

用关联补偿法设计分散控制系统

肖 美 琪

(上海机电工程研究所)

摘 要

分散控制的大型复杂系统,在设计子系统的局部调节器时没有考虑子系统之间的关联。这种关联影响总系统的性能。本文提出一种补偿法,用附加的关联调节器来削弱子系统之间的关联,从而改善总系统的性能。通过一个例子来说明该方法的应用及其效果。

一、引 言

近年来对大型复杂系统倾向于采用分散控制。目前对于线性定常系统已有许多分散控制的设计方法。所有这些方法都遇到一个共同的问题:子系统之间的关联。设计子系统的局部调节器一般采用极点配置法^[8]或求解 Riccati 方程^[1]。由于关联的存在将改变子系统的性能。在强关联的情况下甚至会使总系统不稳定。所以在分散控制设计中应考虑子系统之间的关联。

本文参考 SILJAK 将关联看成结构干扰的设计思想^[9],提出一种关联补偿法。首先介绍补偿法的基本思想、性能指标的确定及如何设计关联调节器使性能指标达到最小。第三节讨论调节器对改善系统品质和联合稳定性的作用。最后通过一个例子来说明这种方法的应用。

二、关联调节器的设计方法

1. 性能指标的确定

用关联描述法^[5]给出的系统状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A_{ii}x_i + B_{si}u_{si} + B_{ki}u_{ki}, \\ y_{ki} &= C_{ki}x_i, \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} i=1, \dots, r.$$
$$u_{ki} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^r P_{ij}y_{kj}. \quad (2.1)$$

$$\dim(\mathbf{x}_i) = n_i,$$

$$\dim(\mathbf{u}_{si}) = p_i,$$

$$\dim(\mathbf{u}_{ki}) = p_{ki},$$

$$\dim(\mathbf{y}_{ki}) = q_{ki},$$

其中 $\mathbf{u}_{ki}$ 和 $\mathbf{y}_{ki}$ 分别为第 i 个子系统的关联输入—输出, $\mathbf{u}_{si}$ 为控制输入, $\mathbf{P}_{ij}$ 为子系统之间的关联矩阵. 将 (2.1) 式中关联输入 $\mathbf{u}_{ki}$ 看成是结构干扰, 我们采用下面的调节规律来补偿它.

$$\mathbf{u}_{si} = -\mathbf{R}_i' \mathbf{x}_i - \mathbf{R}_i^q \mathbf{u}_{ki} \quad i = 1, \dots, r, \quad (2.2)$$

其中 $\mathbf{R}_i'$ 为局部调节器, $\mathbf{R}_i^q$ 为关联调节器.

假定引入 $\mathbf{R}_i'$ 后, 第 i 个未关联的子系统是稳定的.

将 (2.2) 式代入 (2.1), 求出系统在 $\mathbf{u}_{ki}$ 作用下的关联输出 (设初始条件为 0).

$$\mathbf{y}_{ki}(t) = \int_0^\infty \mathbf{G}_i(\tau) \mathbf{u}_{ki}(t-\tau) d\tau, \quad (2.3)$$

其中

$$\mathbf{G}_i(t) = L^{-1} [\mathbf{C}_{ki}(s \mathbf{I} - \mathbf{A}_{ii} + \mathbf{B}_{si} \mathbf{R}_i')^{-1} (\mathbf{B}_{ki} - \mathbf{B}_{si} \mathbf{R}_i^q)]. \quad (2.4)$$

$\mathbf{G}_i(t)$ 是第 i 个已补偿的子系统的关联输出对关联输入的加权函数矩阵.

进而得出

$$\|\mathbf{y}_{ki}(t)\| \leq \int_0^\infty \|\mathbf{G}_i(\tau)\| \cdot \|\mathbf{u}_{ki}(t-\tau)\| d\tau \leq u_{kiM} \int_0^\infty \|\mathbf{G}_i(\tau)\| d\tau. \quad (2.5)$$

假定 $\mathbf{u}_{ki}$ 是有界的, 即 $\|\mathbf{u}_{ki}(t)\| \leq u_{kiM} \quad 0 \leq t \leq \infty$.

为使 $\mathbf{u}_{ki}$ 对系统的影响最小, 采用性能指标

$$J_i' = \int_0^\infty \|\mathbf{G}_i(t)\| dt. \quad (2.6)$$

为简单起见, 下面的推导将采用改进的性能指标

$$J_i = \int_0^\infty \|\mathbf{G}_i(t)\|^2 dt = \int_0^\infty \text{tr}[\mathbf{G}_i^T(t) \cdot \mathbf{G}_i(t)] dt. \quad (2.7)$$

2. 求解关联调节器

我们可以采用不同形式的调节器如 PD、PI、PID 等使性能指标 (2.7) 达到最小. 这里将详细推导 PD 型关联调节器的设计方法, 其它形式的调节器可以用类似的方法推导.

PD 调节器的 LAPLACE 变换式可写成

$$\mathbf{R}_i^q = \mathbf{R}_{i0}^q + s \mathbf{R}_{i1}^q. \quad (2.8)$$

将 (2.8) 代入 (2.4), 则性能指标是 $\mathbf{R}_{i0}^q$ 和 $\mathbf{R}_{i1}^q$ 的函数. 选择 $\mathbf{R}_{i0}^q$ 和 $\mathbf{R}_{i1}^q$ 可以使 J_i 达到最小, 其必要条件为

$$\frac{\partial J_i(R_{i0}^g, R_{i1}^g)}{\partial R_{i0}^g} = \frac{\partial J_i(R_{i0}^g, R_{i1}^g)}{\partial R_{i1}^g} = 0. \quad (2.9)$$

由(2.4)求出采用PD型关联调节器的加权函数矩阵 $G_i(t)$, 并采用下面的简化符号

$$\begin{cases} H_i(t) = C_{hi} e^{A'_{ii} t} B_{hi}, \\ W_{i0}(t) = C_{hi} e^{A'_{ii} t} B_{si}, \\ W_{i1}(t) = C_{hi} [A'_{ii} e^{A'_{ii} t} + \delta(t)I] B_{si}, \end{cases} \quad (2.10)$$

$$A'_{ii} = A_{ii} - B_{si} R_{i1}^g.$$

$$G_i(t) = H_i(t) - W_{i0}(t) R_{i0}^g - W_{i1}(t) R_{i1}^g. \quad (2.11)$$

将(2.11)代入(2.7), 并运用矩阵迹的运算规则^[11], 得出

$$\begin{aligned} J_i = & \int_0^\infty \text{tr} \{ H_i^T(t) H_i(t) + R_{i0}^{gT} W_{i0}^T(t) W_{i0}(t) R_{i0}^g \\ & + R_{i1}^{gT} W_{i1}^T(t) W_{i1}(t) R_{i1}^g - 2 H_i^T(t) W_{i0}(t) R_{i0}^g \\ & - 2 H_i^T(t) W_{i1}(t) R_{i1}^g + 2 R_{i0}^{gT} W_{i0}^T(t) W_{i1}(t) R_{i1}^g \} dt. \end{aligned} \quad (2.12)$$

再利用矩阵迹的两个微分法则^[8]

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial M} \text{tr}[F \cdot M] = F^T, \\ \frac{\partial}{\partial M} \text{tr}[M^T F^T F M] = 2 F^T F M. \end{cases} \quad (2.13)$$

并采用下面的简化符号

$$\begin{cases} K_{i0} = \int_0^\infty W_{i0}^T(t) W_{i0}(t) dt, & K_{i1} = \int_0^\infty W_{i1}^T(t) W_{i1}(t) dt, \\ K_0 = \int_0^\infty W_{i0}^T(t) H_i(t) dt, & K_1 = \int_0^\infty W_{i1}^T(t) H_i(t) dt, \\ K_{i0} = \int_0^\infty W_{i0}^T(t) W_{i1}(t) dt. \end{cases} \quad (2.14)$$

最后得到所要求的偏导数

$$\begin{cases} \frac{\partial J_i}{\partial R_{i0}^g} = -2K_0 + 2K_{00} R_{i0}^g + 2K_{10} R_{i1}^g = 0, \\ \frac{\partial J_i}{\partial R_{i1}^g} = -2K_1 + 2K_{10}^T R_{i0}^g + 2K_{11} R_{i1}^g = 0. \end{cases} \quad (2.15)$$

由此求出关联调节器

$$\begin{bmatrix} R_{i0}^g \\ R_{i1}^g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{00} & K_{10} \\ K_{10}^T & K_{11} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_0 \\ K_1 \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

$\begin{bmatrix} K_{00} & K_{10} \\ K_{10}^T & K_{11} \end{bmatrix}$ 是 $(2p_i, 2p_i)$ 的方阵，具有存在逆的必要条件。

三、关联调节器的作用

由 (2.16) 所确定的关联调节器能使子系统对关联输入 u_{ki} 的响应最小，因而有去耦作用。这样补偿后的子系统的性能接近于未关联的子系统。从这个意义上讲，关联补偿是设计分散控制系统的一个重要步骤。首先对未关联的子系统设计局部调节器，然后通过关联调节器减小子系统之间的关联。

这个方法更进一步的意义在于它能够改善分散控制系统的联合稳定性和扩大检验稳定性的范围。这里通过检验总系统稳定性的 LUNZE 法^[6]来说明关联补偿的作用。

根据 LUNZE 法，如果联合矩阵 $W(r, r)$ 的所有特征根都在右半平面上（即 W 为 M -矩阵），则总系统是稳定的。这个矩阵的形式为

$$W = (W_{ij}), \quad W_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\int_0^\infty \|G_i(t)\| dt} & \text{对于 } i=j, \\ -\|P_{ij}\| & \text{对于 } i \neq j. \end{cases} \quad (3.1)$$

其中 P_{ij} 是 (2.1) 中的关联矩阵， $G_i(t)$ 为关联加权函数矩阵。但 LUNZE 法所规定的稳定判据是检验稳定性的充分条件，其稳定域较窄，很多实际系统不能用它来检验。引入按上节所述的方法设计的关联调节器可以增大 W 中主对角元素。根据 W 的结构（所有非主对角元素均为负），它的特征根将向右半平面移动，这样就扩大了 W 的稳定域，从而扩大了 LUNZE 法的应用范围。

四、应用举例

下面以一个化学反应系统为例来说明关联调节器的设计及对改善系统性能的作用。该系统为 15 阶（详细描述见 [4] 和 [10]），其结构草图如图 4.1 所示。

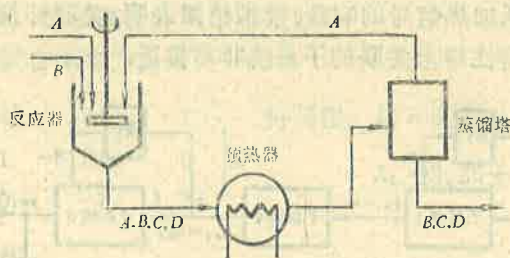


图 4.1 化学反应装置的结构草图

该系统可以分为三个子系统。

第 1 个子系统（反应器）用下列状态方程描述

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_{11}x_1 + B_{s1}u_{s1} + B_{k1}u_{k1}, \\ y_{k1} = C_{k1}x_1, \\ u_{k1} = y_{k3}, \end{cases} \quad (4.1)$$

其中

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -0.15 & -0.065 & -0.6 & 0 \\ -0.02 & -0.1 & -0.5 & 0 \\ 1 & 0.5 & -0.03 & 2 \\ 0 & 0 & 0.12 & -0.14 \end{bmatrix}, \quad B_{k1} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{s1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C_{k1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

其余两个子系统（预热器和蒸馏塔）的状态方程见〔4〕和〔10〕。

每个未关联的子系统本身都是稳定的。这里仅叙述关联调节器的设计。由给定的系统矩阵并运用 (2.10), (2.11)、(2.14) 和 (2.16) 求出第 1、3 子系统的关联调节器 (PD 型)

$$R_{10}^g = \begin{bmatrix} -0.0532 & -0.0351 \\ 0.172 & -0.0028 \end{bmatrix}, \quad R_{11}^g = \begin{bmatrix} 0.0036 & -0.251 \\ 0.0287 & -0.0016 \end{bmatrix},$$

$$R_{30}^g = \begin{bmatrix} 0.0087 & -0.1480 \\ 0.0722 & 0.0847 \end{bmatrix}, \quad R_{31}^g = \begin{bmatrix} -0.1830 & -0.222 \\ 0.0374 & 0.0759 \end{bmatrix}.$$

补偿后的系统结构图示于图 4.2。

正如所预期的，通过关联补偿子系统之间的关联减小了。我们分别对未关联的子系统、已补偿的总系统及未补偿的总系统进行了数字模拟。图 4.3、4.4 给出了结果。图 4.3 表示反应器内原料 B 的浓度 C_B 对阶跃冷却信号的响应；图 4.4 表示蒸馏塔内的

原料 A 的浓度 C_{sA} 对阶跃加热信号的响应。模拟结果表明,关联补偿有明显的去耦作用,补偿后的子系统的动态特性与未关联的子系统非常接近。

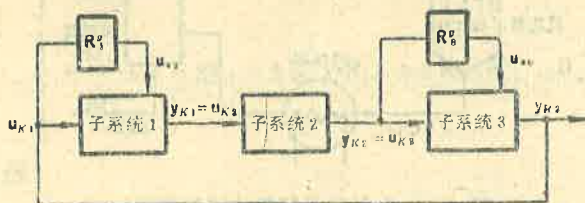


图 4.2 引入关联调节器的化学系统结构图

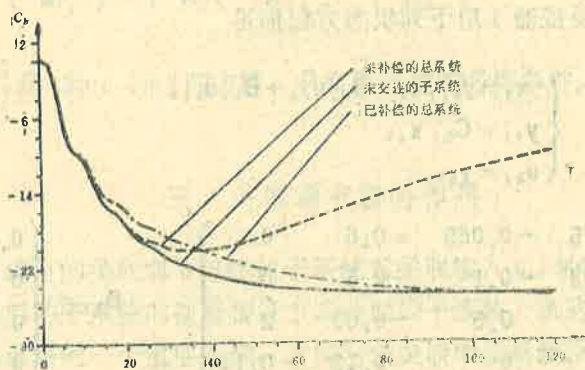


图 4.3 反应器中的浓度 C_B 对阶跃冷却信号的响应

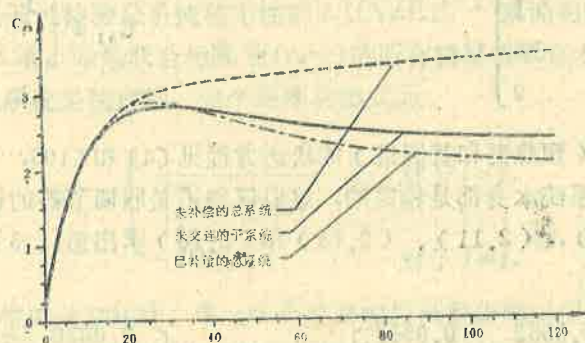


图 4.4 蒸馏塔中的浓度 C_{15} 对阶跃加热信号的响应

关联补偿也明显地改善了系统的联合稳定性,这可以从联合矩阵 W 的计算结果看出。

按 LUNZE 法计算的未补偿的系统联合矩阵

$$W_s = \begin{bmatrix} 0.248 & 0 & -1 \\ -1 & 0.648 & 0 \\ 0 & -1 & 0.833 \end{bmatrix}$$

特征根: $\lambda_1 = -0.455,$

$\lambda_2 = 1.092 \pm j 0.842.$

W_0 中有一个负实根, 总系统是非联合稳定的。

补偿后的总系统的联合矩阵为

$$W_0 \begin{bmatrix} 2.45 & 0 & -1 \\ -1 & 0.648 & 0 \\ 0 & -1 & 1.74 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \text{特征根: } \lambda_1 &= 0.318, \\ \lambda_2 &= 2.26 \pm j 0.658. \end{aligned}$$

总系统是联合稳定的。

五、结 论 与 评 价

本文所介绍的方法是通过关联输入量的补偿使子系统之间的关联作用最小。该方法的前提是要求关联输入量是可测量的。如果能满足这个要求, 则该方法有以下优点:

1. 可以选择不同结构形式的调节器 (如 PD、PI、PID 等) 进行补偿。
2. 提供了完全分散控制的结构 (关联调节器是以子系统的关联输入作为控制量而不是以其余子系统的状态变量)。
3. 可以改善总系统的动态特性和联合稳定性, 扩大检验总系统稳定性的稳定域。
4. 由于子系统之间的关联被补偿, 在设计子系统的局部调节器时可以按无关联的子系统进行。

参 考 文 献

- [1] Anderson, B. D. O., Moore, J. B., Linear Optimal Control, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, (1971).
- [2] Araki, M., Kondo, B., Saeki, M., Application of a New Stability Criterion of Composite Systems to Multimachine Power Systems. IEEE Transaction on Automatic Control, 25, (1980), 480-483.
- [3] Föllinger, O., Regelungstechnik. Hüthig-Verlag, Heidelberg, (1978).
- [4] Kuhn, U., Bestimmung Optimaler Parameter für Einen Dezentralen Beobachter mit Koppelgrößenmodell. Automatisierungstechnik 33, (1985), H. 4, 109-115.
- [5] Litz, L., Dezentrale Regelung. R. Oldenbourg Verlag, München, Wien, (1983).
- [6] Lunze, J., Reinisch, K., Analyse Unvollständig Bekannter Regelungssysteme. Akademie der Wissenschaften der DDR, ZKI-Informationen 2/81, Berlin, (1981).

- [7] Lunze, J, Ein Verfahren zur Stabilitätsprüfung für Gekoppelte Systeme bei Fehlerbehaftetem Modell. Messen-Steuer-Regeln, 23, (1980), 374-378.
- [8] Melsa, J. L., Sage, A. P., An Introduction to Probability and Stochastic Processes, Prentice-Hall Inc. Engle-wood Cliffs, (1973).
- [9] Siljak, D., Large Scale Dynamic Systems, Stability and Structure, North Holland, New York, Amsterdam, Oxford, (1978).
- [10] Williams, T. J., Otto, R. E., A Generalized Chemical Processing Model for the Investigation of Computer Control, AIEE Trans. Part 1(Comm. and Electronics) 79, (1960), 453-473.
- [11] Zurmühl, R., Matrizen, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, (1964).

COUPLING VARIABLE FEEDFORWARD CONTROL AS A TOOL TO DESIGN DECENTRALIZED CONTROL SYSTEMS

Xiao Meiqi

(Shanghai Mechanic-Electric Engineering Research Institute)

Abstract

In decentralized controlled large scale systems the coupling among subsystems is not considered as design of local regulator of subsystems. This interconnection influences the performance of total system. In this paper, a compensation method for coupling is introduced. The subsystem coupling can be reduced by auxiliary regulator - coupling regulator. So the dynamic behaviour of total system will be improved. An example is given to show the application and the effect of this method.