

机电控制系统的模型参考自适应控制

夏超英 田树苞 李书生

(天津大学电力及自动化系)

摘 要

本文给出一种可供机电控制系统应用的自适应算法, 其在调速系统中的应用说明了这种算法是可行的. 当对象的转动惯量、外加负载以及放大倍数发生大范围变化时, 控制系统的性能保持不变. 系统用 TP801 单板机作为控制器, 完成全部的自适应算法.

大家知道, 实际控制系统中被调对象参数和所受扰动的大范围变化是时常发生的, 这种变化往往具有由外部因素引起、频繁和没有一定规律可循的特点. 在这种情况下, 如何实现有效的控制, 至今还是人们关心的一个问题.

近十几年来, 自适应控制理论的研究受到人们的重视并取得了许多成果, 微计算机的普及又为这一理论的实际应用提供了技术上的可能, 这就为时变未知对象的控制问题找到了一条可能的解决途径. 但由于机电控制系统的实时性的特殊要求(常需在百分之一秒甚至更短的时间里完成一拍的计算量), 自适应理论在这方面的应用还存在许多理论和实际上的困难. 本文提出的自适应算法, 在相当程度上解决了上述困难.

一、一种可供机电控制系统应用的自适应算法

当零阶保持器后的被控对象的纯滞后时间小于系统的采样周期时, 整个(包括保持器)被控对象的纯滞后是一拍的结论几乎处处成立(显然, 不证.). 下面给出这类对象自适应问题的一种算法.

设单输入、单输出离散时不变(或慢时变)线性被控对象的 z 传递函数为

$$W_p(z) = k_p \frac{B_p(z)}{A_p(z)}, \quad (1.1)$$

$A_p(z)$ 是 n 阶的首一多项式, $B_p(z)$ 是 $n-1$ 阶的首一稳定多项式, $A_p(z)$ 、 $B_p(z)$ 互质, k_p 是一常数. 现假设其中 n 、 k_p 的符号(不妨设 $k_p > 0$)以及 k_p 的上界是已知的, k_p 的具体数值以及 $A_p(z)$ 、 $B_p(z)$ 的系数未知.

已知的并联参考模型为

$$W_m(z) \triangleq k_m \frac{B_m(z)}{A_m(z)}, \quad (1.2)$$

$A_m(z)$ 、 $B_m(z)$ 的阶次分别同上, 且同为首一稳定多项式, k_m 是一常数. 又假设存在

$L(z) = z + a$ (或特别地取 $L(z) = z$), 使

$$L(z)W_m(z) \in \{\text{SPR}^*\}. \quad (1.3)$$

另给 $G(z) = k_g B_g(z)/A_g(z)$, 使 $G(z)W_m(z)$ 代表希望的 z 传递函数. 以上的安排可以使对自适应收敛性的要求 (见后) 和对希望响应的要求分别予以考虑, 以使 (1.3) 式的条件常可得到满足.

构造两个分别由 $u(k)$ 、 $y_p(k)$ 激励的 $n-1$ 阶滤波器 F_1 、 F_2 , 各自的状态空间描述为

$$\begin{aligned} F_1: \quad & \mathbf{v}^{(1)}(k+1) = A\mathbf{v}^{(1)}(k) + \mathbf{b}u(k), \\ & \mathbf{w}^{(1)}(k) = \mathbf{c}^T(k)\mathbf{v}^{(1)}(k), \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} F_2: \quad & \mathbf{v}^{(2)}(k+1) = A\mathbf{v}^{(2)}(k) + \mathbf{b}y_p(k), \\ & \mathbf{w}^{(2)}(k) = d_{n-1}(k)y_p(k) + \mathbf{d}^T(k)\mathbf{v}^{(2)}(k). \end{aligned} \quad (1.5)$$

其中

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ -b_{m,0} & -b_{m,1} & -b_{m,2} & \cdots & -b_{m,n-2} \end{pmatrix}_{(n-1) \times (n-1)}$$

$$\det[Iz - A] = B_m(z) = z^{n-1} + b_{m,n-2}z^{n-2} + \cdots + b_{m,1}z + b_{m,0},$$

$$\mathbf{b}^T = [0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1],$$

$$\mathbf{c}^T(k) = [c_0(k), c_1(k), \cdots, c_{n-2}(k)],$$

$$\mathbf{d}^T(k) = [d_0(k), d_1(k), \cdots, d_{n-2}(k)],$$

$\mathbf{c}(k)$ 、 $\mathbf{d}(k)$ 分别是 $n-1$ 维的自适应参数向量, 当 $\mathbf{c}(k)$ 、 $\mathbf{d}(k)$ 、 $d_{n-1}(k)$ 为某一组常数时, 有

$$W_1(z) = \mathbf{c}^T(Iz - A)^{-1}\mathbf{b} = \frac{c_{n-2}z^{n-2} + \cdots + c_1z + c_0}{z^{n-1} + b_{m,n-2}z^{n-2} + \cdots + b_{m,1}z + b_{m,0}} \triangleq \frac{C(z)}{B_m(z)},$$

$$W_2(z) = d_{n-1} + \mathbf{d}^T(Iz - A)^{-1}\mathbf{b} = d_{n-1} + \frac{d_{n-2}z^{n-2} + \cdots + d_1z + d_0}{z^{n-1} + b_{m,n-2}z^{n-2} + \cdots + b_{m,1}z + b_{m,0}}$$

$$\triangleq d_{n-1} + \frac{D(z)}{B_m(z)}.$$

定理 误差模型

$$\begin{cases} \mathbf{e}(k+1) = A\mathbf{e}(k) + \mathbf{b}v(k), \\ e_1(k) = \mathbf{c}^T\mathbf{e}(k) + dv(k), \\ v(k) = \mathbf{u}^T(k)\boldsymbol{\phi}(k) - \alpha\mathbf{u}^T(k)\Gamma\mathbf{u}(k)e_1(k), \end{cases} \quad (1.6)$$

$$\alpha > \frac{1}{2}, \quad \Gamma = \Gamma^T > 0$$

*SPR, Strictly Positive Real 严格正实. $W(z) \in \{\text{SPR}\}$ 的条件从略, 可见参考文献[1]等.

以及自适应律

$$\Delta \phi(k) \triangleq \phi(k+1) - \phi(k) = -\Gamma e_1(k)u(k). \quad (1.7)$$

如果满足条件 $d + c^T(Iz - A)^{-1}b \in \{\text{SPR}\}$, 那么无论向量序列 $\{u(k)\}$ 是否有界, 系统 (1.6)、(1.7) 都是全局稳定的.

证 由离散形式的 Kalman - Yacubovich 引理^[2]: 如果 $d + c^T(Iz - A)^{-1}b \in \{\text{SPR}\}$, 那么存在 $P = P^T > 0$, 使

$$\begin{cases} A^T P A - P = -q q^T - \sigma L, \\ A^T P b = c/2 + \gamma q, \\ d - b^T P b = \gamma^2. \end{cases} \quad (1.8)$$

对某个向量 q , 矩阵 $L = L^T > 0$ 和标量 $\sigma, \gamma > 0$ 成立.

定义李雅普诺夫函数

$$V(e(k), \phi(k)) = 2e^T(k)Pe(k) + \phi^T(k)\Gamma^{-1}\phi(k) > 0.$$

由 (1.6) 式, 并根据 (1.8) 式选择 P 可得

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &\triangleq V(e(k+1), \phi(k+1)) - V(e(k), \phi(k)) \\ &= -2[e^T(k)q - \gamma v(k)]^2 - 2\sigma e^T(k)Le(k) + 2e_1(k)v(k) \\ &\quad + 2\phi^T(k)\Gamma^{-1}\Delta\phi(k) + \Delta\phi^T(k)\Gamma^{-1}\Delta\phi(k). \end{aligned}$$

将自适应律 (1.7) 代入, 上式的后三项为

$$\begin{aligned} &2e_1(k)v(k) - 2\phi^T(k)e_1(k)u(k) + e_1^2(k)u^T(k)\Gamma u(k) \\ &= (-2\alpha + 1)u^T(k)\Gamma u(k)e_1^2(k). \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= -2[e^T(k)q - \gamma v(k)]^2 - 2\sigma e^T(k)Le(k) \\ &\quad + (-2\alpha + 1)u^T(k)\Gamma u(k)e_1^2(k) \leq 0. \end{aligned}$$

所以系统 (1.6)、(1.7) 稳定, 即若 $e(0)$ 、 $\phi(0)$ 有界, $e(k)$ 、 $\phi(k)$ 就是有界的.

另外, 还可以证明, 无论 $u(k)$ 有界与否, 都有 $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$, $\lim_{k \rightarrow \infty} e_1(k) = 0$ 以

及 $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta\phi(k) = 0$.

因为 $V(k) > 0$ 及 $\Delta V(k) \leq 0$, 故

$$|\sum_{k=0}^{\infty} \Delta V(k)| = |V(\infty) - V(0)| < \infty,$$

或者

$$\begin{aligned} &\sum_{k=0}^{\infty} \{2[e^T(k)q - \gamma v(k)]^2 + 2\sigma e^T(k)Le(k) \\ &\quad + (2\alpha - 1)u^T(k)\Gamma u(k)e_1^2(k)\} < \infty. \end{aligned} \quad (1.9)$$

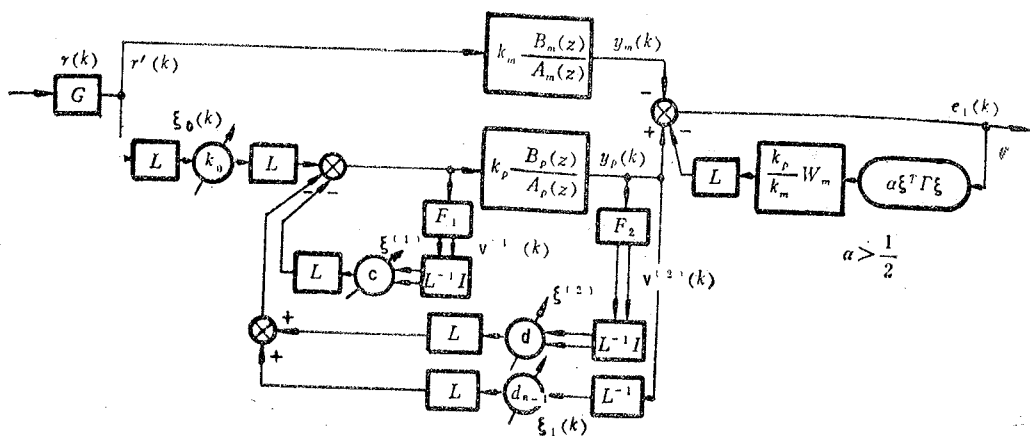
由正项级数收敛的必要条件有 $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$, 无论 $u(k)$ 有界与否, 再考虑充分大的正

整数 K , 定义 $\{k\}$ 的子集: $\{k_i\} = \{k | K \leq k < +\infty, u(k) = 0\}$; $\{k_j\} = \{k | K \leq k < +\infty, u(k) \neq 0\}$, 对于 k_i , 用 (1.6) 式的后两式以及 $e(k) \rightarrow 0$, $\phi(k)$ 有界, 可以得到 $\lim_{K \rightarrow \infty} e_1(k_i) = 0$; 对于 k_j , 由于 $(2\alpha - 1)u^T(k_j)\Gamma u(k_j) > 0$, 由 (1.9) 式, 有 $\lim_{K \rightarrow \infty} e_1(k_j) = 0$.

所以无论如何总有 $e_1(k) \rightarrow 0$. 当然, 无论 $u(k)$ 是否有界也都有 $e_1(k) \rightarrow 0$.

又从 (1.9) 式, $\Delta \phi(k) = -\Gamma e_1(k)u(k)$ 是平方可和序列, 所以 $\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta \phi(k) = 0$.

至此, 可以给出自适应系统的整个结构如图 1.



$$v^T(k) = [v_1(k), v_2(k), \dots, v_{2n}(k)] = [r'(k), v^{(1)T}(k), y_p(k), v^{(2)T}(k)]$$

$$\xi^T(k) = [\xi_0(k), \xi^{(1)T}(k), \xi_1(k), \xi^{(2)T}(k)]$$

图 1 自适应系统框图

当 $\Theta^T(k) = [\theta_1(k), \dots, \theta_{2n}(k)] = [k_0(k), c^T(k), d_{n-1}(k), d^T(k)]$ 为一常值向量时 $L^{-1}(z)\theta_i L(z) = \theta_i$, 易得 $r'(k)$ 到 $y_p(k)$ 之间的 z 传递函数

$$\frac{y_p(z)}{r'(z)} = \frac{k_0 k_p B_p(z) B_m(z)}{[B_m(z) + C(z)] A_p(z) + k_p B_p(z) [D(z) + d_{n-1} B_m(z)]} \quad (1.10)$$

$A_p(z)$ 、 $B_p(z)$ 分别是首一的 n 次和 $n-1$ 次多项式, 且互质, 所以存在首一的 $n-1$ 次多项式 $(B_m(z) + C(z))$ 和 $n-1$ 次多项式 $k_p(D(z) + d_{n-1} B_m(z))$ 使 (1.10) 式的分母多项式为任意的 $2n-1$ 次的首一多项式^[3,4]. 故存在 $\Theta(k)$ 的某一常值向量 Θ^* , 使

$$\frac{y_p(z)}{r'(z)} = \frac{k_m B_m(z)}{A_m(z)} = W_m(z). \quad (1.11)$$

引入参数偏差向量 $\phi(k) = \Theta(k) - \Theta^*$, 得到图 1 相应的误差模型 (图 2), 其中 $\alpha' = \alpha \frac{k_p}{k_m}$, 因为现只知道 k_p/k_m 的上界, 故从 $\alpha > \frac{1}{2}$ 就要求 $\alpha' > \frac{1}{2} k_p/k_m$.

参数修改律为

$$\Delta \phi(k) = \phi(k+1) - \phi(k) = \Theta(k+1) - \Theta(k) = -\Gamma e_1(k) \xi(k), \quad (1.12)$$

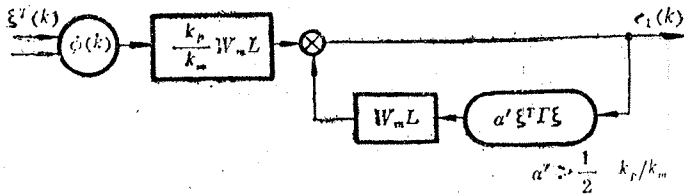


图 2 等效误差模型

下面说明自适应结构图 1 中的算子 $L^{-1}(z)\theta_i(\cdot)L(z)$ 还是因果的。

取 $L(z) = z + a$, $L^{-1}(z) = 1/(z + a)$, 有

$$v^T(k) \left[\frac{1}{z+a} I \right] \Theta(k) = \xi^T(k) \Theta(k) = [v^T(k-1) - a\xi^T(k-1)] \Theta(k),$$

$$v^T(k) \left[\frac{1}{z+a} I \right] \Theta(k)(z+a)$$

$$\begin{aligned} &= [v(k) - a\xi(k)]^T \Theta(k+1) + a[v(k-1) - a\xi(k-1)]^T \Theta(k) \\ &= [v(k) - a\xi(k)]^T [\Theta(k) - \Gamma e_1(k) \xi(k)] + a[v(k-1) - a\xi(k-1)]^T \Theta(k) \\ &= \{v(k) + av(k-1) - a[\xi(k) + a\xi(k-1)]\}^T \Theta(k) - [v(k) - a\xi(k)]^T \Gamma e_1(k) \xi(k). \end{aligned}$$

若取 Γ 为对角阵 $\Gamma = \Gamma^T = \text{diag}[\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{2n}]$, $\gamma_i > 0$, $i = 1, 2, \dots, 2n$, 且 a 取为零时, 有简单的标量表达式

$$\begin{aligned} &v^T(k) \left[\frac{1}{z} I \right] \Theta(k)z \\ &= \sum_{i=1}^{2n} [v_i(k)\theta_i(k) - v_i(k)\gamma_i e_1(k)v_i(k-1)]. \end{aligned} \quad (1.13)$$

这里, 向量 $v(k)$ 、 $\xi(k)$ 的具体含意见图 1。

二、调速系统的实验结果

以直流 PWM 调速系统为对象, 设置电流环, 认为主回路电感、电阻的少量变化所带来的影响为电流环所抑制, 主要考虑由转矩常数、负荷的机械惯量变化所引起的机电时间常数的变化以及阻力性负载变化 (将其影响等效到输入端, 并认为是慢时变的) 的自适应问题。这样, 不仅可以使问题得到简化, 而且也更符合工程实际。处理后的被控对象以及整个自适应结构框图如图 3 所示。其中为保证被控对象的 z 传递函数是逆稳定的, 在设计电流环时, 应有意引入一零点, 细节这里不赘。

用 TP801 单板机完成前节提供的算法, 一 0.8 千瓦的直流伺服电机作为执行电机, 由模数转换通道实时得到转速信号, 采样周期 10 毫秒, 得到如下的实验结果:

1. 在转动惯量、开环放大倍数未知或大范围 (成倍) 变化的情况下, 一般仅需一个控制周期即可达到满意的自适应。

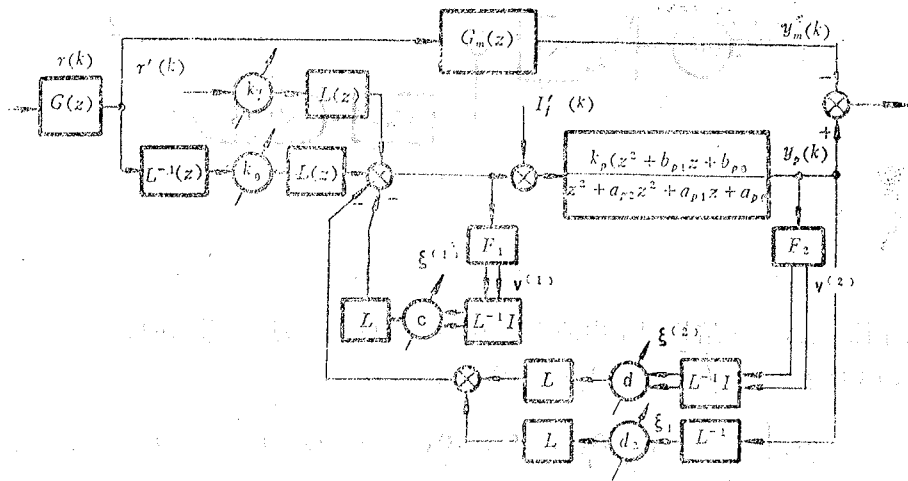


图3 调速系统的自适应方案

2. 对负载扰动, 实现了无差调节, 且可以通过适当变化自适应权系数, 使其具有很强的抗动态负载扰动的能力。图4(a)~(c)显示了自适应的过程, 其中每第一个响应周期之前将所有被适应的参数单元清零(被控对象的参数全未知)。

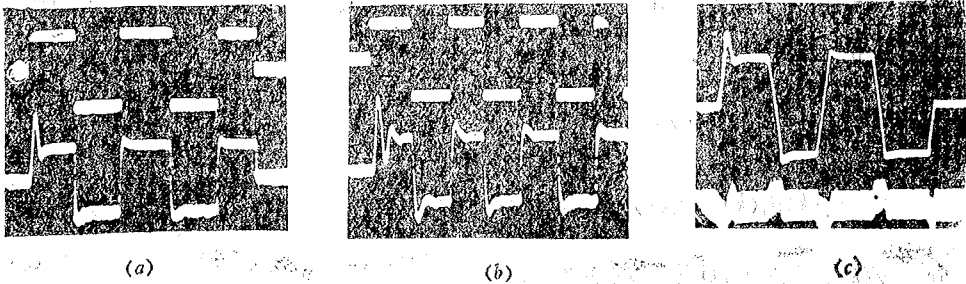


图4 实验结果

(a) $\pm 100\text{rpm}$, 系统输出跟踪模型输出的情况, 仅需一个控制周期, 便可达到自适应。
(上)模型输出(下)系统输出。

(b) 变换自适应系数, 令其有较慢的自适应, 以展示其过程。系统运行在 $\pm 100\text{rpm}$ 及零速。(上)模型输出(下)系统输出。

(c) $\pm 800\text{rpm}$ 大范围恒流起动、反转、制动波形, 电流的充填情况随自适应的进程明显变好。(上)系统输出(下)电流波形。

由于电机拖动系统的实时性强, 如何解决它的自适应问题还是一个有待深入研究的课题。国外可借鉴的例子还不多; 国内的研究多还限于模拟实现的方案, 因而无法解决参数大范围变化的自适应问题。计算机控制的自适应机电控制系统的研究至今还缺乏成功的经验。本文的工作在这方面作了些尝试, 并取得了初步的结果。可以预期, 在不久的将来, 具有自适应功能的新一代机电系统控制器, 将得到普遍的重视和应用。

参 考 文 献

- [1] I. D. 朗道著, 吴百凡译, 自适应控制——模型参考方法, 国防工业出版社, 北京, (1985), 209—220.
- [2] Neumann, C. D., Frequency Domain Stability Criteria in Nonlinear Automatic Control, Doctoral Dissertation, Harvard Univ., Cambridge, MA, (1967).
- [3] Narendra, K. S., Valavani, L., Stable Adaptive Controller Design—Direct Control, IEEE Trans. Automat. Contr., 23:4, (1978), 570—583.
- [4] 韩曾晋编, 自适应控制系统, 机械工业出版社, 北京, (1983), 225—226.

A Speed Control System Based on Model Reference Adaptive Control

Xia Chaoying, Tian Shubao, Li Shusheng

(Department of Power and Automation, Tianjin University)

Abstract

A new adaptive control algorithm is presented in this paper and is applied to the speed control system. The feasibility of this new algorithm is illustrated by its application. The adaptive control system maintains constant dynamic performances in the presence of unpredictable and unmeasurable variations of the moment of inertia, load and in the presence of the nonlinearities occurring at low speed.

In this system, a TP801 Z-80 microprocessor is used as the system controller.