第4卷 第4期
1987年12月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol. 4, No. 4
Dec., 1987

具有分段非线性MIMO系统的自适应控制

孙 西 史 维

（南京工学院）

摘 要

本文对具有分段非线性 MIMO 系统提出了自适应控制算法。在任意初始条件下，算法能确保闭环系统在确定和随机情况下都是大范围渐近收敛和稳定的。

一、问题的提出

在 Keviczky 1977 年提出多变量自校正最小方差控制后，多变量系统的自适应控制已得到一定发展，如文献〔1〕、〔2〕分别给出了在一定条件下线性多变量系统在确定和随机情况时的大范围渐近收敛的自适应算法。目前有关非线性多变量系统的自适应算法较少，虽然某些非线性系统在一定条件下可以看成是系统参数时变的线性系统，但当系统工作在非线性特性变化的附近时，用线性的自适应算法，控制效果往往不很理想。因此，有必要对非线性系统建立相应的控制算法。文献〔3〕讨论了单变量含分段非线性系统的自适应控制问题，并建立了相应的自适应算法。

本文对确定和随机情况下的具有分段非线性一般时延 MIMO 系统，建立了大范围渐近收敛的自适应算法，算法确保系统中各信号均方有界，并能达到渐近最优控制效果。

考虑具有下列结构的系统：

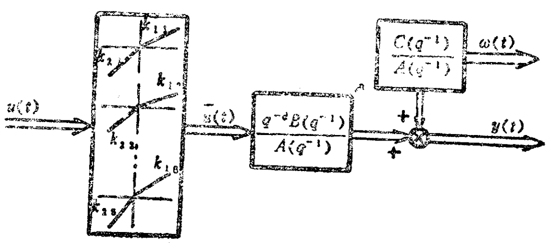

图 1 带干扰的非线性系统

其方程可描述为

$$A(q^{-1})y(t)=q^{-d}B(q^{-1})\overline{u}(t)+C(q^{-1})\omega(t), \tag{1}$$

本文于 1985 年 11 月 14 日收到。1986 年 4 月 28 日收到修改稿。

$$\overline{u}(t)=K_1u(t)+(K_2-K_1)H(t)u(t), \tag{2}$$

其中$y(t)$、$u(t)$、$\overline{u}(t)$和$\omega(t)$分别是s维输出、输入、线性部分输入和干扰向量，q^{-1}是单位延迟算子，d是系统时延，$A(q^{-1})$是q^{-1}的标量多项式或者对角阵，$B(q^{-1})$、$C(q^{-1})$是q^{-1}的矩阵多项式。

$$A(q^{-1})=1+a_1q^{-1}+\cdots+a_nq^{-n},$$

$$B(q^{-1})=B_0+B_1q^{-1}+\cdots+B_mq^{-m},\quad \det B_0\neq 0,$$

$$C(q^{-1})=I_s+C_1q^{-1}+\cdots+C_nq^{-n},\quad I_s\text{是}s\times s\text{维单位阵},$$

$$K_1=\mathrm{diag}[k_{11},k_{12},\cdots,k_{1s}],\quad 0<k_{1i}<\infty,\quad i=1,\cdots,s,$$

$$K_2=\mathrm{diag}[k_{21},k_{22},\cdots,k_{2s}),\quad 0<k_{2i}<\infty,\quad i=1,\cdots,s,$$

$$H(t)=\mathrm{diag}[h_1(t),h_2(t),\cdots,h_s(t)].$$

$$h_i(t)=\begin{cases}0 & \text{当 } u_i(t)\geq 0,\\ 1 & \text{当 } u_i(t)<0.\end{cases} \tag{3}$$

$\{\omega(t)\}$是定义在概率空间$\{\Omega,A,P\}$上的干扰向量序列，且适应于递增的σ－代数序列$\{\mathbf{F}_t,t\in N\}$，$\mathbf{F}_t$表示t时刻及其以前的观测值生成的σ－代数，$\mathbf{F}_0$含有所有的初始条件信息。

$$E\{\omega(t)/\mathbf{F}_{t-1}\}=0,\qquad a.s. \tag{4}$$

$$E\{\omega(t)\omega(t)^T/\mathbf{F}_{t-1}\}=Q,\mathrm{tr}Q<\infty,\qquad a.s. \tag{5}$$

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{M}\|\omega(t)\|^2<\infty,\qquad a.s. \tag{6}$$

假设 i）已知系统时延d，

ii）n、m的上界已知，

iii）$\det C(z)\neq 0$，对$|z|\leq|$，

iv）$\left[\;|P(z)C(z)|-\dfrac{\bar{a}_i}{2}\right]$严格正实。

目标函数

$$J=E\{\|P(q^{-1})y(t+d)-R(q^{-1})y^*(t+d)\|^2/\mathbf{F}_t\}, \tag{7}$$

式中$\{y^*(t)$是给定的s维有界向量序列，$P(q^{-1})$、$R(q^{-1})$均为q^{-1}的矩阵多项式，其次数不高于$d-1$，$P(q^{-1})$是首I_s的稳定矩阵多项式。

记 $R_0^T=[r_{10}^T,\ r_{20}^T,\cdots,r_{s0}^T]$.

而 R_0是$R(q^{-1})$的首项系数阵。

二、自适应算法

算法：

$$\hat{\theta}_i(t)=\hat{\theta}_i(t-d)+\frac{\overline{a}_i}{r_i(t-d)}\phi_i(t-d)\phi_i(t),\quad \overline{a}_i>0 \tag{8}$$

$$r_i(t-d)=r_i(t-d-1)+\phi_i(t-d)^T\phi_i(t-d), \tag{9}$$

$$r_i(-d)=r_i(-d+1)=\cdots=r_i(-1)=1,$$

$$\phi_i(t)^T=\{u(t)^T,[H(t)u(t)]^T,u(t-1)^T,[H(t-1)u(t-1)]^T,\cdots,$$
$$\phi(t)^T,\phi(t-1)^T,\cdots,y^*(t+d-1)^T,y^*(t+d-2)^T,\cdots,\},$$

θ_i 是相应的具有确定维数的参数向量。

$$\phi(t+d)=P(q^{-1})y(t+d)-R(q^{-1})y^*(t+d)。 \tag{10}$$

而 $\phi_i(t)$是$\phi(t)$的第i个分量。

$$\phi_i(t)^T\hat{\theta}_i(t)=r_{i0}^T y^*(t+d)。 \tag{11}$$

对于$h_1(t)$，$h_2(t)$，$\cdots$，$h_s(t)$，随$h_i(t)$的取值不同将得到不同的排列，将各种情况代入（11）式中得到2^s个关于$u(t)$的方程组，解这些方程组，直到求出满足（3）式的一组$u(t)$解为止，则它就是系统的控制输入。对低维系统，本算法比线性情况时的自适应算法计算量增加不大。特别若B_0为对角阵，则可得到一个相当简洁的自适应算法。

定理 1 （确定性情况） 若假设 i)～iii）成立，用控制算法（8）～（11），则

i）$\{y(t)\}$、$\{u(t)\}$、$\{\overline{u}(t)\}$是有界向量序列，

ii）$\lim\limits_{t\to\infty}\{P(q^{-1})y(t)-R(q^{-1})y^*(t)\}=0$。

这时 $\phi_i(t)^T=\{u(t)^T,\ [H(t)u(t)]^T,\ u(t-1)^T,[H(t-1)u(t-1)]^T,\cdots,y(t)^T,$
$y(t-1)^T,\cdots,\}$，

且（11）式中的r_{i0}^T改为r_i^T，r_i^T是$R(q^{-1})$的第i行。

证 是线性情况的直接推广，此略。

定理 2 （随机情况） 对系统（1）～（6），假设 i）～iv）成立，用控制算法（8）～（11）有

i）$\lim\limits_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum\limits_{t=0}^{N}\|y(t)\|^2<\infty$, $a.s.$

ii）$\lim\limits_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum\limits_{t=0}^{N}\|u(t)\|^2<\infty$, $a.s.$

iii）$\lim\limits_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum\limits_{t=0}^{N}\|\overline{u}(t)\|^2<\infty$, $a.s.$

iv）$\lim\limits_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum\limits_{t=0}^{N}E\{\|P(q^{-1})y(t+d)-R(q^{-1})y^*(t+d)\|^2/\mathbf{F}_t\}=\Gamma^2$, $a.s.$

其中 $\Gamma^2=E\{v(t+d)^Tv(t+d)/\mathbf{F}_t\}$是线性反馈可达到的最小误差方差。

证 是[3]和线性情况的直接推广，此略。

参 考 文 献

〔1〕 Goodwin, G. C., Ramadge, P. J. and Caines, P. E., Discrete Time Multivariable Adaptive Control, IEEE Trans. Auto-Contr., AC-**25** (1980), 449—456.

〔2〕 赵后今，MIMO 自校正控制器的全局收敛算法，控制理论与应用，**1**，3，(1984)，24—34.

〔3〕 Kung, M. C. and Womack, B. F., Discrete Time Adaptive Control of Linear Dynamic Systems with a Two-segment Piecewise-Linear Asymmetrics Nonlinearity, IEEE Trans. Auto-Contr., AC-**29**, (1984), 170—172.

〔4〕 Goodwin, G. C., Sin, K. S. and Saluja, K. K., Stochastic Adaptive Control and Prediction-The General Delay-Colored Noise Case, IEEE Trans. Auto-Contr., AC-25, (1980), 946—950.

〔5〕 Clarke, D. W. and Gawthrop, P. J., Self-Tuning Controller, Proc. IEE, 122, (1975), 929—934.

〔6〕 Goodwin, G. C., Ramadge, P. J. and Caines, P. E., Discrete Time Stochastic Adaptive Control, SIAM J. Contr. & Optim., **19**, (1981), 829—853.

DISCRETE-TIME ADAPTIVE CONTROL OF MIMO SYSTEMS WITH PIECEWISE NONLINEARITIES

Sun Xi, Sei Wei

(Nanjing Institute of Technology)

This paper presents a method for solving the discrete-time adaptive control of a MIMO system with piecewise nonlinearities. For any initial condition, the algorithm will ensure that the closed-loop system is globally convergent and stable in both deterministic and stochastic cases.