

多变量控制系统频域 分析和设计的综述

吴智铭 许晓鸣 王 伟

(上海交通大学)

摘 要

本文介绍了多变量系统频域分析和设计方法的一些最新发展。在系统分析方面,主要介绍特征轨迹(CL)方法和主增益、主相位的方法。在系统综合方面,主要介绍方向排列(alignment)技术,鲁棒性准则和逆结构正则化(RFN)补偿器。最后作者们对多变量系统分析和设计中的频域法的研究前景进行了展望。

一、引 言

线性单变量控制系统的频域设计,50年代初期已趋完美,并在实际中得到广泛的应用。将单变量系统的成果推广向多变量系统的研究,迄今已有30余年。从理论到工程、时域到频域、代数方法到几何方法,都作了大量工作,有了比较全面的认识。其中较实用又容易被工程技术界接受的是多变量系统中频域传递函数的方法。

多变量控制系统频域分析方法,在发展中大致经历了四个阶段。最初是输入—输出完全解耦的控制器,它最直观地将多变量问题化为单变量问题来处理,然而具体实现的困难很大。Rosenbrock的逆奈氏阵列法(INA)^[1],解决了对角元优势下系统的稳定性判别,解决了一类多变量系统的设计。然而从分析的角度来看,它对系统特性的描述是不够精确的。1977年以后,MacFarlane及其学派完善了早年建立的多变量系统特征轨迹法^[2],比较全面地解决了频域特性分析的问题。最近,频域设计中着重于研究低灵敏度的系统及数值计算的稳定性问题,普遍使用了奇异值分解(SVD)以及主增益、主相位(principal gain, principal phase)^[3]概念,以便设计一个可靠而符合要求的系统。

逆奈氏阵列法已有较完整介绍^[4],本文不再赘述。

二、特征轨迹分析法

(1) 特征增益轨迹和特征频率轨迹的对偶性^[2]

单变量系统中奈氏特性(增益)和根轨迹(频率)的对偶性是十分明显的:开环奈氏线是以频率 ω 为参数时复增益变化,闭环根轨迹则是以增益 k 为参数时复根(频率)的变化。上述原则对多变量系统也是同样成立的。

设系统 $\Sigma(A, B, C, D)$ 的开环、闭环传递函数为 $G(s)$ 、 $H(s)$, 回差矩阵为 $R(s)$, n 为状态数, m 为输入—输出数, 令反馈矩阵 K 为对角形常阵, $K = kI_m$, 其中 I_m 为 m 维单位阵, $g = -k^{-1}$, 则可列出:

$$H(s) = [I_m + G(s)K]^{-1}G(s),$$

$$R(s) = I_m + G(s)K = C(sI_n - A)^{-1}BK + (I_m + DK).$$

组成闭环后, 系统的本征阵为 A_K , 它是 k 或 g 的函数, 又集中地代表了闭环的特征根, 故用 $S(g)$ 函数表示:

$$A_K = S(g) = A + Bg^{-1}(I_m + DK)^{-1}C = A + B(gI_m - D)^{-1}C.$$

另一方面, 闭环特征根也与 $R(s)$ 的系统矩阵有关, 可写成下面两种形式:

$$P_R = \begin{bmatrix} sI - A & BK \\ -C & I_m + DK \end{bmatrix} \text{ 或 } \begin{bmatrix} sI - A & -B \\ -C & gI_m - D \end{bmatrix}.$$

取 P_R 的行列式, 并应用Schur公式对二个主元分别展开:

$$\frac{|sI_n - S(g)|}{|sI_n - A|} = \frac{|gI_m - G(s)|}{|gI_m - D|} = \frac{\text{闭环特征方程 CLCP}}{\text{开环特征方程 OLCP}};$$

当 $\forall s \notin \lambda(A)$ 、 $g \notin \lambda(D)$, $\lambda(\cdot)$ 表示 $(\cdot)$ 的特征值集合, 有:

$$\det[sI_n - S(g)] = 0 \iff \det[gI_m - G(s)] = 0.$$

上式给出了系统以频率变量 s 表示的特征方程和以增益变量 g 表示的特征方程的对偶性, 它们是互相蕴含的^[2]。

(2) 代数函数和 Riemann 曲面

设: $|sI_n - S(g)| = P(s, g) = p_0(g)s^n + p_1(g)s^{n-1} + \dots + p_n(g)$,
 $|gI_m - G(s)| = Q(g, s) = q_0(s)g^m + q_1(s)g^{m-1} + \dots + q_m(s)$,

由 $P(s, g) = 0$, 得到 s 变量的 n 个根 $s_i(g)$, $i = 1, 2, \dots, n$, s_i 是增益 g 的函数。同理, 由 $Q(g, s) = 0$, 可求出 g 变量的 m 个根 $g_i(s)$, $i = 1, 2, \dots, m$, g_i 是频率变量 s 的函数。方程 $P(s, g) = 0$ 和 $Q(g, s) = 0$ 的解 s_i 和 g_i 称为代数函数, 分别相应于有理函数矩阵 $S(g)$ 和 $G(s)$ 的诸特征值。其中 $s_i(g)$ 称为特征频率函数, 而 $g_i(s)$ 则称特征增益函数。

当变量 g 在复平面上变化时, 对于每一个 g 值, 相应有 n 个 $s_i(g)$, 它们分别存在于 n 叶复数 Riemann 曲面上, 每一叶上是一个单值的解析函数。若以 s 复平面上的点为参变量, 则 m 个特征增益函数存在于 m 叶的 Riemann 曲面上。

上述两类 Riemann 曲面, 反映了特征值和参变数之间的关系, 其中任一簇都包含

了设计多变量系统的充分信息, 习惯上最常用的多变量系统的 Nyquist 线和根轨迹线, 都是曲面上的特殊轨线。

例 设系统表示为状态空间形式, 求代数函数 $s_i(g)$ 的黎曼曲面。

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2/3 \\ 1 & 1/2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2.4 & -1.6 \\ 4.8 & -4.8 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

解 上述系统联成闭环后的特征方程为 $\det[sI_n - S(g)] = 0$ 。

$$S(g) = A_F = A - BFC = A + Bg^{-1}C = \begin{bmatrix} 5.6g^{-1} - 2 & -4.8g^{-1} \\ 4.8g^{-1} & -4.0g^{-1} - 1 \end{bmatrix}.$$

从 $\det[sI_n - S(g)] = 0$, 求出 $s_i(g)$ 代数函数的支点位于:

$$g = 0, \quad g = 19.2$$

对于 g 平面上不同值下对应的 $s_i(g)$ 特征值, 联成的等增益线和等相线如图 1 所示。其中 $\angle s$ 值 $\pm 90^\circ$ 等相线即为 g 平面上的 Nyquist 线, 而方程 $\det[gIm - G(s)] = 0$ 求出的 s 平面上的 $\angle g = -180^\circ$ 等相线则为闭环根轨迹 (后一种情况下图中未给出)。[3]

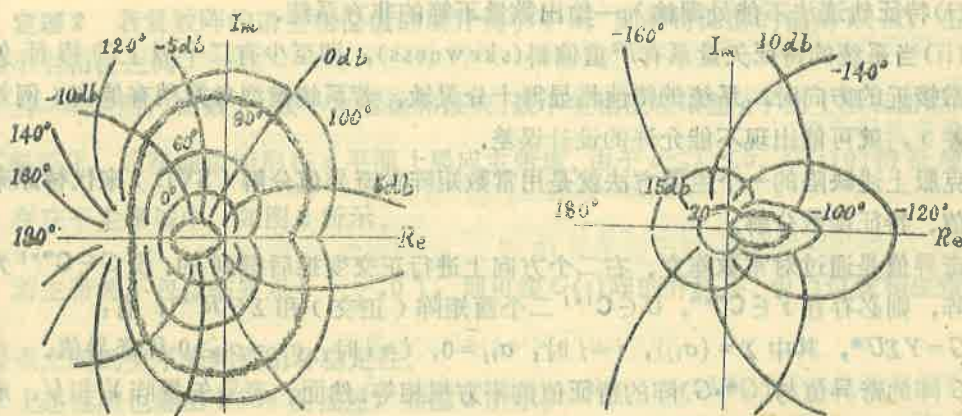


图 1 系统(1)的特征增益轨迹 ~~~~表示 $\pm 90^\circ$ 等相线

(3) Riemann 曲面上轨线的作图方法

作出一个系统在 Riemann 曲面上的特征轨迹并非十分复杂, 它可以由下列基本步骤组成。

(i) 求 Riemann 曲面上的支点 (Branch Point), 即二个叶面的重叠点, 这可由求解特征方程的 Resultant 行列式得到。通过支点选定割线集 (cut set) 的方向, 表示 Riemann 曲面二叶面的交界。

(ii) 按复平面上布置的网格点, 求解特征方程式的全部根 (常以近似搜索的方法, 使解的范围布及整个网格)。

(iii) 按照 Riemann 面的结构, 将各特征值分配到每一叶复平面上, 作出每一叶特征根的等幅线、等相线 (必要时插补)。

特征增益轨迹(广义 Nyquist 线)和特征频率轨迹(广义根轨迹)是互相依存的. 对于 $|gI_m - G(s)| = 0$ Riemann 面, 复坐标变量为 s , 相应虚轴 $s = j\omega$ 上 m 组增益 g_i 的幅相变化为 Nyquist 线, 而 $\angle g_i = \pm\pi$ 等相线即为根轨迹. 按照对偶原理, 同样可从 $|sI_n - S(g)| = 0$ Riemann 面上找到系统的 Nyquist 线和根轨迹.

(4) 广义 Nyquist 稳定性判据

设多变量反馈系统不可控、不可观的模所对应的特征根都在左半平面, 则系统闭环稳定的充要条件是回差矩阵的特征增益轨迹逆时针包围临界点 $(-\frac{1}{k}, 0)$ 的次数等于开环传递函数在右半平面的极点数. 其中 k 为系统增益(证明从略).

三、频域分析中的奇异值分解法

特征轨迹法虽然提供了多变量系统频域分析时严密的理论基础, 但在实际应用中仍遇到一定困难, 这是因为:

(i) 特征轨迹法不能处理输入—输出数量不等的非方系统.

(ii) 当系统的特征矢量系有严重偏斜(skewness), 即至少有二个以上的特征矢量有非常接近的方向时, 系统的特性将显得十分灵敏. 若系统模型参数稍有偏离(例如测辨误差), 就可能出现不能允许的设计误差.

克服上述缺陷的一个主要方法就是用常数矩阵的奇异值分解(SVD)来代替原来的特征值、特征函数分解.

奇异值是通过对方阵左、右二个方向上进行正交变换后得到的. 设 $G \in \mathbb{C}^{m \times l}$ 为一复数阵, 则必存在 $Y \in \mathbb{C}^{m \times m}$, $U \in \mathbb{C}^{l \times l}$ 二个酉矩阵(正交)和 $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times l}$, 有:

$G = Y \Sigma U^*$, 其中 $\Sigma = \{\sigma_{ij}\}$, $i \neq j$ 时: $\sigma_{ij} = 0$, $i = j$ 时: $\sigma_{ii} = \sigma_i \geq 0$ 称奇异值.

G 阵的奇异值与 $[G^* \cdot G]$ 阵的特征值的平方根相等. 然而, 奇异矢量阵 Y 和 U , 或构成它们的奇异矢量 y_i 和 u_i 并不是唯一的. 设任意取一角度 θ , 则 $y'_i = e^{i\theta} y_i$, $u'_i = e^{i\theta} u_i$, $i = 1, 2, \dots, r$ 所组成的 Y' 、 U' 都可成为 G 的奇异矢量阵.

由上述分析, 不难证明^[7], 若矩阵的特征矢量为 v_i , 则特征值 λ_i 和奇异值 σ_i 之间的关系能进一步表示为

$$\lambda_i = \sigma_i \frac{u_i^* \cdot v_i}{y_i^* \cdot v_i}.$$

显然, 当 y_i 和 u_i 二组奇异矢量的方向不一致(misalignment)时, λ_i 和 σ_i 在数值上就会有差别. 如果方向偏斜很大, 就造成特征值分解后数值上的敏感和不稳定^[7].

对一个复变函数阵进行 SVD 分解时, 由于它的奇异值和奇异矢量不一定能表示为有理分式的形式, 必须给定变量(g 或 s)的数值后分解. 可以证明自变量连续变化时,

复函数阵的奇异值和奇异矢量也是连续变化的^[7]。下面讨论频率 s 变化时, $G(s)$ 的奇异值的频率特性。

首先将各频率下的 $G(s)$ 阵按 SVD 表示, 写成二种形式:

$$G = Y \Sigma U^* = Y \Sigma Y^* \cdot Y U^* = H_L \cdot \Phi,$$

$$G = Y \Sigma U^* = Y U^* \cdot U \Sigma U^* = \Phi \cdot H_R,$$

其中 H_L 、 H_R 为正半定的 Hermitian 阵, 称为 G 的左模和右模。 H_L 、 H_R 的特征值称为主增益或矢量增益 (vector gain), 数值上和 G 的奇异值相等。 Φ 为一酉矩阵, 代表了二个奇异矢量阵 Y 和 U 在方向上的差异。对 Φ 进行特征值分解:

$$\Phi = Y \cdot U^* = P \theta P^*, \quad \theta = \text{diag}(e^{j\theta_i}),$$

θ_i , $i=1, 2, \dots, r$ 称为 G 的主相位, P 阵称为相结构阵 (phase frame matrix), 它实际上是非唯一的。

Postlethwaite 等人建立了由多变量系统传递函数 $G(s)$ 的主相位和主增益来判断系统稳定性的定理。^[3]

定理 1 复数矩阵 G 的特征值的数值范围, 在 G 阵的最大和最小奇异值之间 (或最大和最小主增益之间), 以 $\bar{\sigma}$ 及 $\underline{\sigma}$ 分别表示最大和最小奇异值。

定理 2 若复数阵的诸主相位值的展开角小于 π , 则其特征值的幅角取值, 在最大和最小主相位之间。

当 ω 确定后, 由最大、最小主增益和最大、最小主相位在增益 g 平面上围成曲边矩形。 ω 不断变化, 这些曲边矩形在 g 平面上展成主带域。由于 $\underline{\sigma} \leq \lambda_i \leq \bar{\sigma}$, $G(s)$ 的特征增益轨迹, 存在于主带域中, 如图 2 所示。

若主带域不包含临界点 $(-\frac{1}{k}, 0)$, 则可按 $G(s)$ 阵的开环零、极点位置和主带域、临界点之间的关系来判别闭环稳定性。

上述性质也能由 Bode 图描述, 如图 3 所示。

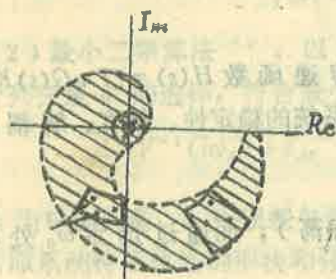


图 2 主增益、主相位和 g 平面上主带域

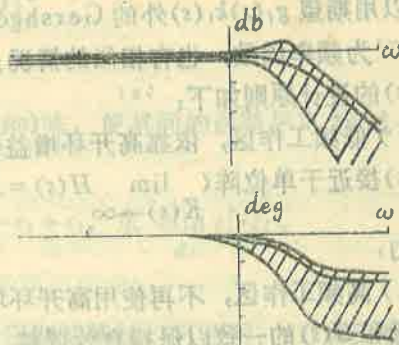


图 3 a. 主增益的频率特性
b. 主相位的频率特性

考虑到稳定性判断的可靠性, 应使用最大主增益线和最小主相位线(相位滞后最大)来确定系统的增益裕度和相位裕度。

四、频率域设计方法的进展^[5]

由多变量系统特征函数的轨迹来进行系统设计, 虽然在70年代初已经提出, 但当时用的可交换控制器(Commutative Controller)是建立在系统的特征值和特征矢量为 s 的有理函数的基础上, 因此, 只要所选的控制器 $K(s)$ 和系统 $G(s)$ 的特征矢量结构相同, 开环传递函数 $Q(s)$ 的表示式就是可交换的:

$$Q(s) = G(s)K(s) = K(s) \cdot G(s).$$

设 $Q(s)$ 、 $G(s)$ 、 $K(s)$ 的左、右特征矢量阵为 $W(s)$ 、 $V(s)$, 则 $V(s) = W^{-1}(s)$, 组成闭环以后, 上述结构仍不变。闭环传递函数 $H(s)$ 为:

$$H(s) = W(s) \text{diag} \left\{ \frac{g_i(s)k_i(s)}{1 + g_i(s)k_i(s)} \right\} \cdot V(s),$$

然后用经典的单变量方法求出相应的 $k_i(s)$ 值, 而 $K(s)$ 阵则为:

$$K(s) = W(s) \text{diag}\{k_i(s)\}V(s) = A \text{diag}\{k_i(s)\}B.$$

与特征轨迹法相近的还有并矢法^[6], 其特点是以左、右常数阵对 $G(s)$ 进行严格等价(Strict Equivalence)变换来代替相似变换, 得到了保留了系统原有的全部模态的对角传递函数阵。

$$G(s) = Y \cdot \text{diag}\{g'_i(s)\} \cdot U,$$

其中 Y 、 U 为非异常数阵, 对于这类系统可以采用逆结构控制器(Reverse Frame Controller),

$$K(s) = U^{-1} \text{diag}\{k'_i(s)\} \cdot Y^{-1}.$$

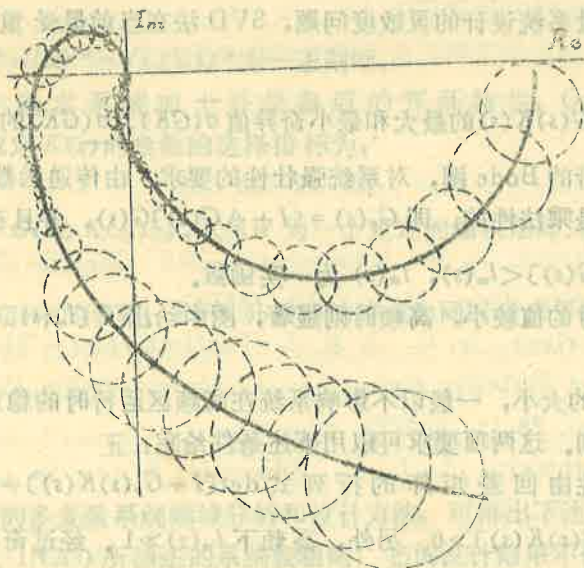
实际系统的特征矢量阵或严格等价变换阵常为频率 ω 的函数, 对上述两法的应用带来不少困难, 以常阵 A 代表特征矢量阵时, 至多在某一频率上和特征轨迹相配合, 这一偏离可以用期望 $g_i(s)k_i(s)$ 外的Gershgorin带给出, 如图4所示, 对并矢设计法, 若 U^{-1} 、 Y^{-1} 为频率函数, 也有相似的情况。

$K(s)$ 的设计原则如下:^[5]

(1) 低频工作区, 依靠高开环增益使闭环后传递函数 $H(s) = [I + G(s)K(s)]^{-1}G(s)K(s)$ 接近于单位阵($\lim_{K(s) \rightarrow \infty} H(s) = I$), 来保证系统的稳定性、精度、解耦性和抗干扰能力。

(2) 高频工作区, 不再使用高开环增益(容易振荡), 而通过选定 ω_0 处 $K(s)$ 的特征矢量和 $G(s)$ 的一致以保持有效调整。

(3) 中频工作区, 其两端边界符合上面要求, 此外按原有特征轨迹的形状确定需要施加的补偿。

图 4 $K(s)$ 用常数特征矢量阵后的偏离

依上述原则, 补偿器可确定为 $K(s) = A \cdot \text{diag}\{k_i(s)\} \cdot B$.

$$k_i(s) = k_{li}/s + k_{hi}k_{mi}(s), \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

其中 k_{li} 和 k_{hi} 为低、高频时的增益, $k_{mi}(s)$ 为中频时的校正网络. 要求频率升高时, $k_{mi}(s)$ 不影响高频段的调整性能. 各 $k_i(s)$ 中系数的选择, 可按特征轨迹用单变量方法确定. $K(s)$ 的特征矢量阵 (或并矢变换阵) A 、 B 的计算, 通常有:

(1) ALIGN (方向排列) 算法. 由于 A 、 B 一般取实数阵, 故只能使 $V(j\omega)A \approx I$, 可由下式 ϕ_i 指标的极值算出 A 阵中各列矢 a_i .

$$\max \phi_i = \frac{|(v_i(\omega_0), a_i)|^2}{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m |(v_j(\omega_0), a_i)|^2} \quad (\text{理想情况下, } \phi_i \rightarrow \infty).$$

(2) 最小二乘算法^[12], 以 A 逼近 $V^{-1}(j\omega)$ 阵, 使其间的误差尽可能减小, A 阵中各个列矢量 a_i 的选择, 符合最小二乘准则:

$$A = V^{-1}(j\omega_0) + \varepsilon_A, \quad V(j\omega_0) \cdot a_i = e_i + \varepsilon_i, \quad \text{求 } \min_{a_i} \varepsilon_i^T \cdot \varepsilon_i,$$

这里 e_i 为单位矢量, ε_i 为误差矢量.

若原系统特征轨迹的形状和分布不利于实现期望特性, 可使用: (i) 参数优化法, 在常规控制器结构的基础上, 选择串联补偿及动态反馈网络的参数以满足运行指标. (ii) 结构上的调整, 例如采用双闭环系统, 内环校正无穷零点分布, 改善根轨迹外形, 外环设计仍按上述步骤.

为了解决多变量系统设计的灵敏度问题, SVD 法在当前最受重视。下面介绍两类频域设计方法。

第一类按开环 $G(s)K(s)$ 的最大和最小奇异值 $\overline{\sigma}(GK)$ 、 $\underline{\sigma}(GK)$ 的频率特性进行。

图 5 给出了奇异值带的 Bode 图, 对系统强壮性的要求, 由传递函数允许的偏离来描述。设系统的摄动是乘法性的, 即 $G_p(s) = [I + \Delta G(s)]G(s)$, 并且在整个频带内

$$\overline{\sigma}[\Delta G(s)] < l_m(s), \quad l_m(s) \text{ 为一实函数。}$$

一般 $l_m(s)$ 在低频时的值较小, 高频时则显著, 图中给出了 $[l_m(s)]^{-1}$ 随着频率变化的估计值。

摄动量 $\Delta G(s)$ 的大小, 一般以不影响系统在高频区运行时的稳定性和低频区运行时的性能指标为原则。这两项要求可以用下述条件给定:

高频区: 稳定性由回差矩阵的行列式 $\det[I + G_p(s)K(s)] \neq 0$ 表示, 或写成: $\overline{\sigma}[I + [I + \Delta G(s)]G(s)K(s)] > 0$ 。另外, 高频下 $l_m(s) \gg 1$ 。经过奇异值不等式的近似推导^[9], 可得到 $\overline{\sigma}[G(\omega)K(\omega)] < [l_m(\omega)]^{-1}$ 。

低频区: 系统的调节性能和瞬态响应要求可归结为: $\overline{\sigma}[I + G_p(s)K(s)] \gg 1$ 或 $\overline{\sigma}[I + G_p K] > \phi(s)$, 这里 $\phi(s)$ 为一正函数。经过奇异值不等式推导^[9], 注意低频域内 $l_m(s) < 1$, 可求得: $\overline{\sigma}[G(\omega)K(\omega)] > \phi(s)[1 - l_m(s)]^{-1}$ 。

以上两个不等式约束方程以阴影线表示于图 5。设计者的任务是: 选择 $K(s)$, 使 $G(s)K(s)$ 的 Bode 带处于由摄动 $\Delta G(s)$ 确定的边界约束范围内。

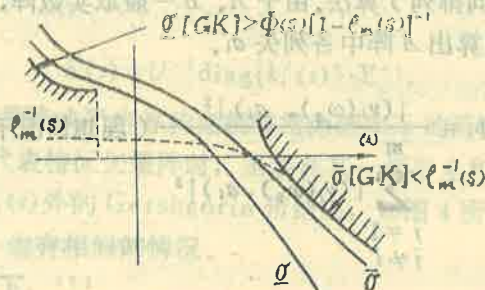


图 5 传递函数有摄动时的奇异值带域设计

第二类方法是由 Hung 和 MacFarlane 提出的逆结构正则化 (Reverse Frame Normalizing, RFN) 法^[7], 它继承了特征轨迹法中的某些技巧, 同时兼顾了由奇异值决定的主增益和主相位, 因此效果很好。矩阵 Q 的正则化定义为: $Q \cdot Q^* = Q^* \cdot Q$ 。[10] 中给出 Q 为正则的充要条件是: 矩阵 Q 具有完备的正交特征向量集。正则阵的特征分解和奇异分解有相同的模, 只是幅角不相同。

设 $s = j\omega$ 时, $G(\omega)$ 的 SVD 式为: $G(j\omega) = Y \Sigma U^*$, Y 、 U 为酉阵。取补偿器 $K(s)$ 阵的结构为: $K(s) = U \Omega Y^*$ 。注意 K 和 G 中奇异矢量排列的次序相反, 故称逆结构正则

化补偿器。

$G(s)K(s) = Y\Sigma U^*, U\Omega Y^* = Y(\Sigma\Omega)Y^*$ 为一正则阵。

计算过程中,先选定系统加上补偿器后的开环特性: $Q(s) = G(s) \cdot K(s) = Y(s) \cdot A(s) \cdot Y^*(s)$ 。取定 $K(s)$ 的参数选择指标为:

$$J = \min \sum_{p=1}^N \|Q(s_p) - G(s_p) K(s_p)\|_W^2, \text{ 这里 } W \text{ 为一个正定的加权矩阵。然后用优化的方法}$$

或最小二乘法求出 $K(s)$ 中的参数。RFN 补偿器的特点为同时考虑了稳定性、鲁棒性和动态。

五、小 结 和 展 望

综合本文中介绍的多变量系统频域分析和设计方法,可得出下述结论:(1) 对角元优势法(包括 DNA、INA)所描述的系统较粗略,它的设计结果不很精密,但在一定扰动下也能使用。当系统 $G(s)$ 接近奇异时, Gershgorin 圆有很大的半径,计算变得不可信赖。(2) 特征轨迹法对系统所作的分析是严格和精确的,但是如果特征矢量系发生严重偏斜,最终设计出的系统灵敏度很高,不能实际使用。(3) 奇异值分析和设计方法有高度的数值稳定性,代表了当前控制系统 CAD 中的一个趋势。美国 IEEE Tran Vol. AC-26 No.1 多变量系统专刊和英国 IEE(part D)1982 No.6 奇异值专刊中的一系列论文,充分说明了这一问题的重要。本文中着重介绍的 RFN 补偿器,只是其中一种能兼顾鲁棒性和常规运行指标的系统设计法。

频域方法的应用与研究,今后将伸展到以下各方面:

(1) 关于多变量系统设计。当前对系统无穷零点问题的研究工作,促进了对系统无穷根轨迹渐近特性的了解;而改变无穷零点的分布,将是设计一个有理想工作特性的系统的基本步骤。双环系统、合理的动态反馈系统的计算方法均可以在这一基础上形成,从而比较完美地解决了一般多变量控制系统的分析和设计问题。同时,具有低灵敏度和鲁棒性能的系统也将随着目前大量集中的研究而解决。

(2) 频率法研究线性系统综合问题的趋势将进一步加强。原来基本上采用状态空间模型和时域分析的综合问题,在引入频域方法后,不仅赋予更清晰的物理概念,而且使这两大类研究方法逐步统一起来,从本质上深化了对问题的认识。例如极点配置补偿器设计^[11]、线性二次型调节器的根轨迹分析和鲁棒设计^[12]、由内模原理构成的抗干扰调节器^[13,14]以及模型参考控制^[15]等。估计今后在理论上和实践上都会有较大的发展。

(3) 频率域方法研究大型互联(interconnected)系统及复合(composite)系统理论的工作目前开展得很快,主要是处理多个以传递函数或矩阵分式(MFD)表示的子系统的分析和综合问题。包括递阶及分散型系统的稳定性、可控性、可观性,其中比较实用的成果是块对角概念下的 Gershgorin 带推广应用于分散控制系统中子系统的

解耦问题^[16]和鲁棒稳定性问题^[17]。

致谢 西安交通大学万百五教授仔细地审阅了全稿, 并对原稿的改进提出了宝贵意见, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Rosenbrock, H. H., Computer-aided Control System Design, Academic Press, New York, (1974).
- [2] MacFarlane, A. G. J. & I. Postlethwaite, The Generalized Nyquist Stability Criterion and Multivariable Root loci, Int. J. Control, **25**, 1, (1977), 81—127.
- [3] Postlethwaite, I., J. M. Edmunds & A. G. J. Macfarlane, Principal Gains and Principal Phases in the Analysis of Linear Multivariable Feedback System, IEEE Trans. AC—**26**, 1, (1981), 32—46.
- [4] 中国科技大学自控专业频域法小组, 多变量反馈控制系统的现代频域法 CAD 程序包, 信息与控制, **11**, 6, (1982), 26—33.
- [5] MacFarlane, A. G. J. & B. Kouvaritakis, A Design Technique for Linear Multivariable Feedback System, Int. J. Control, **25**, 6, (1977), 837—874.
- [6] Owens, D. H., Feedback and Multivariable Systems, Peter Peregrinus, Hitchin, (1978).
- [7] Hung, Y. S. & A. G. J. MacFarlane, Multivariable Feedback, a Quasi-Classical Approach, Springer-Verlag, Berlin, (1982).
- [8] Edmunds, J. M., Extension of Frame Alignment Technique and their use in Characteristic Locus Design Method, Int. J. Control, **29**, 5, (1979), 787—796.
- [9] Doyle, J. C. & G. Stein, Multivariable Feedback Design: Concepts for Classical/Modern Synthesis, IEEE Trans., AC—**26**, 1, (1981), 4—16.
- [10] Wilkinson, J. H., the Algebraic Eigenvalue Problem, Oxford Univ. Press, Oxford, (1965).
- [11] Wolovich, W. A., Linear Multivariable Systems, Springer-Verlag, New York, (1974).
- [12] Daniel, R. W., Frequency Response Design of Robust Optimal Controller, Proc. IEE (D), **129**, 6, (1982), 227—232.
- [13] Bengtsson, G., Output Regulation and Internal Models, a Fre-

- quency Domain Approach, *Automatica*, **13**, 4, (1977), 333—345.
- [14] Edmunds, J. M., Frequency Response to Minimize Output Disturbances Caused by Parameter Variations and Noise, *Int. J. Control*, **38**, 1, (1983), 47—60.
- [15] Kidd, P. T. & N. Munro, Design of Model Reference Systems Using Frequency Domain Method, *Proc. IEE (D)*, **130**, 5, (1983), 273—280.
- [16] Bennett, W. H. & J. S. Baras, Block-diagonal Dominance and Design of Decentralized Compensator, *Proc. of IFAC Symposium on "Large Scale System Theory and Application"*, Toulouse, France, 24—26 June, (1980), 93—101.
- [17] Limbeer, D. J. N. & Y. S. Hung, Robust stability of Interconnected Systems, *IEEE Trans., AC*—**28**, 6, (1983), 710—716.

A SURVEY TO THE ANALYSIS AND DESIGN OF MULTIVARIABLE CONTROL SYSTEMS IN FREQUENCY DOMAIN

Wu Zhiming, Xu Xiaoming, Wang Wei

(Shanghai Jiaotong University)

Abstract

Recent developments of multivariable control system analysis and design methods in frequency domain are introduced. The contents include: (1) system analysis by using CL method, principal gains and principal phases; (2) system design by using alignment technique, robustness test and RFN compensator.

Perspectives of frequency domain studies in multivariable system analysis and synthesis are also discussed in this paper.