

# 模型跟随自适应控制的新方法 及其算法实现\*

刘白雁 丁崇生 李天石 史维祥

(西安交通大学机械工程系)

## 摘 要

本文提出的模型跟随自适应控制的新方法,突破了现有算法实用上的限制,而具有如下特点:(1)通过使模型完全跟随条件与参考模型和被控过程无关,从而保证在被控过程参数未知且非线性、时变时,其输出也能渐近参考模型的输出。(2)即使实际过程的状态变量不可量测,也不用进行在线辨识。这些特点已有仿真和实验所验证。本文同时给出了新方法的算法实现。

## 一、引 言

模型跟随自适应控制(简称AMFC),对于解决参数未知、时变的系统的伺服控制问题,特别是当被控过程(或被控对象)不能进行在线辨识时,是一种极有潜力的方法。但是现有的AMFC算法由于对被控对象提出了一些难以实现的条件,因而很难获得实际应用。而本文提出的方法,由于不需要在线辨识,同时能够保证AMFC系统的渐近跟随性质,并且其算法实现相对较简单,故具有较强的实用价值。

## 二、现有AMFC算法的局限性

对于单输入单输出(SISO)系统,其基本的AMFC系统的结构如图1所示(有关符号参见第二节)。与这种结构对应的各种AMFC算法,在实际应用中可能存在以下两个问题:

### 1. 模型完全可跟随(简称PMF)条件问题

由参考文献[1][2],该结构对应的PMF条件为

$$(I - B_p B_p^+)(A_m - A_p) = 0, \quad (1)$$

$$(I - B_p B_p^+)B_m = 0. \quad (2)$$

由于在这种结构中,参考模型(以下简称模型)和实际过程(以下简称过程)具有相同的输出矩阵C,因此要满足PMF条件,就会使模型参数成为过程参数的函数,即需要

\*国家自然科学基金资助的项目。

本文于1987年5月11日收到。1988年5月14日收到修改稿。

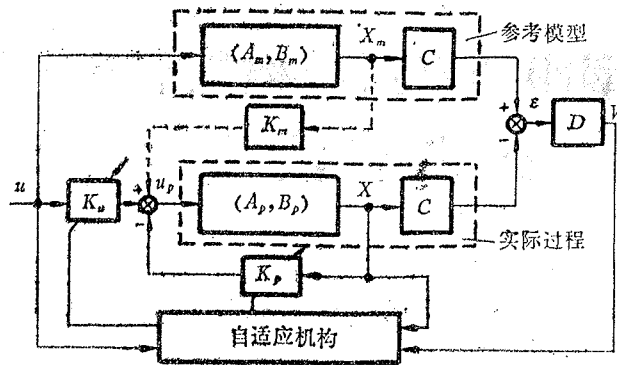


图1 基本的单输入单输出AMFC系统

掌握  $A_p$ 、 $B_p$  变化范围的先验知识，而这通常是比较困难的。且若  $A_p$ 、 $B_p$  的变化范围较大，还会给模型参数的选择带来极大的困难，更谈不上对参考模型进行优化了。

## 2. 状态量测问题

图1所示的结构要求过程状态是可量测的。但在许多情况下，过程状态是不可量测的或者代价太高。

## 三、AMFC 新方法的主要特点及其算法实现

用能控标准型构造 AMFC 系统的数学模型，有参考模型：

$$X_m(k+1) = A_m X_m(k) + B u(k), \quad (3)$$

$$y_m(k) = C_m X_m(k). \quad (4)$$

实际过程：

$$X(k+1) = A_p X(k) + B u_p(k), \quad (5)$$

$$y(k) = C_p X(k). \quad (6)$$

若模型与过程的传递函数分别为

$$y_m(z)/u(z) = \sum_{i=1}^n b_{mi} z^{-i} / \left[ 1 + \sum_{i=1}^n a_{mi} z^{-i} \right], \quad (7)$$

$$y(z)/u_p(z) = \sum_{i=1}^n b_i z^{-i} / \left[ 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i} \right], \quad (8)$$

则  $C_m = [b_{mn} \ b_{mn-1} \cdots b_{m1}]$ ,  $C_p = [b_n \ b_{n-1} \cdots b_1]$ 。这里  $X_m$ 、 $X$  分别为模型和过程的  $n$  维状态向量， $y_m$ 、 $y$  分别为模型和过程的输出， $u$ 、 $u_p$  分别为模型和过程的输入。定义：

$$\text{广义输出误差: } e(k) = y_m(k) - y(k), \quad (9)$$

$$\text{广义状态误差: } e(k) = X_m(k) - X(k). \quad (10)$$

由于在通常情况下， $b_{mi} \neq b_i$ ，故  $C_m \neq C_p$ ，因而不能象现有 AMFC 算法那样，利用  $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$ ，使  $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} C e(k) = 0$ ，来构造 AMFC 系统。为此，设过程的

输入为

$$u_p(k) = K_m(k+1)X_m(k) + K_u(k+1)u(k) - K_p(k+1)X(k). \quad (11)$$

同时, 为了构造等价反馈系统的标准形式<sup>[1]</sup>, 引入一个参数  $\theta$ , 由 (9) 式、(3) — (6) 式和 (11) 式, 有

$$\varepsilon(k+1) = \theta\varepsilon(k) + C_p BW(k+1), \quad (12)$$

其中,

$$\begin{aligned} C_p BW(k+1) \triangleq & [\theta C_p - C_p A_p + C_p B K_p(k+1)]X(k) + [C_m B - C_p B K_u(k+1)]u(k) \\ & + [C_m A_m - \theta C_m - C_p B K_m(k+1)]X_m(k) \end{aligned} \quad (13)$$

显然, 要使  $\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k) = 0$ , 须满足以下条件:

$$(1) |\theta| < 1;$$

$$(2) \theta C_p - C_p A_p + C_p B K_p(k+1) = 0, \quad (14)$$

$$C_m A_m - \theta C_m - C_p B K_m(k+1) = 0, \quad (15)$$

$$C_m B - C_p B K_u(k+1) = 0. \quad (16)$$

对于能控标准型  $C_p B = b_1$ , 则  $C_p B$  的伪逆  $C_p B^+ = [(C_p B)^T (C_p B)]^{-1} (C_p B)^T = 1/b_1$ , 当  $b_1 \neq 0$  时,  $(C_p B)^+$  存在, 故 (14) — (16) 式可改写为

$$[I - (C_p B)(C_p B)^+](\theta C_p - C_p A_p) = 0, \quad (17)$$

$$[I - (C_p B)(C_p B)^+](C_m A_m - \theta C_m) = 0, \quad (18)$$

$$[I - (C_p B)(C_p B)^+]C_m B = 0. \quad (19)$$

这里仅就 (17) 进行证明, 其余类似。

对于 (14) 式, 当  $(C_p B)^+$  存在时, 其解  $K_p$  存在且唯一

$$K_p(k+1) = -(C_p B)^+ (\theta C_p - C_p A_p). \quad (20)$$

将 (20) 式代入 (14) 式, 即有

$$[I - (C_p B)(C_p B)^+](\theta C_p - C_p A_p) = 0,$$

为 (17) 式给出的形式。

(17) — (19) 式即为 AMFC 新方法的 PMF 条件。由于式中  $[I - (C_p B)(C_p B)^+] \equiv 0$ , 所以该 PMF 条件是恒成立的。因此模型参数可根据需要确定, 过程参数的变化不影响新方法的渐近跟随性质。

由式 (12)、(13) 确定的等价反馈系统如图 2 所示。其中

$$H(z) = \varepsilon(z)/W(z) = b_1 z / (z - \theta). \quad (21)$$

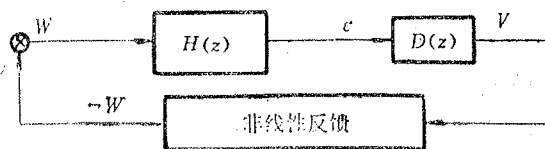


图 2 单价反馈系统

$D(z) = \sum_{i=1}^p d_i z^{-i}$  为线性补偿器。

下面讨论算法的实现。

### 1. 线性补偿器 $D(z)$ 的设计

由波波夫超稳定性定理, 在图 2 中,  $D(z)$  应保证前向传递函数

$$G(z) = D(z)H(z) = b_1 z \cdot D(z)/(z - \theta) \quad (22)$$

严格正实。虽然在 (22) 式中, 过程参数  $b_1$  可能变化, 但只要知道  $b_1$  的正、负, 就可通过设计  $D(z)$ , 使  $G(z)$  严格正实。

### 2. 计算控制器参数 $K_p(k+1)$ 、 $K_u(k+1)$ 和 $K_m(k+1)$

超稳定性定理要求等价反馈系统的非线性反馈环节的输入输出积, 满足波波夫积分不等式

$$\eta(0, k_1) = - \sum_{k=0}^{k_1} V(k)W(k) \geq -\gamma_0^2 \quad (\gamma_0^2 \geq 0). \quad (23)$$

设控制器为比例加积分形式, 利用 [1] 中附录 D 给出的解, 可知当  $K_p$ 、 $K_u$  和  $K_m$  分别取以下形式时, 可以保证 (23) 式成立。

$$\begin{aligned} K_p(k+1) &= \Phi^P[V(k+1)] + \left\{ \sum_{i=0}^k \Phi^I[V(i+1)] + K_{p0}^I \right\} \\ &= K_p^P(k+1) + K_p^I(k+1), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} K_u(k+1) &= \Psi^P[V(k+1)] + \left\{ \sum_{i=0}^k \Psi^I[V(i+1)] + K_{u0}^I \right\} \\ &= K_u^P(k+1) + K_u^I(k+1), \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} K_m(k+1) &= \Omega^P[V(k+1)] + \left\{ \sum_{i=0}^k \Omega^I[V(i+1)] + K_{m0}^I \right\} \\ &= K_m^P(k+1) + K_m^I(k+1), \end{aligned} \quad (26)$$

式中, 上标  $P$ 、 $I$  分别表示控制器的比例部分和积分部分,  $K_{p0}^I$ 、 $K_{u0}^I$  和  $K_{m0}^I$  为控制器参数的初值。而

$$\Phi^P[V(k+1)] = -V(k+1)[R^P X(k)]^T, \quad (27)$$

$$\Phi^I[V(k+1)] = -V(k+1)[R^I X(k)]^T, \quad (28)$$

$$\Psi^P[V(k+1)] = V(k+1)r^P u(k), \quad (29)$$

$$\Psi^I[V(k+1)] = V(k+1)r^I u(k), \quad (30)$$

$$\Omega^P[V(k+1)] = V(k+1)[S^P X_m(k)]^T, \quad (31)$$

$$\Omega^I[V(k+1)] = V(k+1)[S^I X_m(k)]^T, \quad (32)$$

式中  $R^P$ 、 $R^I$ 、 $S^P$  和  $S^I$  为  $n \times n$  维正定阵,  $r^P$ 、 $r^I$  为正的常数。

### 3. 计算线性补偿器的输出 $V(k+1)$

由[2]不难得到, 当采样频率相对于过程的频宽足够高时,

$$V(k+1) = \sum_{i=0}^P d_i \varepsilon(k-i) / \{1 + C_m B [X_m^T(k) (S^I + S^P) X_m(k) + (r^P + r^I) u^2(k) + X^T(k) (R^I + R^P) X(k)]\}. \quad (33)$$

### 4. 过程状态的计算

由能控标准型状态方程描述的过程的状态, 在物理上是不可量测的, 而须根据过程参数及其输入、输出信号计算得出。当过程参数未知时, 则无法求出过程的状态。下面给出一种用重构状态取代实际状态的方法。

由(5) — (6)式, 过程状态可写成

$$X(k+1) = A_s X(k) + B_s y(k), \quad (34)$$

式中

$$A_s = \begin{pmatrix} 0 & I_{n-1} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \frac{-b_n}{b_1} & \frac{-b_{n-1}}{b_1} & \frac{-b_2}{b_1} \end{pmatrix}, \quad B_s = [0 \quad 0 \cdots 0 \quad 1/b_1]^T.$$

由于  $b_i (i=1, \dots, n)$  通常是未知的, 故考虑用  $b_{mi} (i=1, \dots, n)$  代替  $b_i$ , 则有

$$\hat{X}(k+1) = A_{sm} \hat{X}(k) + B_{sm} y(k), \quad (35)$$

$A_{sm}$ ,  $B_{sm}$  与  $A_s$ ,  $B_s$  的结构相同, 只是将  $A_s$ ,  $B_s$  中的  $b_i$  用  $b_{mi}$  代替。这里称  $\hat{X}(k)$  为  $X(k)$  的重构。下面证明, 采用重构状态  $\hat{X}(k)$  不影响新方法的渐近跟随性质。

设  $\hat{K}_p$ ,  $\hat{K}_u$  和  $\hat{K}_m$  为利用  $\hat{X}$ ,  $u$ ,  $X_m$  以及  $y$ ,  $y_m$  计算出的控制器参数, 则过程的实际输入为

$$u_p(k) = \hat{K}_m(k+1) X_m(k) + \hat{K}_u(k+1) u(k) - \hat{K}_p(k+1) \hat{X}(k). \quad (36)$$

利用(36)式, (13)式可写为

$$\begin{aligned} C_p B W(k+1) &= (\theta C_p - C_p A_p) X(k) + C_p B \hat{K}_p(k+1) \hat{X}(k) \\ &\quad + [C_m B - C_p B \hat{K}_u(k+1)] u(k) \\ &\quad + [C_m A_m - \theta C_m - C_p B \hat{K}_m(k+1)] X_m(k). \end{aligned} \quad (37)$$

令  $C_p A_p X(k) = C_p' A_p' \hat{X}(k)$ , 又由(35)式可得:  $y(k) = C_m \hat{X}(k)$ , 也即  $C_m \hat{X}(k) = C_p X(k)$ , 因此(37)式右边的前两项可写成

$$(\theta C_p - C_p A_p) X(k) + C_p B \hat{K}_p(k+1) \hat{X}(k) = [\theta C_m - C_p' A_p' + C_p B \hat{K}_p(k+1)] \hat{X}(k). \quad (38)$$

将(38)式代入(37)式

与 (39) 式对应的 PMF 条件为

$$[I - (C_p B)(C_p B)^+](C_m A_m - \theta C_m) = 0, \quad (41)$$

$$[I - (C_p B)(C_p B)^+] C_m B = 0. \quad (42)$$

同样由于  $(C_p B)(C_p B)^+ \equiv 1$ , 所以采用重构状态后 PMF 条件仍然与过程参数无关, 始终成立, 即新方法的渐近跟随性质是可以保证的.

与本文给出的新方法及其算法所对应的完整的 AMFC 系统的框图, 如图 3 所示。

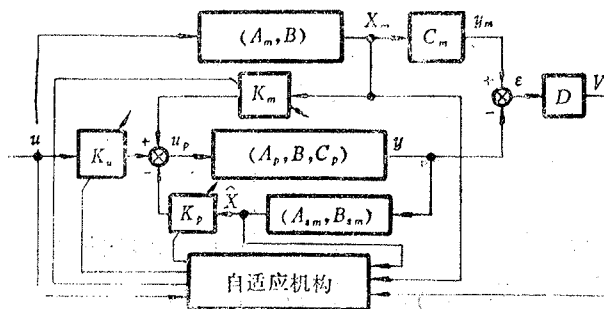


图 3 与新方法对应的单输入单输出AMFC系统

#### 四、仿 真 和 实 验

## 1. 数字仿真

设一被控过程, 其离散方程为

$$y(k) = \sum_{i=0}^3 [a_i(k-i)y(k-i) + b_i(k-i)u_p(k-i)],$$

其参数漂移且未知, 当  $k=0$  时  $a_1=-1.2$ ,  $a_2=0.11$ ,  $a_3=0$ ,  $b_1=0.44$ ,  $b_2=0.1$ ,  $b_3=0$ . 该系统有一个单位圆外的极点, 且参数漂移将使系统由 2 阶变为 3 阶.

参考模型设为

$$y_m(k) = 0.9y(k-1) - 0.2025y(k-2) + 0.5u(k-1) + 0.05u(k-2).$$

图 4a 为输入方波信号 (周期 80, 幅值 1) 时的仿真结果。图中, 在开始的半个方波, 由于控制器参数的初始调整, 使过程输出围绕模型输出出现了衰减振荡, 但半个方波后就有了较高的跟随精度。

图 4b 的输入信号形式为  $u(k) = u_0(1 - e^{-ak})$ , ( $a > 0$ )。与图 4a 相比, 系统对这种变化较慢的输入信号具有更快的自适应速度和更高的跟随精度。对于非最小相位系统也有类似的仿真结果, 由于篇幅限制, 此处略去。

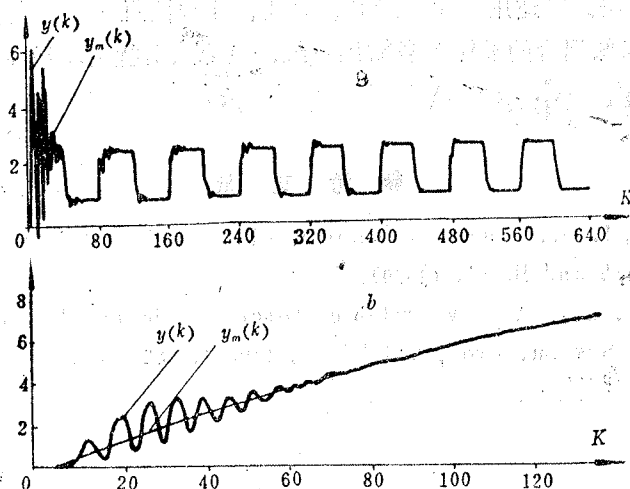


图 4a 参考输入为方波时的仿真结果

图 4b 参考输入为经一阶惯性滤波的阶跃信号和仿真结果  
被控过程为有降阶和参数漂移的不稳定系统

## 2. 双通道壳体加载系统的力同步控制

系统的多通道同步控制（位置、速度、力等），目前在国内外都是一个比较热门的研究课题。我们利用本文提出的 AMFC 新方法，对一个双缸壳体轴向加载系统，在原有设备的基础上实现了高精度力同步控制，其静态加载精度及（稳、动态）同步加载精度都达到了 0.5%。该系统是一个本质非线性、时变、强耦合的系统，控制方案的主要思想是：对各通道设置相同的参考模型，各通道根据模型输出调整本通道的控制器参数，使其输出严格跟随模型输出，从而实现同步加载。图 5 为实测的加载同步误差曲线（满载

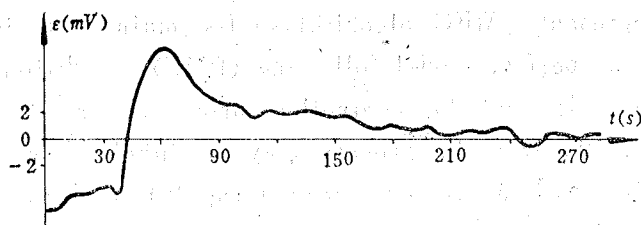


图 5 双通道壳体加载同步误差曲线（满载荷为 400mV）

荷为 400mV——应变电压值）。图中，由于系统的非零初始状态，差动缸的非对称特性以及控制器参数的初始调整，使控制的起始阶段（总加载量 10% 以内）有较大同步误差，但此后同步误差就可控制在 0.5% 以内。

## 五、结 论

本文提出了一种使 PMF 条件与模型和过程参数无关，并能用“重构状态”实现的

实用 AMFC 新方法。它适用于参数未知、时变、非线性且又不宜进行在线辨识的各种过程, 以及具有未知耦合的多输入多输出系统。该方法对扰动不敏感并且有较高的跟随精度。

### 参 考 文 献

- [1] Landau, I. D., Adaptive Control-The Model Reference Approach, New York and Basel, (1979).
- [2] Bethoux, G., A Hyperstable Discrete Model Reference Adaptive Control System, Proc. 3rd IFAC, (1973), 282-289.

## A New Method of Adaptive Model Following Control and Its Algorithm Realization

Liu Baiyan, Ding Chungshen, Li Tianshi and Shi Weixian

(Department of Mechanical Engineering, Xian Jiaotong University)

### Abstract

In this paper, a new AMFC method and its algorithm realization are presented. The method has broken through the limitations existing in present AMFC algorithms. Its main qualities are: (1) By making the perfect model following (PMF) conditions irrelevant to both the model and the controlled process, zero tracking error can be achieved, even the process may be involved with unknown, time-varying and nonlinear parameters; (2) It doesn't need any on-line identification, even if the process states are unmeasurable. The results of the simulations and the experiment given in this paper are satisfactory.