

极点配置自校正控制器的一种新算法

徐承伟

(昆明工学院自动化系)

摘 要

现有的大多数极点配置自校正控制器(STC)算法需要不断地在线求解矩阵方程,这影响了算法的可靠性及实用性.本文提出的一种新型极点配置STC算法完全避开了上述缺点.该算法可任意配置闭环极点,对非最小相位系统也适用,但不适用于不稳定对象.仿真的结果与传递函数分析的结论吻合.

一、引 言

自校正控制器(STC)是现代控制理论中应用极为广泛的分支.

非最小相位系统的自校正控制,不能用MV(极小方差)策略,而要用极点配置方法(或广义MV方法,实质一样)^[1-5].现有的绝大多数极点配置方法都需要在每次参数估计之后求解矩阵方程,这使算法的可靠性降低,从而实用性也降低.

本文从完全不同的思路出发,对单输入单输出系统提出了一种新型的极点配置STC算法(以下简称新算法).新算法通过引入辅助时间变量,避免了在线求解矩阵方程.

二、准 备 工 作

考虑时间离散系统,

$$A(z^{-1})y_t = z^{-d}B(z^{-1})u_t, \quad (1)$$

式中 $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ 为后向移位算子 z^{-1} 的多项式,

$$z^{-k}f(t) = f(t-k), \quad (2)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \cdots + a_nz^{-n}, \quad (3)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + \cdots + b_mz^{-m}, \quad b_0 \neq 0, \quad (4)$$

y_t 和 u_t 分别是 t 时刻的输出和控制.为方便计,以下在不致混淆时略去多项式的宗量 z^{-1} .

熟知,对 Euclid 整环, $\exists! F, \exists! G$, 使

$$1 = AF + z^{-d}G, \quad (5)$$

这儿 $E!$ = “存在且仅存在一个”,而多项式

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1z^{-1} + \cdots + f_{d-1}z^{-d+1}, \quad (6)$$

$$G(z^{-1}) = g_0 + g_1z^{-1} + \cdots + g_{n-1}z^{-n+1}. \quad (7)$$

(5) 代入(1)并稍加整理得

$$y_{t+d} = Gy_t + Hu_t, \quad (8)$$

这里

$$\begin{aligned} H(z^{-1}) &= F(z^{-1})B(z^{-1}) \\ &= h_0 + h_1 z^{-1} + \cdots + h_l z^{-l}, \quad l = m + d - 1. \end{aligned} \quad (9)$$

对(8)式, 容易建立最小二乘参数估计递推算式,

$$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + \frac{P_{t-1} z_t}{\lambda_t + z_t^T P_{t-1} z_t} (y_t - \hat{\theta}_{t-1}^T z_t), \quad (10)$$

$$P_t = \frac{1}{\lambda_t} \left(P_{t-1} - \frac{P_{t-1} z_t z_t^T P_{t-1}}{\lambda_t + z_t^T P_{t-1} z_t} \right), \quad (11)$$

其中参数向量

$$\theta^T = (g_0, g_1, \cdots, g_{n-1}, h_0, h_1, \cdots, h_l), \quad (12)$$

回归向量

$$\begin{aligned} z_t^T &= (y_{t-d}, y_{t-d-1}, \cdots, y_{t-d-n+1}, \\ &\quad u_{t-d}, u_{t-d-1}, \cdots, u_{t-d-l}), \end{aligned} \quad (13)$$

P_t 是 t 时刻增益阵, λ_t 是 t 时刻的遗忘因子, $*^T$ 表 $*$ 的转置, $\hat{*}$ 表对 $*$ 的估计.

熟知, MV 控制律为

$$\hat{\theta}_t^T z_{t+d} = y_{t+d}^*, \quad (14)$$

其中 y_{t+d}^* 是 $t+d$ 时刻的参考输入, 且在 t 时刻已知. MV 策略不能用于非最小相位系统.

三、新 算 法

本节介绍新算法, 所用符号同前.

设置辅助时间变量 ω_t , 满足

$$z^r \bar{C}(z^{-1}) \omega_{t+d} + c_{r+1} z^{-1} x_{t+d} = y_{t+d}^*, \quad (15)$$

其中多项式

$$\bar{C}(z^{-1}) = c_0 + c_1 z^{-1} + \cdots + c_r z^{-r}, \quad r \geq 0, \quad (16)$$

而

$$x_{t+d} = \hat{G}_t y_t + \hat{H}_t u_t + v_t, \quad (17)$$

这里 $\hat{G}_t$ 、 $\hat{H}_t$ 分别是 t 时刻对 G 、 H 的估计 (由 $\hat{\theta}_t$ 得来), v_t 是第二个辅助时间变量,

它由

$$Kv_{t+d} = Py_t + Qu_t \quad (18)$$

产生, 其中 $K(z^{-1})$ 、 $P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$ 都是待定多项式.

新算法的控制律为

$$\hat{G}_t y_t + \hat{H}_t u_t + v_t = \omega_{t+d}. \quad (19)$$

这里对 ω_t 、 x_t 和 v_t 等变量稍加讨论. 实际上, v_t 是一个主要的辅助变量, 它利用 (18) 式来调整 y/y^* 、 u/y^* 两个传递函数. 若 $v_t = 0$, 则由 (17) 式可见, x_{t+d-1} 不是别的, 正是由 $\hat{G}_t$ 、 $\hat{H}_t$ 对 ω_{t+d-1} 的预报; 而由 (19) 式可见, 此时的控制律与 MV 算法的不同仅在于用 ω_{t+d} 代替了 y_{t+d}^* . 而 $v_t = 0$ 时 ω_{t+d} 又是什么呢? 从 (15)、(17) 两式可知, 此时的 ω_{t+d} 无非是把 y_{t+d}^* 经 $C(z^{-1})$ (见下文) 滤波后得到的输出, 即一个比较“柔和”的参考输入信号 (因为 $C(z^{-1})$ 渐近稳定, 所以“柔和”). 事实上, 这一滤波也可以取消 (在式 (16) 中令 $r=0$). 应注意, 从表面上看, 比较式 (17) 与 (19) 有 $x_{t+d} = \omega_{t+d}$, 但 x_{t+d-1} 在 (17) 式中是计算结果, 而 (19) 式则是用在 (15) 式中算得的 ω_{t+d} 来计算 u_t 的. 一般说来, 在有噪声的情况下, $\omega_{t+d-1} \neq x_{t+d-1}$.

接下来, 考察新算法下的闭环传递函数 u_t/y_t^* 和 y_t/y_t^* . 式 (19)、(17) 代入 (15), 有

$$(z^r \bar{C} + c_{r+1} z^{-1})(\hat{G}_t y_t + \hat{H}_t u_t + v_t) = y_{t+d}^*, \quad (20)$$

定义

$$C(z^{-1}) = z^r \bar{C}(z^{-1}) + z^{-1} c_{r+1}. \quad (21)$$

当参数估计收敛于真值时, 有

$$\hat{G}_t \rightarrow G = z^d(1 - AF), \quad \hat{H}_t \rightarrow H = FB. \quad (22)$$

把 (1)、(18) 代入 (20) 并稍加整理, 得到

$$C(A^{-1}B + z^{-s}K^{-1}Q + z^{-s}K^{-1}Pz^{-d}A^{-1}B)u_t = y_{t+d}^*. \quad (23)$$

若取

$$K(z^{-1}) = 1, \quad P(z^{-1}) = 0, \quad (24)$$

则立即有

$$\frac{u_t}{y_{t+d}^*} = \frac{1}{C(A^{-1}B + z^{-s}Q)}. \quad (25)$$

又取

$$Q = A^{-1} \bar{Q} z^s, \quad (26)$$

则

$$\frac{y_t}{y_t^*} = \frac{z^d A}{C(B + \bar{Q})}. \quad (27)$$

给定任一渐近稳定多项式 $W(z^{-1}) = w_0 + w_1 z^{-1} + \dots + w_p z^{-p}$, 总可以找到多项式 $\bar{Q}(z^{-1})$ 使得

$$B + \bar{Q} = W. \quad (28)$$

这样

$$\frac{u_t}{y_t^*} = \frac{z^d A}{CW}, \quad (29)$$

简单的运算立刻又可得出

$$\frac{y_t}{y_t^*} = \frac{B}{CW}. \quad (30)$$

可见, u_t/y_t^* 和 y_t/y_t^* 具有完全相同的极点, 且极点 (即 $C(z^{-1})$ 和 $W(z^{-1})$ 的零点) 可以任意配置.

为了保证闭环系统的动态和稳态性能, $C(z^{-1})$ 及 $W(z^{-1})$ 的选择应满足以下两个条件:

- (i) $C(z^{-1})$ 和 $W(z^{-1})$ 都渐近稳定;
- (ii) $W(1)C(1) = B(1)$.

(31)

下面考察辅助变量 v_t 的产生, 式 (24)、(26) 代入 (18) 有

$$v_t = A^{-1} \bar{Q} u_t, \quad (32)$$

或即

$$A v_t = \bar{Q} u_t, \quad (33)$$

这里 $\bar{Q}(z^{-1}) = \bar{q}_0 + \bar{q}_1 z^{-1} + \dots$. 如果 $\bar{q}_0 \neq 0$, 则 v_t 的确定有赖于 u_t . 但算法中需要先算出 v_t , 才能算出 u_t . 为此, 应使

$$\bar{q}_0 = 0. \quad (34)$$

注意到 (28) 式

$$\bar{Q}(z^{-1}) = W(z^{-1}) - B(z^{-1}), \quad (35a)$$

亦即

$$\bar{q}_0 + \bar{q}_1 z^{-1} + \dots = (w_0 - b_0) + (w_1 - b_1) z^{-1} + \dots \quad (35b)$$

可见,

$$\bar{q}_0 = w_0 - b_0. \quad (36)$$

所以, 只要选择 $w_0 = b_0$, 即有 $\overline{q_0} = 0$.

由式 (33)、(35) 可见, 产生 v_t 及计算 $\overline{Q}(z^{-1})$ 的系数时, 需利用 $A(z^{-1})$ 和 $B(z^{-1})$, 但 A 和 B 均未知. 因此, 用估计量 $\hat{A}$ 、 $\hat{B}$ 代替 A 、 B . $\hat{A}$ 和 $\hat{B}$ 仍可用递推最小二乘估计:

$$\hat{\beta}_t = \hat{\beta}_{t-1} + \frac{R_{t-1} \phi_t}{\lambda_t + \phi_t^T R_{t-1} \phi_t} (y_t - \hat{\beta}_{t-1}^T \phi_t), \quad (37)$$

$$R_t = \frac{1}{\lambda_t} \left(R_{t-1} - \frac{R_{t-1} \phi_t \phi_t^T R_{t-1}}{\lambda_t + \phi_t^T R_{t-1} \phi_t} \right), \quad (38)$$

其中

$$\beta^T = (-a_1, \dots, -a_n, b_0, b_1, \dots, b_m), \quad (39)$$

$$\phi_t^T = (y_{t-1}, \dots, y_{t-n}, u_{t-d}, \dots, u_{t-d-m}). \quad (40)$$

新算法的有关公式于此汇集如下:

$$x_{t+d-1} = \hat{G}_t y_{t-1} + \hat{H}_t u_{t-1} + v_{t-1}, \quad (41)$$

$$\overline{C} \omega_{t+d+r} + c_{r+1} x_{t+d-1} = y_{t+d}^*, \quad (42)$$

$$\hat{A}_t v_t = \overline{Q} u_t = (W - \hat{B}_t) u_t, \quad (43)$$

$$\hat{G}_t y_t + \hat{H}_t u_t + v_t = \omega_{t+d}. \quad (44)$$

熟悉的参数估计公式不再列出.

设事先给定了渐近稳定多项式 $W'(z^{-1}) = w'_0 + w'_1 z^{-1} + \dots + w'_p z^{-p}$ 和 $C'(z^{-1}) = c'_0 + c'_1 z^{-1} + \dots + c'_{r+1} z^{-r-1}$. 每次新的参数估计出来后, 为满足 (34) 式, 应以 $\hat{b}_0 / w'_0$ 乘 $W'(z^{-1})$, 得到

$$\begin{aligned} W(z^{-1}) &= w_0 + w_1 z^{-1} + \dots \\ &= (\hat{b}_0 / w'_0) W'(z^{-1}) \\ &= \hat{b}_0 + \dots \end{aligned} \quad (45)$$

另外, 为满足 (31) 式, 应使

$$C(z^{-1}) = \frac{\hat{B}(1)}{C'(1)W(1)} C'(z^{-1}). \quad (46)$$

整个算法可用图1的框图表示.

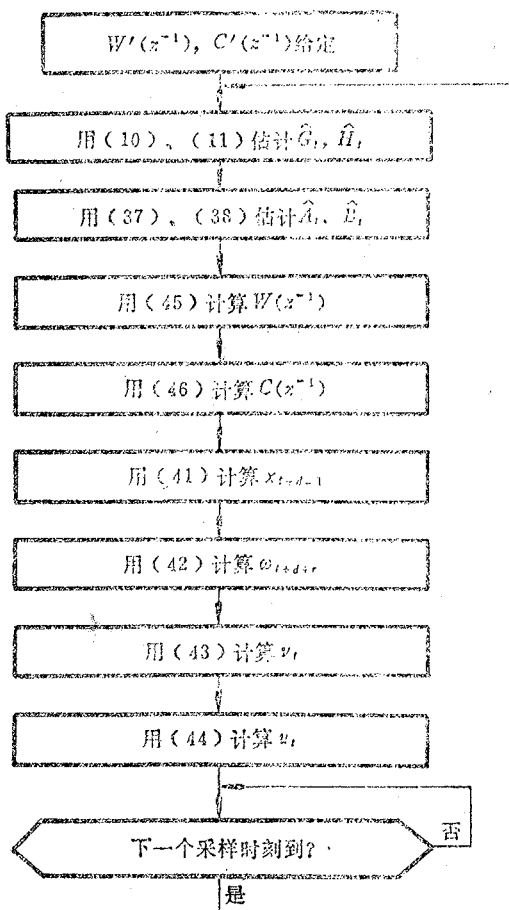


图 1 新的极点配置 STC 算法框图

讨论 1 较之 MV STC 算法, 新算法计算量稍大, 主要增加了一个 $n+m+1$ 阶的参数估计递推算式。

讨论 2 由式 (33) 可见, 为使 v_t 保持有界, $A(z^{-1})$ 必须是稳定的 (在单位圆内无零点)。换言之, 新算法不适用于不稳定的开环对象。另一方面, 新算法对 $B(z^{-1})$ 未加任何限制, 因此它对最小和非最小相位系统都适用。

讨论 3 根据必然性等价原理, 即使参数估计 $\hat{G}_t$ 、 $\hat{H}_t$ 、 $\hat{A}_t$ 、 $\hat{B}_t$ 不收敛到真值, 新算法仍可正常工作。

四、仿 真 示 例

利用新算法做了大量仿真, 现略举数例。

图 2 是 y_t 和 u_t 对 y_t^* 的响应曲线。其中 $A(z^{-1}) = (1 - 0.3z^{-1})(1 - 0.7z^{-1})$, $d=2$,

$B(z^{-1}) = 1 + 1.1z^{-1}$, 可见是非最小相位系统, 多项式 $C'(z^{-1})$ 和 $W'(z^{-1})$ 选择为

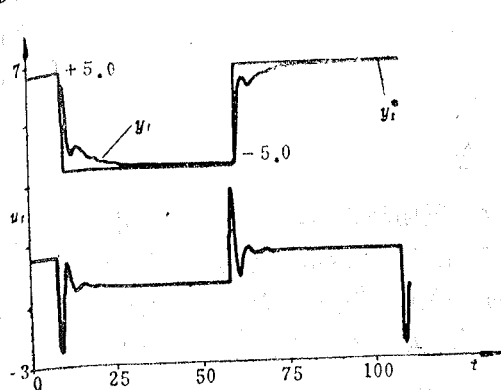


图 2 y_t, u_t 对 y_t^* 的响应 (I)

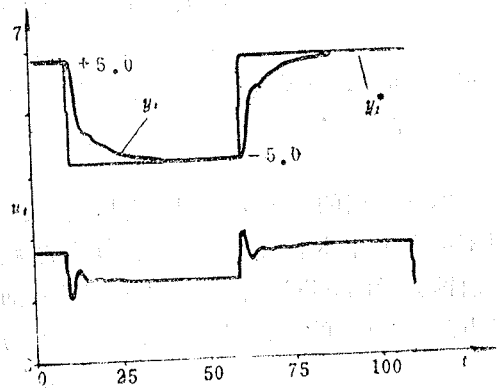


图 3 y_t, u_t 对 y_t^* 的响应 (II)

$$C'(z^{-1}) = 1 - 0.2z^{-1}, \quad (47)$$

$$W'(z^{-1}) = 1 - 0.2z^{-1}. \quad (48)$$

图 2 中, y_t^* 有两次阶跃变化 ($+5 \rightarrow -5 \rightarrow +5$).

闭环极点由 C' 和 W' 确定, 对比图 3 和图 2, 可以看出 C' 和 W' 的不同选择带来的影响. 图 3 中的其余参数皆同图 2, 唯有

$$C'(z^{-1}) = (1 - 0.2z^{-1})(1 - 0.4z^{-1}), \quad (49)$$

$$W'(z^{-1}) = (1 - 0.1z^{-1})(1 - 0.3z^{-1}). \quad (50)$$

可以看到, 由于 C' 及 W' 的不同, 图 3 中的 y_t 对 y_t^* 的响应较图 2 为慢, 但同时 u_t 的波动幅度也较图 2 小.

图 4 是载噪情形下的仿真结果. 开环系统为

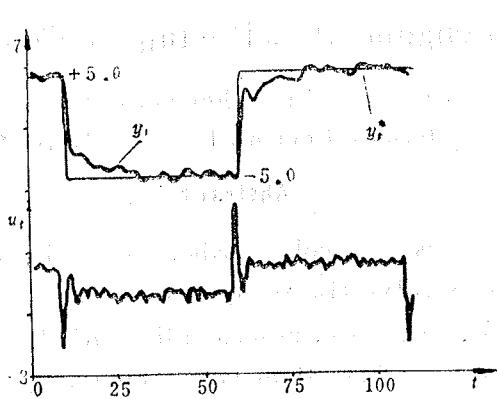


图 4 y_t, u_t 对 y_t^* 的响应 (II) (载噪情形)

$$Ay_t = z^{-d}Bu_t + \xi_t, \quad (51)$$

其中 ξ_t 是 $[-0.3, 0.3]$ 上均匀分布的不相关随机噪声, A, d, B 同前, 多项式 C' 和

W' 选为

$$C'(z^{-1}) = 1 - 0.2z^{-1},$$

$$W'(z^{-1}) = 1 - 0.3z^{-1}.$$

(52)

(53)

从图4中可见, 新算法对载噪系统仍能工作.

五、结 论

本文提出的新型极点配置 STC 算法可任意配置闭环极点, 可用于非最小相位系统但不能用于开环不稳定对象. 新算法的优点是避免了在线求解矩阵方程, 缺点是对于包含前馈分量的 STC 算法, 无法配置扰动通道的传递函数极点. 因此, 新算法一方面为极点配置 STC 的设计提供了新的思路与方法, 另一方面又引出了有待解决的新问题.

参 考 文 献

- [1] Astrom, K. J., Robustness of a Design Method Based on Assignment of Poles and Zeros, IEEE Trans. Automatic Control, AC-25: 3, (1980), 588—591.
- [2] Allidina, A. Y. and Hughes, F. M., Generalized Self-tuning Controller with Pole Assignment, IEE Proc., 127, Pt. D, 3, (1980), 13-18.
- [3] Wellstead, P. E., Edmunds, J. M., Prager, D. and Zanker, P., Self-tuning Pole/Zero Assignment Regulators, Int. J. Control, 30, (1979), 1—26.
- [4] Zachariah, K. and Warwick, K., Auto-weighted Minimum-variance Self-tuning Controller, OPTimal Control Appl. & Methods, 7 : 1, (1986). 41—53.
- [5] Sirisena, H. R. and Teng, F. C., Multivariable Pole-zero Placement Self-tuning Controller, Int. J. System Sciences 17, (1986), 345—352.

A Novel Pole - assignment Self - tuning Controller Algorithm

Xu Chenwei

(Department of Automatic Control, Kunming Institute of Technology)

Abstract

Most of the existing pole-assignment self-tuning controller (STC) algorithms solve linear equations repeatedly. This reduces the reliability and hence the practicability of the algorithms. The novel pole-assignment STC algorithm proposed in this paper avoids this shortcoming. The algorithm can place the closed-loop poles arbitrarily and fits non-minimum phase plant. However, it can not be applied to unstable open-loop plant. Simulation results verify the conclusions obtained by transfer function analysis.