

任意个支路分解的解耦方法及其应用

王永初

(华侨大学精密机械工程系, 泉州)

摘 要

任意个支路分解解耦方法可用于耦合系统的动态与静态解耦, 是目前最简单的一种工程化解耦方法。本文简要介绍这种方法的原理和应用。

一、问题的提出

解耦控制是自动控制理论领域的一个重要分支。近十多年来不断有人提出新的解耦理论与方法^[1,2], 如矩阵求逆解耦注重的是系统各变量间一次性实现解耦, 因此遇到奇异性、运算复杂及计算工作量大的问题; Rosenbrock 对角优势解耦方法用户必须有一套相应的软件, 才能借助于计算机的辅助设计, 使一个非对角优势的矩阵变成一个对角优势的矩阵, 虽然系统仍然存在耦合, 但其耦合度相当微弱, 以致不用再解耦, 按无耦合特性设计的控制器, 仍然可达到优化或准优化控制。Rosenbrock 方法和Shinskey的相对放大系数法具有同一结论, 弱耦合系统不一定要解耦。

我们在研究中发现, 一个系统往往有一个至几个支路影响最严重, 只要设法将影响严重的支路从系统分离出去, 就可以构成一个对角优势的对象矩阵或阵列, 因此这种方法对工程控制有比较重要的可用性意义。

二、解耦原理与解耦网络结构

工业过程控制对象, 一般被控制变量和操作变量都是配对出现的, 这类对象可用一个 $n \times n$ 耦合矩阵来联系对象的输入与输出变量。这里我们采用规范化的配对排列, 即 (x_i, m_i) 配对, $i=1, 2, \dots, n$ 。于是耦合对象特性记成

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & g_{13}(s) & \cdots & g_{1n}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & g_{23}(s) & \cdots & g_{2n}(s) \\ g_{31}(s) & g_{32}(s) & g_{33}(s) & \cdots & g_{3n}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1}(s) & g_{n2}(s) & g_{n3}(s) & \cdots & g_{nn}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

简记成

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1(s) & G_2(s) \\ G_3(s) & G_4(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

系统分组以后, 在原对象矩阵 $G(s)$ 的前面加一个解耦网络 $D(s)$, 如图1所示。考虑到解

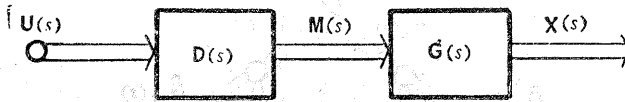


图 1 解耦模式结构

耦网络的稳定性, $D(s)$ 均不存在反馈支路, 且模式结构为

$$D(s) = \begin{pmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中

$$D_{11}(s) = D_{22}(s) = I \quad (4a)$$

$$D_{12}(s) = -G_1(s)^{-1}G_2(s) \quad (4b)$$

$$D_{21}(s) = -G_4(s)^{-1}G_3(s) \quad (4c)$$

由于 $G_1(s)^{-1}$ 与 $G_2(s)$, $G_4(s)^{-1}$ 与 $G_3(s)$ 不一定符合矩阵的乘法规则, 故将式 (4b) 与式 (4c) 修改成

$$D_{12}(s)U_2(s) = -G_1(s)^{-1}G_2(s)U_2(s) \quad (5)$$

$$D_{21}(s)U_1(s) = -G_4(s)^{-1}G_3(s)U_1(s) \quad (6)$$

$D(s)$ 加入后系统的等效网络的传递函数矩阵为

$$\hat{G}(s) = G(s) = \begin{pmatrix} G_1(s) & G_2(s) \\ G_3(s) & G_4(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_r & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & I_{n-r} \end{pmatrix} \quad (7)$$

在式 (7) 中 I_r 及 $G_1(s)$ 为 $r \times r$ 矩阵, r 为解耦后未分离的分量维数, I_{n-r} 及 $G_4(s)$ 为 $(n-r) \times (n-r)$ 矩阵, $(n-r)$ 为从系统中分离出的向量维数, $G_2(s)$ 为 $r \times (n-r)$ 维矩阵, $G_3(s)$ 为 $(n-r) \times r$ 维矩阵, 将式 (4) 的关系代入式 (7) 得到

$$\hat{G}(s) = \begin{pmatrix} \hat{G}_1(s) & 0 \\ 0 & \hat{G}_4(s) \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中

$$\hat{G}_1(s) = G_1(s) - G_2(s)G_4(s)^{-1}G_3(s) \quad (9a)$$

$$\hat{G}_4(s) = G_4(s) - G_3(s)G_1(s)^{-1}G_2(s) \quad (9b)$$

如此过程重复进行,每次均分解成两个互不耦合的部分,最终系统变量可完全分离出来,分离过程如图2所示,是一个双叉的多变量树结构。这种解耦方法的实质是变量分组,尔后两两分离。本方法的一个优点是可演变成逐一分离变量的解耦方法。只要每次分离定义 $\hat{G}_1(s)$ 为 $(n-1) \times (n-1)$ 矩阵, $\hat{G}_4(s)$ 为 1×1 变量即可实现。

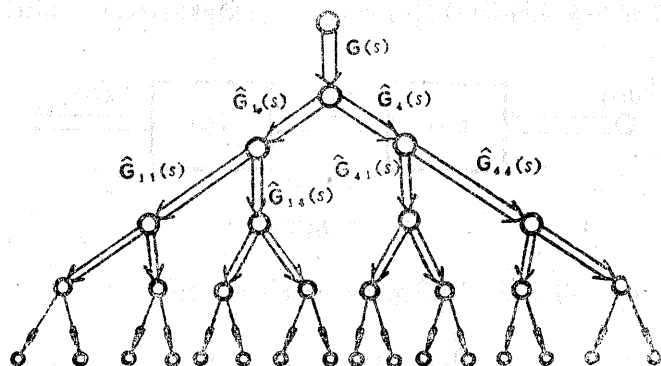


图2 G两两分离过程的树状结构

一次分离一个变量的解耦网络,我们总结为

$$D(s) = Q(s)P(s) \quad (10)$$

这种分离首先将耦合严重的支路分离,使系统的耦合度降低,而且应用时 $G(s)$ 不一定为方阵如 $G(s)$ 为 $n \times m$ 矩阵。第一次分离的支路取 x_i 与 m_j 支路时, $Q(s)$ 与 $P(s)$ 分别取 $(m \times n)$ 维与 $(n \times m)$ 维矩阵

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \cdots 0 & g_{1j} & 0 \cdots 0 \\ 0 & 1 \cdots 0 & g_{2j} & 0 \cdots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \cdots 1 & g_{i-1,j} & 0 \cdots 0 \\ 0 & 0 \cdots 0 & 1 & 0 \cdots 0 \\ 0 & 0 \cdots 0 & g_{i+1,j} & 1 \cdots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \cdots 0 & g_{mj} & 0 \cdots 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ P_{i1} & P_{i2} \cdots P_{i,j-1} & 1 & P_{i,j+1} \cdots P_{i,m} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Q_1 与 P_1 的下标表示第一次分离的意思。 Q_1 的待定元素的由下列方程式确定

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^m g_{Lk} q_{kj} = 0, & k=1, 2, \dots, n \quad L \neq i \\ q_{ij} = 1 \end{cases} \quad (13)$$

P_1 的待定元素按下式计算

$$P_{ik} = - \frac{g_{ih}}{\hat{g}_{ij}} \quad k=1, 2, \dots, m \quad k \neq j \quad (14)$$

其中, $\hat{g}_{ih}$ 为

$$\begin{cases} \hat{g}_{ij} = \sum_{k=1}^m g_{ik} g_{kj} \\ q_{ij} = 1 \end{cases} \quad (15)$$

一次分离一个变量的过程可用图3说明, 带箭头的双线表示向量, 单线表示变量。

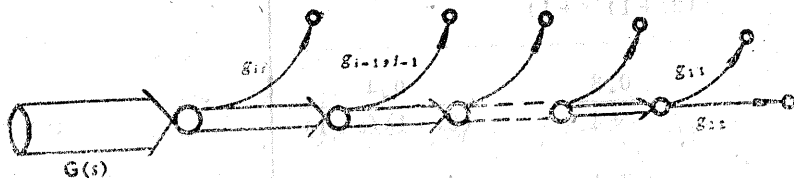


图3 逐次分离的树状结构

三、方法的应用

这里以乙烯裂解炉经修改和简化后的解耦对象为例, 对象特性记为

$$X(s) = G(s)M(s)$$

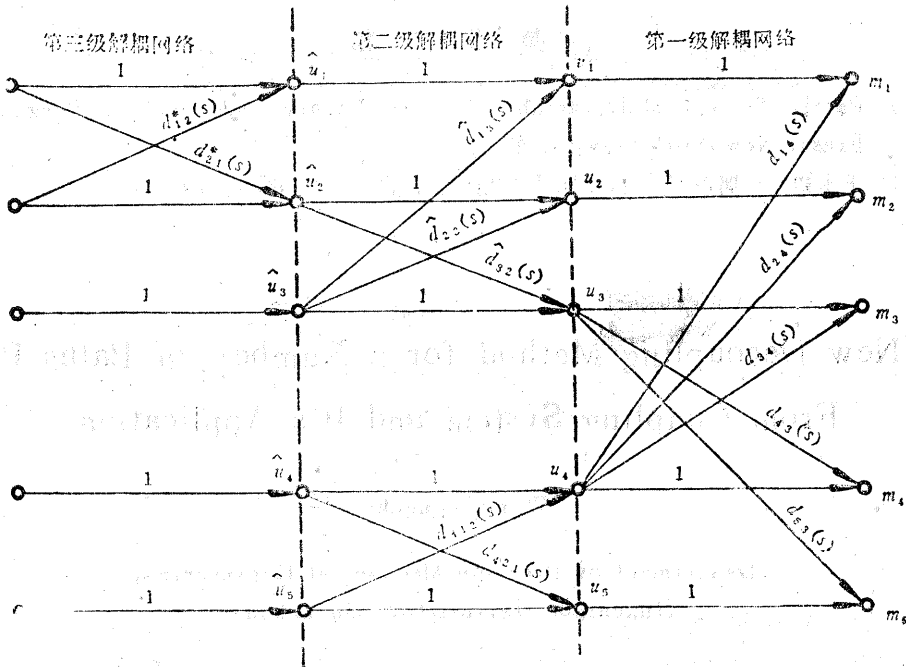
其中,

$$G(s) = \begin{pmatrix} G_1(s) & G_2(s) \\ G_3(s) & G_4(s) \end{pmatrix}$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{0.8}{s+1} & \frac{0.4}{(2s+1)(s+1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{0.4}{(2s+1)(s+1)} & \frac{0.8}{s+1} & \frac{0.4}{(2s+1)(s+1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.4}{(2s+1)(s+1)} & \frac{0.8}{s+1} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \frac{0.4}{(2s+1)(s+1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{0.4}{(2s+1)(s+1)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{0.8}{s+1} & \frac{0.4}{(2s+1)(s+1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{0.4}{(2s+1)(s+1)} & \frac{0.8}{s+1} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

求得的解耦网络如图4所示。第一级解耦网络传递函数矩阵为

$$D_1(s) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{-0.64}{(2s+1)(2.048s^2+2.048s+0.256)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{0.128}{2.048s^2+2.048s+0.256} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-0.4(2.56s^2+2.56s+0.48)}{(2s+1)(2.048s^2+2.048s+0.256)} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \frac{-0.32(2s+1)}{2.56s^2+2.56s+0.48} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.16}{2.56s^2+2.56s+0.48} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

图 4 $D(s)$ 网络的结构

第二级解耦网络各支路分别为

$$d_{412}(s) = -\frac{0.4(2s+1)(2.048s^2+2.048s+0.256)}{6.534s^4+13.107s^3+9.401s^2+2.048s+0.128}$$

$$d_{421}(s) = -\frac{0.5(s+1)}{2s+1}$$

$$\hat{d}_{13}(s) = \frac{0.16}{(2.56s^2+2.56s+0.48)}$$

$$\hat{d}_{23}(s) = \frac{-0.32}{(2.56s^2+2.56s+0.48)}$$

$$\hat{d}_{32}(s) = \frac{-0.4(2.56s^2+2.56s+0.48)}{(2s+1)(2.048s^2+2.048s+0.256)}$$

第三级解耦网络支路传递函数分别为

$$d_{12}^*(s) = -\frac{0.5}{2s+1}$$

$$d_{21}^*(s) = \frac{-0.4(2s+1)(2.048s^2+2.048s+0.256)}{6.534s^4+13.107s^3+9.401s^2+2.048s+0.128}$$

参 考 文 献

- [1] Patel, R. V., Multivariable System Theory and Design, Pergamon Press, New York, (1982), 2—4.
- [2] 王永初, 解耦控制系统, 四川科技出版社, 成都, (1985), 293—330.

A New Decoupling Method for a Number of Paths Part From Coupling System and It's Application

Wang Yongchu

(Department of Precision Mechanical Engineering,
Huachiao University, Quanzhou)

Abstract

A number of paths are parted from a coupling system, which is The simplest engineering decoupling method. The method can be used to decoupling the dynamic or steady state systems, and can attain high network stability. The decoupling theory and it's application are presented in the paper.