

一类非线性分布参数系统的状态观测器*

陶洛文 方崇智

(清华大学, 北京)

摘 要

本文讨论了管内瞬变流这一类双曲型非线性分布参数系统的状态观测问题。首先, 通过特征线法和有限差分法得到了时间离散和空间离散的非线性状态方程。接着讨论了它的状态观测问题。最后给出了仿真实验结果。

一、引 言

管内瞬变流(或动态管流)问题, 是一个有广泛实际背景的问题。尤其是, 它在长距离输油(气、水、浆)管线的设计和运行中具有十分重要的意义。对长输管线中压力和流量的动态分布进行实时监测是保证管线安全运行的必要条件, 也是提高管线经济效益的基础。

动态管流问题可以归结为由双曲型非线性偏微分方程组描述的分布参数系统中的波动问题。直接利用动态管流的数学模型, 以开环观测器(或称在线仿真)的形式估计管线的内部状态已经进入实用阶段^[1]。而闭环状态观测器方面的文献还很少。Chapman等^[2]1982年讨论了以线性模型描述的天然气管线压力的观测器。Schmidt等^[3]考虑了天然气管网在每一段管线两端有流量测量仪表条件下的观测器, 给出了一些实验结果, 但没有设计方法方面的实质性内容。

考虑到我国大部分长输管线的特点是用于输油, 管线上只有压力测量而无流量测量。本文就这一类动态管流系统, 讨论了其状态描述和状态观测问题, 并通过仿真实验验证了观测器的可行性, 比较了开环和闭环观测器的差别。

二、动态管流的状态描述

从动量守恒和质量守恒原理出发, 可得到动态管流在一个基本管元上的偏微分方程

$$\begin{cases} g \frac{\partial H}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{fV|V|}{2D} = 0, & (1) \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial H}{\partial x} = 0, & (2) \end{cases}$$

* 中国科学院科学基金委员会资助课题。

本文于1986年2月21日收到。1986年12月3日收到修改稿。

其中, x 为沿管轴线的位置座标; t 为时间; $H = H(x, t)$ 为管内流体在 x 处, t 时刻的压头; $V = V(x, t)$ 为流体流速; D 为管内径; g 为重力加速度; f 为 Darcy-Weisbach 摩擦系数; a 为压力波波速; α 为管轴线倾角, 在方程中不显含。

由于这是一组波动方程, 波的位置变化和时间的关系是由波的传播速度 a 联系的, 因而根据文献[4], 并考虑到 $V \ll a$, 可以令 $dx/dt = \pm a$, 将上述偏微分方程化为等价的特征线上的常微分方程组

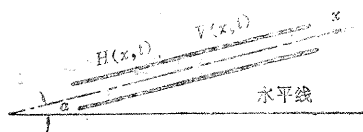


图 1 基本管元

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} + \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fV|V|}{2D} = 0, \\ \frac{dx}{dt} = a, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} - \frac{g}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fV|V|}{2D} = 0, \\ \frac{dx}{dt} = -a, \end{cases} \quad (4)$$

引入管内截面积 F , 把方程中的流速 V 换成流量 Q , 再沿特征线对 (3) 进行积分得到

$$\int_{H_{i-1}^{k+1}}^{H_i^{k+1}} dH + \frac{a}{gF} \int_{Q_{i-1}^{k+1}}^{Q_i^{k+1}} dQ + \frac{f}{2gDF^2} \int_{x_{i-1}^{k+1}}^{x_i^{k+1}} Q|Q|dx = 0, \quad (5)$$

其中 H 、 Q 的上标为采样时刻, 下标为空间离散座标。在一般情况下, 计算积分可采用一阶近似。对式 (4) 作类似处理, 且只考虑流体单方向流动情况, 再经过化简可得

$$H_i^{k+1} = \frac{1}{2} \{ H_{i-1}^k + H_{i+1}^k + B(Q_{i-1}^k - Q_{i+1}^k) - R[(Q_{i-1}^k)^2 - (Q_{i+1}^k)^2] \}, \quad (6)$$

$$Q_i^{k+1} = \frac{1}{2B} \{ H_{i-1}^k - H_{i+1}^k + B(Q_{i+1}^k + Q_{i-1}^k) - R[(Q_{i-1}^k)^2 + (Q_{i+1}^k)^2] \}, \quad (7)$$

其中, $B = a/gF$, $R = \Delta x f / 2gDF^2$, Δx 为空间离散化中每一个分段的长度。

一条形状复杂的管线示于图 2。其轴线长度为 L , 轴线可以是三维座标空间内的一条曲线。管线中间无压力源和分叉点, 并假定波速, 摩擦系数和管截面积都是常数。首先, 在空间上将管

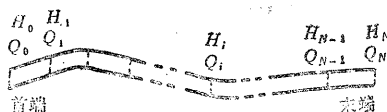


图 2 管线的离散化

线离散化, 即虚构地将其分为 N 段, 每段长 $\Delta x = L/N$ 。其次再按采样周期将时间变量离散化。于是管线内部状态满足式 (6)、(7)。又假设作为系统输入量的首端、末端压力是可测量的, 因而有边界条件方程:

$$Q_0^{k+1} = \frac{1}{B} [-H_1^k + BQ_1^k - R(Q_1^k)^2] + \frac{1}{B} H_0^{k+1}, \quad (8)$$

$$Q_N^{k+1} = \frac{1}{B} [H_{N-1}^k + BQ_{N-1}^k - R(Q_{N-1}^k)^2] - \frac{1}{B} H_N^{k+1}. \quad (9)$$

定义 $X_k \triangleq [H_1^k, H_2^k, \dots, H_{N-1}^k, Q_0^k, Q_1^k, \dots, Q_N^k]^T$,

$$X_k^2 \triangleq [(H_1^k)^2, (H_2^k)^2, \dots, (H_{N-1}^k)^2, (Q_0^k)^2, \dots, (Q_N^k)^2]^T,$$

则有状态方程 $X_{k+1} = AX_k + MX_k^2 + U_{k+1}, X_k \geq 0 \quad (10)$

其中

$$A \triangleq \left[\begin{array}{c|c} \begin{array}{ccc} 0 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0 & \ddots \\ & \ddots & 0.5 & 0 \\ 0 & & 0.5 & 0 \end{array} & \begin{array}{ccc} B/2 & 0 & -B/2 \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & B/2 & 0 & -B/2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{ccc} -1/B & 0 & \\ 0 & -1/2B & \\ 1/2B & 0 & \ddots \\ & \ddots & -1/2B \\ 0 & 1/2B & 0 \\ & 1/B & 0 \end{array} & \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ & 0.5 & 0 & 0.5 \\ & & 1 & 0 \end{array} \end{array} \right] \begin{array}{l} \left. \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right\} N-1 \\ \left. \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right\} N+1 \end{array}$$

$$M \triangleq \begin{bmatrix} \begin{matrix} -R/2 & 0 & R/2 & 0 \\ 0 & -R/2 & 0 & R/2 \\ 0 & 0 & -R/B & 0 \\ -R/2B & 0 & -R/2B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{matrix} \left. \begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \right\} N-1 \\ \left. \begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \right\} N+1 \end{matrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{N-1} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{N+1}$

$$U_{k+1} \triangleq \underbrace{[0.5H_0^k, 0, \dots, 0, 0.5H_N^k]}_{N-1}, \underbrace{\left[\frac{1}{B}H_0^{k+1}, \frac{1}{2B}H_0^k, 0, \dots, 0, -\frac{1}{2B}H_N^k - \frac{1}{B}H_N^{k+1} \right]^T}_{N+1}$$

至此, 原来的偏微分方程模型就转换成了空间离散、时间离散的非线性状态空间模型了。前面作的关于波速、摩擦系数和管截面积为常数的假定并不是必需的。它们可以是 x 的函数。此外, 增加能量方程和流体状态方程还可以包含温度变量, 因篇幅所限, 这些就不在此讨论了。

三、动态管流的状态观测器

首先, 我们分析动态管流系统可以用开环状态观测器, 即在线仿真器

$$\hat{X}_{k+1} = A\hat{X}_k + M\hat{X}_k^2 + U_{k+1}, \quad \hat{X}_k \geq 0 \quad (11)$$

加以观测的条件。

首先注意到式 (10) 与式 (11) 中的 U_{k+1} 是边界测量, 它提供了动态管流系统的边界条件。由此再加上任意一个解析的初始条件, 则根据柯西定理, 系统的解存在且唯一。

其次, 如果管道内存在摩擦损耗, 即 $f > 0$, 则从物理上看, 随着时间的增长, 初始条件对流动状态的影响将逐渐消失。也就是说, 对于两个完全相同的动态管流系统, 如果边界条件相同而初始条件不同, 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, 两个系统的状态将趋于相同。

最后, 当选取离散时间间隔和空间间隔, 使得 T_s 足够小而且 $L/NT_s \geq a$ 时, 特征线方程 (3)、(4) 在一阶积分近似和离散化后有稳定的数值解^[4]。也即动态管流系统可以足够精确地由状态方程 (10) 表示。注意到上述条件 ($f > 0$, T_s 足够小和

$L/NT_s \geq a$) 在实际管线上都是不难满足的, 因而由开环观测器式(11)可以近似地观测动态管流系统的压力 $H(x, t)$ 和流量 $Q(x, t)$ 。

考虑到我国目前的大多数输油管线在首端和末端装有压力传感器(目前仅用于操作台显示和记录), 使用开环观测器是很方便的。但是, 开环状态估计的估计误差较大, 初始估计误差收敛较慢, 同时对模型误差和测量噪声也较敏感。为克服这些缺点, 可以采用 Luenberger 型闭环状态观测器

$$\hat{X}_{h+1} = A \hat{X}_h + M \hat{X}_h^2 + U_{h+1} + G[y_h - c \hat{X}_h]. \quad (12)$$

由于压力信号易于测量, 又考虑到通讯方便, 可取

$$y_h = CX_h = [1, 0, \dots, 0]X_h \quad (13)$$

关于误差加权阵 G 的设计, 可以采用[5]的下述结论:

如果系统

$$\begin{cases} X_{h+1} = F(X_h) + g(U) \\ y_h = CX_h \end{cases} \quad (14)$$

及其观测器 $\hat{X}_{h+1} = F(\hat{X}_h) + g(U) + G(y_h - C \hat{X}_h),$ (15)

在 X 的定义域中满足 $\|\nabla F_x - GC\|_2^2 \leq \varepsilon < 1,$

其中, ∇F_x 为 F 对 X 的梯度, $\|\cdot\|_2$ 为 2 范数, ε 为大于零的常数, 则观测器(15)是指

数型观测器, 即观测误差满足 $\|X_h - \hat{X}_h\|_2 \leq \varepsilon^{\frac{h}{2}} \cdot \|X_0 - \hat{X}_0\|_2$ 。而 G 阵的设计可由下述非线性优化问题解决,

$$\varepsilon^*(G^*) = \min_G \max_X \|\nabla F_x - GC\|_2^2, \quad (16)$$

其中, ε^*, G^* 为最优解所对应的 ε 值和 G 阵。

对于动态管流的状态方程(10)和观测器(11)有

$$\nabla F_x - GC = A - 2M \text{diag}\{x_i\} - GC, \quad GC = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_{2N} \end{bmatrix} \quad 0$$

故优化问题(16)中的 $\min_G$ 部分只与 $\nabla F_x - GC$ 的第一列有关。又因为 M 阵的前 $N-1$ 列为零, 因而在设计 G 阵时只须考虑下面的优化问题:

$$\begin{aligned} \min_G \left\{ (-g_1)^2 + (0.5 - g_2)^2 + \sum_{i=3}^{N-1} (-g_i)^2 + \left(-\frac{1}{B} - g_N\right)^2 \right. \\ \left. + (-g_{N+1})^2 + \left(\frac{1}{2B} - g_{N+2}\right)^2 + \sum_{i=N+3}^{2N} (-g_i)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{易得: } G^* = \left[\underbrace{0, 0.5, 0 \dots 0}_{N-1}, -\frac{1}{B}, 0, \underbrace{\frac{1}{2B}, 0 \dots 0}_{N+1} \right].$$

至于 ε^* 的大小, 要根据具体管线的参数以及状态 X 的变化范围确定。又注意到上述 G 阵设计方法是根据 Lyapunov 稳定理论给出的观测器误差收敛的充分条件, 因而即使求出的 $\varepsilon^* > 1$, 得到的 G^* 阵也可能仍是可用的。

四、仿真实验结果

图3为用计算机仿真的管线系统原理图。管线水平放置, 全长150m, 管内径10mm。管内流体为常温水。首端水箱的水平面相对于管线的高度为100m。管线首末端有阀门, 可以用来调整管线的工况。为了产生动态管流, 在首端水箱水面上迭加了一个幅度为15m的伪随机信号。末端大气压力也可根据需要迭加上随机压力扰动信号。

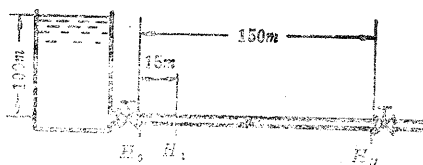


图3 管线系统原理图

管线虚分为相等的10段。以11个分段点上的压力、流量近似地表示实际上是连续分布的压力和流量。显然分段较多时这种近似更好。采样时间间隔 T , 取为压力波以波速传播经过一个分段所用的时间。

在刚启动观测器时, 管线的内部状态是不知道的。为了考察观测器的收敛性, 有意把 $\hat{X}_0$ 设置成偏离实际值很多。实际流量约为0.117升/秒, $\hat{Q}(x, 0)$ 设为0.196升/秒。

图4给出了两种观测器的压力估计与流量估计的估计误差随时间变化的情况。显然, 闭环观测器估计误差收敛得比较快。两种观测器流量估计误差衰减得都比较慢, 这与状

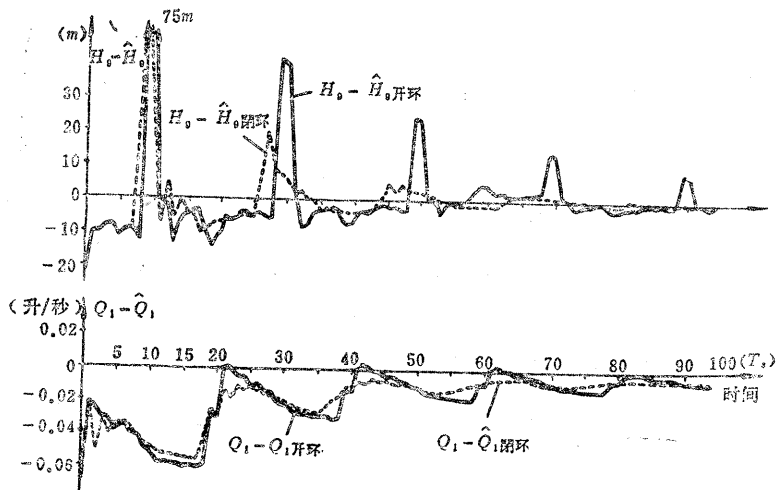


图4 观测器误差衰减曲线

态观测器没有流量测量有关。

图 5 给出了开环观测器和闭环观测器在刚启动($k=0$)以及一段时间以后($k=100$), 对管线内动态分布的压力、流量的估计。可以看出, 尽管初始状态估计误差很大, 但在一段时间以后, 观测器还是能够以一定的精度估计出实际的状态。

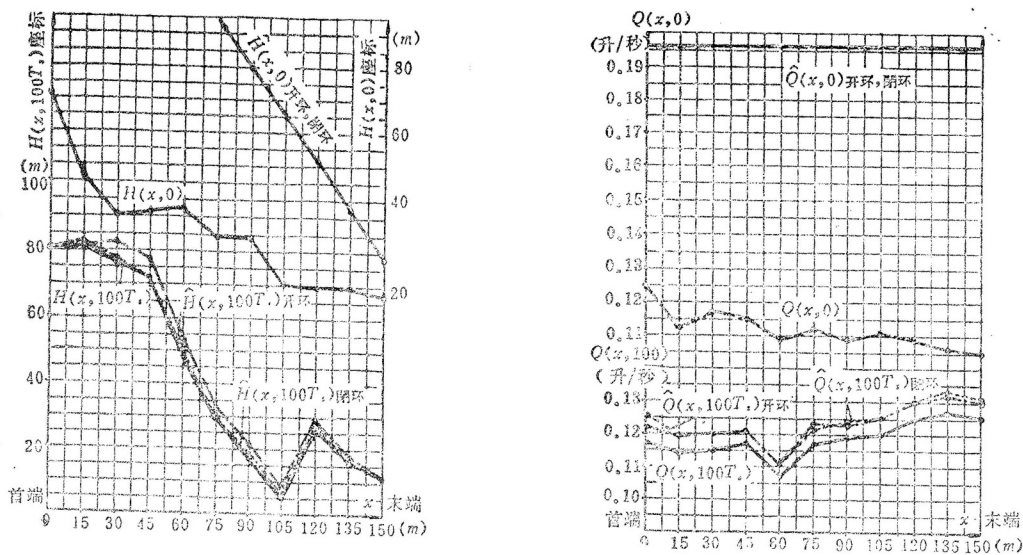


图 5 管线内压力、流量分布的估计

五、结 束 语

本文讨论了管内瞬变流这一类双曲型非线性分布参数系统的状态观测问题。在用特征线法和有限差分法得到了非线性离散状态方程后, 首先从物理上讨论了管内瞬变流可以用观测器观测的条件, 然后给出了一种 Luenberger 型观测器的设计方法。最后通过仿真研究, 验证了观测器的有效性, 并比较了开环观测器与闭环观测器的差别。考虑到管内瞬变流问题有很广泛的应用背景, 尤其是长距离流体输送管线在国民经济中的重要地位, 对这类系统的状态观测问题值得作更进一步的研究。

参 考 文 献

- [1] Huber, D. W., Real-time Transient Model for Batch Tracking, Line Balance and Leak Detection, The J. of Canadian Petro. Tech., 20, 3, (1981), 46-52.
- [2] Chapman, M. J., Jones, R. P., Pritchard, A. J., State Observers for Monitoring Gas Pipelines, Proc. of 3rd IFAC Symp. on Control of Distributed Parameter Systems, (1982), 333-337.

- [3] Schmidt, G. & Lappus, G., Large Scale Luenberger-type Observers for State Reconstruction in Extended Natural Gas Pipeline Networks, Proc. of Int. Conf. on Industrial Process Modelling and Control, Vol. 2, (1985), 192-198.
- [4] Wylie, E. B. & Streeter, V. L., Fluid Transients, McGraw-Hill Book Co., New York, (1983).
- [5] 陶洛文, 方崇智, 基于优化方法的非线性系统观测器设计, 自动化学报, 待发表.

OBSERVERS FOR A CLASS OF NONLINEAR DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS

Tao Luowen, Fang Chongzhi
(Tsinghua University, Beijing)

Abstract

This paper examines the problem of observing the state of fluid pipeline transients. First, the partial differential equations are transformed into discrete space, discrete time nonlinear difference equations through characteristic method and finite difference approach. Secondly, the convergency conditions of the observer are discussed. Finally, a Luenberger-type observer is designed and simulation results are included.