

某随动系统动态模型相关—最小二乘辨识

冯雅君 彭志瑾

(北京工业学院)

摘 要

本文应用相关仪对某随动系统进行在线辨识,得到系统的非参数模型——脉冲函数。在此基础上利用最小二乘法拟合参数模型——系统的差分方程。通过双线性 z 变换,变换为连续数学模型——传递函数,并做阶跃响应检验,辨识得到的系统动态模型的阶跃响应与实际系统的阶跃响应基本一致。在随机干扰作用下,由此方法得到的动态模型较频率测试法或理论分析的结果更为精确。

一、前 言

某随动系统其机械部分性能较高,已超过国外同类产品,但电气部分却不理想,为提高整个系统性能,使用先进的控制技术,厂方要求对其建立较为准确的数学模型。针对过去曾使用过的频率测试法及理论分析法存在的问题,我们使用了现代控制理论中的相关—最小二乘的辨识方法,对该随动系统建立动态模型。

已知该系统的职能方框图如图1。

由图1知,系统为单输入单输出系统。若在 A 点加入激励信号,可以得到电压 U_a 、速度 Ω 和位置 θ 的输出信号。



图1 随动系统职能框图

本文使用伪随机信号相关仪,由其产生的伪随机信号作为激励信号,便得到 Ω 、 θ 。输出由相关仪进行相关运算,得到速度和位置脉冲函数,以此作为输出数据,用最小二乘法拟合合成差分方程的参数模型。

二、相关—最小二乘辨识及结果

第一步相关辨识

相关辨识实验线路如图2所示。

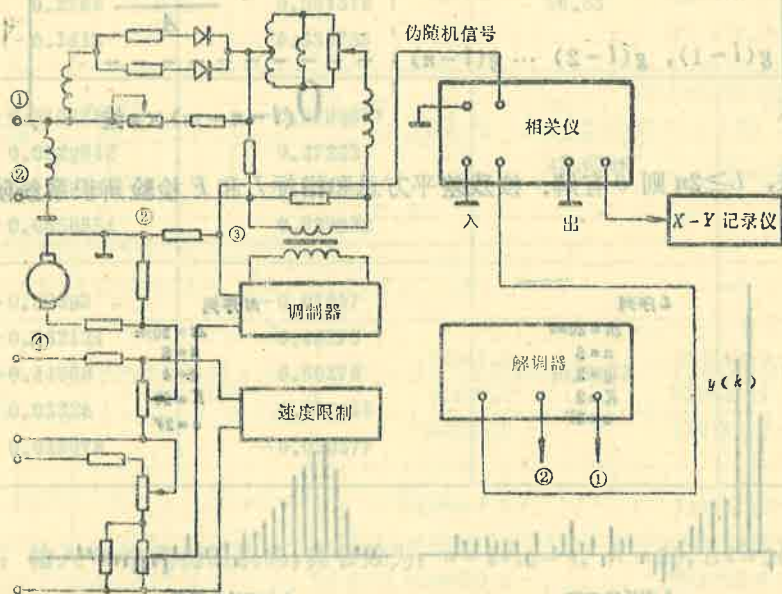


图2 实验线路(方位系统与高低系统相同)

位置环辨识时由②、③点加入试验信号(激励信号),由①、②点取出其输出信号,经解调器加入相关仪进行相关运算,其结果由X-Y记录仪打印出来。速度环辨识时,断开自整角机激励,由②、③点加入激励信号,由②、④观测点得到输出。

相关辨识结果示于图3。

图中 Δt 为钟周期; n —移位寄存器数; q —周期数; K —相关仪的放大倍数; a —伪随机信号幅值。

根据辨识对象的特点,需指出:(1)在实验设计时,辨识随动系统交流通道使用400周载波,故需将伪随机码调制成400周引入,为此钟周期选择除考虑系统通频带不能太大外,还应考虑其调制成400周后激励功率不能太小,两者应兼顾。(2)在使用数据时,由于对该系统协调状态和等速跟踪状态在线辨识得到的脉冲函数很相近,本文使用了协调状态数据。

第二步用最小二乘法将脉冲函数拟合为差分方程。由最小二乘公式:

$$\hat{\theta} = (Q^T Q)^{-1} Q^T G,$$

$$G^T = [g(1), g(2), \dots, g(l)],$$

$$\theta^T = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n],$$

$$Q = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ g(1) & 0 & \dots & 0 & \vdots & 0 \dots 0 \\ g(2) & g(1) & 0 & 0 & 0 & 0 \dots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g(l-1), g(l-2) \dots g(l-n) & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right] \begin{array}{l} m \text{ 步} \\ \frac{R_{uu}(0)}{A} \\ \vdots \\ \frac{R_{uu}(0)}{A} \\ 0_{(l-n-m) \times n} \end{array} \quad , A \text{ 为常数}$$

$(Q^T Q)$ 满秩, $L \geq 2n$ 则 $\hat{\theta}$ 有解. 按残差平方总和指标 J 和 F 检验辨识系统阶数 n 和滞后步数 m .

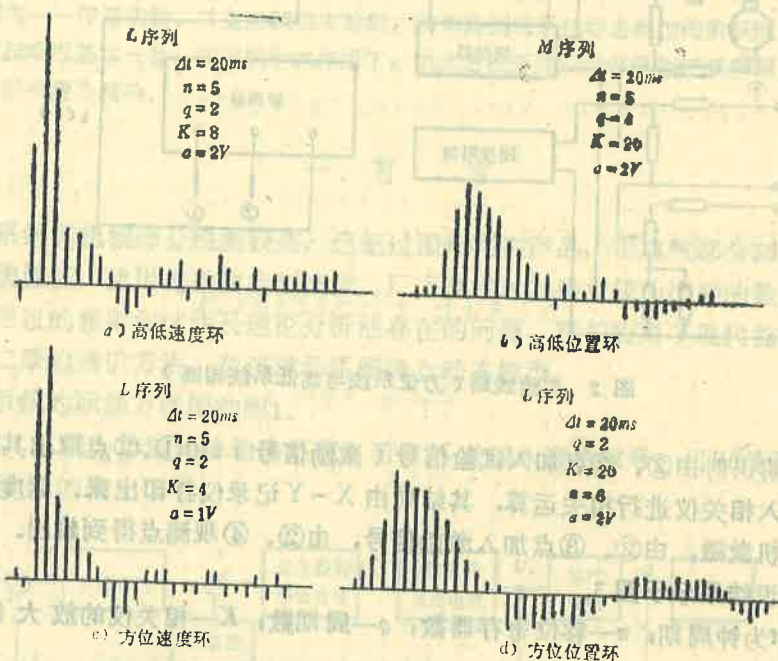


图 3 方位与高低系统相关辨识结果

辨识结果示于表1~4 (当 $m = 1$ 时 J 最小, 且录取部分数据).

(1) 高低随动系统

速度环: 输入 L 序列伪随机码, 参数为: $a = 2v$, $q = 2$, $K = 8$, $\Delta t = 20ms$, $n = 5$, 实测 $\overline{R_{uu}(0)} = 13.4$.

表 1

n	a_n	b_n	J	t
3	-0.7479	-0.0788657	56.83	20.2915
	0.2758	0.501518		
	-0.1413	0.531785		
4	-0.370778	-0.0768657	43.6749	3.4688
	0.0829612	0.47253		
	-0.105733	0.714061		
	-0.0558554	0.339932		
5	-0.50393	-0.07857	40.2232	0.90102
	-0.032124	0.48276		
	-0.44398	0.66378		
	-0.03328	0.166418		
	0.013078	-0.020377		

位置环: 输入 M 序列伪随机码, 其参数为: $a = 2\nu, q = 4, K = 20, \Delta t = 20\text{ms}, n = 5$,
实测 $R_{uv}(0) = 13.4$.

表 2

n	a_n	b_n	J	t
3	-1.13382	0.25754	267.721	3.2977
	-0.22588	-0.163238		
	0.43864	0.542699		
4	-0.98476	0.257545	166.176	7.02729
	-0.37784	-0.124847		
	0.302101	0.522759		
	0.157716	2.51296		
5	-0.690355	0.257545	104.707	6.16416
	-0.725888	-0.0490209		
	0.180159	0.471033		
	0.527486	2.65662		
	-0.179883	2.23627		

6	-0.438418	0.257545	85.351	2.1543
	-0.723755	0.0153602		
	-0.154193	0.50425		
	0.470701	2.75895		
	0.0158085	2.99125		
	-0.0107521	1.74224		

(2) 方位随动系统

速度环: 输入 L 序列伪随机码, 其参数为: $a=1v$, $q=2$, $K=4$, $\Delta t=20ms$, $n=5$,
实测 $R_{uv(0)}=8.37$.

表 3

n	a_n	b_n	J	t
3	-0.945347	-0.84033	1009.83	26.6456
	0.452628	0.07944		
	-0.197914	-0.939597		
4	-0.351447	-0.0840336	366.485	20.1879
	-0.0906604	0.0295334		
	-0.0284275	-0.893942		
	0.0180757	-0.859632		
5	-0.510316	-0.0840336	340.066	0.815695
	-0.131323	0.428837		
	0.0914498	-0.890525		
	-0.066381	-0.726476		
	0.0649886	0.258784		

位置环: 输入 L 序列伪随机码, 其参数为: $a=2v$, $q=2$, $K=20$, $\Delta t=20ms$, $n=6$,
实测 $R_{uv(0)}=13.4$.

表 4

n	3	4	5	6
6	-1.0358	-0.800035	-0.463629	-0.333571
	-0.15163	-0.297823	-0.446575	-0.445843
	0.25914	-0.34107	-0.526825	-0.612549
		0.55573	0.307533	0.266228
			0.302265	0.300231
				0.907124

3 期

b_n	0.553721	0.553721	0.553721	0.553721
	0.456635	0.537183	0.773458	0.845474
	1.29566	1.45759	1.72178	1.85617
		2.0797	2.64667	2.91817
J			3.21971	3.66662
				1.03398
	578.746	340.863	202.021	193.688
t	3.63815	19.1917	18.2125	1.09706

由上述结果得到系统差分方程模型。

方位随动系统其速度环为 4 阶，位置环为 5 阶。

速度环：

$$y(k) - 0.35145y(k-1) - 0.09y(k-2) - 0.0284y(k-3) + 0.018y(k-4) \\ = -0.084u(k-1) + 0.0295u(k-2) - 0.8939u(k-3) - 0.8596u(k-4) \quad (11)$$

位置环：

$$y(k) - 0.46y(k-1) - 0.4466y(k-2) - 0.5268y(k-3) + 0.307y(k-4) + 0.3023y(k-5) \\ = 0.554u(k-1) + 0.777u(k-2) + 1.72u(k-3) + 2.6467u(k-4) + 3.21u(k-5) \quad (12)$$

高低随动系统的速度环为 4 阶，位置环为 5 阶。

速度环：

$$y(k) - 0.37y(k-1) + 0.0829y(k-2) - 0.1057y(k-3) - 0.055y(k-4) \\ = -0.027u(k-1) + 0.47u(k-2) + 0.71u(k-3) + 0.34u(k-4) \quad (13)$$

位置环：

$$y(k) - 0.69y(k-1) - 0.73y(k-2) + 0.18y(k-3) + 0.53y(k-4) - 0.18y(k-5) \\ = 0.26u(k-1) - 0.049u(k-2) + 0.47u(k-3) + 2.66u(k-4) + 2.24u(k-5) \quad (14)$$

三、差分方程模型变换为传递函数模型

由相关—最小二乘法得到的差分方程模型 (12) ~ (14) 使用 Tuustin 法变换为惯用的传递函数形式^[4]，由关系

$$S^{-1} = \frac{T(z+1)}{2(z-1)}, \quad (15)$$

其中 T 为采样间隔，这里 $T = 20\text{ms}$ ，利用式 (15) 将 (12) ~ (14) 式变换为系统传函：

方位随动系统

速度环：

$$G_1(s) = \frac{-5.6 \times 10^{-5}s^3 + 1.8 \times 10^{-3}s^2 - 0.16s + 4.8}{2.3 \times 10^{-5}s^4 + 8.35 \times 10^{-3}s^3 + 1.15 \times 10^{-3}s^2 + 6 \times 10^{-2}s + 1}$$

位置环:

$$G_2(s) = \frac{8.8 \times 10^{-7}s^4 - 2.6 \times 10^{-4}s^3 + 2.26 \times 10^{-2}s^2 - 2.29s + 87.46}{8.97 \times 10^{-10}s^6 + 3.34 \times 10^{-7}s^4 + 4.8 \times 10^{-5}s^3 + 7.7 \times 10^{-3}s^2 + 7.3 \times 10^{-2}s + 1}$$

高低随动系统

$$G_3(s) = \frac{4.1 \times 10^{-4}s^3 - 0.11s + 5.49}{2.7 \times 10^{-3}s^4 + 8.6 \times 10^{-6}s^3 + 9.98 \times 10^{-4}s^2 + 6.7 \times 10^{-2}s + 1}$$

位置环:

$$G_4(s) = \frac{8.2 \times 10^{-7}s^4 - 2.26 \times 10^{-4}s^3 + 3.12 \times 10^{-2}s^2 - 3.53s + 104}{2 \times 10^{-9}s^6 + 3.6 \times 10^{-7}s^4 + 1.4 \times 10^{-4}s^3 + 6.15 \times 10^{-3}s^2 + 0.12s + 1}$$

四、动态模型辨识结果分析

用相关—最小二乘法得到的动态模型,用 BASIC语言在 TP803 机上求其阶跃响应得到的波形与在实际系统上实验得到的阶跃响应一并画在图4和图5中。

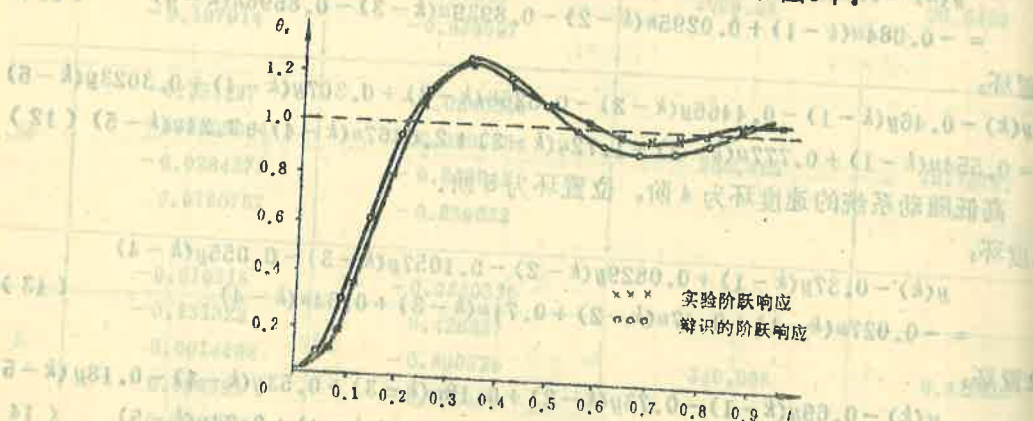


图4 方位系统位置环辨识与实验阶跃响应

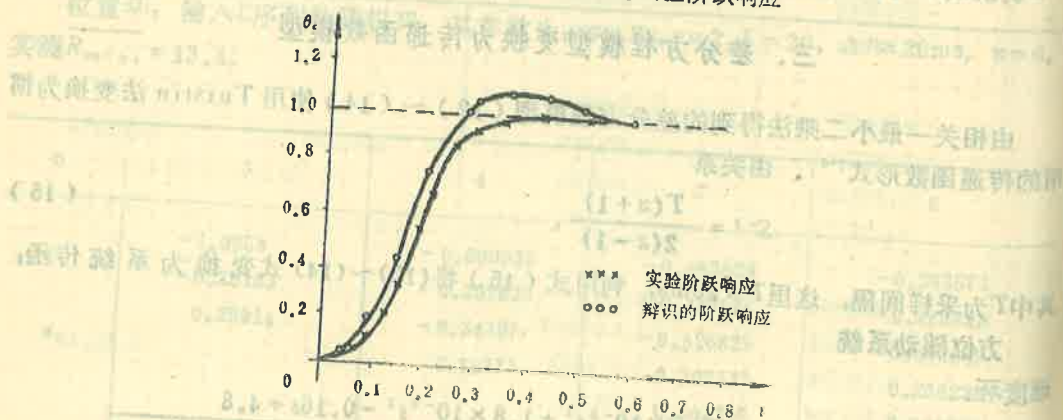


图5 高低系统位置环辨识与实验阶跃响应

由辨识得到动态模型与实际系统的阶跃响应比较列入表 5.

表 5

指 标	辨识模型的阶跃响应		实际系统的实验阶跃响应	
	方 位	高 低	方 位	高 低
最大超调量 $\sigma\%$	28	7	27	0
调整时间 t_s (秒)	0.72	0.45	0.48	0.28

由上述比较可见,用相关—最小乘方法辨识得到的动态模型与实际系统是很接近的.

由于辨识方法可以使用小信号的输入而得到大幅度输出,从而提高了辨识的精度.且小实验信号得到动态模型更接近线性,因而阶跃响应的结果中 $\sigma_p\%$ 、 t_s 都较实验结果大和长.另一方面由于相关辨识抗扰能力强,故输出数据脉冲响应函数做为样本进行最小二乘估计,其样本是很理想的,因而此方法在工程上受到重视.

从辨识结果看,方位系统位置环为 5 阶,速度环为 4 阶,若考虑高次项系数的影响可近似为 3 阶和 2 阶.

相关—最小二乘法辨识得到的动态模型是系统线性模型,若实际系统工作在大控制信号时,则存在着非线性的影响,这时若对模型控制,要有一定的修正以满足控制的需要.

参 考 文 献

- [1] 韩光文, 辨识与参数估计, 国防工业出版社, (1980), 15—26.
- [2] W. D. T. 戴维斯, 自适应控制系统的识别, 科学出版社, (1977), 35—45.
- [3] G. C. 哥德温, R. L. 潘恩, 动态系统辨识试验设计与数据分析, 科学出版社, (1983), 25—48.
- [4] 吴如松, 实时数字模拟方法, 自动化学报, 6, 2, (1980), 146—156.
- [5] 卢桂章, 现代控制理论基础 (上册), 数学基础与数学模型的识别, 化工出版社, (1979).
- [6] Soderstrom T. L. Ljung and I. Gustavson, A Theoretical Analysis of Recursive Identification Methods. Automatica (4) 14, (1978), 231—244.

DYNAMIC MODEL IDENTIFICATION OF A SERVO SYSTEM BY CORRELATION- LEAST SQUARES

Feng Yajun, Pen Zijin

(Beijing Institute of Technology)

Abstract

In this paper, an on-line identification for a servo system performed with a Pseudo-Random Signal-Correlation Analyzer is introduced. The identified nonparametric models are in the form of impulse response. Based on the impulse response functions, the parametric models represented by difference equations are then obtained by least squares. The transfer function models describing the continuous system are finally obtained by using bilinear Z-transform.

The simulated step-response of the dynamic models are compared with the real ones. The results of them are shown to be basically identical.

- (1) 韩光文, 傅永清等, 《控制理论与应用》, 1980, 15-23.
- (2) W.D.T. 等, 《控制理论与应用》, 1977, 25-28.
- (3) G.C. 等, 《控制理论与应用》, 1980, 25-28.
- (4) 吴晓, 《控制理论与应用》, 1980, 15-23.
- (5) 吴晓, 《控制理论与应用》, 1980, 15-23.
- (6) 吴晓, 《控制理论与应用》, 1980, 15-23.
- (7) 吴晓, 《控制理论与应用》, 1980, 15-23.
- (8) 吴晓, 《控制理论与应用》, 1980, 15-23.
- (9) 吴晓, 《控制理论与应用》, 1980, 15-23.
- (10) 吴晓, 《控制理论与应用》, 1980, 15-23.