参数矩阵由式(13)给出.

证毕.

注 2 注意到LMIs(11), (12)关于矩阵变量和标量 γ^2 都是线性的, 因此可以通过求解以下优化问题来设计最优 H_{∞} 滤波器:

$$\begin{aligned} \min \delta &= \gamma^2, \\ \text{s.t.} & \text{ (11)(12)}. \end{aligned} \quad (16)$$

若优化问题(16)有解 δ_{\min} , 则相应的最优 H_{∞} 性能为 $\gamma^* = \sqrt{\delta_{\min}}$, 滤波器参数可以由式(13)给出.

4 仿真示例(Simulation example)

考虑具有如下系统参数矩阵的线性离散系统^[8]:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9617 & 0.0191 & 0.1878 & 0.0012 \\ 0.0370 & 0.9629 & 0.0025 & 0.1789 \\ -0.3732 & 0.1853 & 0.8678 & 0.0179 \\ 0.3528 & -0.3553 & 0.0357 & 0.7840 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0193 & 0 \\ 0.0187 & 0 \\ 0.1890 & 0 \\ 0.1813 & 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, L = [1 \ 1 \ 0 \ 0]. \quad (17)$$

假设系统(17)的输出 y_1 和 y_2 分别通过节点1和节点2传输, 且概率转移矩阵为

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.4 & 0.5 \\ 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.1 & 0.45 & 0.45 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

求解优化问题(16)得到最优H_∞扰动抑制率为 $\gamma^* = 0.2212$, 且相应的滤波器参数矩阵为:

$$A_{f0} = \begin{bmatrix} 0.9697 & 0.0065 & 0.1541 & 0.0123 \\ 0.0480 & 0.9489 & -0.0250 & 0.1862 \\ -0.4156 & 0.2059 & 0.8504 & 0.0204 \\ 0.2927 & -0.3199 & 0.0295 & 0.7846 \end{bmatrix},$$

$$B_{f0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_{f0} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, D_{f0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T;$$

$$A_{f1} = \begin{bmatrix} -0.2154 & 0.0262 & 0.1762 & 0.0086 \\ -1.0091 & 0.9689 & -0.0058 & 0.1841 \\ -1.2017 & 0.2691 & 0.8973 & 0.0194 \\ -0.7377 & -0.2666 & 0.0694 & 0.7842 \end{bmatrix},$$

$$B_{f1} = \begin{bmatrix} -1.1640 & 0 \\ -1.0351 & 0 \\ -0.0712 & 0 \\ -0.9682 & 0 \end{bmatrix}, C_{f1} = \begin{bmatrix} 0.8283 \\ -1.0001 \\ 0 \\ -0.0001 \end{bmatrix}^T;$$

$$A_{f2} = \begin{bmatrix} 0.9492 & -0.8371 & 0.1785 & 0.0069 \\ 0.0275 & -0.1102 & -0.0036 & 0.1822 \\ -0.4940 & 0.1234 & 0.8996 & 0.0192 \\ 0.2252 & -0.5880 & 0.0712 & 0.7847 \end{bmatrix},$$

$$B_{f2} = \begin{bmatrix} 0 & -0.8633 \\ 0 & -1.0783 \\ 0 & -0.1494 \\ 0 & -0.3256 \end{bmatrix}, C_{f2} = \begin{bmatrix} -1.0000 \\ 0.8209 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$D_{f1} = [1.8281 \ 0], D_{f2} = [0 \ 1.8210]. \quad (19)$$

在仿真中, 选取如图2所示马尔可夫链 $\rho(k)$ 满足给定的概率转移矩阵, 其中: $\rho(k) = 0$ 表示发生丢包, $\rho(k) = 1$ 表示节点1访问网络, $\rho(k) = 2$ 表示节点2访问网络. 假设扰动信号 $w(k)$ 为在 $k \in [0, 20]$ 时取在 $[-3, 3]$ 上均匀分布, 在 $k > 20$ 时取为0的信号. 随机产生的扰动信号 $w(k)$ 如图3所示. 基于系统(17)和

滤波器(19), 系统的待估信号 $z(k)$ 和波器估计信号 $z_f(k)$ 的状态曲线, 滤波误差 $e(k)$ 的状态曲线分别如图4和图5所示. 通过计算可得

$$\sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} \|e(k)\|^2 / \sum_{k=0}^{\infty} \|w(k)\|^2} = 0.1100 < \gamma^*.$$

由此可知, 本文针对具有随机介质访问协议网络化系统所提出的H_∞滤波器设计方法的有效性.

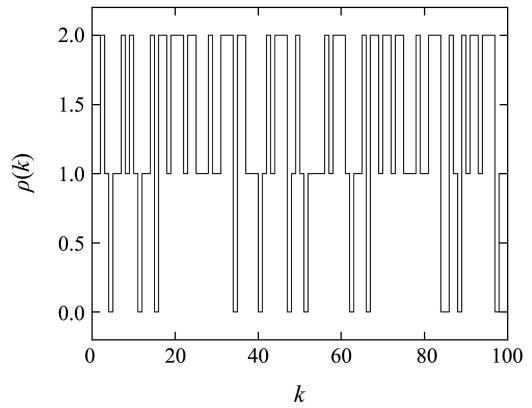


图 2 马尔可夫链 $\rho(k)$

Fig. 2 Markovian Chain $\rho(k)$

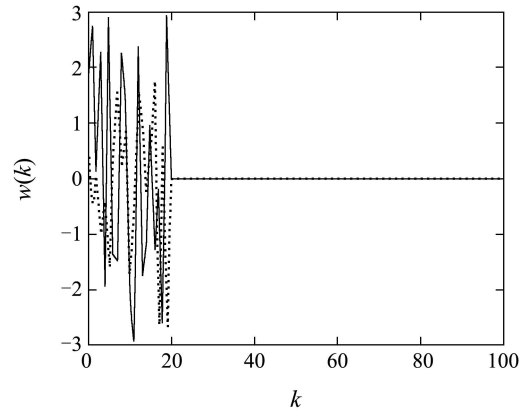


图 3 扰动信号 $w(k)$

Fig. 3 Disturbance signal $w(k)$

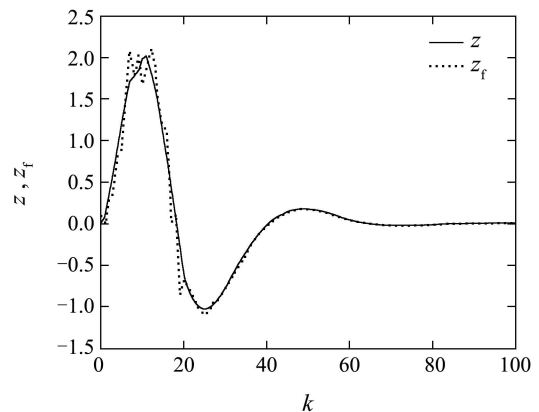
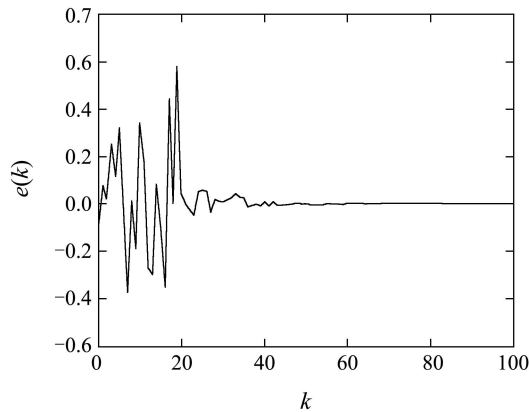


图 4 $z(k)$ 和 $z_f(k)$ 的状态轨迹

Fig. 4 State trajectories of $z(k)$ and $z_f(k)$

图5 滤波误差 $e(k)$ 的状态轨迹Fig. 5 State trajectory of filtering error $e(k)$

接下来考虑丢包率 μ_0 和 H_∞ 性能的关系. 假设 $[\mu_0(0) \ \mu_1(0) \ \mu_2(0)] = [\frac{1}{3} \ \frac{1}{3} \ \frac{1}{3}]$, 对于不同的概率转移矩阵 Π , 可以分别由式(2)和优化问题(16)得到相应的丢包率 μ_0 和最优 H_∞ 性能. 比如, 对概率转移矩阵(18), 相应的丢包率 $\mu_0 = 0.1$, 最优 H_∞ 性能 $\gamma^* = 0.2212$, 由此可以建立丢包率 μ_0 和 H_∞ 性能的关系. 表1给出了概率转移矩阵 Π 取4个不同值时, 丢包率 μ_0 和滤波误差系统(5)的 H_∞ 性能之间的关系, 为简便起见 Π 在表1中没有给出, 从中可以看出丢包率越大, 滤波误差系统的 H_∞ 性能越差.

表1 丢包率 μ_0 和 H_∞ 滤波性能之间的关系Table 1 Relation between the packet dropout probability μ_0 and the H_∞ filtering performance

丢包率 μ_0	0.1	0.3	0.5	0.7
H_∞ 性能 γ^*	0.2212	0.3193	0.4537	1.0068

5 结论(Conclusion)

本文讨论了具有随机介质访问协议的网络化系统 H_∞ 滤波器设计问题. 将传感器节点访问网络和滤波器进行通信的过程描述为一个马尔可夫链, 从而把滤波误差系统建模成一个马尔可夫跳变系统. 利用李雅普诺夫方法和LMI技术, 给出了滤波误差系统随机稳定且具有给定 H_∞ 性能的一个充分条件和 H_∞ 滤波器的设计方法. 最后的仿真算例验证了所提出方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] HESPANHA J P, NAGHSHTABRIZI P, XU Y G. A survey of recent results in networked control systems[J]. *Proceeding of the IEEE*, 2007, 95(1): 138 – 162.
- [2] WALSH G C, YE H. Scheduling of networked control systems[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 57 – 65.

- [3] GAO H J, CHEN T W. H_∞ estimation for uncertain systems with limited communication capacity[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(11): 2070 – 2084.
- [4] WANG Z D, LIU Y R, LIU X H. H_∞ filtering for uncertain stochastic time-delay systems with sector-bounded nonlinearities[J]. *Automatica*, 2008, 44(5): 1268 – 1277.
- [5] GAO H J, WANG C H. A delay-dependent approach to robust H_∞ filtering for uncertain discrete-time state-delayed systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(6): 1631 – 1640.
- [6] SONG H B, YU L, ZHANG W A. H_∞ filtering of network-based systems with random delay[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(4): 615 – 622.
- [7] ZHANG W A, YU L, SONG H B. H_∞ filtering of networked discrete-time systems with random packet losses[J]. *Information Sciences*, 2009, 179(22): 3944 – 3955.
- [8] SONG H B, ZHANG W A, YU L. H_∞ filtering of network-based systems with communication constraints[J]. *IET Signal Processing*, 2010, 4(1): 69 – 77.
- [9] 张浩, 谭克勤, 朱守云. 现场总线与工业以太网应用技术手册(第二册)[M]. 上海: 上海科技出版社, 2004. (ZHANG Hao, TAN Keqin, ZHU Shouyun. *Field Bus and Industrial Ethernet Application Manual(Volume II)*[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Press, 2004.)
- [10] TABBARA M, NESIC D. Input-output stability of networked control systems with stochastic protocols and channels[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 53(5): 1160 – 1175.
- [11] GUPTA V, CHUNG T H, HASSIBI B, et al. On a stochastic sensor selection algorithm with applications in sensor scheduling and sensor coverage[J]. *Automatica*, 2006, 42(2): 251 – 260.
- [12] SHI P, BOUKAS E K. H_∞ -control for Markovian jumping linear systems with parametric uncertainty[J]. *Journal of Optimization Theory and Application*, 1997, 95(1): 75 – 99.
- [13] LI H Y, CHEN B, ZHOU Q, et al. Robust exponential stability for delayed uncertain Hopfield neural networks with Markovian jumping parameters[J]. *Physics Letters A*, 2008, 372(30): 4996 – 5003.
- [14] ZHANG L, HRISTU D. Communication and control co-design for networked control systems[J]. *Automatica*, 2006, 42(6): 953 – 958.
- [15] SEILER P, SENGUPTA R. An H_∞ approach to networked control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(3): 356 – 364.
- [16] ZHANG L X, BOUKAS E. Mode-dependent H_∞ filtering for discrete-time Markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities[J]. *Automatica*, 2009, 45(6): 1462 – 1467.
- [17] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. (YU Li. *Robust Control—the Method of Linear Matrix Inequalities*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

作者简介:

周佩冬 (1985—), 男, 硕士研究生, 研究方向为网络控制系统、PID控制等, E-mail: zhoupeidong721@sina.com;

俞立 (1961—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为网络控制系统、鲁棒控制、时滞系统等, E-mail: llyu@zjut.edu.cn;

宋洪波 (1984—), 男, 博士研究生, 研究方向为网络控制系统、鲁棒控制等, E-mail: di7ganshb@163.com;

欧林林 (1980—), 女, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为网络控制系统、时滞系统等, E-mail: linlinou@zjnt.edu.cn.