第5卷 第3期　　控制理论与应用　　Vol.5, No.3
1988年9月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Sept., 1988

一种新的自校正前馈控制器*

柴天佑

（东北工学院自控系，沈阳）

摘　要

本文提出了一种新的单输入单输出自校正前馈控制器。该控制器采用了对系统输入、输出、参考输入以及可测干扰和偏差加权的二次性能指标。该控制器不仅不加积分作用可以消除可测干扰的影响，消除稳态跟踪误差和偏差，而且即使用于非最小相位系统也具有全局收敛特性。

一、引　言

非最小相位系统的自适应控制无论在理论上还是在实际控制中都是一个具有挑战性的研究课题。Clarke－Gawthrop的自校正控制器是处理非最小相位系统的有效自适应控制方案[1]。然而，它的性能指标中的加权项需要凑试，但凑试十分困难。文〔2〕提出了在线校正加权项的方法，但控制器参数的辨识与加权项的校正相互影响，使得算法的收敛性变坏。广义自校正控制器[3]克服了上述缺点，不过上述方法都需要在线解方程，容易出现病态问题。

生产过程中，被控对象常常受到可测干扰的影响。如果把可测干扰当成前馈信号引入自适应控制可以取得好的抗扰性能[4]。然而，文〔4〕的自校正前馈控制器不加积分器不能完全消除可测干扰的影响和偏差。此外，上述可以处理非最小相位系统的自适应控制算法都未能建立全局收敛性分析。

本文提出一种新的自校正前馈控制器来解决上述问题。

二、自校正前馈控制器

1. 前馈控制器结构

设被控对象用线性差分方程来描述

$$A(z^{-1})y(t)=B(z^{-1})u(t-k)+B_2(z^{-1})v(t-k_2)+d+C(z^{-1})\xi(t), \tag{1}$$

式中 u、y、v 分别是输入、输出和可测干扰。d 是零输入时系统的输出偏差。A、B、B_2、C 是 z^{-1} 的多项式，$A(0)=C(0)=1$。$\{\xi(t)\}$为系统噪声。设$\{F_t\}$为非降子 σ- 代数族，$\{\xi(t)$、$F_t\}$为鞅差列，$\{\xi(t)\}$满足下列条件：

假设 A：

---

*冶金部理论研究基金资助的课题。

本文于1987年6月收到。1988年1月11日收到修改稿。

（1）$E(\xi(t)/F_{t-1})=0$, a.s.

（2）$E(\xi(t)^2/F_{t-1})=\sigma_\xi^2$, a.s.

（3）$\lim\limits_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum\limits_{t=1}^{N}\xi(t)^2<\infty$ a.s.

关于系统（1）作如下假设 B:

（1）k 和 k_2 已知且 $k\leqslant k_2$,

（2）A、B、B_2、和 C 的阶次 n_a, n_b, n_{b2} 和 n_c 的上界已知.

（3）$C(z^{-1})$是稳定的，即 $C(z^{-1})\neq 0\quad |z|\geqslant 1$.

（4）$v(t)$和 d 有界。

控制目标是求一控制律使系统（1）稳定，即以概率 1 使输入输出采样均方有界；使条件均方输出广义跟踪误差取得最小值.即以概率 1 取得.

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}y(t)^2<\infty, \tag{2}$$

$$\lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}u(t)^2<\infty, \tag{3}$$

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}E\{[P(z^{-1})y(t+k)-R(z^{-1})w(t)+S(z^{-1})v(t+k-k_2) \\ +Q(z^{-1})u(t)+r]^2/F_t\}=\sigma^2, \tag{4}$$

式中 σ^2 是最小均方输出广义跟踪误差。$w(t)$是有界已知参考输入信号，P、R、S和Q是 z^{-1} 的加权多项式. r 是一常量.

定义

$$\phi(t+k)=P(z^{-1})y(t+k), \tag{5}$$

引入等式

$$P(z^{-1})C(z^{-1})=A(z^{-1})F(z^{-1})+z^{-k}G(z^{-1}), \tag{6}$$

其中 $F(z^{-1})$是$(k-1)$阶 z^{-1} 的多项式，z^{-1} 的多项式 $G(z^{-1})$的阶次 $n_g=\max(n_a-1, n_p+n_c-k)$.

用 $F(z^{-1})$乘以（1）并利用（6）可得 k 步超前预报形式

$$C(z^{-1})(\phi(t+k)-v(t+k))=G(z^{-1})y(t)+H(z^{-1})u(t)+D(z^{-1})v(t+k-k_2)+\overline{d}, \tag{7}$$

式中

$$H(z^{-1})=F(z^{-1})B(z^{-1}),\quad D(z^{-1})=F(z^{-1})B_2(z^{-1}),\quad \overline{d}=F(1)d, \\ \nu(t+k)=F(z^{-1})\xi(t+k),\quad \phi^*(t+k/t)=\phi(t+k)-\nu(t+k). \tag{8}$$

将（8）代入（4）可求得最优控制律为

$$\phi^*(t+k/t)=R(z^{-1})w(t)-S(z^{-1})v(t+k-k_2)-Q(z^{-1})u(t)-r, \tag{9}$$

且得最小均方输出广义跟踪误差 σ^2 为

$$\sigma^2 = E\{v(t+k)^2/F_t\} = E\{(F(z^{-1})\xi(t+k))^2/F_t\}.$$

由（7）和（9）两式可得最优控制律的另一种方式：

$$\overline{H}(z^{-1})u(t) + G(z^{-1})y(t) + \overline{D}(z^{-1})v(t+k-k_2) + \overline{r} = E(z^{-1})w(t), \qquad (10)$$

式中

$$\overline{H}(z^{-1}) = F(z^{-1})B(z^{-1}) + C(z^{-1})Q(z^{-1}), \quad \overline{D}(z^{-1}) = F(z^{-1})B_2(z^{-1}) + C(z^{-1})S(z^{-1}),$$

$$E(z^{-1}) = C(z^{-1})R(z^{-1}), \quad \overline{r} = C(1)r + F(1)d,$$

广义最小方差前馈控制器如图1所示。

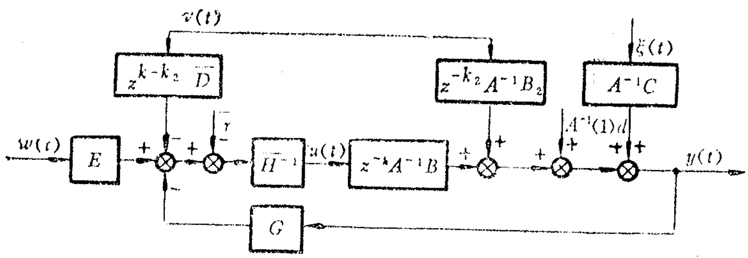

图1 前馈控制器方框图

2. 加权项的选择

由（10）式求得 $u(t)$ 代入（1）式可得闭环系统方程：

$$(PB+AQ)y(t) = BRw(t-k) + (B_2Q - BS)v(t-k_2) + (Q(1)d - B(1)r) + (FB+CQ)\xi(t). \qquad (11)$$

显然加权阵 P 和 Q 决定着闭环系统的稳定性。可以选择 P、Q 为

$$P=1, \quad Q=\lambda, \qquad (12)$$

$\lambda \leqslant 0$，且满足

$$B(z^{-1}) + \lambda A(z^{-1}) \neq 0, \quad |z| \geqslant 1. \qquad (13)$$

从（11）式可以看到，如果不加入积分器即 $Q(1)\neq 0$，那么干扰 $v(t)$ 和偏差 d 将影响输出。当性能指标中引入 S 和 r 就可以通过选择 S 和 r 来消除 $v(t)$ 和 d 的影响。选择 R、S 和 r 来消除稳态跟踪误差和可测干扰以及偏差的影响。

$$R = 1 + \lambda A(1)/B(1). \qquad (14)$$

$$S = \lambda B_2(1)/B(1). \qquad (15)$$

$$r = \lambda d/B(1). \qquad (16)$$

3. 自校正前馈控制算法

由（7）～（9）式可得控制器参数的辨识方程和控制律方程：

$$\phi(t) = G(z^{-1})y(t-k) + H(z^{-1})u(t-k) + D(z^{-1})v(t-k_2) + \overline{d} - C^*(z^{-1})\phi^*(t/t-k) + v(t), \qquad (17)$$

式中

$C^*(z^{-1})=C(z^{-1})-1$.

$$G(z^{-1})y(t)+H(z^{-1})u(t)+D(z^{-1})v(t-k_2+k)+\overline{d}-C^*(z^{-1})\phi^*(t+k/t)$$
$$=R(z^{-1})w(t)-S(z^{-1})v(t+k-k_2)-Q(z^{-1})u(t)-r, \qquad (18)$$

式中 $\phi^*(t+k/t)$ 由（9）式来计算，如果设

$$y^*(t+k)=R(z^{-1})w(t)-S(z^{-1})v(t+k-k_2)-Q(z^{-1})u(t)-r, \qquad (19)$$

那么
$$\phi^*(t+k/t)=y^*(t+k). \qquad (20)$$

于是当系统参数未知时，可以采用如下自校正控制算法.

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t-k)+\frac{\overline{a}}{r(t-k)}X(t-k)[\phi(t)-X(t-k)^T\hat{\theta}(t-k)],\quad \overline{a}>0 \qquad (21)$$

$$r(t-k)=r(t-k-1)+X(t-k)^TX(t-k),\quad r(-1)=1, \qquad (22)$$

$$X(t)^T\hat{\theta}(t)=y^*(t+k), \qquad (23)$$

$$R=1+\lambda F(1)A(1)/H(1),\quad F(1)A(1)=C(1)-G(1), \qquad (24)$$

$$S=\lambda D(1)/H(1), \qquad (25)$$

$$r=\overline{d}/H(1), \qquad (26)$$

式中 $\hat{\theta}(t)$ 是对 θ 的递推估计，θ 与数据向量 $X(t)$ 为

$$\theta=[g_0,g_1,\cdots;\ h_0,h_1,\cdots;\ d_0,d_1,\cdots;\ c_1,c_2,\cdots;\ \overline{d}]^T,$$
$$X(t)^T=[y(t),y(t-1),\cdots;\ u(t),u(t-1),\cdots;\ v(t+k-k_2),v(t+k-k_2-1),\ \cdots;$$
$$-y^*(t+k-1),-y^*(t+k-2),\ \cdots;\ 1].$$

三、自校正前馈控制算法的稳定性和收敛性分析

自校正算法的稳定性和收敛性证明还需要下列假设条件.

假设 C：离线选择加权项 P 和 Q，使多项式 $(P(z^{-1})B(z^{-1})+Q(z^{-1})A(z^{-1}))$ 的零点全部在单位圆内.

本假设给出了离线选择加权项的准则. 本假设在实际中也是容易实现的. 只要系统是可稳定的，加权项 P 和 Q 一定存在.（12）和（13）式给出的选择 P 和 Q 的方法完全符合假设 C.

定理 （1）满足假设 A、B 和 C 且假定

$$C(z^{-1})-\frac{\overline{a}}{2}. \qquad (26)$$

严格正实. 自校正算法（21）～（26）应用于系统（1）则以概率1有

$$(1)\ \lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}y(t)^2<\infty;\ \text{a.s.} \qquad (27)$$

$$(2)\ \lim_{N\to\infty}\sup\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}u(t)^2<\infty,\ \text{a.s.} \qquad (28)$$

（3）$\lim\limits_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum\limits_{t=0}^{N}E\{e(t+k)^2/F_t\}=\sigma^2$, a.s. （29）

式中

$$e(t+k)=P(z^{-1})y(t+k)-R(z^{-1})w(t)+S(z^{-1})v(t+k-k_2)+Q(z^{-1})u(t)+r. \tag{30}$$

证 （1）定义下列各量

$$b(t-k)=-X(t-k)^T\hat{\theta}(t-k), \tag{31}$$

$$\hat{\theta}(t)=\hat{\theta}(t)-\hat{\theta}, \tag{32}$$

$$z(t-k)=e(t)-v(t), \tag{33}$$

$$h(t-k)=b(t-k)-\frac{\bar{a}+\rho}{2}z(t-k). \tag{34}$$

（7）式两边减去$C(z^{-1})y^*(t+k)$并利用（19）和（30）式得

$$C(z^{-1})(e(t+k)-v(t+k))=G(z^{-1})y(t)+H(z^{-1})u(t)+D(z^{-1})v(t+k-k_2)+\bar{d}$$
$$-C^*(z^{-1})y^*(t+k)-y^*(t+k)=X(t)^T\theta-y^*(t+k).$$

由（23）、（31）～（33）得

$$C(z^{-1})z(t)=X(t)^T\theta-X(t)^T\hat{\theta}(t)=-X(t)\hat{\theta}(t)=b(t).$$

于是

$$h(t-k)=\left(C(z^{-1})-\frac{\bar{a}+\rho}{2}\right)z(t-k). \tag{35}$$

由于$\left(C(z^{-1})-\frac{\bar{a}}{2}\right)$严格正实，那么一定存在小正数$\rho$使（35）严格正实。

定义$V(t)=\hat{\theta}(t)^T\hat{\theta}(t)$。采用与文[5]类似的方法并利用严格正实性，单调收敛定理和Kronecker引理得

$$\lim_{N\to\infty}\frac{N}{r(N)}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}z(t)^2=0,\ \text{a.s.} \tag{36}$$

（2）用$A(z^{-1})$和$B(z^{-1})$乘（30）式两边并利用（1）和（33）式得

$$(PB+AQ)u(t)=Az(t)+(AF-PC)\xi(t+k)-(PB_2+AS)v(t+k-k_2)$$
$$-(P(1)d+A(1)r)+RAw(t), \tag{37}$$

$$(PB+AQ)y(t+k)=Bz(t)+(BF+QC)\xi(t+k)+(QB_2-BS)v(t+k-k_2)$$
$$+Q(1d)-B(1)r+BRw(t). \tag{38}$$

由于$(PB+AQ)$是稳定的，根据文[6]中引理$A.1$和假设$A(3)$及w、v、d的有界性并应用线性迭加原理得

$$\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}u(t)^2=\frac{K_1}{N}\sum_{t=0}^{N}z(t)^2+K_2,\ 0<K_1<\infty,\ 0<K_2<\infty,\ \text{a.s.} \tag{39}$$

$$\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}y(t+k)^2=\frac{K_3}{N}\sum_{t=0}^{N}z(t)^2+K_4,\ 0<K_3<\infty,\ 0<K_4<\infty,\ \text{a.s.} \tag{40}$$

由（5）、（19）、（30）和（33）式得

$$y^*(t+k)=-e(t+k)+\phi(t+k)=\phi(t+k)-z(t)-\nu(t+k),$$

那么

$$y^*(t+k)^2=2\phi(t+k)^2+2z(t)^2+2\nu(t+k)^2,$$

由假设 A（3）和（40）式得

$$\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}y^*(t+k)^2=\frac{K_5}{N}\sum_{t=0}^{N}z(t)^2+K_6,\ 0<K_5<\infty,\ 0<K_6<\infty. \tag{41}$$

根据 $r(N)$ 和 $X(t)$ 的定义以及（39）～（41）我们有

$$\frac{r(N)}{N}=\frac{C_1}{N}\sum_{t=0}^{N}z(t)^2+C_2,\ 0<C_1<\infty,\ 0<C_2<\infty, \tag{42}$$

由（36）式

$$\lim_{N\to\infty}\frac{\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}z(t)^2}{\frac{C_1}{N}\sum_{t=0}^{N}z(t)^2+C_2}=0,\qquad \text{a.s.}$$

即

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}z(t)^2=0,\ \text{a.s.} \tag{43}$$

由（39）、（40）、（43）可得定理中（27）和（28）式。由于 $z(t)$ 与 $\nu(t+k)$ 不相关，由（33）式

$$E(e(t+k)^2/F_t)=E[(z(t)+\nu(t+k))^2/F_t]=z(t)^2+E(\nu(t+k)^2/F_t)$$
$$=z(t)^2+\sigma^2,\quad \text{a.s.}$$

由（43）式

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N}E(e(t+k)^2/F_t)=\sigma^2,\quad a.s.$$

上述自校正算法，控制器参数辨识采用多步递推算法。如果采用修改最小二乘法，也可证明该算法仍具有全局收敛特性。证明方法类似文[7]。

四、仿 真 实 例

仿真对象为一开环不稳定非最小相位系统，其模型为

$$(1-1.2607z^{-1})y(t)=(0.0402+0.0601z^{-1})u(t-1)+(0.0608+0.0501z^{-1})v(t-1)+(1-0.2z^{-1})\xi(t).$$

在仿真实验中参考输入 $w(t)$ 为幅值10的方波，周期为50个采样间隔。可测干扰 $v(t)$ 为幅值 4 的方波，周期为40个采样周期。图 2 为仿真结果。λ 选为0.1。从仿真结果

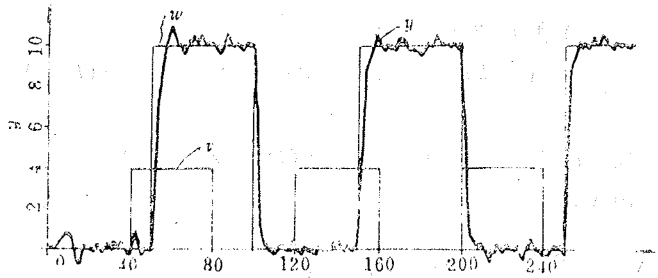

图 2 采用自校正前馈控制器时系统的输出、给定和可测干扰

可以看出，本文提出的控制器不加积分作用很快就消除了可测干扰对输出的影响，而且消除了稳态跟踪误差。当然，加入积分器消除跟踪误差具有强的鲁棒性，但对于有些系统当采用自校正控制器时，首先离线凑试 λ，然后引入积分器，这时闭环系统的极点由 $(A+\lambda(1-z^{-1})B)$ 来确定。积分器 $(1-z^{-1})$ 的引入影响极点位置，可能造成系统不稳定。而本文提出的方法不影响闭环系统的极点位置，即不影响系统的稳定性。

五、结 论

本文提出了不加积分作用消除可测干扰的影响、消除稳态跟踪误差和偏差的新方法。本文还证明了所提出的自校正前馈控制器具有全局收敛特性，即当该控制器即使用于非最小相位系统，只要合适地选择加权项，也能保证以概率 1 输入输出采样均方有界，条件均方输出广义跟踪误差取得最小值。理论分析和仿真表明该控制器具有好的控制性能。

参 考 文 献

〔1〕 Clarke, D. W., Self-tuning Control of Nonminimum-Phase Systems, Automatica, 20:5, (1984), 501—517.

〔2〕 Allidina, A. Y., Hughes, F. M., Genralized Self-tuning Controller with Pole Assignment, Proc. IEE, 127, (1980), 13—18.

〔3〕 柴天佑、郎世俊、顾兴源, A Generalized Self-tuning Feedforward Controller and Multivariable Application, Proc. of 24th IEEE Conference on Decision and Control, Florida, U. S. A., (1985), 862—866.

〔4〕 Clarke, D. W., Gawthrop, P. J., Self-tuning Control, Proc. IEE, 122, (1979), 633—640.

[5] Goodwin, G. C., Sin, K. S., Saluja, K. K., Stochastic Adaptive Control and Prediction-the General Delay-Colored Noise Case, IEEE Trans.Aut. Control, AC-25, (1980), 946—950.

[6] Goodwin, G. C., Ramadge, P. J., Cains, P. E., Discrete Time Stochastic Adaptive Control, SIAM J. Control Optimiz., 19, (1981), 829—853.

[7] 柴天佑, Globally Convergent Self-tuning Controllers, Int. J. Control (已接受待发表)。

A New Self-tuning Feedforward Controller

Chai Tianyou

(Department of Automatic Control, Northeast University of Technology, Shenyang)

Abstract

This paper presents a new single-input single-output self-tuning feedforward controller which adopts a cost function incorporating weighted system input, output, set-point variations, measurable disturbances and offset. This controller not only eliminates steady state tracking error, offset and effect of measurable disturbances without having to contain integral action continuously, but also is globally convergent, even for nonminimum phase systems.