卷 第4期　　控制理论与应用　　Vol.5, No.4
1988年12月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Dec., 1988

鲁棒系统设计的时域方法

杨亚光　吕勇哉
（浙江大学工业控制研究所，杭州）

摘　要

鲁棒系统的设计方法是当前控制理论中最重要的前沿课题之一。时域方法是其中的一个重要组成部分，也是近年来非常活跃的一个研究方向。本文用不大的篇幅较为全面地回顾了其发展并介绍了目前的研究现状，评述和讨论了各种鲁棒指标的定义及设计方法的优缺点．在总结的基础上，阐述了笔者对这一研究领域发展前景的展望．

一、引　言

六十年代至七十年代，现代控制理论的一个重要突破是状态空间的结构性理论，包括能控性理论，能观性理论，反馈镇定及输入输出模型的状态空间实现理论。连同最优控制，卡尔曼滤波理论及分离性定理，现代控制理论形成了一个严密的完整的理论体系，并在宇航等应用领域取得了惊人的成就。尽管这一理论上的贡献是不可磨灭的，然而由于假定受控对象的数学模型是完全已知的，因此其实际应用，尤其是常规工业的实际应用并不很多，与理论发展的水平相距甚大。这是由于控制工程师避免不了模型的不精确性。工业过程，工程系统都运行在变化的环境中，各种因素包括温度、原料、负荷等条件都在因时而异，因此，用精确的数学模型描述这些系统是不现实的，因为建模的不精确对控制器的设计的影响是很大的。理论上的深入与应用的脱节使得越来越多的控制理论工作者认识到以状态空间表示的所谓现代控制理论存在着应用方面的困难。继理Kokotovic[2]的断言之后，1987年，众多的控制界权威[1]指出：鲁棒控制是当前系统论研究中一个最重要的领域。从目前发表的文献来看，这一方面的工作有增无减，出现了很多有价值的工作，特别在鲁棒系统的设计方面，不仅有一些富于吸引力的贡献，而且还有很多值得进一步研究的课题。因此，总结这一方面的研究并促进其进一步发展是我们写这篇综述的动机。

限于篇幅和笔者的兴趣，笔者没有介绍频域鲁棒设计的现代结果，我们的讨论集中在时域的鲁棒设计方法及其评价。

本文的讨论分为三个部分。第二节我们将给出一个简单的历史回顾，虽然这里的方法已显得有些陈旧，但它揭示了早期研究者的天才的洞察力且有助于我们了解问题的发展过程。第三节较为全面地介绍了目前的研究现状及各种设计方法，并评述和讨论了它们的优缺点。这一部分是本文的核心部分。第四节针对这一领域进一步的发展方向，阐

本文于1988年6月29日收到。

述了笔者的观点.

二、历史的回顾

鲁棒性在控制系统中受到广泛的注意虽然是由于状态空间表示的现代控制理论的局限性所引起的，但是这一概念的出现却是来自于数值分析的启发和早期研究者的洞察力。1964年，当现代控制理论成就辉煌并处于蓬勃发展的时候，Laughton[3]就指出：特征值的灵敏性不仅对数值分析学家至关重要，对于控制工程师来说也是非常重要的。为此，他引入了特征值和状态变量对系统参数变化的灵敏度，用导数$\frac{d\lambda}{ds}$和$\frac{d\mathbf{x}}{ds}$来表征。这里的s是联系系统参数变化的一个变量。并且用Stiffness而不是Robustness来表示一个系统对参数变化的不敏感性。之后，Reddy(1969[4])，Crossley和Porter(1969[5])等人也研究了特征值结构的灵敏性问题，主要的表示方法仍然是特征值和特征向量对变化参数的导数。虽然是针对控制系统的描述来研究灵敏度，然而这些研究都没有给出鲁棒系统的设计方法。但是Reddy已经注意到微小的参数变化可能引起系统性能的急剧恶化。

最早考虑到设计鲁棒控制系统的研究者当属Morgan(1966[6])，但是由于他考虑的是SISO系统设计，且多变量反馈理论当时还没有解决，所以他的设计方法并没有什么实际价值。然而可贵的是他的思想给以后的研究者以极有价值的启发。1967年，当Wonham[7]证明了多变量的极点配置定理后，并没有人立即想到利用多余的自由度来保证控制系统的鲁棒性。直到1976年，Gourishanker和Ramar[8]在参考了Morgan的工作后，给出了第一个有意义的鲁棒的极点配置控制系统的设计方法。他们考虑了特征值对系统矩阵A的参数变化的鲁棒性，用特征值对A_{ij}的导数来度量，进而用单秩法解决了配置鲁棒极点的计算问题。一个明显的缺点是单秩法并没有充分利用自由度来使闭环系统达到最优鲁棒性，并且没有考虑特征值对B阵参数变化的鲁棒性。因此在[9]中，他们用不定秩的配置方法部分地克服了这一缺点。作为不定秩的一个特殊情况，Gourishanker和Zaokowski[10]用并矢法配置了具有最小灵敏度的特征值(1980)。

纵观这一时期的工作，可以看出，研究人数不多，大部分的工作还不属于鲁棒系统的设计。所用的灵敏度指标有特征值灵敏度，轨迹灵敏度及性能指标灵敏度，然而，由于指标灵敏度难于反映对象参数变化引起的系统行为偏差[8]，所以使用不是太多。所有这些灵敏度都是用对系统参数的导数来描述的，这就使得鲁棒性的计算较为复杂，且要求特征值或轨线对系统参数的变化要连续可微，显然，这种鲁棒性度量也只在小范围内适用。这些都是导数型指标的缺点。从实际设计方法来看，[8]—[10]都要进行复杂的坐标变换，计算相当困难，而且难于充分利用多余的自由度(见施颂椒等[11])。

这一时期的工作还有Davison[12]等。但这类工作往往只考虑了稳定性问题，并没有注意到使得灵敏度极小的问题，所以本文不予重点介绍。

总之，由于鲁棒性问题还没有受到广泛的注意，加之研究方法的数学描述选取得并不是十分有效，所以这一时期工作还处于初始和不成熟的阶段。但是它却为今后的发展

打下了良好的基础。

三、当前的研究现状

进入八十年代以后，越来越多的控制理论工作者开始注意到，结构性理论在实际应用中的缺陷，在于对数学模型的苛刻要求。因此系统的鲁棒性尤其是设计鲁棒性的系统日益受到重视。Kokotovic 最先预见到这一方向将成为一个最活跃的控制理论研究领域[2]。而文献〔1〕的权威性评论（1987）无疑将进一步促进这一研究的发展速度。一个明显的标志就是文献数量的显著增多。这一节我们分三个方面来叙述并评价最近的成果。

1. 鲁棒性指标

评价一个系统的鲁棒性必定要用一个合理的鲁棒性指标。一个指标的优劣首先就是它是否很好地定义了不敏感性（insensitivity），它的适用范围是否大，即大范围还是小范围适用，特殊摄动还是任意摄动，附加约束（如对参数是否要求可微）等。对于设计来说，另一个重要因素就是指标除了合理外，能否导出简单的收敛快的设计算法。这一点之所以至关重要，是因为鲁棒系统的设计往往是困难复杂的。如前述，六十至七十年代的导数型指标在这些要求下往往是不足取的。所以最近的设计方法除Berger(1984〔13〕)，Gopal 和 Pratapachandran（1985〔14〕）等少数文献，大部分已不采用这种指标。

除特征值灵敏度（鲁棒性）指标、轨迹灵敏度指标外，另一种最近文献中常见的是多项式根对多项式系数的灵敏度指标，如 Bialas（1985〔15〕），Biernacki(1986〔16〕)等的工作。然而围绕这一指标的大部分工作仅限于鲁棒性分析，唯一的例外是Soh 等（1987〔17〕）的杰出工作。

可以说，特征值条件数一类的指标是当前最流行且最有效的设计鲁棒系统的指标。文献〔11〕、〔18〕—〔34〕都采用这一类指标来设计鲁棒控制系统。Cavin[34]首先采用了这种指标。他提出了用

$$K_c = \mathrm{tr}[I - X^T X]^2 \qquad (1)$$

作为鲁棒指标。这里 X 是闭环特征向量构成的矩阵。这一指标是正交的特征向量的鲁棒性为最好的直观结果的自然引伸。Sun（孙继广）[20],[23]采用了类似的指标

$$K_s = \|I - X^T X\|_F。 \qquad (2)$$

这里$\|\cdot\|_F$表示 Frobenius 范数。涂健等[19]也采用了 K_c 指标作为设计准则。然而关于 K_c 和 K_s 的等效性、合理性及局限性的证明是由笔者[18]给出的。由于 K_c 和 K_s 的值域为〔0，∞），而有效范围只是在〔0，1〕区间，所以〔18〕给出了另一个指标

$$K_y = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j \neq i}^{n} [(\mathbf{x}_j^T \mathbf{x}_i)^2 + \beta(1 - \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i)^2], \qquad (3)$$

其中，$\mathbf{x}_i$ 为闭环特征向量。这一指标的值域〔0，$n(n-1)$〕，而有效范围是〔0，$n/(n-1)$)，显然指标范围得到了极大的改善。

Kautsky 等[24]引入了4个指标，$\nu_1 = \|C\|_\infty$，$\nu_2 = K_2(X)$，$\nu_3 = n^{-1/2}\|X^{-1}\|_F$，$\nu_4$

$=\|DX^{-1}\|_F/\|D\|_F$。其中，$C=(c_1,\cdots,c_n)$，c_i 是个别条件数，K_2 是谱条件件数[35]。并给出了他们的相容性证明。陈春晖[26]、施颂椒等[11]，孙继广[20],[23]采用了修正的个别条件数指标，周其节等[27]采用了 ν_3 指标。然而所有这些设计方法都很复杂。Dickman[29]给出了如下的鲁棒性指标

$$K_d=\|A-BK\|_F, \tag{4}$$

其中 A 为系统矩阵，B 为控制矩阵，K 为反馈矩阵。这一指标的特点是不需要计算特征向量，然而实际的设计过程仍然不能说是简单。

从目前的文献来看，鲁棒性指标的选取将直接影响到设计的复杂性。可以说，选取合理又方便设计的鲁棒性指标仍然是没有完全解决的问题。

这一小节的最后，我们将谈一下特征值灵敏度和状态向量灵敏度的一致性问题。文〔11〕指出：由谱展开式，当特征值互异时有

$$x(t)=\sum_{i=1}^{n}v_i t_i^T x_0 e^{\lambda_i t}, \tag{5}$$

其中，v_i，t_i 分别为闭环右特征向量和左特征向量。所以状态对扰动的灵敏度将取决于闭环特征值和特征向量的灵敏度。实际上，因为[36]

$$x(t)=\sum_{j=1}^{k}\sum_{l=0}^{d_j-1}t^l e^{s_j t}E_j^l x_0, \tag{6}$$

其中 d_j 为第 j 个重特征值的重数。$E_j^l=\frac{1}{l!}[(A-s_jI)E_j^0]^l$，$E_j^0=v_j\cdot t_j^T$。〔11〕的结论显然对一般情况也成立。

2. 设计方法及其评价

现有的设计大部分是状态反馈方法。鉴于Gourishankar和Ramar[8]-[10]的方法丢失了大量的自由度，施颂椒等[11]提出了改进的方法，由于他们仅考虑了一类特殊的摄动，所以方法并不具有一般性。Cavin等[34]最先考虑了大范围的一般摄动，然而他们的方法只能配置实数极点。周军[37]将这一方法推广到复极点的情况，然而无论是指标的选取还是计算的复杂性，这个方法都有显著的不足。

迄今为止，最为杰出的工作是由Kautsky等人[22],[24],[31]完成的。设计分为三个主要步骤。

步骤 A：用QR分解

$$B=[U_0,\ U_1]\begin{bmatrix}Z\\0\end{bmatrix}, \tag{7}$$

$$[U_1^T(A-\lambda_i I)]^T=[\hat{S}_i,\ S_i]\begin{bmatrix}R_i\\0\end{bmatrix}, \tag{8}$$

其中，S_i 是对应于指定特征值 λ_i 的特征向量 x_i 的可选择子空间 φ_i 的一组标准正交基。

步骤 X：选择鲁棒的 $x_i\in\varphi_i$，$i=1,\cdots,n$。

步骤 F：$K=Z^{-1}U_0^T(X\Lambda X^{-1}-A)$， (9)

很明显，步骤 X 是最关键的一步，Kautsky 等的方法是轮流循环优化 $\mathbf{x}_i\in\varphi_i$。这样的收敛点肯定满足。

$$f(\mathbf{x}_1^*,\ \cdots,\ \mathbf{x}_n^*)=\min_{\mathbf{x}_i\in\varphi_i} f(\mathbf{x}_1^*,\ \cdots,\ \mathbf{x}_{i-1}^*,\ \mathbf{x}_i,\ \mathbf{x}_{i+1}^*,\cdots,\mathbf{x}_n^*), \tag{10}$$

对 $\forall i$ 都成立。然而更早一些时候，魏权龄等[38]就一般情况已经指出仅满足(10)式的不动点不一定是一个最优点。孙继广[21],[23]虽然放弃了轮流优化 x_i 的方案，采取了一揽子的解决方法。但 Kautsky 方案的这一缺陷最早是由笔者[18]指出的。采用状态反馈的其它工作还有〔19〕、〔25〕、〔28〕、〔29〕等。

因为 Davison[39]证明了当满足某些条件时，输出反馈系统能够几乎任意配置极点，故 Chu 等[40]将鲁棒配置的状态反馈方法推广到了输出反馈的形式。这一方面的工作还有陈春晖（1988〔26〕），周其节等（1988〔27〕）。因为〔27〕仍然是采用循环优化 $\mathbf{x}_i$ 的方法，由（10）式鲁棒其最优性仍然得不到保障。相比之下，〔26〕的方法似乎更好一些。这两种方法都是〔24〕的推广形式。

实际上，牺牲精确的极点位置来使得系统具有更好的鲁棒性在工程中或许更为重要。尽管 Fletch[21]首先意识到这一点，然而这方面的工作首先是由孙继广[23]和Soh等人[17]分别做的。Soh 考虑了离散的单输入单输出情况，而孙继广给出了多输入多输出的方法。实例表明，配置极点在给定区域能得到更好的鲁棒性，虽然理论上还没有给出一个证明。

在与鲁棒配置方法发展的同时，Moore[41]，Klein[42]考虑到多变量的设计自由度，提出用来设计模态分布。将鲁棒配置和模态分布结合起来的设计方法仅有周军[37]和 Per Sogaard—Anderson 等人的工作。将鲁棒配置与二次型调节器设计相结合的工作还有 Gopal 等[14]、涂健等[19]。配置部分鲁棒极点的讨论可见于 Nichols[30]，Kautsky[31]的文章。这些方面的论题不太集中，限于篇幅不再作详细的讨论。

3. 计算的复杂性考虑

目前，所有这些方法都没有严格的分析其计算方面的优劣。由于大部分的方法最终都归结为一个数学规划问题，我们仍然可以给出一个大致的一般性的评价。

归纳前节讨论的各种鲁棒系统的设计问题，除 Cavin[34]的方法为求 Sylvester 方程为手段以外，其余的大致可以分为两大类。

第一类是直接将问题转化为非线性规划问题求解，例如施颂椒等[11]，前面已指出这一方法不适于一般摄动问题。周军和涂健[19]的方法由于涉及到调节器 Q，R 阵的选取问题，其问题计算最为复杂，问题归结为 $2n^2+n$ 个非线性等式约束的非线性规划问题，且还需要试凑才能完成，所以实际仿真都是针对低阶（二阶）的情况来讨论的。笔者[28]的方法需求解 n^2 个线性等式约束 n 个二次约束的非线性规划。问题简单得多。涉及最优调节器的 Gopal 方法[14]同样需要试凑，且在每次非线性规划迭代中要解二次 $2n$ 阶的矩阵 Riccati 方程。复杂性仍然可观。Dickman[29]的方法需要解 n 个 n 次约束的非线性规划问题。

由于
$$|\lambda_i I-(A-BK)|=0 \tag{11}$$

的展开都非常困难，所以对高阶问题来说，这一方法并没有优越性。唯一通过牺牲约束数目可将非线性等式约束化为线性等式约束的方法，是由Soh等[17]给出的。其约束数目为$2^{2m\times 2}\times(4m-2)$，其中$2m$为控制器分母和分子的阶数和。对于5阶的系统，其约束数大约为70000个。所以这种方法并没有实际意义。可以看到，这一类问题通常都涉及到非线性的等式约束，而这一类问题是非线性规划中计算最为复杂的问题[43]。所以从计算上考虑，这一类方法有明显的不足。

另一类是先给出闭环特征向量的存在空间表达式，进而用非线性规划求解的方法。Anderson[25]的工作就属于这一类。而Kautsky等人[24]的分解方法（见（7），（8），(9)式）则显得更加简洁方便。Nichols, Fletch, Van Dooren等[21],[22],[30],[31]都是基于这种方法讨论的。Sun [20],[23]提出了用一揽子解步骤X来代替逐个优化$\mathbf{x}_i$的方案。这就导致了一个n个2次约束的非线性规划问题。杨亚光等[18]提出了Kautsky[24]的逐个优化$\mathbf{x}_i$的不收敛到最优鲁棒解的可能性，提出了一个改进的方案，问题简化为一个无约束的非线性优化问题，这个算法可以认为是迄今为止保证收敛的最简单的方法。然而Sun和笔者的改进方案也有很明显的缺陷。一是计算还不如Kautsky[24]的算法简单，二是所选取的指标适用范围还受到一定的限制（详见前一节的讨论）。

在输出反馈的设计中，周其节[27]陈春晖[26]的方法也是受Kautsky方法启发而得到的。周其节[27]的方法由于没有考虑到全盘优化X而是一部分一部分的选取$\mathbf{x}_i$迭代优化，所以其解的最优性还需要证明。这两种方法都归结为非线性等式约束的非线性规划问题，在某些特殊情况下，〔27〕的方法可以转化为无约束问题。而一般情况〔26〕也许更可取一些。

从计算和解的最优性两方面综合来看，到目前为止，可以说还没有一个方法是尽善尽美的。除掉优化问题中的非线性等式约束来提高计算效率也许是重要的改进方向。更详细的看法留在下一节讨论。

四、进一步发展的方向

从前面的分析中，我们得出了这样的结论：鲁棒配置的时域方法正处于蓬勃发展的阶段。上一节讨论的方法基本都是1984年以后提出的，约半数是1987—1988年度发表的最新成果。虽有许多杰出的工作，但存留大量亟待解决的问题。提出新的方便的鲁棒性指标并找出计算算法简单的设计步骤或许是最基本最重要的一个方面。对现有的方法从理论上评价其优劣是应用这些方法的设计人员所极为关心的。当然由于其分析上的困难，仿真的比较也许是一个补充的手段。从文献来看，放松对精确极点位置的要求来获取更好的鲁棒性和模态响应，将会进一步降低我们对建模精度的要求。这也许是一个值得重视的方向，从〔17〕，〔23〕的经验来看，其实际计算将更趋复杂。所以前面的基本问题算法如不简化，将阻碍这一类问题的深入。因此寻求类似于〔24〕的方法零（method 0）的结构性算法是非常有吸引力的。

即使在用非线性规划的算法中，也只能得到局部最优性的保证。实际上对某些特殊

问题我们有可能得到全局最优解，遗憾的是目前的所有文献还没有涉及到这个问题。另一个还没有涉及到的方向是反馈的容错能力。当然这一类问题也许更为复杂。

参 考 文 献

〔1〕 Challenges to Control: An Collective View, IEEETrans. on AC-32, (1987) 275-285.

〔2〕 Kokotovic, R, V., Recent Trends in Feedback Design: An Overviews, Automatica, 21: 3, (1985), 225-236.

〔3〕 Laughton, M. A., Sensitivity in Dynamical System Analysis, J. Electron. Control, 17,(1964), 577-591.

〔4〕 Raddy, D.C., Eigenfanction Sensitivity and the Parameter Variation Problem, Int. J. Control, 9, (1969), 561-568.

〔5〕 Crossley, T. R., and Porter, B., Eigenvalue and Eigenvector Sensitivities in Linear Systems Theory, Int. J. Control, 10, (1969), 163-170.

〔6〕 Morgan, B. S., Sensitivity analysis and Synthesis of Multivariable Systems, IEEE Trans. on AC-11, (1966), 506-512.

〔7〕 Wonham, W. M., On Pole Assignment in Multiinput, Controllable Linear System, IEEE Trans. on AC-12, (1967), 660-665.

〔8〕 Gourishanker, V., and Ramar, K., Pole Assignment with Minimum Eigenvalue Sensitivity to Plant Parameter Variations, Int. J. Control, 23: 4, (1976), 493-504.

〔9〕 Ramar, K., and Gourishanker V., Utilization of the Design Freadom of Pole Assignment Feedback Controllers of Unrestricted Rank, Int. J. Control, 24: 3, (1976), 423-430.

〔10〕 Gourishanker, V., and Zaokowski, G. V., Minimum Sensitivity Controllers with Application to VTOL Aircraft, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 16, (1980), 217-226.

〔11〕 施颂椒、王跃云，基于特征结构配置的最小灵敏度控制器的设计，自动化学报，14: 2, (1988), 81-87.

〔12〕 Davison, E. J., The Robust Decentralized Control of a General Servomachanism Problem, IEEE Trans. on AC-21, (1976), 14-24.

〔13〕 Berger, C. S., Robust Controller Design by Minimization of the Variation of the Coefficients of the Closed Loop Characteristic Equation IEE Proceedings, 131D, (1984), 103-107.

〔14〕 Gopal, M., and Pratapachandran, P.N., Sensitivity Reduced Optimal Discrete Linear Regulator with Prescribed Closed Loop Eigenvalues, IEE Proceeding, 132D, (1985), 18-24.

〔15〕 Bialas, S., and Garloff, J., Stability of Polynomials Under Coefficient Purturbation, IEEE Trans. on AC-30, (1985), 310-312.

〔16〕 Biernacki, R. M., Sensitivities of Stability Constraints and Their

Applications, IEEE Trans. on AC-31, (1986), 639-642.

〔17〕 Soh, Y. C., Evans, R. J., Petersen, R. I., and Betz, R. E., Robust Pole Assignment, Automatica, 23, (1987), 601-610.

〔18〕 杨亚光、吕勇哉，鲁棒性指标的分析及其在多变量控制系统极点配置中的应用，自动化学报（待发表）.

〔19〕 涂健、周军，二次型最优控制系统鲁棒性特征结构配置的计算机辅助设计，控制与决策，2:4，(1987)，22-26.

〔20〕 Sun Jiguang, On Numerical Methods for Robust Pole Assignment in Control System Design, J. Computational Math, 5: 2, (1987), 119-134.

〔21〕 Fletch, L. R., An Inverse Eigenvalue Problem From Control Theory, Numerical Treatment of Inverse Problem for Differential and Integral Equations (ed. P. Deuflhard, E. Hairer) Birkhauser/Boston, (1983), 161-170.

〔22〕 Kautsky, J., Nichols, N. K., Van Dooren, P., and Flecher, L., Namerical Methods for Robust Eigenstructures Assignment in Control System Design, Numerical Treatment of Inverse Problem for Differential and Integral Equations(ed. P. Deuflhard, E. Hairer) Birkhauser/Boston, (1983) 171-178.

〔23〕 Sun Jiguang, On Numerical Method for Robust Pole Assignment in Control System Design (II) J. Computational Math., 5 : 4, (1987), 352-363.

〔24〕 Kautshy, J., Nichols, N. K., and Van Dooren, P., Robust Pole Assignment in Linear State Feedback, Int. J. Control, 41, (1985), 1129-1155.

〔25〕 Per. Sogaard-Anderson, Trostmann, E., and Conrad, F., Eigenstructure and Residuals in Multivariable State Feedback Design, Int. J. Control, 44, (1986), 427-439.

〔26〕 陈春晖，关于鲁棒的输出反馈极点配置问题的算法，计算数学，10: 1，(1988) 59-67.

〔27〕 周其节、龙志扬，用输出反馈配置鲁棒极点，控制理论与应用，5: 1，(1988)，18-24.

〔28〕 Yang Yaguang (杨亚光), A New Condition Number and Its Application in Control Theory, Submitted to J. Computational Math., 7:2, (1989), 103-107.

〔29〕 Dickman, A., On the Robustness of Multivariable Linear Feedback Systems in State Space Representation, IEEE Trans. on AC-32, (1987), 407-410,

〔30〕 Nichols, N. K., Robustness in Partial Pole Placement, IEEE Trans. on AC-32 (1987), 728-732.

〔31〕 Kautsky, J., and Nichols, N. K., Robust Multiple Eigenvalue Assignment by State Feedback in Linear Systems, in Linear Algebra and its Role in Systems Theory (AMS Comtemp. Math. Series, Vol. 47) (1985), 253-264.

〔32〕 杨亚光、吕勇哉，多变量鲁棒特征结构的设计方法，河北机电学院学报，4: 1, (1987), 93-99.

〔33〕 王大海，多变量控制系统健状调节的几个新结果，北京航空学院博士论文(1988).

〔34〕 Cavin K., et al., Robust and Well-conditioned Eigenstructure Assignment Via Sylvester's Equations, American Control Conference, (1982) 1053-1057.

〔35〕 Wilkinson, J. H., The Algebraic Eigenvalue Problem Oxford University Paess, (1965).

〔36〕 何关钰，线性控制系统理论，辽宁科技出版社，沈阳，(1985), 86.

〔37〕 周军，鲁棒特征结构控制系统的计算机辅助设计，华中工学院硕士论文，(1985).

〔38〕 魏权龄、应玫茜，直接最优化方法的收敛性与不动点，系统科学与数学，1: 2, (1981), 81-98.

〔39〕 Davision, E, J., and Wang. S. H., On Pole Assignment in Linear Multivariable Systems Using Output Feedback, IEEE Trans. on AC-20, (1975), 516-518.

〔40〕 Chu, E. K-E., et al., Robust Pole Assignment by Output Feedback Proc. 4th IMA Conf. on Control Theory, (1984).

〔41〕 Moore, B. C., On the Flexibility Offered by State Feedback in Multivariable Systems Beyond Closed Loop Eigenvalue Assignment, IEEE Trans. on AC-21, (1976), 689-692.

〔42〕 Klein, G., and Moore, B., Eigenvalue-generalized Eigenvector Assignment with State Feedback, IEEE Trans. on AC-22, (1977), 140-141.

〔43〕 Himmelblau, Applied Nonlinear Programming, The University of Texas, Austin, Texas, (1972).

Robust System Design - Time Domain Methods: An Overview

Yang Yaguang, Lu Yongzai

(Research Instituite of Industrial Control, Zhejiang University, Hangzhou)

Abstract

Robust system design is one of the most important current research areas in control theory. Time domain method is a very prosperous direction. In this overview, authors first look back on its development briefly, then represent main contributions to this field and comment some advantages and drawbacks existing in hitherto various definitions of robust indices and their correspondent design methods. Based on this discussion, authors expound their own opinions about the outlook of this research area.