

线性系统参数故障检测与诊断的 ——一种两级 Kalman 滤波算法

叶银忠 潘日芳 蒋慰孙

(华东化工学院)

摘 要

本文研究了线性系统的参数故障检测与诊断问题,提出了一种适于系统内部及控制器故障的两级 Kalman 滤波算法。该算法中,初级滤波器建立在系统无故障的假设上,对其新息序列作简单的假设检验即可实现故障的检测。当系统发生故障时,次级滤波器即从初级滤波器的新息序列中估计出参数故障的大小。仿真结果表明,这一算法是可行且有效的。

一、引 言

随着对系统可靠性要求的不断提高,动态系统的故障检测与诊断问题已日益引起了人们的重视。参数故障是一种常见的故障型式,其检测与诊断问题一直是人们研究的重点之一。现有的方法大致可归为两类:

(1) 参数估计法。使用推广的 Kalman 滤波或其它类似的方法直接跟踪与故障有关的参数,通过分析这些参数的变化情况实现故障的检测与诊断。可参考文献[1~4]。

(2) 统计分析法。其基本原理是通过设置残差发生器来强化故障的外部效应,然后对此残差序列进行适当的统计分析,以实现故障的检测与诊断。通常采用 Kalman 滤波器作为残差发生器。可参考文献[5~10]。

参数估计法的算法简单易行,但为了保证故障检测与诊断的效果,整个算法必须不间断地反复执行。此外,推广的 Kalman 滤波器有时难以跟踪系统中变化剧烈的参数,这在一定程度上也限制了这类方法的应用。而统计分析法中,允许故障的检测和诊断分步、独立地进行。然而,根据统计分析原理导出的故障诊断的算法,常常因为过于复杂而难以实际应用。

本文研究了线性系统的内部故障和控制器故障的检测与诊断问题。在建立了系统的偏差模型的基础上,导出了一种适用于系统观测噪声较小情况下的两级 Kalman 滤波算法。该算法的结构如图 1 所示。其中,偏差模型描述了实际系统与其正常工况之间的

偏离情况。这一偏离是由故障引起的。初级 Kalman 滤波器作为强化参数故障外部效应的工具,提供了一个新息序列。对此新息序列作简单的假设检验即可实现故障的检测。当检验结果认为系统已发生故障时,就发出报警信号,同时启动次级 Kalman 滤波器估计出参数故障的大小。由于在结构上采用了检测与诊断分级执行的方式,而且以递推形式的 Kalman 滤波器作为主体算法,所以这种两级 Kalman 滤波算法兼容了参数估计和统计分析法各自的优点,结构合理,计算负荷较小。本文通过计算机仿真表明,这一算法是可行并有效的。

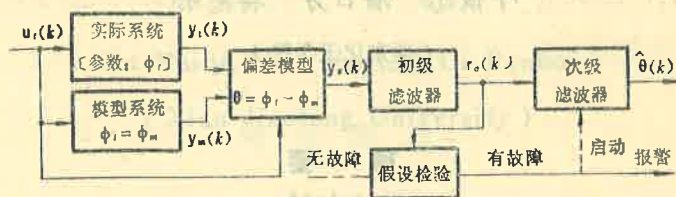


图1 两级 Kalman 滤波算法结构

二、偏差模型

考虑如下的线性、时间离散的随机动态系统

$$x_i(k+1) = A(\phi_i)x_i(k) + B(\phi_i)u_i(k) + w(k), \quad (2.1)$$

$$y_i(k+1) = Cx_i(k+1) + v(k+1), \quad (2.2)$$

其中, $x_i \in R^n$ 、 $u_i \in R^r$ 、 $y_i \in R^m$ 分别是系统的状态向量、控制向量和观测向量。 w 、 v 分别是系统噪声和观测噪声,且其均值为零、协方差矩阵分别为 Q 和 R 。 $\phi_i \in R^p$ 表示系统的参数向量,其显著变化即意味着系统内部或控制器发生了故障。此外,设 $\text{rank}(C) = m$ 。

假设上述系统在正常工况下的参数为 $\phi_i = \phi_m$ 。相应地可有如下的确定性参考模型系统

$$x_m(k+1) = A(\phi_m)x_m(k) + B(\phi_m)u_i(k), \quad (2.3)$$

$$y_m(k+1) = Cx_m(k+1). \quad (2.4)$$

定义偏差状态向量: $x_e(k) \triangleq x_i(k) - x_m(k)$, 偏差输出向量: $y_e(k) \triangleq y_i(k) - y_m(k)$, 并令 $x_e(k)$ 满足如下的动态方程:

$$x_e(k+1) = Ex_e(k) + Bu_i(k) + Sy_i(k) + w(k). \quad (2.5)$$

当系统观测噪声较小,即满足 $y_i(k) \approx Cx_i(k)$ 时,由式(2.1)~(2.4)可以导出

$$E = A(\phi_m), \quad B = B(\phi_i) - B(\phi_m), \quad S = [A(\phi_i) - A(\phi_m)]C^T[CC^T]^{-1}. \quad (2.6)$$

将矩阵 $A(\phi_i)$ 和 $B(\phi_i)$ 在 ϕ_m 附近对 ϕ_i 进行线性化处理,可得:

$$A(\phi_i) = A(\phi_m) + \sum_{j=1}^p \theta_j \tilde{A}_j, \quad B(\phi_i) = B(\phi_m) + \sum_{j=1}^p \theta_j \tilde{B}_j, \quad (2.7)$$

其中, θ_j 是参数故障向量 $\theta \triangleq \phi_i - \phi_m$ 的第 j 个分量. 记 ϕ_i 的第 j 个分量是 $\phi_{i,j}$, 则

$$\tilde{A}_j \triangleq \frac{\partial}{\partial \phi_{i,j}} [A(\phi_i)] \bigg|_{\phi_i = \phi_m}, \quad \tilde{B}_j \triangleq \frac{\partial}{\partial \phi_{i,j}} [B(\phi_i)] \bigg|_{\phi_i = \phi_m}.$$

将式(2.7)代入式(2.6), 即有

$$S = \sum_{j=1}^p \theta_j \tilde{A}_j, \quad B = \sum_{j=1}^p \theta_j \tilde{B}_j. \quad (2.8)$$

上式中, $\bar{A}_i \triangleq \tilde{A}_i C^T [C C^T]^{-1}$. 将有关各式代入方程(2.5)中, 即可得:

$$x_e(k+1) = A(\phi_m) x_e(k) + \sum_{j=1}^p \theta_j [\tilde{B}_j u_i(k) + \bar{A}_j y_i(k)] + w(k). \quad \text{令}$$

$$G(k) \triangleq [\tilde{B}_1 u_i(k) + \bar{A}_1 y_i(k), \tilde{B}_2 u_i(k) + \bar{A}_2 y_i(k), \dots, \tilde{B}_p u_i(k) + \bar{A}_p y_i(k)]. \quad (2.9)$$

显然 $G(k) \in R^{n \times p}$. 若考虑参数故障 θ 的时变特性, 记 k 时刻的参数故障为 $\theta(k)$, 则偏差状态方程和偏差输出方程最终可写成如下形式:

$$x_e(k+1) = A(\phi_m) x_e(k) + G(k) \theta(k) + w(k), \quad (2.10)$$

$$y_e(k+1) = C x_e(k+1) + v(k+1). \quad (2.11)$$

方程(2.10)、(2.11)构成了系统的偏差模型. 原来隐含在系统状态方程(2.1)中的代表故障的参数向量 ϕ_i , 在这一偏差模型中被分离成了线性系统的输入 $\theta(k)$. 这一分离给故障的检测与诊断带来了很大的方便.

三、参数故障的检测

由上节的讨论可知, 系统未发生故障时, $\theta(k) \equiv 0$. 此时相应的偏差模型为

$$x_e(k+1) = A(\phi_m) x_e(k) + w(k), \quad (3.1)$$

$$y_e(k) = C x_e(k) + v(k). \quad (3.2)$$

可见, 当上述系统稳定时, $E\{y_e(k)\} \rightarrow 0 (k \rightarrow \infty)$. 而如果 $\theta(k) \neq 0$, 则 $E\{y_e(k)\}$ 不可能趋于零. 因此, 偏差输出向量 $y_e(k)$ 的大小即能大致反映系统的故障状况. 然而, 观测序列 $\{y_e(k), k=0, 1, 2, \dots\}$ 是一个相关的序列, 且取决于初始偏差状态 $x_e(0)$, 所以仅根据 $y_e(k)$ 是难以实现精确的故障检测与诊断的. 为此, 根据相应于实际系统正常工况的偏差

模型 (3.1)、(3.2), 设置如下的 Kalman 滤波器^[11]:

$$\hat{x}_e(k+1) = A(\phi_m) \hat{x}_e(k) + K(k+1)r_a(k+1), \quad (3.3)$$

$$K(k+1) = U(k+1)C^T R_\theta^{-1}(k+1), \quad (3.4)$$

$$U(k+1) = A(\phi_m)P(k)A^T(\phi_m) + Q, \quad (3.5)$$

$$R_\theta(k+1) = C \cdot U(k+1)C^T + R, \quad (3.6)$$

$$P(k+1) = [I - K(k+1)C]U(k+1), \quad (3.7)$$

$$r_a(k+1) = y_e(k+1) - C \cdot A(\phi_m) \hat{x}_e(k). \quad (3.8)$$

上述滤波器称为初级 Kalman 滤波器。当系统无故障时, 它提供了 $x_e(k)$ 的最优估计, 同时其新息序列 $r_a(k)$ 是一个零均值、协方差阵为 $R_\theta(k)$ 的白噪声序列。

当实际系统发生了故障时, 相应的偏差模型由方程 (2.10) 和 (2.11) 描述。此时, $x_e(k)$ 的最优估计可以通过对上述滤波器中的方程 (3.3) 和 (3.8) 作如下的修正而得到

$$\hat{x}_e(k+1) = A(\phi_m) \hat{x}_e(k) + G(k)\theta(k) + K(k+1)r_n(k+1), \quad (3.3)'$$

$$r_n(k+1) = y_e(k+1) - C[A(\phi_m) \hat{x}_e(k) + G(k)\theta(k)]. \quad (3.8)'$$

此时, 新息序列 $r_n(k)$ 也是一个均值为零、协方差矩阵为 $R_\theta(k)$ 的白噪声序列。

由方程 (3.8) 和 (3.8)' 可见

$$r_a(k+1) = CG(k)\theta(k) + r_n(k+1). \quad (3.9)$$

所以, $E\{r_a(k+1)\} = CG(k)\theta(k)$ 。也就是说, 实际系统是否有故障, 反映在初级滤波器的新息序列上, 就是其均值是否为零的问题。这样, 就把参数故障的检测归结为对随机序列的均值作是否为零的假设检验问题。为便于处理, 将 $r_a(k)$ 标准化, 即令 $\eta(k) = [R_\theta(k)]^{-1/2} \cdot r_a(k)$ 。显然有

$$E\{\eta(k) \cdot \eta^T(j)\} = I \cdot \delta_{ki}.$$

上式中的 δ_{ki} 是 Kronecker δ -函数, I 是单位阵。

对于数据窗长度为 N 的随机序列,

$$\{\eta(j), j = k-N+1, k-N+2, \dots, k\}. \quad (3.10)$$

作假设

$$\begin{cases} H_0 & \text{——序列 (3.10) 的均值为零, 即系统无故障.} \\ H_1 & \text{——序列 (3.10) 的均值非零, 即系统已发生故障.} \end{cases}$$

并构造统计量

$$\bar{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{j=k-N+1}^k \eta(j). \quad (3.11)$$

由数理统计理论可知, $\bar{\eta}$ 是服从 $N\left(0, \frac{1}{N}I\right)$ 分布的随机向量. 因此, $\sqrt{N}\bar{\eta}$ 服从 $N(0, I)$ 分布.

取假设检验的显著性水平 $\alpha = 0.02$, 即选择 $\eta_{\alpha/2}$, 使:

$$P\{|\sqrt{N}\bar{\eta}_i| \geq \eta_{\alpha/2} | H_0\} = \alpha (= 0.02) \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

则查有关正态分布概率表易知 $\eta_{\alpha/2} = 2.327$. 因此, 故障检测的决策规则是:

(1) 若对于 $\bar{\eta}$ 的各分量 $\bar{\eta}_i (i = 1, 2, \dots, m)$, 均有 $|\bar{\eta}_i| \leq 2.327/\sqrt{N}$, 则接受假设 H_0 , 而认为系统正常.

(2) 否则, 拒绝假设 H_0 , 而认为系统有故障.

这一故障检测过程是相当简单的. 在作假设检验时, 为了保证统计量 $\bar{\eta}$ 对参数故障具有一定的灵敏度, 数据窗长度 N 不宜过大. 同时为了保证结果的精确度, N 也不宜过小. 因此, N 的大小是需要根据具体情况合理选取的.

显著性水平 α 的物理意义是 $\alpha = P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0\}$. 也就是说, α 是假设检验过程中发生“弃真”错误, 从而造成误报警的概率. 因此, 恰当地选择 α 的大小就能控制误报警率.

四、参数故障的估计

上一节讨论了利用假设检验实现参数故障的实时检测的方法. 如果检验的结果认为系统已发生了故障, 就需要进一步估计出参数故障的大小.

方程 (3.9) 描述了参数故障 $\theta(k)$ 与初级 Kalman 滤波器的新息序列 $r_o(k+1)$ 的关系, 可视为 $\theta(k)$ 的观测方程. 令 $G_1(k) \triangleq CG(k)$, $y_\theta(k) \triangleq r_o(k+1)$, $\varepsilon_2(k) \triangleq r_n(k+1)$. 显然 $\varepsilon_2(k)$ 的协方差阵为 $R_\theta(k+1)$. 这样, 方程 (3.9) 又可写成

$$y_\theta(k) = G_1(k)\theta(k) + \varepsilon_2(k). \quad (4.1)$$

通常在利用 Kalman 滤波方法估计系统中未知的参数时, 可用如下的状态方程来描述参数的变动^[12]:

$$\theta(k+1) = \theta(k) + \varepsilon_1(k). \quad (4.2)$$

其中 $\varepsilon_1(k)$ 是均值为零、协方差阵设为 Q_θ 的白噪声.

对于方程 (4.2) 和 (4.1) 描述的系统, 可以设置如下的 Kalman 滤波器:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K_\theta(k+1)[y_\theta(k+1) - G_1(k)\hat{\theta}(k)], \quad (4.3)$$

$$K_\theta(k+1) = U_\theta(k+1) G_1^T(k) [G_1(k)U_\theta(k+1) G_1^T(k) + R_\theta(k)]^{-1}, \quad (4.4)$$

$$U_{\theta}(k+1) = P_{\theta}(k) + Q_{\theta}; \quad (4.5)$$

$$P_{\theta}(k+1) = [I - K_{\theta}(k+1)G_1(k)]U_{\theta}(k+1). \quad (4.6)$$

这一滤波器称为次级滤波器。给出初始条件 $P_{\theta}(0)$ 和 $\hat{\theta}(0)$ 后, 它就能提供参数故障 $\theta(k)$ 的最优估计。注意到 $r_a(k) = y_{\theta}(k-1)$, 所以在 k 时刻次级滤波器得到的观测信号是 $r_a(k)$, 而据此估计出的是 $\hat{\theta}(k-1)$ 。

五、仿真计算结果

本节拟通过一个计算机仿真计算的例子来说明两级 Kalman 滤波算法的有效性。考虑如下的系统:

$$x_i(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.1a & -0.8a & -0.25b^2 \end{bmatrix} x_i(k) + \begin{bmatrix} 0 & 2.5b \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u_i(k) + w(k).$$

$$y_i(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x_i(k) + v(k).$$

其中, 参数向量 $\phi_i = (a, b)^T$ 的正常值设为 $\phi_m = (1.0, 1.0)^T$ 。且 $w(k)$ 和 $v(k)$ 的协方差阵设为

$$Q = \text{diag}(4 \times 10^{-4}, 4 \times 10^{-4}, 4 \times 10^{-4}), R = \text{diag}(10^{-4}, 10^{-4}).$$

并取系统的输入为单位阶跃信号 $u_i(k) = (1, 1)^T (k > 0)$ 。

对于这一系统, 设参数 a 和 b 发生了如图 2 所示的变化, 即参数故障。使用本文提出的两级 Kalman 滤波法, 对此系统进行仿真计算, 可以得到如图 2 所示的结果。由该图可见, 参数 a 在 $k=20$ 时开始变化, 到 $k=26$ 时 a 的变化被检测出来, 同时开始估计故障的大小。当 $k=30$ 时, 参数 b 也发生了变化。从图中可以看出, 使用两级 Kalman 滤波算法, 参数故障即能得到有效的检测与诊断。仿真计算中采用的假设检验数据窗长度为 $N=10$, 有关滤波器的噪声协方差阵及初始条件为

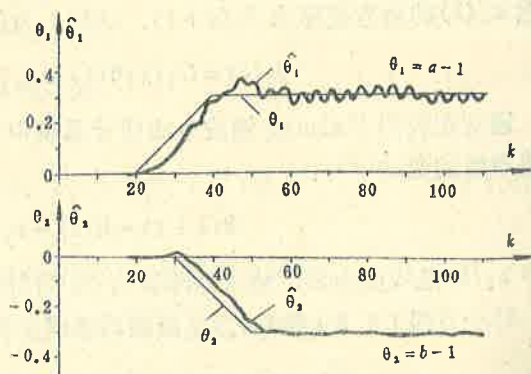


图 2 参数故障检测与诊断的仿真计算结果

仿真计算中采用的假设检验数据窗长度为 $N=10$, 有关滤波器的噪声协方差阵及初始条件为

初级滤波器:

$$P(0) = \text{diag}(10^{-4}, 10^{-4}, 10^{-4}), \quad \hat{x}_e(0) = (0, 0, 0)^T.$$

次级滤波器:

$$Q_0 = \text{diag}(3.6 \times 10^{-5}, 1.2 \times 10^{-5}),$$

$$P_0(0) = \text{diag}(6.4 \times 10^{-5}, 3.6 \times 10^{-5}), \quad \hat{\theta}(0) = (0, 0)^T.$$

六、结 论

本文提出了一种用于线性系统参数故障检测与诊断的新方法,即基于偏差模型的两级Kalman滤波算法。该算法可以有效地解决系统观测噪声较小时,其内部故障及控制器故障的检测及诊断问题。由于在该算法中,允许参数向量 ϕ 对系统的作用是非线性的,所以它具有较大的适用范围。

参 考 文 献

- [1] Himmelblau, D. M., Fault Detection and Diagnosis in Chemical and Petrochemical Processes, Chemical Engineering Monographs, **8**, (1978).
- [2] Watanabe, K., Himmelblau, D. M., Fault Diagnosis in Nonlinear Chemical Processes, AlChE Journal, **29**, (1983), 243—261.
- [3] Park, S., Himmelblau, D. M., Fault Detection and Diagnosis via Parameter Estimation in Lumped Dynamic Systems, Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., **22**, (1983), 482—487.
- [4] Caglayan, A. K., Lancraft, R. E., A Separated Bias Identification and State Estimation Algorithm for Nonlinear Systems, Automatica, **19**, (1983), 561—570.
- [5] Yoshimura, T., Watanabe, K., et al., A Sequential Failure Detection Approach and the Identification of Failure Parameters, Int. J. Systems Sci., **10**, (1979), 827—836.
- [6] Willsky, A. S., Jones, H. L., A Generalized Likelihood Ratio Approach to the Detection and Estimation of Jumps in Linear Systems, IEEE Trans. Aut. Control, AC—**21**, (1976), 108—112.
- [7] Tulpule, B. R., Knapp, C. H., Parametric Failure Detection and Estimation in Linear Systems, (1982) American Control Conference, **2**, 805—807.
- [8] Lancraft, R. E., Caglayan, A. K., A Fault Tolerant Approach

- to State Estimation and Failure Detection in Nonlinear Systems, (1982) American Control Conference, **2**, 799—804.
- [9] Tulpule, B. R., Knapp, C. H., Robust Detection and Estimation of Soft Failure in Linear Systems, IEEE Conf. on Decision and Control, (1980), 1013—1019.
- [10] Mehra, R. K., Peschon, J., An Innovations Approach to Fault Detection and Diagnosis in Dynamic Systems, Automatica, **7**, (1971), 637—640.
- [11] Jazwinski, A. H., Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, New York, (1970).
- [12] Eykhoff, P., Trends and Progress in System Identification, IFAC Series for Graduates, Research Workers and Practising Engineers, **1**, (1981), 113—117.

A TWO STAGE KALMAN FILTERING ALGORITHM FOR PARAMETER FAILURE DETECTION AND DIAGNOSIS IN LINEAR SYSTEMS

Ye Yinzong, Pan Rifang, Jiang Weisun

(East China Institute of Chemical Technology, Shanghai)

Abstract

The problem of parameter failure detection and diagnosis in linear systems is discussed in this paper. A two stage Kalman filtering algorithm, which is suitable for the detection of both internal failures and controller failures of real systems, is proposed based on the error model. The first filter is designed on the basis of the assumption that the system is normal. By making a simple hypothesis testing about its innovation sequence, failures in system can be detected on time. After being detected, the failure parameters can be estimated in the second stage from the innovation sequence of the first one. By simulation it is shown that the algorithm proposed in this paper is feasible and efficient.