第4卷 第1期
1987年3月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol.4, No.1
March, 1987

多变量双线性系统的递推辨识及实现

王秀峰　卢桂章

（南开大学）

摘　　要

本文对一类双线性系统给出了输入输出描述的一般形式．同时对于 Popov 选择路线下的规范形式，给出了辨识结构和参数的递推算法，以及简单易行的实现算法．这些算法可以很方便地在计算机上实现．

一、引　　言

双线性系统的建模、分析和控制在工程（如化工系统）和其他领域中有着广泛的应用．但在双线性系统辨识方面发表的文章却较少．其主要原因是对一般的双线性系统，它的外部表示（输入输出描述）太复杂了．

Kotta 和 Nurges[1]提出了一种特殊类型的双线性系统，作者称之为输入输出双线性系统。这类双线性系统外部描述比较简单，包含未知参数较少，而它又是实际中很常见的一种类型．下面引入输入输出双线性系统的定义．

考虑多变量、离散时间的双线性系统

$$x(t+1)=Ax(t)+\sum_{i=1}^{m}M_ix(t)u_i(t)+Bu(t)$$

$$y(t)=Cx(t), \tag{1}$$

其中　$x(t)\in R^n$，$u(t)=[u_1(t)u_2(t)\cdots u_m(t)]^\tau\in R^m$，$y(t)\in R^p$，$A$，$M_i$，$i=1,\cdots,m$，$B$，$C$ 是适当维数的常数矩阵．

假定 C 满秩，$(A,\ C)$是完全能观对．如果 C，M_i 满足

$$\mathrm{rank}\begin{bmatrix} M_i \\ C \end{bmatrix}=p,\ i=1,\cdots,m, \tag{2}$$

这意味着 $M_i=D_iC$，$D_i, i=1,\cdots,m$ 为 $n\times p$ 维常数矩阵．那末（1）可以写成

$$x(t+1)=Ax(t)+\sum_{i=1}^{m}D_iy(t)u_i(t)+Bu(t),$$

本文于 1985 年 4 月 17 日收到，1985 年 8 月 16 日收到修改稿．

$$y(t)=Cx(t). \qquad (3$$

（3）中双线性项不依赖于状态而只依赖于输出。因此，满足条件（2）的双线系统称为输入输出双线性系统。简记为 $\sigma_D=(A,D_1,\cdots,D_m,B,C)$. 而系统（1）记为 $\sigma=(A$ $M_1,\cdots,M_m,B,C)$.

本文只讨论输入输出双线性系统。

二、双线性系统的输入输出描述

假定双线性系统（1）满足条件（2），且线性部分（A, C）是完全能观的，即

$$F^{\tau}=(c^{\tau} \quad A^{\tau}c^{\tau}\cdots(A^{n-1})^{\tau}c^{\tau})_{n\times pn} \qquad (4$$

的秩为 n。

若按照下面的顺序来选择 F 中线性无关的行向量：

$$c_1^{\tau},\cdots,c_p^{\tau},\ A^{\tau}\ c_1^{\tau},\cdots,A^{\tau}\ c_p^{\tau},\cdots,A^{n-1\,\tau}\ c_1^{\tau},\cdots,\ A^{n-1\,\tau}\ c_p^{\tau}, \qquad (5$$

其中 c_i 为矩阵 C 的第 i 行。再将选出的向量重新按照下面的顺序排列（这样做只改量的顺序而不改变其他性质）：先排与第一个输出有关的向量，再排与第二个输出有的向量，…，于是可以得到变换矩阵

$$T^{\tau}=(c_1^{\tau} \quad A^{\tau}c_1^{\tau}\cdots(A^{n_1-1})^{\tau}\ c_1^{\tau}\cdots c_p^{\tau} \quad A^{\tau}c_p^{\tau}\cdots(A^{n_p-1})^{\tau}\ c_p^{\tau}). \qquad (6$$

则 $\sigma^*=(A^*,M_1^*,\cdots,M_m^*,B^*,C^*)=T\sigma(A,M_1,\cdots,M_m,B,C)$,

其中 $A^*=TAT^{-1}$, $B^*=TB$, $M_i^*=TM_i$, $i=1,\cdots,m$, $C^*=CT^{-1}$,

具有如下规范形式

$A^*=(A_{ij})$.

$$A_{ii}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \\ a_{ii,1} & a_{ii,2} & \cdots & a_{ii,n_i}\end{pmatrix},\quad A_{ji}=\begin{bmatrix} & & 0 & & \\ a_{ij,1} & \cdots a_{ij,n_{ij}} & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix}. \qquad (7$$

$$C^*=\begin{pmatrix} e_1 \\ e_{n_1+1} \\ \vdots \\ e_{n_1+n_2+\cdots+n_{p-1}+1}\end{pmatrix}. \qquad (8$$

$$M_i^*=D_i^*C=(\underbrace{D_1^i 0}_{n_1} \quad \underbrace{D_2^i 0}_{n_2}\cdots\underbrace{D_p^i 0}_{n_p}). \qquad (9$$

B^*, $D_i^*=TD_i$, $i=1,\cdots,m$, 无特定规范形式。其中 D_j^i 是 D_i^* 的第 j 列。e_i是

位行向量，即 $e_i=(\underbrace{0\cdots0\ 1}_{i}\ 0\cdots0)$。$n_i$ 是变换矩阵 T 中包含的与 c_i 有关的行数。完全仿照线性系统的情况可以证明在代数等价意义下 σ^* 是由一组独立的不变量完备组所决定的。$n_1,\cdots,n_p$ 称为系统的结构指标，n_{ij} 满足

$$n_{ij}=\begin{cases}\min(n_i+1,n_j) & \text{当 } j<i \text{ 时},\\ \min(n_i,n_j) & \text{当 } j>i \text{ 时}.\end{cases} \tag{10}$$

顺便指出，T 中行的不同排列可得到形式上不同的规范形式，但结构指标和参数都是一样的。

由（7），（8），（9）所对应的双线性系统记为 PBCF（Popov 双线性规范形）。下面推导输入输出描述。

1．输入输出描述的一般形式

由于状态方程（1）满足条件（2），因此总可以假定双线性系统具有（3）的形式。反复使用（3）可导出

$$\overline{Y}(t)=Fx(t)+R\overline{U}(t)=\sum_{i=1}^{m}G_i\overline{Z}_i(t), \tag{11}$$

其中

$$\overline{Y}(t)=\begin{pmatrix}y(t)\\ y(t+1)\\ \vdots\\ y(t+n-1)\end{pmatrix},\quad \overline{U}(t)=\begin{pmatrix}u(t)\\ u(t+1)\\ \vdots\\ u(t+n-1)\end{pmatrix},\quad \overline{Z}_i(t)=\begin{pmatrix}z_i(t)\\ z_i(t+1)\\ \vdots\\ z_i(t+n-1)\end{pmatrix}, \tag{12}$$

$$z_i(\cdot)=y(\cdot)u_i(\cdot),\quad i=1,\cdots,m.$$

F 由（4）定义。

$$R=\begin{pmatrix}0 & & & \\ CB & 0 & & \\ CAB & CB & 0 & \\ \vdots & & \ddots & \ddots \\ CA^{n-2}B & CA^{n-3}B\cdots CB & & 0\end{pmatrix}_{p\cdot n\times m\cdot n} \tag{13}$$

$$G_i=\begin{pmatrix}0 & & & \\ CD_i & 0 & & \\ CAD_i & CD_i & 0 & \\ \vdots & & \ddots & \ddots \\ CA^{n-2}D_i & CA^{n-3}D_i\cdots CD_i & & 0\end{pmatrix}_{p\cdot n\times p\cdot n} \tag{14}$$

假定由 F 中的 n 个线性无关行向量构成的变换矩阵 T，使得（3）变成某种规范形，由文献[2]可知，存在选择矩阵 E，使得 $T=E\cdot F$。

将（11）式两端同左乘以 E，然后再左乘以 T^{-1} 并移项得

$$x(t)=T^{-1}E\overline{Y}(t)-T^{-1}ER\overline{U}(t)-\sum_{i=1}^{m}T^{-1}EG_i\overline{Z}_i(t).$$

将上式代入（3）的两端，再以 T 同左乘等式两端，并整理得到

$$E\overline{Y}(t+1)=A^*E\overline{Y}(t)+ER\overline{U}(t+1)-A^*ER\overline{U}(t)+TBu(t)+\sum_{i=1}^{m}[EG_i\overline{Z}_i(t+1)-A^*EG_i\overline{Z}_i(t)+TD_iz_i(t)],\tag{15}$$

其中 $A^*=TAT^{-1}$.

由于 $ER\overline{U}(t+1)+TBu(t)=E\widetilde{R}\overline{U}(t)$,

$EG_i\overline{Z}_i(t+1)+TD_iz_i(t)=E\widetilde{G}_i\overline{Z}_i(t)$,

其中

$$\widetilde{R}=\begin{pmatrix} CB & & \\ CAB & CB & \\ \vdots & & \ddots \\ CA^{m-1} & BCA^{n-2}B\cdots & CB \end{pmatrix},\quad \widetilde{G}_i=\begin{pmatrix} CD_i & & \\ CAD_i & CD_i & \\ \vdots & & \ddots \\ CA^{n-1}D_i & CA^{n-2}D_i\cdots & CD_i \end{pmatrix}.$$

故（15）可简化为

$$E\overline{Y}(t+1)=A^*E\overline{Y}(t)+Q\overline{U}(t)+\sum_{i=1}^{m}H_i\overline{Z}_i(t),\tag{16}$$

其中 $Q=E\widetilde{R}-A^*ER$, $H_i=E\widetilde{G}_i-A^*EG_i$. （17）

综合上述，可得如下定理。

定理 1 对于满足条件（2）的双线性系统 $\sigma_D(A,D_1,\cdots,D_m,B,C)$，其线性部分 (A,C) 是完全能观的，若用变换矩阵 $T=E\cdot F$ 得到规范形 $\sigma^*=(A^*,D_1^*,\cdots,D_m^*,B^*,C^*)$，其中 $A^*=TAT^{-1}$, $D_i^*=TD_i$, $i=1,\cdots,m$, $B^*=TB$, $C^*=CT^{-1}$，则 σ^* 所对应的输入输出方程为（16）和(17)，反之，如果（A,B）完全能控，(A,C) 完全能观，则 $\sigma^*=(A^*, M_1^*,\cdots,M_m^*, B^*, C^*)$ 是最小实现，其中 $M_i^*=D_i^*C^*$, $i=1,\cdots,m$.

2. PBCF 形所对应的输入输出方程

由得到 PBCF 形所采用的变换矩阵 T 的构成可知，相应的选择矩阵 E 为

$$E=\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_p \end{pmatrix},\quad E_i=\begin{pmatrix} e_i \\ e_{i+p} \\ \vdots \\ e_{i+(n_i-1)p} \end{pmatrix},\quad i=1,\cdots,p.\tag{18}$$

记

$$B^*=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad b_i \text{ 是 } B^* \text{ 的第 } i \text{ 行，} i=1,\cdots,n.$$

$$D_i^*=\begin{pmatrix} d_1^{(i)} \\ d_2^{(i)} \\ \vdots \\ d_n^{(i)} \end{pmatrix} \quad d_j^{(i)} \text{ 是 } D_i^* \text{ 的第 } j \text{ 行，} \begin{array}{l} i=1,\cdots,m, \\ j=1,\cdots,n. \end{array}$$

将 E，A^*，B^*，D^* 代入（16），（17），并注意到 A^* 的特殊结构以及 F 和 E 的定义，直接运算可得 PBCF 形的输入输出差分方程为

$$\begin{aligned} y_s(t+n_s) &= \sum_{l=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_{sl}} a_{sl,j}\, y_l(t+j-1)+\sum_{j=1}^{n_s} Q_{sj}\, u(t+j-1) \\ &+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n_s} H_{sj}^{(i)} z_i(t+j-1)=\sum_{l=1}^{p}\sum_{j=1}^{n_{sl}} a_{sl,j}\, y_l(t+j-1) \\ &+\sum_{j=1}^{n_s}\sum_{l=1}^{m} q_{sj,l}\, u_l(t+j-1) \\ &+\sum_{j=1}^{n_s}\sum_{i=1}^{m}\sum_{l=1}^{p} h_{sj,l}^{i}\, z_{li}(t+j-1), \end{aligned} \tag{19}$$

$$s=1,\cdots,p.$$

其中

$$H_{kj}^{(i)}=\begin{cases} d_{s_k-j+1}^{(i)}-\sum_{l=1}^{p}\sum_{t=j+1}^{n_{kl}} a_{kl,t}\, d_{s_{l-1}+t-j}, & k=1,\cdots,p,\ j=1,\cdots,n_k. \\ 0 & j>n_k. \end{cases} \tag{20}$$

$$Q_{ij}=\begin{cases} b_{s_i-j+1}-\sum_{l=1}^{p}\sum_{t=j+1}^{n_{il}} a_{il,t}\, b_{s_{l-1}+t-j}, & j=1,\cdots,n_i, \\ 0 & j>n_i. \end{cases} \tag{21}$$

$u_l(\cdot)$为 $u(\cdot)$第 l 个分量；$z_{li}(\cdot)$是$z_i(\cdot)$的第 l 个分量；$h^i_{s_j,l}$，$q_{s_j,l}$分别为向量 $H^{(i)}_{s_i}$，Q_{s_j}的第 l 个分量；$s_j=\sum\limits_{i=1}^{j}n_i$，$s_0=0$；$n_{ii}\equiv n_i$，$i=1,\cdots,p$。

三、结构指标及参数的递推辨识

由（19）可见，如果系统的第 s 个子系统的结构指标为 n_s，则输出$y_s(t+n_s)$可由至 $t+n_s-1$ 时刻的 $u(\cdot)$，$z_1(\cdot),\cdots,z_m(\cdot)$，$y(\cdot)$以及 $t+n_s$ 时刻的输出 $y_j(t+n_s)$ $(j<s)$线性表示。令 $z_{ij}(\cdot)=y_i(\cdot)u_j(\cdot)$，

$$\overline{z_{ij}}(t)=\begin{pmatrix} z_{ij}(t)\\ z_{ij}(t+1)\\ \vdots\\ z_{ij}(t+N)\end{pmatrix},\quad \overline{y_i}(t)=\begin{pmatrix} y_i(t)\\ y_i(t+1)\\ \vdots\\ y_i(t+N)\end{pmatrix},\quad \overline{u_j}(t)=\begin{pmatrix} u_j(t)\\ u_j(t+1)\\ \vdots\\ u_j(t+N)\end{pmatrix},$$

$$i=1,\cdots,p;\quad j=1,\cdots,m.$$

则（19）就意味着$\overline{y_s}(t+n_s)$是$\overline{y_1}(t+n_s),\cdots,\overline{y_{s-1}}(t+n_s)$，$\overline{y_s}(t+n_s-1),\cdots,\overline{y_p}(t+n_s-1),\cdots,\overline{y_1}(t),\cdots,\overline{y_p}(t)$，$\overline{u_1}(t+n_s-1),\cdots,\overline{u_m}(t+n_s-1),\cdots,\overline{u_1}(t),\cdots,\overline{u_m}(t)$，$\overline{z_{11}}(t+n_s-1),\cdots,\overline{z_{1m}}(t+n_s-1),\cdots,\overline{z_{pm}}(t+n_s-1),\cdots,\overline{z_{11}}(t),\cdots,\overline{z_{1m}}(t),\cdots,\overline{z_{pm}}(t)$的线性组合。利用这个事实，可通过如下的过程确定结构指标$\{n_s\}$。

按如下顺序选择线性无关向量：

$$\begin{aligned}&\overline{y_1}(t),\cdots,\overline{y_p}(t),\ \overline{u_1}(t),\cdots,\overline{u_m}(t),\ \overline{z_{11}}(t),\cdots,\overline{z_{1m}}(t),\cdots,\overline{z_{p1}}(t),\cdots,\overline{z_{pm}}(t),\\ &\overline{y_1}(t+1),\cdots,\overline{y_p}(t+1),\ \overline{u_1}(t+1),\cdots,\overline{u_m}(t+1),\ \overline{z_{11}}(t+1),\cdots,\\ &\overline{z_{1m}}(t+1),\cdots,\overline{z_{p1}}(t+1),\cdots,\overline{z_{pm}}(t+1),\ \overline{y_1}(t+2)\cdots\end{aligned}\tag{22}$$

当找到某个$\overline{y_s}(t+n_s)$与前面所选出的向量线性相关时，这就得到了 n_s。自然$\overline{y_s}(t+n_s)$不被选出，而且以后的$\overline{y_s}(\cdot)$也不再参加选择。如此继续按（22）的顺序选择，直到关于每个输出分量都找到这样的向量，选择结束。从而得到了全部的结构指标$\{n_i\}$。

从上面的分析不难看出，若$\overline{z_{ij}}$看作新的输入，则作者对多变量线性系统给出的递推辨识算法直接可用于此双线性系统的辨识。其计算方法的详细步骤和框图以及一些注意事项请参考[3]。

按文献[3]给出的递推算法，可以很容易地得到全部结构指标$\{n_s\}$及全部参数$\{\hat{\theta}_i\}$。这里参数向量 $\hat{\theta}_i$ 为

$$\hat{\theta}_i^{\tau}=(a_{i1,1}\cdots a_{ip,1}\ \vdots\ q_{i1,1}\cdots q_{i1,m}\ \vdots\ h^1_{i1,1}\cdots h^m_{i1,1}\ \vdots\cdots\vdots\ h^1_{i1,p}\cdots h^m_{i1,p}\ \vdots\cdots\cdots),$$

四、B^* 和 M_i^*，$i=1,\cdots,m$ 的实现算法

假定结构指标$\{n_i\}$和参数$\{a_{ij,k}\}$，$\{q_{ij,k}\}$，$\{h^l_{ij,k}\}$全部得到。由于A^*，C^*有特殊形式，故直接可照(7)，(8)写出。问题是如何从$\{a_{ij,k}\}$，$\{q_{ij,k}\}$，$\{h^l_{ij,k}\}$得到B^*和M_i^*，$i=1\cdots,m$。

1. B^* 的实现算法

从(21)可以看出，只要通过简单地回代便可求得B^*。具体是：

令 $i=1$，$j=n_1$，可解得b_1，

$i=2$，$j=n_2$，可解得b_{s_1+1}，

$\vdots$

$i=p$，$j=n_p$，可解得$b_{s_{p-1}+1}$，

再令 $i=1$，$j=n_1-1$，可解得b_2，

$i=2$，$j=n_2-1$，可解得b_{s_1+2}，

$\vdots$

$i=p$，$j=n_p-1$，可解得$b_{s_{p-1}+2}$，

$\cdots\quad\cdots$

直到 $i=1$，$j=1$，解得b_{s_1}，

$i=2$，$j=1$，解得b_{s_2}，

$\vdots$

$i=p$，$j=1$，解得b_{s_p}。

于是得到

$$B^*=(b_1^\tau\ \ b_2^\tau\cdots b_n^\tau)^\tau.$$

2. M_i^*的实现算法

为了求得M_i^*，首先计算D_i^*。由于(20)与(21)的形式完全一样，所以对任意$i(i=1,\cdots,m)$，与求B^*的步骤完全一样，即可得到D_i^*，

$$D_i^*=((d_1^{(i)})^\tau(d_2^{(i)})^\tau\cdots(d_n^{(i)})^\tau)^\tau.$$

对于$i=1,\cdots,m$重复上述步骤即可得到$D_1^*,\cdots,D_m^*$从而得到$M_i^*=D_i^*C^*=(\underbrace{D_1^{(i)}\quad 0}_{n_1}$

$\underbrace{D_2^{(i)} \quad 0 \cdots}_{n_2} \underbrace{D_p^{(i)} \quad 0}_{n_p})$，其中 $D_j^{(i)}$ 为 D_i^* 的第 j 列，$i=1,\cdots,m$。

五、仿真结果

考虑二输入二输出的四阶双线性系统

$$x(t+1)=Ax(t)+\sum_{i=1}^{2} D_i y(t) u_i(t)+Bu(t),$$

$$y(t)=Cx(t),$$

其中

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.1 & 0.65 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.67 & 1.67 & -0.25 & 1 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 0.2 \\ 0.25 & 0.8 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D_1=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.1 & 0.2 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad D_2=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \\ 0.1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

输入取幅值为±0.2的PRBS序列，利用上述系统产生100组数据，并取 $N=60$。利用递推算法计算结果如下：

$$n_1=2, \quad n_2=2,$$

$$\hat{\theta}_1^{\tau}=\begin{pmatrix} -0.10000E+00 & -0.25381E-08 & 0.25000E+00 & 0.67000E+00 \\ -0.55000E+00 & 0.20000E+00 & -0.20000E+01 & -0.65000E+00 \\ 0.65000E+00 & 0.12386E-07 & 0.20477E-06 & 0.20000E+00 \\ 0.10000E+01 & -0.86094E-07 & 0.91781E-07 & 0.10000E+01 \end{pmatrix},$$

$$\theta_2^{\tau}=\begin{pmatrix} 0.67000E+00 & -0.25000E+00 & 0.10000E+01 \\ -0.67000E+00 & -0.20000E+01 & -0.99999E-01 \\ 0.16700E+01 & 0.10000E+01 & -0.16357E-05 \\ 0.56596E-06 & 0.10000E+01 & 0.99999E-01 \end{pmatrix}$$

$$
\left.\begin{matrix}
0.66600E+00 \\
-0.67000E+00 \\
0.92893E-07 \\
-0.55746E-06
\end{matrix}\right],
$$

$$
A=\left(\begin{matrix}
0.0000E+01 & 0.10000E+01 & 0.00000E+01 \\
-0.10000E+00 & 0.65000E+00 & -0.60382E-08 \\
0.00000E+01 & 0.00000E+01 & 0.00000E+01 \\
0.67000E+00 & 0.16700E+01 & -0.25000E+00
\end{matrix}\right.
$$

$$
\left.\begin{matrix}
0.00000E+01 \\
0.14695E-07 \\
0.10000E+01 \\
0.10000E+01
\end{matrix}\right),
$$

$$
C=\begin{bmatrix}
0.10000E+01 & 0.00000E+01 & 0.00000E+01 & 0.00000E+01 \\
0.00000E+01 & 0.00000E+01 & 0.10000E+01 & 0.00000E+01
\end{bmatrix},
$$

$$
B=\begin{pmatrix}
0.19861E-06 & 0.20000E+00 \\
0.25000E+00 & 0.80000E+00 \\
-0.91533E-06 & 0.48566E-07 \\
0.10000E+01 & 0.10000E+01
\end{pmatrix},
$$

$$
D_1=\begin{pmatrix}
0.10000E+01 & -0.96285E-07 \\
0.10000E+00 & 0.20000E+00 \\
0.10202E-05 & 0.10000E+01 \\
0.10000E+01 & -0.10000E+01
\end{pmatrix},
$$

$$
D_2=\begin{pmatrix}
0.84419E-07 & 0.10000E+01 \\
-0.20000E+01 & -0.76433E-14 \\
0.10000E+00 & -0.52013E-06 \\
0.12293E-05 & 0.10000E+01
\end{pmatrix}.
$$

在仿真输出数据上加上标准差为 0.05 的高斯白噪声，仍得到相当满意的结果。

参 考 文 献

〔1〕 Kotta, U., Nurges, U., Identification of Input-output Bilinear Systems, Prepr. 9th IFAC, World Congress (1984), 113—117.

〔2〕 Wang Xiufeng, Lu Guizhang, Wang Zhiming, A New

Identification Method of Linear Multivariable Systems, Proc. China-America Conference on Control Theory, (1981), 214—231.

〔3〕 王秀峰、卢桂章，多变量线性系统的递推辨识算法，自动化学报，7,4,(1981)，274—282.

RECURSIVE ID 19870101.pdf N AND REALIZATION ALOGORIT ASS OF BILINEAR MU E SYSTEMS

Guizhang

(Nankai University, Tianjin)

Abstract

In this paper a general input-output description for a class of bilinear multivariable systems is given. A recursive algorithm for the structure identification and parameter estimation and the realization algorithm of observable canonical form have been proposed. These algorithms are simple and easy to be implemented on computer.