

具有通用性能指标的多变量 自校正控制器*

舒迪前 刘宏才 尹怡欣

(北京钢铁学院)

摘 要

本文讨论了一类多变量自校正控制器,给出了最优控制律及给定闭环极点时,确定加权多项式阵 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 和消除静差求解加权多项式阵 $R(z^{-1})$ 的算式.当系统参数未知且缓变时,应用递推最小二乘法即可求得所需的控制器参数.

一、引 言

对过程参数缓变系统的最优控制问题,近年来已引起广泛注意,并已取得不少进展,其中主要有 Astrom 和 Wittenmark^[1] 提出的自校正调节器及 Clarke 和 Gawthrop^[2] 提出的自校正控制器,后者在性能指标中考虑了输出跟踪和控制量约束问题.

对多变量自校正调节器已有不少文献论述^[3~6],而对多变量自校正控制器的研究则较少,主要有 Koivo^[7]、Keviczky^[8]、陈翰馥等人的工作.本文先对输出作滤波处理导出一多变量自校正控制算法,然后给出根据期望闭环极点选取加权多项式阵 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 和消除静差确定 $R(z^{-1})$ 的算式,克服了多变量系统 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 、 $R(z^{-1})$ 选择的盲目性.当系统参数缓变时,采用自适应修正参数算法,提高了系统的鲁棒性.

二、广义最小方差控制律的计算

设被控过程可用一有随机干扰噪声的线性向量差分方程 CARMA 模型来描述:

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})e(k), \quad (2.1)$$

式中 $y(k) \in \mathbb{R}^p$ 为输出向量, $u(k) \in \mathbb{R}^p$ 为控制向量, $\{e(k)\} \in \mathbb{R}^p$ 为零均值协方差阵为 R 的独立同分布随机噪声序列, z^{-1} 为单位后移算子, $d-1$ 为过程纯滞后, $A(z^{-1})$ 、 $B(z^{-1})$ 、 $C(z^{-1}) \in \mathbb{R}^{p \times p}[z^{-1}]$.

* 此项研究系中国科学院科学基金会资助项目.

本文于1984年7月12日收到,1986年1月20日收到修改稿.

$$A(z^{-1}) = I + A_1 z^{-1} + \dots + A_{n_a} z^{-n_a},$$

$$B(z^{-1}) = B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_{n_b} z^{-n_b}, B_0 \text{ 为非异阵}$$

$$C(z^{-1}) = I + C_1 z^{-1} + \dots + C_{n_c} z^{-n_c}.$$

要求 $A(z^{-1})$ 、 $B(z^{-1})$ 左互质, 且 $A(z^{-1})$ 为非异阵, $\det C(z^{-1})$ 的根在 z 平面的单位圆内, 对 $\det A(z^{-1})$ 、 $\det B(z^{-1})$ 的根不作要求.

设性能指标为

$$J = E\{\|P(z^{-1})y(k+d) - R(z^{-1})w(k)\|^2 + \|Q'(z^{-1})u(k)\|^2 \mid \mathbf{F}_K\}, \quad (2.2)$$

式中 $W(k) \in \mathbf{R}^p$ 为参考输入讯号, $E\{\cdot \mid \mathbf{F}_K\}$ 为 σ -代数 $\mathbf{F}_K$ 下的条件数学期望, $\mathbf{F}_K$ 是由 $y(k), y(k-1), \dots, u(k), u(k-1), \dots$ 生成的 σ -代数, $P(z^{-1}), R(z^{-1}), Q'(z^{-1}) \in \mathbf{R}^{p \times p}[z^{-1}]$ 为加权多项式阵

$$P(z^{-1}) = P_0 + P_1 z^{-1} + \dots + P_{n_p} z^{-n_p},$$

$$R(z^{-1}) = R_0 + R_1 z^{-1} + \dots + R_{n_r} z^{-n_r},$$

$$Q'(z^{-1}) = Q'_0 + Q'_1 z^{-1} + \dots + Q'_{n_q} z^{-n_q}.$$

这里与文献[7]不同之处在于: $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 阵由给定闭环极点、 $R(z^{-1})$ 由消除静差来确定, 且 $P(z^{-1})$ 不要求其为 $p_i I$ 阵, 只要求其为非异稳定多项式阵, $n_p \leq n_a - 1$.

为确定广义最小方差控制律, 作如下变换:

$$P(z^{-1})A^{-1}(z^{-1}) = \overline{A}^{-1}(z^{-1})\overline{P}(z^{-1}), \quad \overline{B}(z^{-1}) = \overline{P}(z^{-1})B(z^{-1}), \quad \overline{C}(z^{-1}) = \overline{P}(z^{-1})C(z^{-1}), \quad (2.3)$$

要求 $P(z^{-1})$ 、 $A(z^{-1})$ 右互质, 且 $\det \overline{A}(z^{-1}) = \det A(z^{-1})$, $\overline{A}(0) = I_p$, $\overline{A}(z^{-1})$ 、 $\overline{P}(z^{-1})$ 存在但不唯一.

用 $\overline{P}(z^{-1})$ 左乘 (2.1) 式, 再利用 (2.3) 式, 则 (2.1) 式可写成

$$\overline{A}(z^{-1})y_{rf}(k) = z^{-d}\overline{B}(z^{-1})u(k) + \overline{C}(z^{-1})e(k), \quad (2.4)$$

式中 $y_{rf}(k) \triangleq P(z^{-1})y(k)$. 引入多项式矩阵恒等式

$$\overline{C}_1(z^{-1}) = \overline{A}(z^{-1})F(z^{-1}) + z^{-d}G(z^{-1}), \quad (2.5)$$

式中 $\overline{C}_1(z^{-1}) = \overline{C}(z^{-1})P_0^{-1}$ 为 $n_c + n_p$ 阶首 I 多项式阵

$$F(z^{-1}) = I + F_1 z^{-1} + \dots + F_{n_f} z^{-n_f}, \quad n_f = d-1,$$

$$G(z^{-1}) = G_0 + G_1 z^{-1} + \dots + G_{n_g} z^{-n_g},$$

$$n = \max\{n_c + n_p - d, n_a - 1\}.$$

利用(2.5)式可求得输出滤波值

$$\begin{aligned}
 y_{pf}(k+d) &= \bar{A}^{-1}(z^{-1}) \bar{B}(z^{-1}) u(k) + \bar{A}^{-1} \bar{C}(z^{-1}) e(k+d) \\
 &= F(z^{-1}) \bar{C}_1^{-1}(z^{-1}) G(z^{-1}) F^{-1}(z^{-1}) y_{pf}(k) \\
 &\quad + F(z^{-1}) \bar{C}_1^{-1}(z^{-1}) \bar{B}(z^{-1}) u(k) + F(z^{-1}) e(k+d) \\
 &= \tilde{C}^{-1}(z^{-1}) \left[\tilde{G}(z^{-1}) y_{pf}(k) + \tilde{F}(z^{-1}) \bar{B}(z^{-1}) u(k) \right] \\
 &\quad + F(z^{-1}) e(k+d). \tag{2.6}
 \end{aligned}$$

上式利用了伪交换定理 $G(z^{-1})F^{-1}(z^{-1}) = \tilde{F}^{-1}(z^{-1})\tilde{G}(z^{-1})$ 及 $\tilde{C}(z^{-1}) = \tilde{F}(z^{-1})\bar{C}_1(z^{-1})F^{-1}(z^{-1})$, 且要求 $\det \tilde{F}(z^{-1}) = \det F(z^{-1})$, $\det \tilde{C}(z^{-1}) = \det \bar{C}_1(z^{-1})$, 于是输出预报值

$$\hat{y}_{pf}(k+d|k) = \tilde{C}^{-1}(z^{-1}) \left[\tilde{G}(z^{-1}) y_{pf}(k) + \tilde{F}(z^{-1}) \bar{B}(z^{-1}) u(k) \right]. \tag{2.7}$$

将 $\hat{y}_{pf}(k+d|k)$ 代入性能指标(2.2)式中, 并对 $u(k)$ 求导得控制器方程

$$\hat{y}_{pf}(k+d|k) - R(z^{-1})w(k) + Q(z^{-1})u(k) = 0, \tag{2.8}$$

式中 $Q(z^{-1}) = P_0^{-T} B_0^{-T} Q'^T(0) Q'(z^{-1})$.

定义一广义输出预报

$$\hat{\Phi}(k+d|k) = \hat{y}_{pf}(k+d|k) + Q(z^{-1})u(k) - R(z^{-1})w(k). \tag{2.9}$$

于是 $\tilde{C}(z^{-1})\hat{\Phi}(k+d|k) = M(z^{-1})y_{pf}(k) + H(z^{-1})u(k) + N(z^{-1})$

$$w(k) = 0, \tag{2.10}$$

式中 $M(z^{-1}) = \tilde{G}(z^{-1})$, $H(z^{-1}) = \tilde{F}(z^{-1})\bar{B}(z^{-1})$

$$+ \tilde{C}(z^{-1})Q(z^{-1}), N(z^{-1}) = -\tilde{C}(z^{-1})R(z^{-1}),$$

阶次关系为 $n_M = n_g$, $n_H = \max\{n_b + n_p + d - 1, n_c + n_p + n_q\}$, $n_N = n_c + n_p + n_r$. 于是广义最小方差控制律便为

$$u(k) = -H^{-1}(z^{-1})[M(z^{-1})y_{pf}(k) + N(z^{-1})w(k)]. \tag{2.11}$$

三、加权多项式阵 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 、 $R(z^{-1})$ 的选择

上面给出根据期望闭环极点确定加权多项式阵 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 和消除静差确定 $R(z^{-1})$ 阵的算式. 已知系统方程

$$\begin{pmatrix} A(z^{-1}) & z^{-d}B(z^{-1}) & \vdots & -C(z^{-1}) & 0 \\ -M(z^{-1})P(z^{-1}) & H(z^{-1}) & \vdots & 0 & -N(z^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ I & 0 & \vdots & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(z) \\ -u(z) \\ e(z) \\ w(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ y(z) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

闭环系统特征方程^[9]由特征矩阵的行列式^[10]确定,利用(2.5)式和伪交换定

理 $B^{-1}(z^{-1})A(z^{-1}) = \tilde{A}(z^{-1})\tilde{B}^{-1}(z^{-1})$ 有

$$\det \begin{bmatrix} A(z^{-1}) & z^{-d}B(z^{-1}) \\ -M(z^{-1})P(z^{-1}) & H(z^{-1}) \end{bmatrix} = \det \tilde{C}(z^{-1}) \cdot \det [P(z^{-1})\tilde{B}(z^{-1}) + Q(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1})] \quad (3.2)$$

要求 $\tilde{A}(z^{-1}), \tilde{B}(z^{-1})$ 右互质, $\det \tilde{B}(z^{-1}) = \det B(z^{-1})$. 因此闭环系统特征方程由 $\det [P(z^{-1})\tilde{B}(z^{-1}) + Q(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1})]$ 和 $\det \tilde{C}(z^{-1})$ 的零点确定,因 $\tilde{C}(z^{-1})$ 稳定,如给定期望闭环极点 $T(z^{-1})$

$$P(z^{-1})\tilde{B}(z^{-1}) + Q(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) = T(z^{-1}), \quad (3.3)$$

式中 $n_t = n_a + n_b - 1$, $n_p = n_a - 1$, $n_q = n_b - 1$, 即可确定 $P(z^{-1}), Q(z^{-1})$ 参数,并可使开环不稳定的非最小相位系统闭环稳定,但要求所选取的 $P(z^{-1})$ 是稳定的.

加权阵 $R(z^{-1})$ 根据使系统输出静差 E 消除的原则选取(图3.1),用系统阵表示时为

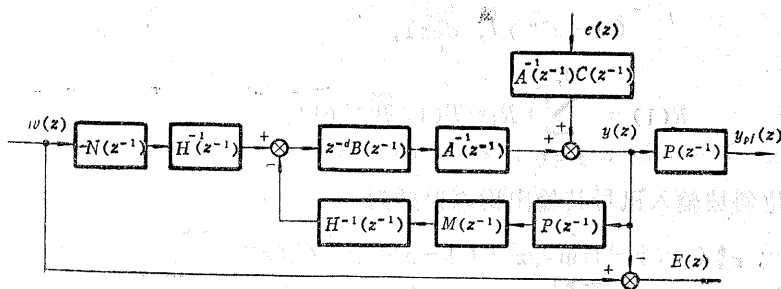


图 3.1

$$\begin{pmatrix} A(z^{-1}) & z^{-d}B(z^{-1}) & -C(z^{-1}) & 0 \\ -M(z^{-1})P(z^{-1}) & H(z^{-1}) & 0 & -N(z^{-1}) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -I & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y(z) \\ -u(z) \\ e(z) \\ w(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E(z) \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

可解得输出跟踪偏差⁰ (为书写方便计累去 z^{-1} 算子)

$$E = [I + z^{-d}(A + z^{-d}BH^{-1}MP)^{-1}BH^{-1}N]w - (A + z^{-d}BH^{-1}MP)^{-1}Ce$$

利用(2.5)、(3.3)式, 上式可简化为

$$E = [I - z^{-d}\tilde{B}T^{-1}R]w - (HA + z^{-d}HBH^{-1}MP)^{-1}HCe. \quad (3.5)$$

当只考虑参考输入时(3.5)式可写成

$$\begin{aligned} E(z) &= [I - z^{-d}\tilde{B}(z^{-1})T^{-1}(z^{-1})R(z^{-1})]w(z) \\ &= G_e(z^{-1})w(z). \end{aligned} \quad (3.6)$$

由终值定理知, 输出跟踪误差 $e^*(k)$ 的稳态值为

$$e^*(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) G_e(z^{-1})w(z). \quad (3.7)$$

已知单位阶跃和单位斜坡输入的 z 变换分别为

$$w_p(z) = (1 - z^{-1})^{-1} \vec{I}, \quad (3.8)$$

$$w_s(z) = t_s z^{-1} (1 - z^{-1})^{-2} \vec{I}, \quad (3.9)$$

式中 t_s 为采样周期, 则对单位阶跃信号其输出误差

$$e_p^*(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} G_e(z^{-1}) \vec{I}. \quad (3.10)$$

为使静差消除应取

$$G_e(z^{-1}) = I - z^{-d}\tilde{B}(z^{-1})T^{-1}(z^{-1})R(z^{-1}) \stackrel{z \rightarrow 1}{=} (1 - z^{-d})I, \quad d \geq 1. \quad (3.11)$$

即有

$$R(1) = \sum_{i=0}^{n_r} R_i = T(1) \tilde{B}^{-1}(1). \quad (3.12)$$

对于单位斜坡输入讯号其输出稳态误差为

$$e_s^*(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} t_s z^{-1} (1 - z^{-1})^{-1} G_e(z^{-1}) \vec{I}. \quad (3.13)$$

为使误差消除, $G_e(z^{-1})$ 中应包含有 $(1 - z^{-1})^2$ 因子. 今取

$$G_e(z^{-1}) \xrightarrow{z \rightarrow 1} (1 - z^{-d}r(z^{-1}))I, \quad d \geq 1. \quad (3.14)$$

并令

$$\left. \begin{aligned} r(z) &= r_0 + r_1 z^{-1} \\ 1 - z^{-d}r(z) &= (1 - z^{-1})^2 s(z) \\ s(z) &= 1 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} + \dots \end{aligned} \right\}. \quad (3.15)$$

对不同时延由上式有 当 $d=1$ 时: $s=1$, $r(z)=2-z^{-1}$; 当 $d=2$ 时: $s(z)=1+2z^{-1}$, $r(z)=3-2z^{-1}$; 当 $d=3$ 时: $s(z)=1+2z^{-1}+3z^{-2}$, $r(z)=4-3z^{-1}$. 于是对单位斜坡输入讯号的静差便为

$$e_s^*(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} t_s z^{-1} (1 - z^{-1}) s(z) \vec{I} = 0. \quad (3.16)$$

即按 (3.14)、(3.15) 式选择 $R(z^{-1})$, 可消除斜坡讯号的静差.

今取 $R(z^{-1}) = R' r(z)$,

且有 $\tilde{B}(1)T^{-1}(1)R'r(1) = I$,

即可求出

$$R' = (1) = \sum_{i=0}^{n_r} R_i = T(1)\tilde{B}^{-1}(1). \quad (3.17)$$

于是

$$R(z^{-1}) = R_0 + R_1 z^{-1} = R(1)r(z^{-1}) = R(1)r_0 + R(1)r_1 z^{-1}. \quad (3.18)$$

同理, 对抛物线输入讯号应取

$$\begin{aligned} r(z^{-1}) &= r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2}, \quad 1 - z^{-d}r(z^{-1}) = (1 - z^{-1})^3 s(z), \\ R(z^{-1}) &= R_0 + R_1 z^{-1} + R_2 z^{-2}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

四、自校正控制器

当系统的参数未知或随时间缓慢变化时, 需先在线辨识控制器参数. 已知广义输出为

$$\Phi(k+d) = \tilde{C}^{-1}(z^{-1}) [M(z^{-1})y_{pf}(k) + H(z^{-1})u(k) + N(z^{-1})w(k)] + \varepsilon(k+d). \quad (4.1)$$

下面分两种情况讨论.

1. 当 $\tilde{C}(z^{-1}) = I$ ($\tilde{C}_1(z^{-1}) = I$, $P(z^{-1}) = P_0$) 时:

(4.1) 式写成

$$\begin{aligned} \Phi(k+d) &= M(z^{-1})y_{pf}(k) + H(z^{-1})u(k) + N(z^{-1})w(k) \\ &+ \varepsilon(k+d) = \Theta^T \varphi(k) + \varepsilon(k+d), \end{aligned} \quad (4.2)$$

式中

$$\varphi(k) = \begin{bmatrix} y_{pf}^T(k), y_{pf}^T(k-1), \dots, u^T(k), u^T(k-1), \dots, w^T(k), \\ w^T(k-1), \dots \end{bmatrix}^T,$$

$$\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p] = [M_0, M_1, \dots, H_0, H_1, \dots, N_0, N_1, \dots]^T.$$

利用递推最小二乘法, 可直接在线估计控制器参数得到控制律, 即

$$\hat{\theta}_i(k) = \hat{\theta}_i(k-1) + K(k) \left[\Phi_i(k) - \hat{\theta}_i^T(k-1) \varphi(k-d) \right], \quad (4.3)$$

$$K(k) = \frac{P(k-1)\varphi(k-d)}{\alpha + \varphi^T(k-d)P(k-1)\varphi(k-d)}, \quad (4.4)$$

$$P(k) = \frac{1}{\alpha} \left[P(k-1) - \frac{P(k-1)\varphi(k-d)\varphi^T(k-d)P(k-1)}{\alpha + \varphi^T(k-d)P(k-1)\varphi(k-d)} \right], \quad (4.5)$$

$$u(k) = -\hat{H}_0^{-1} \left[\hat{M}(z^{-1}) y_{pf}(k) + \hat{N}(z^{-1}) w(k) + H^*(z^{-1}) u(k-1) \right], \quad (4.6)$$

式中 α 为渐消记忆因子, $H(z^{-1}) = H_0 + z^{-1}H^*(z^{-1})$.

2. 当 $\tilde{C}(z^{-1}) \neq I$ ($\bar{C}_1(z^{-1}) \neq I$, $P(z^{-1}) \neq P_0$) 时:

将 (4.1) 式改写为

$$\Phi(k+d) = M(z^{-1}) y_{pf}(k) + H(z^{-1}) u(k) + N(z^{-1}) w(k) - \tilde{C}^*(z^{-1}) \hat{\Phi}(k+d|k) + \varepsilon(k+d), \quad (4.7)$$

式中 $\tilde{C}^*(z^{-1}) = \tilde{C}(z^{-1}) - I$.

用递推最小二乘法估计参数时, 因 $\hat{\Phi}(k+d|k)$ 与 $\varphi(k)$ 相关, 故估计有偏. 但由于 $\hat{\Phi}(k+d|k) = 0$, 故仍可用其估计控制器参数.

为提高参数变化时闭环系统的鲁棒性, 可用仿真方法事先选取当参数波动时仍能稳定工作的 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 阵, 或在每一采样周期内同时递推估计控制器参数和原模型参数, 经过一定采样周期后, 重算 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 并以之更新原有参数. 此方案经在某三输入三输出加热炉上实验表明可行, 该系统采样周期为 3 分钟, 递推估计参数计算控制律一次约需 6 秒.

自校正控制算法计算步骤如下:

1. 估计原模型参数 $\hat{A}(z^{-1})$ 、 $\hat{B}(z^{-1})$ 、 $\hat{C}(z^{-1})$,
2. 计算加权多项式阵 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 、 $R(z^{-1})$,
3. 递推估计控制器参数 $\hat{M}(z^{-1})$ 、 $\hat{H}(z^{-1})$ 、 $\hat{N}(z^{-1})$,
4. 计算控制律 $u(k)$,
5. $k+1 \Rightarrow k$, 采样并重复步骤 3、4.

五、计算实例及仿真结果

例 1. 有一开环不稳定的非最小相位系统, 其数学模型为

$$y(k) + A_1 y(k-1) = B_0 u(k-1) + B_1 u(k-2) + e(k),$$

$$\text{式中 } A_1 = \begin{bmatrix} -0.9, & 0.5 \\ 0.5, & 0.2 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0.2, & 1 \\ 0.25, & 0.2 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1, & 0 \\ 0, & 1 \end{bmatrix},$$

$$E[e(k)e^T(k)] = \text{diag}(0.1, 0.1).$$

$\det A(z^{-1}) = 0$ 的根为 $z_1 = -0.055$, $z_2 = 1.16$; $\det B(z^{-1}) = 0$ 的根为 $z_1 = -1.4286$, $z_2 = 3.33$, 即原系统为开环不稳定的非最小相位系统. 给定期望闭环极点为

$$z_1 = 0.2, \quad z_2 = 0.3, \quad \text{即 } T(z^{-1}) = I + T_1 z^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - 0.2z^{-1}, & 0 \\ 0, & 1 - 0.3z^{-1} \end{bmatrix}, \quad n_t = 1.$$

由 (3.3) 式计算加权多项式阵 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 得

$$P(z^{-1}) = P_0 = \begin{bmatrix} 1.27604, & -0.442841 \\ -0.815975, & -0.21404 \end{bmatrix}, \quad n_p = 0.$$

$$Q(z^{-1}) = Q_0 = \begin{bmatrix} 0.85503, & -1.18747 \\ 0.216705, & 1.85878 \end{bmatrix}, \quad n_q = 0.$$

由 (3.12) 式计算 $R(1)$ 得

$$R(1) = \begin{bmatrix} 0.429075, & -1.41985 \\ 0.012976, & 1.05381 \end{bmatrix}.$$

当输入讯号为方波时, 取 $R(z^{-1}) = R_0 = R(1)$, 经计算得广义最小方差控制器参数为

$$M(z^{-1}) = M_0 = \begin{bmatrix} 1.396568, & 0.505188 \\ -0.681287, & -0.296568 \end{bmatrix}, \quad n_M = 0$$

$$H(z^{-1}) = H_0 + H_1 z^{-1} = I + \begin{bmatrix} 1.27604, & -0.442841 \\ -0.815975, & -0.21404 \end{bmatrix} z^{-1}, \quad n_H = 1$$

$$N(z^{-1}) = N_0 = \begin{bmatrix} -0.429075, & 1.41985 \\ -0.012976, & -1.05381 \end{bmatrix}, \quad n_N = 0$$

数字仿真结果示于图 5.1、5.2 中, 系采用平方根滤波递推最小二乘算法, 参数初值全设为零, 遗忘因子 $\alpha = 0.985$, $P_0 = 10^4 I$, 递推 300 次. 图 5.1 示出方波输入信号 w_1 、 w_2 作用下输出 y_1 跟踪情况 (w_2 、 y_2 跟踪情况从略), 从图可见, 系统对方波输入信号可消除静差.

图 5.2(a)、(b) 示明控制器参数收敛于计算值, 当 $k = 300$ 时的参数估计值为

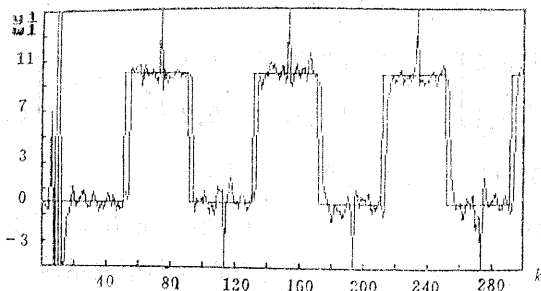


图 5.1

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} 0.983024, & -0.005241 \\ 0.008204, & 0.9993 \end{pmatrix}, \quad \hat{H}_1 = \begin{pmatrix} 1.238569, & -0.484041 \\ -0.796781, & -0.189128 \end{pmatrix},$$

$$\hat{M}_0 = \begin{pmatrix} 1.361199, & 0.450869 \\ -0.668934, & -0.276097 \end{pmatrix}, \quad \hat{N}_0 = \begin{pmatrix} -0.425403, & 1.415223 \\ -0.0015679, & -1.054823 \end{pmatrix}.$$

图中只示出 M_0 、 H_0 的参数估计值.

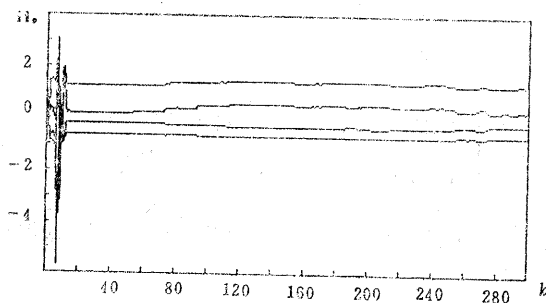


图 5.2(a)

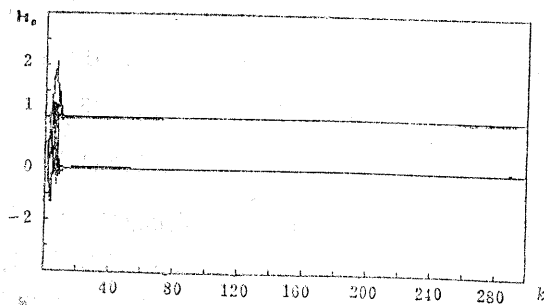


图 5.2(b)

当输入讯号为梯形波时, 取 $n_r=1$, 经计算得

$$R(z^{-1}) = R_0 + R_1 z^{-1} = \begin{pmatrix} 0.85815, & -2.8397 \\ 0.025952, & 2.10762 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} -0.429075, & 1.41985 \\ -0.012976, & -1.05381 \end{pmatrix} z^{-1}.$$

其输出跟踪情况见图5.3 (图中只示出 y_2 、 w_2 的跟踪情况), 跟踪效果较好.

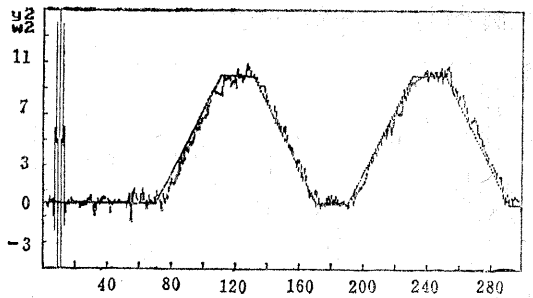


图 5.3

例 2. 某电加热炉模型为

$$y(k) + A_1 y(k-1) + A_2 y(k-2) = B_0 u(k-2) \\ + B_1 u(k-3) + e(k) + C_1 e(k-1),$$

式中

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.24, & -0.1 \\ -0.13, & -0.43 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -0.34, & -0.21 \\ -0.11, & -0.24 \end{bmatrix}, \\ B_0 = \begin{pmatrix} 0.1, & 0.08 \\ 0.05, & 0.14 \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0.09, & 0.06 \\ 0.07, & 0.12 \end{pmatrix}, \\ C_1 = \begin{pmatrix} -0.2, & -0.4 \\ 0.2, & -0.8 \end{pmatrix}.$$

$$R_e = E[e(k)e^T(k)] = \text{diag}(0.1, 0.1).$$

给定期望闭环极点 $z_1 = 0.2$, $z_2 = 0.4$, $z_3 = 0.2$, $z_4 = 0.3$, 即

$$T(z^{-1}) = \begin{pmatrix} (1-0.2z^{-1})(1-0.4z^{-1}), & 0 \\ 0, & (1-0.2z^{-1})(1-0.3z^{-1}) \end{pmatrix}, \quad n_t = 2$$

经计算得 $P(z^{-1}) = P_0 + P_1 z^{-1} = \begin{pmatrix} -15.5094, & -1.20556 \\ 9.1586, & -1.43134 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 11.86109, & 5.195710 \\ -5.82995, & -0.133346 \end{pmatrix} z^{-1},$

$$Q(z^{-1}) = Q_0 = \begin{pmatrix} 2.61122, & 1.409531 \\ -0.844294, & 0.0467098 \end{pmatrix},$$

$$R(1) = \begin{pmatrix} 3.639011, & -1.84698 \\ -1.74692, & 3.15248 \end{pmatrix}.$$

数字仿真结果表明控制器参数是收敛的。对梯形波及正弦波输入的跟踪均较好, 图 5.4 只给出对正弦波 y_2 、 w_2 的跟踪情况, 其他图从略。仿真研究的结果还表明, 当期望闭环极点有一个位于单位圆外时, 系统输出发散。

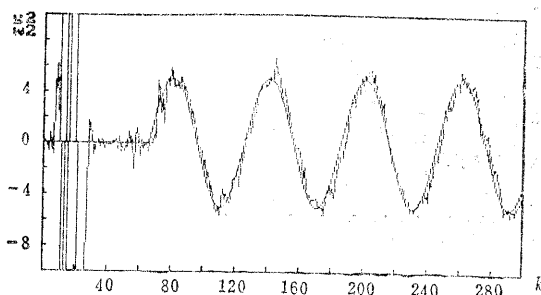


图 5.4

六、结 论

本文讨论了一类多变量自校正控制器的通用算法, 给出了根据期望闭环极点确定加权多项式阵 $P(z^{-1})$ 、 $Q(z^{-1})$ 及为消除跟踪误差计算加权阵 $R(z^{-1})$ 的算式。当系统参数慢变时, 可在线修改加权阵参数, 使系统具有较高的鲁棒性。对实例仿真研究结果表明, 控制器参数收敛, 且能实现对各类输入讯号的无偏跟踪。

参 考 文 献

- [1] Astrom, K. J. and Wittenmark, K. B., On Self-tuning Regulators, *Automatica*, **9**, (1973), 185—199.
- [2] Clarke, D. W. and Gawthrop, P. J., Self-tuning Controller, *Proc. IEE*, **122**, 6, (1975), 929—934.
- [3] Borisson, U., Self-tuning Regulators for a Class of Multivariable Systems, *Automatica*, **15**, (1979), 209—215.
- [4] Keviczky, L. and Hettessy, J., Self-tuning Minimum Variance of MIMO Discrete Time Systems, *Automatic Control Theory and Applications*, **5**, 1, (1977), 11—17.
- [5] 舒迪前、刘 立, 实现多变量自校正调节的一种方法, *北京钢铁学院学报*, **4**, (1982), 36—46.

- [6] 舒迪前、刘立、缪一顺, 多变量自校正调节器及其在电加热炉上的应用, 自动化学报, **11**, 1, (1985), 21—29.
- [7] Koivo, H. N., A Multivariable Self-tuning Controller, Automatica, **16**, (1980), 351—366.
- [8] Keviczky, L. and Kumer, S. P., Multivariable Self-tuning Regulator with Generalized Cost Function, Int. J. Control, **33**, 5, (1981), 913—921.
- [9] 韩京清、何关钰、许可康编著, 线性系统理论代数基础, 辽宁科学技术出版社, (1986).
- [10] 须田应信, 自动控制中的矩阵理论, 科学出版社, (1979).
- [11] 尹怡欣、舒迪前, 输入输出维数不等的多变量自校正控制器, 北京钢铁学院学报, **3**, (1985), 78—89.
- [12] 黄程阳、舒迪前, 一类多变量自校正控制器及其收敛性研究, 北京钢铁学院学报, **1**, (1986), 94.

MULTIVARIABLE SELF TUNING CONTROLLER WITH GENERALIZED COST FUNCTION

Shu Diqian, Liu Hongcai, Yin Yixin

(Beijing University of Iron and Steel Technology)

Abstract

This paper discusses a class of multivariable self tuning controller. The optimal control strategy with generalized cost function is discussed. A relation between the weighting polynomial matrices $P(z^{-1})$, $Q(z^{-1})$ and the expected closed loop poles is given while the relation between $R(z^{-1})$ and the system tracking error is also introduced. When the parameters of the system contaminated by noises are unknown, the parameters of the controller may be estimated directly by using a multivariable recursive least squares method.