

基于状态空间模型的最小二乘反褶积

王 英 阎平凡

(清华大学自动化系, 北京)

摘要: 反褶积是石油勘探中提高地震剖面分辨率的一种十分重要的方法. 本文对地震信号用状态空间模型建模, 提出了适用于地震信号处理的模型阶次及初始参数估计方法. 为提高估计精度, 依据卡尔曼滤波的新息序列建立了二次型目标函数, 通过非线性寻优较精确地估计了模型参数. 仿真及应用于实际均表明本文所提方法较之传统的最小二乘反褶积提高了地震剖面分辨率.

关键词: 卡尔曼滤波及平滑; 最小二乘; 反褶积; 模型参数及阶次估计

1 引言

在石油勘探领域, 提高地震剖面的分辨率对精确地找到油、气田的位置及在构造复杂地区找到油、气田具有十分重要的意义. 目前, 反褶积是提高分辨率的有效措施之一, 时不变反褶积基于模型

$$z(t) = w(t) * \mu(t) + n(t) = y(t) + n(t). \quad (1.1)$$

其中, 地震记录 $z(t)$ 是检测到的纵波信号; 子波 $w(t)$ 是与震源有关的确定性信号; 反射率序列 $\mu(t)$ 反映了地下构造及反射波强度, $n(t)$ 是干扰信号. 反褶积旨在从记录中消除子波的影响得到反射率序列. 通常, 子波不可量测.

传统方法假定 $\mu(t)$ 为白噪声, 从记录功率谱中分解最小相位子波做反褶积, 已不能满足高分辨率地震勘探的要求. 本文对子波用 ARMA 模型建模^[1], 并对系统(1.1)建立与之对应的状态空间模型. 其优点是, 采用参数模型, 仅需由记录估计部分参数而不是整个子波波形, 避免了不适定性^[2]及提高了抗干扰能力.

对地震记录进行的仿真表明^[3], MA 部分的阶次常高于 AR 部分. 此时如果仍采纳 ARMA($n, n-1$)模型, 则会给估计参数带来不必要的计算量. 因此, 本文采纳 ARMA(n, m)模型

$$w(t) + a_1 w(t-1) + \dots + a_n w(t-n) = b_0 \mu(t) + b_1 \mu(t-1) + \dots + b_m \mu(t-m), \quad (1.2)$$

允许 $m \geq n-1$. 由此, 提出了一种新的模型阶次及初始参数估计方法.

根据我们对地震记录进行仿真及进行实际数据处理的经验, 对文[1, 4]中的非线性寻优及计算新息序列的算法做了较大变动, 缩短了运行时间.

仿真表明本文方法较之传统的反褶积及文[1, 4]中的方法提高了子波估计精度, 从而提高了地震剖面的分辨率. 将本文方法应用于实际数据, 可以看出剖面的分辨率大大提高.

2 状态空间模型及反褶积方法

本文采纳能控标准型状态空间模型

$$x(t) = Ax(t-1) + e\mu(t), \quad (2.1)$$

$$z(t) = h^T x(t) + n(t), \quad (2.2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{p-1} & \\ a_p & a_{p-1} & \cdots & a_1 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

$$e = [0 \quad \cdots \quad 0 \quad 1]^T, \quad (2.4)$$

$$h = [b_{p-1} \quad b_{p-2} \quad \cdots \quad b_0]^T, \quad (2.5)$$

$$p = \max(n, m+1), \quad (2.6)$$

$$a_k = 0, \quad k > n; \quad b_k = 0, \quad k > m; \quad b_0 \neq 0, \quad (2.7)$$

$$E[\mu(t)\mu(s)] = C_\mu\delta(t-s); \quad E[n(t)n(s)] = C_n\delta(t-s). \quad (2.8)$$

其中, I_{p-1} 是 $(p-1)$ 维单位矩阵, a_p 和 b_{p-1} 至少有一个其值不为零. 这里给定的模型是和输入、输出模型(1.1)及(1.2)一一对应的.

模型阶次的估计见第三部分, 目标函数

$$J_N(\theta) = \left[\sum_{t=0}^N \tilde{z}^2(t|t-1) \right] / 2(N+1) \quad (2.9)$$

用以估计模型参数, 其中 N 为量测数据长度, $\tilde{z}(t|t-1)$ 为新息序列, 未知参数

$$\theta = [a_n \quad a_{n-1} \quad \cdots \quad a_1 \quad b_m \quad b_{m-1} \quad \cdots \quad b_0]^T \quad (2.10)$$

寻找到最优参数后, 用最优平滑器^[1]估计反射率序列, 从而得到了反褶积结果.

地震剖面是有多个地震记录组成的, 数据量非常大, 减少处理单个记录所用时间具有十分重要的意义. 因此, 在算法上应尽量优化.

在用卡尔曼滤波计算新息序列时, 采纳了 U-D 分解算法^[5]既保证了数值稳定性又比方根算法^[1]减少了计算时间. 考虑到由

$$H = \frac{\partial^2 J^T}{\partial \theta \partial \theta} \approx \sum_{t=0}^N \frac{\partial \tilde{z}(t|t-1)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \tilde{z}(t|t-1)}{\partial \theta^T} / (N+1) \quad (2.11)$$

计算出的伪 Hessian 阵至少是半正定的, 首先用根据梯度及 H 阵计算最佳步长的梯度法^[6]进行参数寻优, 避免了在起始阶段因初值离最优点远而多次盲目寻找步长带来的不必要的计算量, 加快了初始阶段的收敛速度. 当参数离最优点较近时, 梯度法的收敛速度减慢. 为此, 当目标函数值下降速度低于预定值时, 改用 Marquardt-Lenvenberg^[7]算法寻优*, 当两次相邻结果之间的相对误差小于预定值时, 则认为找到了最优参数 $\hat{\theta}$. 在寻优过程中, 应保证系统的稳定性^[3]. 这里, 采用较简便的方法判稳定性, 寻优公式

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i + \Delta \theta_i. \quad (2.12)$$

如果对应 $\hat{\theta}_i$ 的系统是稳定的, 则当 $\|\hat{\theta}_i\|_{AR} > \|\Delta \theta_i\|_{AR}$ 时, 对应 $\hat{\theta}_{i+1}$ 的系统也是稳定的, $\|\cdot\|_{AR}$, 代表给定参数矢量中 AR 部分参数二次范数. 依据见文^[8]. 为了大幅度地减少计算时间, 根据本文特定的状态空间模型, 将与 θ 无关的运算在编程前计算出来. 计算公

* 根据本文特定的问题, 在实现各种算法时肯定与文献中的方法有差异, 但因篇幅所限, 这里不能详述. 有兴趣者, 详见文^[9].

式见文[9].

3 模型阶次及初始参数给定

传统方法假定反射率序列 $\mu(l)$ 及干扰信号 $n(l)$ 是零均值高斯白噪声^[8], 由量测数据估计输出序列 $y(l)$ 的自相关. 计算公式有两种, 即

$$\hat{r}_z(l) = \sum_{s=0}^{N-l} z(s)z(l+s)/(N+1), \quad (3.1)$$

$$\hat{r}_z(l) = \sum_{s=0}^{N-l} z(s)z(l+s)/(N-l+1). \quad (3.2)$$

(3.1) 式是渐近无偏的, (3.2) 式则是无偏的, 但考虑到估计误差的方差时, 则 (3.1) 式的方差较小. 在实际中, 认为子波随着时间的增长迅速衰减, 通常自相关序列的最大长度取为 64 个采样点, 而量测数据的长度可达到 1250 个采样点. 因此, 理论上采用 (3.1) 或 (3.2) 式差别不大, 且利用高斯白噪声性质, 可证明由上两式估计的自相关序列 ($0 \leq l \leq 63$) 是一致估计量. 理论上,

$$\hat{r}_y(l) = \hat{r}_z(l) - C_n \delta(l). \quad (3.3)$$

但在实际应用中, C_n 远远小于 $\hat{r}_z(0)$. 鉴于此及考虑到数值解的稳定性, 我们将由 (3.1) 式计算出的自相关即作为 $y(l)$ 的自相关估计. 另外, 我们发现采样自相关函数如图 1 实线所示, 随着时间的增长并不趋于零, 这和子波随着时间增长迅速衰减趋于零的事实不相符合, 原因在于干扰信

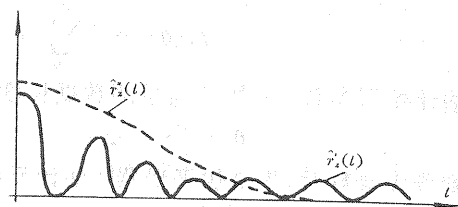


图 1 采样自相关及平滑窗口的波形

号不是真正的白噪声, 随着时间的增长输出信号的自相关趋于零, 而干扰信号的自相关值并不趋于零. 因此, 在输出信号的自相关值趋于零的地方, 误差大于有效信号, 采样自相关值不可靠. 为此, 应当加时窗. 根据我们的经验, 采纳

$$\hat{r}_z(l) = \begin{cases} \hat{r}_z(l), & |\hat{r}_z(l)| \leq \hat{r}_z^*(l) \\ \hat{r}_z(l) \operatorname{sgn}[\hat{r}_z(l)], & |\hat{r}_z(l)| > \hat{r}_z^*(l) \end{cases} \quad (3.4)$$

做为自相关估计, 其中

$$\hat{r}_z^*(l) = 1.01 \hat{r}_z(0) e^{-\alpha l}, \quad (3.5)$$

α 是预先给定的衰减速度, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 是符号函数.

如果 (3.5) 式中的 α 值取得合适, $\hat{r}_z^*(l)$ 仅在误差大的地方起作用, 起到了抑制误差的作用. 因此, 可以说利用 (3.4) 式估计自相关, 具有一定的鲁棒性. 而且同矩形窗及梯形窗相比, 减少了频域中的高频分量.

根据 (3.4) 式得到的相关序列通过谱分解估计最小相位子波 $\hat{w}_{\min}(l)$, 以此为依据估计模型阶次及初始 ARMA 参数, 估计方法见图 3.2, 其中波形相似度

$$S[w(l), \hat{w}(l)] = |\Sigma w(l) \hat{w}(l)| / \{[\Sigma w^2(l)]^{1/2} [\Sigma \hat{w}^2(l)]^{1/2}\}. \quad (3.6)$$

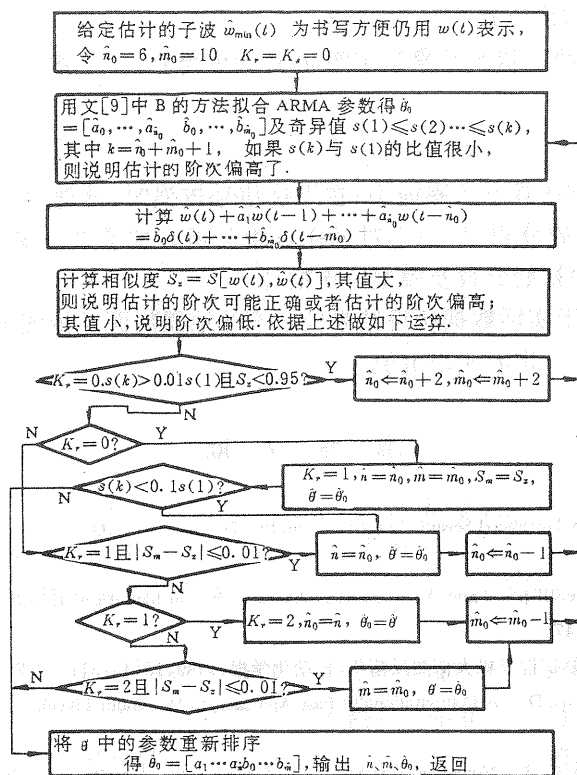


图 2 根据估计的子波给定 ARMA 模型阶次及参数

4 仿真与实例

给定最小相位子波 ARMA(2,10): $\theta = \{0.787, -1.29, 0.0678, -0.189, -0.13, -0.0794, 0.0046, 0.0995, 0.155, 0.128, 0.0125, -0.142, -0.313\}$, 在不同噪信比情况下产生合成地震记录, 其中噪信比

$$N_{sr} \triangleq \left[\frac{\sum_{t=0}^N n^2(t)}{\sum_{t=0}^N y^2(t)} \right]^{1/2}. \quad (4.1)$$

$N_{sr} = 2.18\%$, 真实子波与初始估计子波间的相似度(见上节)等于 0.73; 真实子波与估计的最优子波间的相似度等于 0.97. 由此看出, 本文方法比谱估计方法提高了子波估计精度. 从而提高了反褶积后地震剖面的分辨率. 因篇幅所限这里不再给反褶积剖面;

$N_{sr} = 6.9\%$, 相似度按上述次序分别为 0.73, 0.962;

$N_{sr} = 15.4\%$, 相似度分别为 0.74, 0.88;

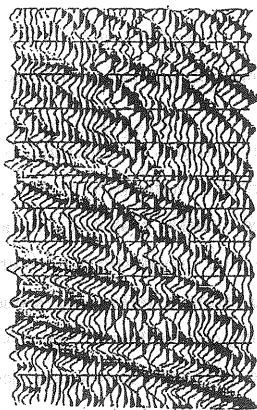


图 3 实际数据

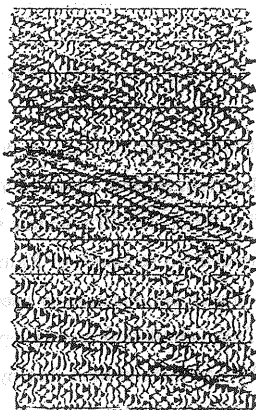


图 4 反褶积剖面

$N_{sr}=21.8\%$, 相似度分别为 0.75, 0.8.

应用于实际数据的反褶积结果示于图 4. 从图中可看出, 反褶积后剖面的分辨率大大提高了.

5 小 结

仿真表明, 本文方法具有抗噪能力, 在干扰信号较强时, 处理后的剖面分辨率也不会低于传统反褶积剖面的分辨率. 由于对采样自相关函数加了平滑窗, 提高了其抗干扰能力, 从而得到了良好的初始参数及模型阶次估计.

将本文方法应用于实际数据所得结果较之原始地震剖面及传统最小二乘反褶积提高了剖面的分辨率, 具有一定的实用价值.

参 考 文 献

- [1] Kormylo, J. J. . Maximum-Likelihood Seismic Deconvolution. Ph. D. Dissertation, University of Southern California, U. S. A. , 1979
- [2] Audley, D. R. , D. A. Lee. Ill-posed and Well-posed Problems in System Identification. IEEE Trans. on Automatic Control. 1974, 19(6): 738—747
- [3] 褚家晋, 王英. 相位的可辨识性及极大似然反褶积. 自动化学报, 1989, 15(4): 311—317
- [4] Chong-Yung Chi, Hampson, D. . A Computationally Fast Approach to Maximum-Likelihood Deconvolution. Geophysics, 1984, 49(5): 550—565
- [5] Bierman, G. J. , Thornton, C. L. . Numerical Comparison of Kalman Filter Algorithms; Orbit Determination Case Study. Automatica, 1977, 13(1): 23—35
- [6] 李维铮等. 运筹学. 北京: 清华大学出版社, 1982
- [7] Bard, Y. . Comparison of Gradient Methods for the Solution of Nonlinear Parameters Estimation Problems. SIAM J. Numer. Anal. , 1970, 7(1): 157—186
- [8] 克利尔波特. 地球物理数据处理基础——附石油勘探上的应用. 北京: 石油化学工业出版社, 1979
- [9] 王英. 反褶积及部分岩性参数提取问题研究. 清华大学自动化系博士论文, 1988

Least Square Deconvolution Based on State Space Model

Wang Ying, Yan Pingfan

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing)

Abstract: The least square deconvolution is an important method in improving resolution of seismic profiles in oil exploration. Seismic signal is modelled as state space model in this paper. The method to estimate the orders and the initial parameters of the state space model is proposed and the quadratic object function is established according to the innovation sequence of Kalman filter to estimate parameters more accurately. The model parameters obtained by non-linear optimization is used to estimate reflectivity sequence in the fixed-interval optimal smoother. It's shown from simulation and by applying our method to real seismic data that the resolution of seismic profiles is higher by our method than that by the traditional least square deconvolution method.

Key word: Kalman filter and smoother; least square; deconvolution; estimation of parameters and model orders