第3卷 第3期
1986年9月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 3, No. 3
Sept., 1986

外界干扰存在时的MRAC研究

王　宏

（华中工学院）

摘　要

本文对外界干扰存在时的参考模型自适应控制系统进行了研究，并分别在状态可测和不可测情况下给出了相应的自适应规律。实时仿真的结果表明：文中给出的方案是可行的。

一、被控对象状态可测时的理想组合模型及自适应律

设被控对象的状态方程是

$$P: \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p + E_p d, \tag{1}$$

其中　$x_p \in R^n$，$u_p \in R^m$，$d \in R^l$，d 为可测干扰。A_p、B_p 和 E_p 分别是未知定常矩阵。

理想组合模型取为

$$M: \dot{x}_m = A_m x_m + B_m r + E_m d, \tag{2}$$

其中　$x_m \in R^n$，$r \in R^m$ 为理想输入，A_m 是稳定矩阵。

我们的目的是确定 u_p 以使：

$$\lim_{t\to\infty} (x_m - x_p) = \lim_{t\to\infty} e = 0。\tag{3}$$

为此，取 u_p 的结构如下：

$$u_p = G(Rr + Wd - Fx_p), \tag{4}$$

式中　G，R，W 和 F 是自适应增益矩阵，那么式（1）变为：

$$\dot{x}_p = (A_p - B_p GF) x_p + B_p GRr + (B_p GW + E_p) d。\tag{5}$$

类似于文献[3]，设存在（R^*，G^*，W^*，F^*）使得

$$A_p - B_p G^* F^* = A_m, \tag{6}$$

$$B_p G^* R^* = B_m, \tag{7}$$

$$B_p G^* W^* + E_p = E_m \tag{8}$$

成立。则：

（Ⅰ）当 B_p 已知时，有：

$$\dot{e} = A_m e + B_p \phi x_p + B_p \psi r + B_p \Xi d, \tag{9}$$

本文于1985年5月10日收到，1986年1月17日收到修改稿。

其中　$\phi = GF - G^*F^*$，$\psi = G^*R^* - GR$，$E = G^*W^* - GW$．由文献[3]中的结果，可得自适应律为

$$\dot{\phi} = -\Gamma_1 B_p^T P e x_p^T, \tag{10}$$

$$\dot{\psi} = -\Gamma_2 B_p^T P e r^T, \quad (\Gamma_i = \Gamma_i^T > 0;\ i = 1, 2, 3) \tag{11}$$

$$\dot{E} = -\Gamma_3 B_p^T P e d^T, \tag{12}$$

而P是方程 $A_m^T P + PA_m = -Q\ (Q = Q^T > 0)$之正定解。

（Ⅱ）B_p未知且 $R = I$ 时，有：

$$\dot{e} = A_m e + B_m \bar{\phi} x_p + B_m \bar{\psi} G[(r - Fx_p) + Wd] + B_m \bar{E} d, \tag{13}$$

其中　$\bar{\phi} = F - F^*$，$\bar{\psi} = G^{-1} - G^{*-1}$，$\bar{E} = W^* - W$，　相应的自适应律为

$$\dot{F} = -\Gamma_1 B_m^T P e x_p^T;\quad \dot{W} = \Gamma_2 B_m^T P e d^T, \tag{14}$$

$$\dot{G} = G\Gamma_3 B_m^T P e (r - Fx_p + Wd)^T G^T G, \tag{15}$$

而$\Gamma_i (i = 1, 2, 3)$和P的意义同（Ⅰ）。

二、状态不可测时的自适应控制

此时，被控对象由下式表示：

$$P: y_p(s) = W_p(s) u_p(s) - W_d(s) d(s), \tag{16}$$

其中　$W_p(s) = k_p z_p(s)/R_p(s)$，$W_d(s) = k_d z_d(s)/R_p(s)$，$z_{(\cdot)}(s)$是首1的Hurwitz多项式，$R_p(s)$为首1多项式且 $\deg z_{(\cdot)}(s) < n$，$k_{(\cdot)}$为符号已知的常数，n和$\deg z_{(\cdot)}$也设为已知。而相应的状态方程是

$$P: \dot{x}_p = A_p x_p + b_p u_p + l_p d, \tag{17}$$

$$y_p = h_p^T x_p, \tag{18}$$

取理想组合模型为

$$M: y_m = W_{mr}(s) r - W_{md}(s) d, \tag{19}$$

其中　$W_{mr} = k_{mr} z_{mr}(s)/R_m(s)$，$W_{md} = k_{md} z_{md}(s)/R_m(s)$，$z_{m(\cdot)}$和$R_m$均为首1 Hurwitz多项式。我们的目的是求$u_p$使得

$$\lim_{t\to\infty} e_p = \lim_{t\to\infty} (y_p - y_m) = 0. \tag{20}$$

为此，构造如下图所示的控制方案：

图中　f_i和c_0为可调环节，它们的方程是

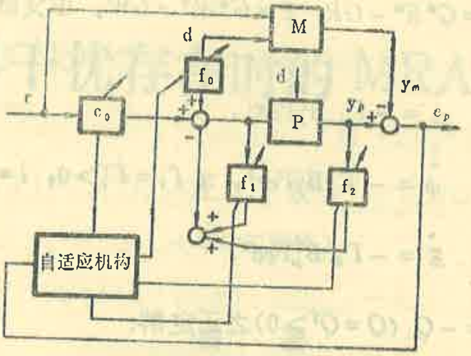

图 1

$$f_0: \dot{v}^{(0)} = \Lambda v^{(0)} + bd, \tag{21}$$

$$w^{(0)} = f_0^T\ v^{(0)} + k_0 d, \tag{22}$$

$$f_1: \dot{v}^{(1)} = \Lambda v^{(1)} + bu_p, \tag{23}$$

$$w^{(1)} = c^T v^{(1)}, \tag{24}$$

$$f_2: \dot{v}^{(2)} = \Lambda v^{(2)} + by_p, \tag{25}$$

$$w^{(2)} = g^T v^{(2)} + g_0 y_p, \tag{26}$$

其中　$\Lambda \in R^{(n-1)\times(n-1)}$且稳定，$b^T = [0, 0, \cdots, 0\ 1]$. 定义：

$$w^T = [r(t),\ d(t),\ v^{T(0)}(t),\ -v^{T(1)}(t),\ -y_p(t),\ -v^{T(2)}(t)],$$

$$\theta^T = [c_0(t),\ k_0(t),\ f_0^T(t),\ c^T(t),\ g_0(t),\ g^T(t)], \tag{27}$$

则可以证明存在$\theta = \theta^*$使得可调系统和理想模型完全匹配，且误差e_p满足：

$$\dot{e} = A_c e + b_c \phi^T w;\ \ e \in R^{4n-3}, \tag{28}$$

$$e_p = h_c^T e, \tag{29}$$

其中　$\phi = \theta - \theta^*$, $h_c^T = [h_p^T,\ 0,\ 0,\ 0]$, A_c和b_c分别为

$$A_c = \begin{pmatrix} A_p - g_0^* b_p h_p^T & b_p f_0^{*T} & -b_p c^{*T} & -b_p g^{*T} \\ 0 & \Lambda & 0 & 0 \\ -g_0^* b h_p^T & b_0 f_0^{*T} & \Lambda - bc^{*T} & -bg^{*T} \\ bh_p^T & 0 & 0 & \Lambda \end{pmatrix};\quad b_c = \begin{pmatrix} l_p + k_0^* b_p \\ b \\ k_0^* b \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{30}$$

而相应的传递函数是

$$W_c(s) = h_c^T\ (sI - A_c)^{-1} b_c = \frac{k_p}{k_{mr}} W_{mr}(s), \tag{31}$$

那么，由文献〔3〕的结果可得如下的自适应律

$$\dot{\phi} = -\Gamma e_p \xi(t) \qquad (\xi(t) = L^{-1}(s) w(t)), \tag{32}$$

其中 $L(s)$是使$W_{mr}(s)L(s)$严正实。

三、例　　子

在这里，我们用 z—8000 微处理机进行实时仿真。

例 1　水轮机转速的自适应控制

$$\dot{x}_p = \begin{bmatrix} -0.623 & 0.549 & -0.42 & 0 \\ 0 & -0.7 & -0.04 & 0 \\ 0 & 0 & -35.2 & 35.2 \\ 0 & 0 & 0 & -2.56 \end{bmatrix} x_p + \begin{bmatrix} 11.3 \\ 0.4 \\ 0.82 \\ 40 \end{bmatrix} u_p + \begin{bmatrix} -0.256 \\ 0 \\ -0.04 \\ -0.1 \end{bmatrix} d,$$

$$\dot{x}_m = \begin{bmatrix} -4.534 & 0.023 & 0.012 & 0 \\ 0 & -2.72 & 0.023 & 0 \\ 0 & 0 & -35.8 & 35.8 \\ 0 & 0 & 0 & -2.74 \end{bmatrix} x_m + \begin{bmatrix} 11.3 \\ 0.4 \\ 0.82 \\ 40 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} 0.08 \\ 0 \\ 0 \\ 0.12 \end{bmatrix} d,$$

仿真结果如图 2 所示。

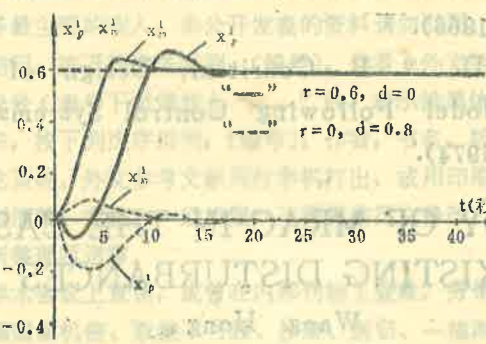

图 2

例 2　设被控对象和模型分别为

$$y_p = \frac{s+1.05}{s^2+0.2s+10} u_p - \frac{s+0.025}{s^2+0.2s+10} d,$$

$$y_m = \frac{0.2(s+2)}{s^2+10s+16} r + \frac{0.0016(s+0.01)}{s^2+10s+6} d,$$

则仿真的结果如图 3。

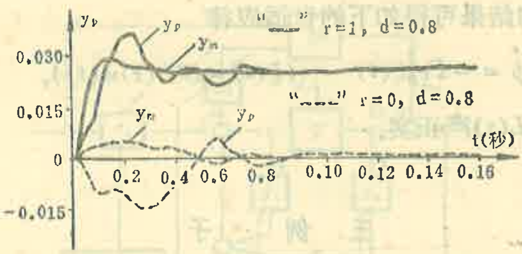

图 3

四、结　论

对于抗干扰性要求很强的不确定系统，可以构造一个理想组合模型并由此确定自适应规律，使系统具有良好的动态品质。

参 考 文 献

〔1〕 Narendra, K. S. & L. S. Valavani, Stable Adaptive Controller Design-Direct Control, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-**23**, 4, (August 1978).

〔2〕 Yoan D. Landau, Adaptive Control—The Model Reference Approach, New York, (1979).

〔3〕 韩曾晋，自适应控制系统，机械工业出版社，(1983).

〔4〕 Parks, P. C., Lyapunov Redesign of Model Reference Adaptive Control Systems, IEEE Trans. Automat. Contr., AC-**11**, (July, 1966).

〔5〕 Landau, I. D. & B. Couritial, Design of Multivariable Adaptive Model Following Control Systems, Automatica. (September, 1974).

A STUDY OF MRAC IN THE CASE OF EXISTING DISTURBANCES

Wang Hong

(Huazhong Institute of Technology, Wuhan)

Abstract

This paper deals with the design of Model-reference-Adaptive Controllers in the case when there exist disturbances. The adaptive control laws for both the state-measurable and the state-unmeasurable cases are obtained. A Z-8000 16bits microprocessor is used for the real-time simulation, and the results show that this adaptive control law is applicable and gives suitable system performance.